Classe 9eme Année

BROCHURE DE MATHEMATIQUE

EXERCICES CORIGEES

Réaliser par Mr DIARRA SIRAMAN enseignant au second cycle SEBE I

2017

BAMAKO SECOND CYCLE SEBE I

Table des matières

1. DEVOIR SURVEILLE DU VENDREDI 03 MARS 2017 3
2. REPONSE DU DEVOIR SUVEILLE DU VENDREDI 03 MARS 2017 4
3. DEVOIR SURVEILLE DU VENDREDI 30 NOVEMBRE 2012 8
4. DEVOIR SURVEILLE DU VENDREDI 30 OCTOBRE 2015 9
5. REPONSE DU DEVOIR SURVEILLE DU VENDREDI 30 OCTOBRE 2015 10
6. DEVOIR SURVEILLE DU VENDREDI 21 OCTOBRE 2016 13
7. DEVOIR SURVEILLE DU VENDREDI 25 NOVEMBRE 2016 14
8. COMPOSITIONS DU PREMIER TRIMESTRE 2015-2016 15
9. REPONSE COMPOSITIONS DU PREMIER TRIMES 2015-2016 16
10. COMPOSITIONS DU PREMIER TRIMESTRE 2012-2013 19
11. DEVOIR SURVEILLE DU VENDREDI 04 DECEMBRE 2015 20
12. REPONSE DU DEVOIR SUVEILLE DU VENDREDI 04/12/2017 21
13. COMPOSITIONS DU PREMIER TRIMESTRE 2013-2014 24
14. REPONSE COMPOSITIONS DU PREMIER TRIMES 2013-2014 25
15. PREMIER TEST 9eme Année 2003-2004 27
16. SUJET A-2016-2017 28
17. REPONSE DU SUJET A-2016-2017 29
18. SUJET B-2016-2017 32
19. REPONSE DU SUJET B-2016-2017 33
20. COMPOSITIONS DU DEUXIEME TRIMESTRE 2014-2015 38
21. REPONSE COMPOSITIONS DU DEUXIEME TRIMEST 2014-2015 39
22. COMPOSITIONS DU TROISIEME TRIMESTRE 2009-2010 43
23. COMPOSITIONS DU TROISIEME TRIMESTRE 2014-2015 44
24. REPONSE COMPOSITIONS DU TROISIEME TRIMES 2014-2015 45
25. COMPOSITIONS DU DEUXIEME TRIMESTRE 2015-2016 50
26. REPONSE COMPOSITIONS DU DEUXIEME TRIMES 2015-2016 51
27. COMPOSITIONS DU TROISIEME TRIMESTRE 2013-2014 55
28. REPONSE COMPOSITIONS DU TROISIEME TRIMES 2013-2014 56
29. SUJET D.E.F. 2014 61
30. REPONSE DU SUJET D.E.F. 2014 62
31. COMPOSITIONS DU TROISIEME TRIMESTRE 2015-2016 67
32. REPONSE COMPOSITIONS DU TROISIEME TRIMES 2015-2016 68
33. SUJET N°1 73

34. REPONSE DU SUJET N°1 74
35. SUJET N°2 79
36. SUJET N°3 80
37. SUJET N°4 81
38. SUJET N°5 82
39. SUJET N°6 83
40. REPONSE DU SUJET N°6 84
41. SUJET N°7 88
42. REPONSE DU SUJET N°7 89

DEVOIR SURVEILLE DU VENDREDI 03 MARS 2017

I. Algèbre :

Exercice 1 :

1) Détermine les nombres réels x qui satisfont la double inégalité :
   $\boldsymbol{2x+5<x+4<3x+8}$
2) Résous graphiquement le système d'inéquations suivant ;
   $\begin{cases} \boldsymbol{x+y+1<0} \\ \boldsymbol{-x+y-5>0} \end{cases}$

Exercice 2 :

Seydou a des mangues. Il dit : « Si je triplais mon nombre de mangues et si l'on me donnait **10** mangues, je serais en possession de plus de **106** mangues. Cependant, si je doublais mon nombre de mangues et si j'en donnais **20**, il me resterait moins de **48** ». Trouve le nombre de mangues de Seydou.

Exercice 3 :

$a\ et\ b$ Sont deux réels, soit l'application affine définie par : $\boldsymbol{f(x)=ax+b}$

1) Détermine $a\ et\ b$ sachant que $\boldsymbol{f\left(\frac{1}{2}\right)=-5}\ et\ \boldsymbol{f\left(-\frac{1}{2}\right)=-7}$;
2) Ecris alors $\boldsymbol{f(x)}$ **;**
3) Résous dans $\mathbb{R}$: $2\boldsymbol{f(x)=0}$; $\boldsymbol{f(x)\leq 0}$.

II. Géométrie :

Exercice 1 :

Dans le plan rapporté à un repère cartésien $(\vec{o},\vec{\imath},\vec{\jmath})$ on donne les points **D, E, F, G** définis par : $\boldsymbol{\overrightarrow{OD}=-2\vec{\imath}+\vec{\jmath}}$; $\boldsymbol{\overrightarrow{OE}=2\vec{\jmath}}$; $\boldsymbol{\overrightarrow{OF}=4\vec{\imath}+4\vec{\jmath}\ \ et\ \ \overrightarrow{OG}=\vec{\imath}+\vec{\jmath}}$

1) Détermine les coordonnées des points **D, E, F, G** puis place-les dans le repère.
2) Calcule les coordonnées des vecteurs $\boldsymbol{\overrightarrow{DE}}\ et\ \boldsymbol{\overrightarrow{DF}}$**.**
3) Prouve que les points **D, E, F** sont alignés.
4) Calcule les coordonnées du point **A** milieu du segment $[\boldsymbol{GF}]$**.**
5) Calcule les coordonnées du point **H** pour que **(E, F, H, G)** soit un parallélogramme.
6) Détermine une équation de la droite **(DF).**

REPONSE DU DEVOIR SUVEILLE DU VENDREDI 03 MARS 2017

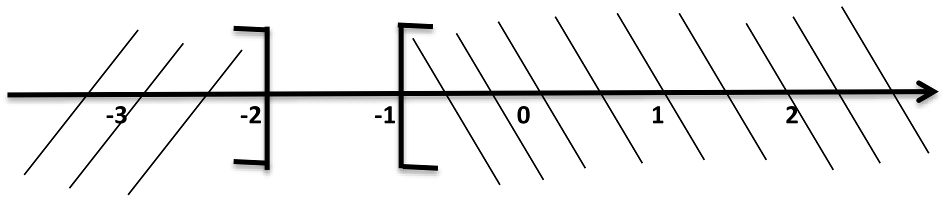
I. Algèbre

Exercice 1 :

1) Je résous :

$2x + 5 < x + 4 < 3x + 8$

$\begin{cases} 2x + 5 < x + 4 \\ x + 4 < 3x + 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + 1 < 0 \\ -2x - 4 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < -1 \\ x > -2 \end{cases}$



$S = \{x \ /x \in \mathbb{R};\ -2 < x < -1\}$

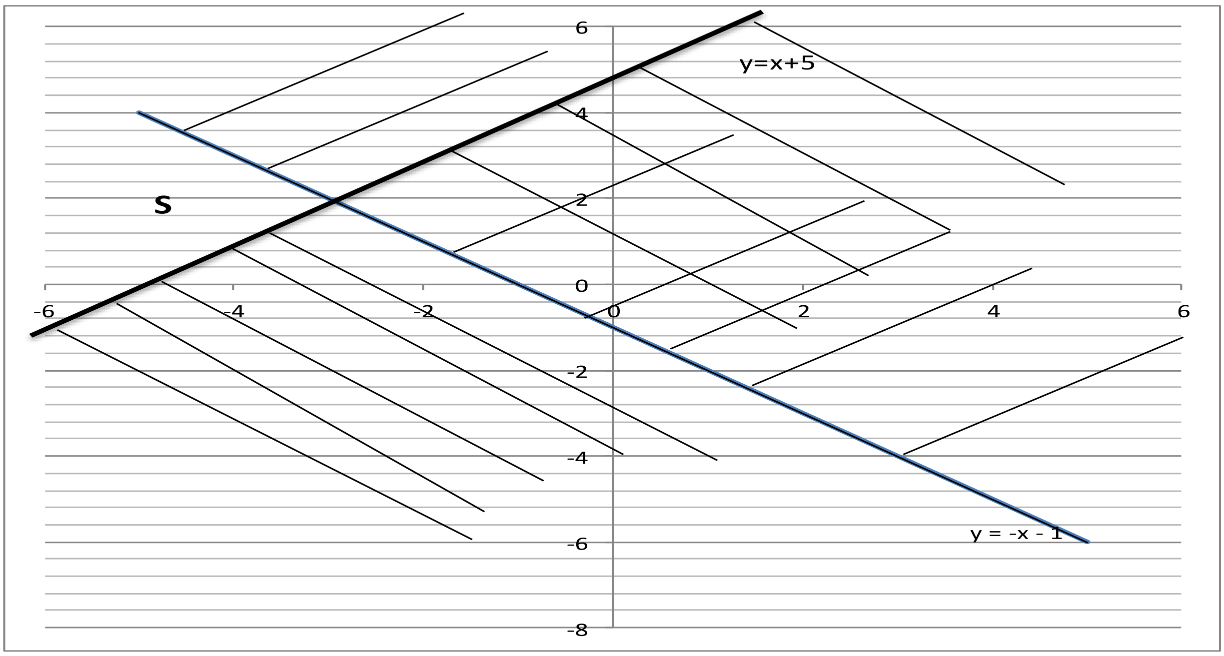
2) Je résous graphiquement

$\begin{cases} x + y + 1 < 0 \\ -x + y - 5 > 0 \end{cases}$

$Posons\ E_1 :\ x + y + 1 = 0$; Je trouve deux couples solution puis je trace une droite qui passe par ces points (0 ;-1) ;(-1 ;0)

$Posons\ E_2 : -x + y - 5 = 0$; Je trouve deux couples solution puis je trace une droite qui passe par ces points (0 ;5) ;(-5 ;0)

Je représente les droites E_1 et E_2 dans le repère $(\vec{o}, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ puis hachurons les parties non solutions



Exercice 2 :

Soit x le nombre de mangues de Seydou :

$3x + 10 > 106$; $2x - 20 < 48$

$$\begin{cases} 3x + 10 > 106 \\ 2x - 20 < 48 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x > 96 \\ 2x < 68 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > \dfrac{96}{3} \\ x < \dfrac{68}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 32 \\ x < 34 \end{cases}$$

Le nombre de mangue de Seydou est 33.

Exercice 3 :

1) Déterminons $a\ et\ b$; $f(x) = ax + b$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = -5 \Rightarrow \frac{a}{2} + b = -5 \Rightarrow a + 2b = -10$$

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = -7 \Rightarrow -\frac{a}{2} + b = -7 \Rightarrow -a + 2b = -14$$

$$\begin{cases} a + 2b = -10 \\ -a + 2b = -14 \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} \begin{cases} a + 2b = -10 \\ -a + 2b = -14 \end{cases} \\ \hline \quad 4b = -24 \end{array} \Rightarrow b = -\frac{24}{4} = -6 \Leftrightarrow b = -6$$

$$a - 12 = -10 \Rightarrow a = -10 + 12 = 2 \Leftrightarrow a = 2$$

2) $f(x) = 2x - 6$

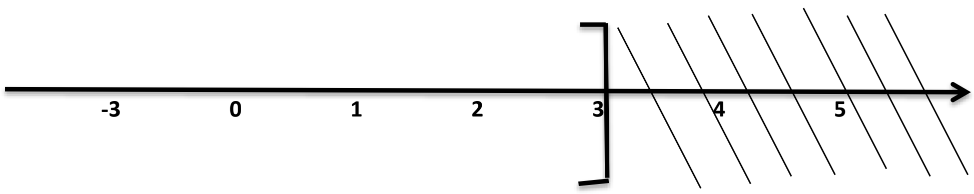
3) Je résous $2f(x) = 0$

$2f(x) = 0 \Leftrightarrow 4x - 12 = 0 \Rightarrow 4x = 12 \Rightarrow x = \frac{12}{4} \Leftrightarrow x = 3$

$S_1 = \{3\}$

Je résous

$f(x) \leq 0 \Rightarrow 2x - 6 \leq 0 \Rightarrow 2x \leq 6 \Rightarrow x \leq \frac{6}{2} \Rightarrow x \leq 3$



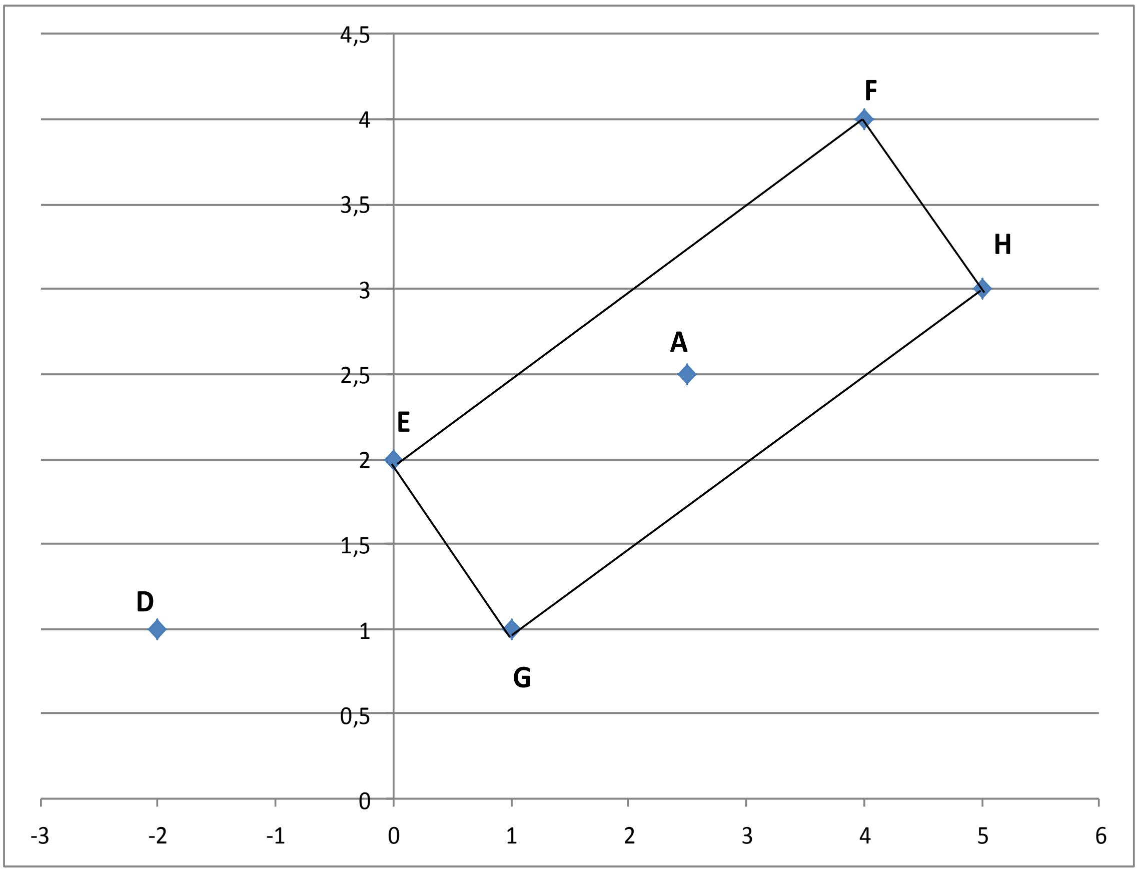
$S_2 = \{x\ /x \in \mathbb{R}, x \leq 3\}$

II. Géométrie :

Exercice 1 :

1) Les coordonnées des points D, E, F, G sont :

$D\begin{pmatrix}-2\\1\end{pmatrix}$; $E\begin{pmatrix}0\\2\end{pmatrix}$; $F\begin{pmatrix}4\\4\end{pmatrix}$; $G\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$



2) Calcule des coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{DE}$ et $\overrightarrow{DF}$.

$$\overrightarrow{DE}\begin{pmatrix}0+2\\2-1\end{pmatrix} \Rightarrow \overrightarrow{DE}\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{DF}\begin{pmatrix}4+2\\4-1\end{pmatrix} \Rightarrow \overrightarrow{DF}\begin{pmatrix}6\\3\end{pmatrix}$$

3) Je prouve que les points D, E, F sont alignés :

$\overrightarrow{DE}\binom{2}{1}$ et $\overrightarrow{DF}\binom{6}{3} \Rightarrow 6 \times 1 = 2 \times 3 \Leftrightarrow 6 = 6$

Donc D, E, F sont alignés.

4) Calcule du coordonnée du point A milieu du segment $[GF]$

$$A\begin{pmatrix}\frac{1+4}{2}\\ \frac{1+4}{2}\end{pmatrix} \Leftrightarrow A\left(\frac{5}{2};\frac{5}{2}\right)$$

5) Calcule du coordonnée du point H pour que (E, F, H, G) soit un parallélogramme

$$\overrightarrow{FH} = \overrightarrow{EG} \Rightarrow \begin{pmatrix}x_H - x_F\\ y_H - y_F\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}x_G - x_E\\ y_G - y_E\end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix}x_H - x_F = x_G - x_E\\ y_H - y_F = y_G - y_E\end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix}x_H - 4 = 1 - 0\\ y_H - 4 = 1 - 2\end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix}x_H = 5\\ y_H = 3\end{pmatrix}$$

$$H\begin{pmatrix}5\\3\end{pmatrix}$$

6) L'équation de la droite (DF)

$\overrightarrow{DF}\begin{pmatrix}6\\3\end{pmatrix}$

Soit

$M\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix} \in$ (DF) ;

$\overrightarrow{DM}\begin{pmatrix}x+2\\y-1\end{pmatrix}$

Formons une proposition :

$\overrightarrow{DF}\binom{6}{3} : \overrightarrow{DM}\binom{x+2}{y-1} \Rightarrow 3(x+2) = 6(y-1)$

(DF): $3x - 6y = -6 - 6$

(DF): $3x - 6y = -12 \;\; ou \; x - 2y = -4$

DEVOIR SURVEILLE DU VENDREDI 30 NOVEMBRE 2012

I. Algèbre :

Exercice 1 :

Calcule :

$\boldsymbol{2\sqrt{7} - 5\sqrt{7} + 6\sqrt{7} = \cdots}$; $\boldsymbol{3\sqrt{a} - 5\sqrt{a} + 2\sqrt{a} = \cdots}$;

$\boldsymbol{3\sqrt{28} - 5\sqrt{63} + 3\sqrt{7} = \cdots}$; $\boldsymbol{\sqrt{25a} + 7\sqrt{a} - \sqrt{16a} = \cdots}$;

$\boldsymbol{\sqrt{12a^2} + \sqrt{48a^2} = \cdots}$; $\boldsymbol{\sqrt{0,49} + \sqrt{0,16} + \sqrt{0,64} = \cdots}$; $\boldsymbol{\sqrt{8} \times \sqrt{2} = \cdots}$

Exercice 2 :

Rends rationnels les quotients suivants :

$\boldsymbol{\frac{2}{\sqrt{3}} = \cdots}$; $\boldsymbol{\frac{1}{\sqrt{7} - \sqrt{5}} = \cdots}$; $\boldsymbol{\frac{6 + \sqrt{2}}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}}$

Exercice 3 :

a) L'aire d'un champ rectangulaire est **242 m²**. La longueur est le double de la largeur. Calcule les dimensions de ce champ.

b) Un disque a une aire de **28,26 m²**. calcule le rayon de ca disque.

II. Géométrie :

Exercice 1:

Soient trois points **A, B, C** du plan **P**. On considère la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ et le point **E** symétrique de **A** par rapport à **B**.

a) Construis le point **E** puis le point **D** image de **C** dans la translation donnée.

b) Montre que le quadruplet **(C, B, E, D)** est un parallélogramme.

c) **I** étant le milieu de $[CD]$, montre que $\overrightarrow{CI} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AE}$.

Exercice 2:

Dessine un parallélogramme **ABCD** de centre **O**.

Soit **M** le milieu de $[AB]$, **N** celui de $[DC]$, **E** celui de $[AD]$, **F** celui de $[BC]$,

Complète : $S_M(A) = \cdots$; $S_E(\ldots) = A$; $S_{\ldots}(O) = O$;

Exercice 3:

Soit **EFG** un triangle et **M** le milieu du segment $[FG]$.

1) Construis le triangle **EFG** et le point **M**.

2) Complète : $T_{\overrightarrow{EF}}(G) = \cdots$; $T_{\overrightarrow{EM}}(M) = \cdots$

DEVOIR SURVEILLE DU VENDREDI 30 OCTOBRE 2015

I. Algèbre :

Exercice 1 :

1) Trouve le nombre naturel $\boldsymbol{x}$ dans les cas suivants :
   $\mathbf{7^{3x-6} = 1}$; $\mathbf{9^{3x} = 3^{36}}$; $\mathbf{(5^x)^2 = 25^4}$; $\mathbf{4 \times 4^x = 16}$
2) Résous les équations suivantes dans $\mathbb{R}$
   $\mathbf{x^2 - 1 = 0}$; $\mathbf{x^2 + 4 = 0}$; $\mathbf{2x^2 - 50 = 0}$; $\mathbf{3x^2 = 48}$; $\mathbf{x^2 - 15 = 0}$;

Exercice 2 :

Soit $\boldsymbol{A = 5\sqrt{2} + 3}$ et $\boldsymbol{B = 5\sqrt{2} - 3}$

1) Calcule A^2 ; B^2 ; $A \times B$; $A^2 - B^2$; $\frac{A}{B}$
2) Simplifie les expressions suivantes :

$$\boldsymbol{A = 5\sqrt{20} + 2\sqrt{45} - \sqrt{80} + \sqrt{180}} \ ; \boldsymbol{B = \sqrt{11\sqrt{11}} \times \sqrt{\sqrt{11}}} \ ;$$

$$\boldsymbol{C = \sqrt{21 + \sqrt{13 + \sqrt{9}}}}$$

Exercice 3 :

Rends rationnel les dénominateurs des fractions :

$$\boldsymbol{\frac{\sqrt{7}}{3\sqrt{2}+5} \quad et \quad \frac{\sqrt{7}}{3\sqrt{2}-5}}$$

En déduis en la somme :

$$\boldsymbol{A = \frac{\sqrt{7}}{3\sqrt{2}+5} + \frac{\sqrt{7}}{3\sqrt{2}-5}}$$

Exercice 4 :

a) Décompose le nombre **7056** en produit de facteurs premiers et en déduis $\boldsymbol{\sqrt{7056}}$.
b) Résous dans $\mathbb{R}$, l'équation $\boldsymbol{x^2 = 7056}$ **.**

II. Géométrie :

Exercice 1:

Dessine un parallélogramme **ABCD** de centre **O** soit **E** le milieu de $[\boldsymbol{BC}]$; **F** l'image de **E** par la translation de vecteur $\overrightarrow{\boldsymbol{OE}}$; soit **G** le point d'intersection de **(BF)** et **(DC).**

1) Démontre que **BFCO** est parallélogramme,
2) Démontre que **BG = AC** ;

Exercice 2:

a) Construis un triangle isocèle **ABC (AB = AC)** et le symétrique **D** de **A** par rapport au milieu **O** du segment $[\boldsymbol{BC}]$**.** Quelle est la nature du quadrilatère **ABDC** ?
   Justifie ta réponse
b) Complete : $\boldsymbol{S_o(B)} = \cdots$; $\boldsymbol{S_o(C)} = \cdots$; $\boldsymbol{T_{\overrightarrow{AB}}}(\ldots) = \boldsymbol{D}$; $\boldsymbol{T_{\overrightarrow{CA}}(D)} = \cdots$

REPONSE DU DEVOIR SURVEILLE DU VENDREDI 30 OCTOBRE 2015

I. Algèbre :

Exercice 1 :

1) Je trouve x dans les cas suivants:

$7^{3x-6} = 1 \Rightarrow 7^{3x-6} = 7^0$; $on\ a:\ 3x - 6 = 0 \Rightarrow 3x = 6 \Rightarrow x = \frac{6}{3} = 2$

$x = 2$

$9^{3x} = 3^{36} \Rightarrow (3^2)^{3x} = 3^{36} \Rightarrow 3^{6x} = 3^{36}$; $on\ a:\ 6x = 36 \Rightarrow x = \frac{36}{6} = 6$

$x = 6$

$(5^x)^2 = 25^4 \Rightarrow (5^x)^2 = (5^2)^4 \Rightarrow 5^{2x} = 5^8$; $on\ a: 2x = 8 \Rightarrow x = \frac{8}{2} = 4$

$x = 4$

$4 \times 4^x = 16 \Rightarrow 4 \times 4^x = 4 \times 4 \Rightarrow 4^{x+1} = 4^2$; $on\ a : x + 1 = 2 \Rightarrow$

$x = 2 - 1 = 1$

$x = 1$

2) Je résous les équations suivantes :

$x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = 1\ ou\ x = -1$

$S = \{-1; 1\}$

$x^2 + 4 = 0 \Rightarrow x^2 = -4$; Impossible

$2x^2 - 50 = 0 \Rightarrow 2x^2 = 50 \Rightarrow x^2 = \frac{50}{2} = 25 \Rightarrow x = \sqrt{5}\ ou\ x = -\sqrt{5}$

$S = \{-\sqrt{5}; \sqrt{5}\}$

$3x^2 = 48 \Rightarrow x^2 = \frac{48}{3} = 16 \Rightarrow x = -\sqrt{16} = -4\ ou\ x = \sqrt{16} = 4$

$S = \{-4; 4\}$

$x^2 - 15 = 0 \Rightarrow x^2 = 15 \Rightarrow x = -\sqrt{15}\ ou\ x = \sqrt{15}$

$S = \{-\sqrt{15}; \sqrt{15}\}$

Exercice 2 :

1) Je calcule les expressions suivantes sachant que $A = 5\sqrt{2} + 3$ et $B = 5\sqrt{2} - 3$

$A^2 = (5\sqrt{2} + 3)^2 = (5\sqrt{2})^2 + 30\sqrt{2} + 3^2 = 50 + 30\sqrt{2} + 9 = 59 + 30\sqrt{2}$

$A^2 = 59 + 30\sqrt{2}$

$B^2 = (5\sqrt{2} - 3)^2 = (5\sqrt{2})^2 - 30\sqrt{2} + 3^2 = 50 - 30\sqrt{2} + 9 = 59 - 30\sqrt{2}$

$B^2 = 59 - 30\sqrt{2}$

$A \times B = \left(5\sqrt{2} + 3\right)\left(5\sqrt{2} - 3\right) = (5\sqrt{2})^2 - 3^2 = 50 - 9 = 41$

$A \times B = 41$

$A^2 - B^2 = \left(59 + 30\sqrt{2}\right) - \left(59 - 30\sqrt{2}\right) = (59)^2 - (30\sqrt{2})^2 =$

$3481 - 1800 = 1681$

$A^2 - B^2 = 1681$

2) Je simplifie les expressions suivantes :

$A = 5\sqrt{20} + 2\sqrt{45} - \sqrt{80} + \sqrt{180} = 5\sqrt{4 \times 5} + 2\sqrt{9 \times 5} - \sqrt{16 \times 5} + \sqrt{36 \times 5}$

$A = 10\sqrt{5} + 6\sqrt{5} - 4\sqrt{5} + 6\sqrt{5} = (10 + 6 - 4 + 6)\sqrt{5} = 18\sqrt{5}$

$A = 18\sqrt{5}$

$B = \sqrt{11\sqrt{11}} \times \sqrt{\sqrt{11}} = \sqrt{11 \times \sqrt{11} \times \sqrt{11}} = \sqrt{11\sqrt{11 \times 11}} = \sqrt{11 \times (\sqrt{11})^2}$

$= \sqrt{11 \times 11} = 11$

$B = 11$

$C = \sqrt{21 + \sqrt{13 + \sqrt{9}}} = \sqrt{21 + \sqrt{13 + 3}} = \sqrt{21 + \sqrt{16}} = \sqrt{21 + 4} = \sqrt{25} = 5$

$C = 5$

__Exercice 3 :__

Je rends rationnel les dénominateurs des fractions suivantes :

$$\frac{\sqrt{7}}{3\sqrt{2} + 5} = \frac{\sqrt{7}(3\sqrt{2} - 5)}{(3\sqrt{2} + 5)(3\sqrt{2} - 5)} = \frac{3\sqrt{14} - 5\sqrt{7}}{(3\sqrt{2})^2 - 5^2} = \frac{3\sqrt{14} - 5\sqrt{7}}{18 - 25} = \frac{3\sqrt{14} - 5\sqrt{7}}{-7}$$
$$= \frac{5\sqrt{7} - 3\sqrt{14}}{7}$$

$$\frac{\sqrt{7}}{3\sqrt{2} - 5} = \frac{\sqrt{7}(3\sqrt{2} + 5)}{(3\sqrt{2} - 5)(3\sqrt{2} + 5)} = \frac{3\sqrt{14} + 5\sqrt{7}}{(3\sqrt{2})^2 - 5^2} = \frac{3\sqrt{14} + 5\sqrt{7}}{18 - 25} = \frac{3\sqrt{14} + 5\sqrt{7}}{-7}$$
$$= -\frac{3\sqrt{14} - 5\sqrt{7}}{7}$$

En déduisons la valeur de A

$$A = \frac{\sqrt{7}}{3\sqrt{2} + 5} + \frac{\sqrt{7}}{3\sqrt{2} - 5} = \frac{5\sqrt{7} - 3\sqrt{14}}{7} - \frac{3\sqrt{14} - 5\sqrt{7}}{7} = -\frac{6\sqrt{14}}{7}$$

$$A = -\frac{6\sqrt{14}}{7}$$

__Exercice 4 :__

a) Décomposition en produit de facteur du premier degré de 7056

$7056 = 2^4 \times 3^2 \times 7^2$

En déduisons $\sqrt{7056}$

$\sqrt{7056} = \sqrt{2^4 \times 3^2 \times 7^2} = 2^2 \times 3 \times 7 = 84$

$\sqrt{7056} = 84$

b) Je résous :

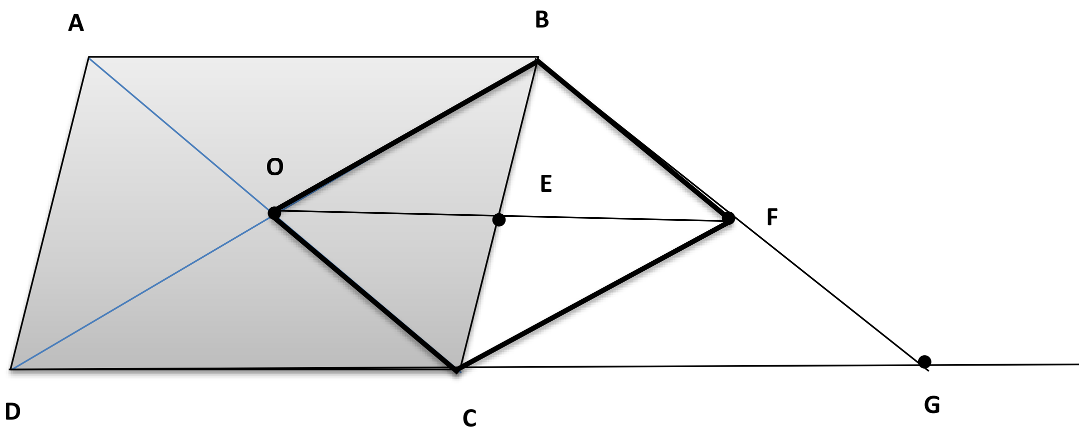
$x^2 = 7056 \Rightarrow x = \sqrt{7056} = 84 \ \ ou\ x = -\sqrt{7056} = -84$

$S = \{-84; 84\}$

III. Géométrie :

Exercice 1:

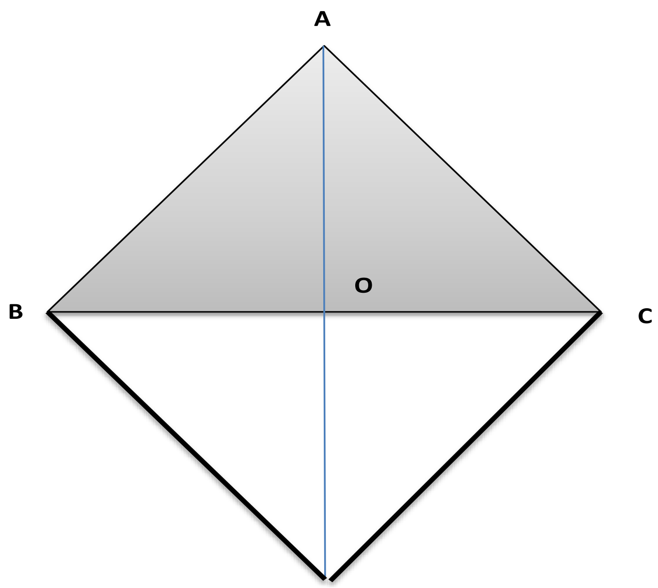
Je construis :



1) Démonstration :
   E milieu de $[BC]$ et E milieu de $[OF]$ donc BFCO est un parallélogramme dont les diagonale sont $[BC]$ et $[OF]$ qui ce coupe en leur milieu.
2) Démontrons que BG = AC

Exercice 2:

a) Je construis :



b) Je complète :
   $S_o(B) = C;\ S_o(C) = B;\ T_{\overrightarrow{AB}}(C) = D\ ;\ \ T_{\overrightarrow{CA}}(D) = B$

DEVOIR SURVEILLE DU VENDREDI 21 OCTOBRE 2016

I. Algèbre :

Exercice 1 :

a) Trouve successivement dans $\mathbb{Z}$; dans $\mathbb{D}$; puis dans $\mathbb{R}$ l'ensemble des solutions de l'équation : $\boldsymbol{4x^2 - 9 = 0}$.

b) On donne : $\boldsymbol{A = \sqrt{121} - 2\sqrt{112} + \sqrt{63} - \sqrt{81}}$

Ecrit A sous la forme $a + b\sqrt{c}$ ou $a, b\ et\ c$ sont des entiers relatifs.

Exercice 2 :

a) Simplifie les écritures suivantes :

$$\boldsymbol{\sqrt{\sqrt{16}}\ ;\ \sqrt{4\sqrt{2}} \times \sqrt{2\sqrt{2}}\ ;\ \frac{\sqrt{63}}{\sqrt{8}} \times \sqrt{\frac{2}{7}}\ ;\ \sqrt{19 + \sqrt{35 + \sqrt{1}}}}$$

b) Calcule le valeur numérique de l'expression suivante :

$$\boldsymbol{C = \frac{x}{2x} - \frac{2x}{x}\ pour\ x = \sqrt{3} - 2}$$

Exercice 3 :

a) Décompose le nombre **11025** en produit de facteur premiers et en déduis $\boldsymbol{\sqrt{11025}}$.

b) Résous dans $\mathbb{R}$, l'équation $\boldsymbol{x^2 = 11025}$ **.**

II. Géométrie :

Exercice 1 :

1) Comment note-t-on :

Le mouvement rectiligne qui va de **J** vers **E** ?

La translation ou **I** est le transformé de **L** ?

2) Donne la traduction de : $\boldsymbol{T_{\overrightarrow{CD}}(M) = M'}$; $\boldsymbol{F =: T_{\overrightarrow{AB}}(E)}$

Exercice 2 :

Soit un triangle ABC de longueurs : **AB = 3 cm, AC = 4 cm, BC = 5 cm**.

1) Construis ce triangle puis le point **D** image de **B** par la translation qui transforme **A** en **C**.
2) Quelle est la nature du quadrilatère **ABDC** ?
3) Soit O l'intersection des diagonales.

   Quelle est la nature du triangle COD ?

   Justifie ta réponse.
4) Complète : $\boldsymbol{T_{\overrightarrow{AO}}(O) = \cdots}$; $\boldsymbol{T_{\overrightarrow{BA}}(D) = \cdots}$

DEVOIR SURVEILLE DU VENDREDI 25 NOVEMBRE 2016

I. Algèbre :

Exercice 1 :

a) Compare $2\sqrt{2}$ et 3 ;

b) Soit $= 2\sqrt{2} - 3$, calcule A^2 ;

c) En déduis la simplification de $\sqrt{17 - 12\sqrt{2}}$;

d) Sachant que $1{,}414 \leq \sqrt{2} \leq 1{,}415$ donne un encadrement d'ordre 3 de A.

Exercice 2 :

On donne $\boldsymbol{A = \sqrt{7 - 4\sqrt{3}}}$; $\boldsymbol{B = \sqrt{7 + 4\sqrt{3}}}$ et on pose $\boldsymbol{S = A + B}$.

Calcule $\boldsymbol{A^2}$; $\boldsymbol{B^2}$; t$\boldsymbol{A \times B}$ *et* $\boldsymbol{S^2}$.

Exercice 3 :

Factorise les expressions suivantes :

$$\boldsymbol{x^2 - x + \frac{1}{4}} \ ; \boldsymbol{16x^2 + \frac{8x\sqrt{5}}{3} + \frac{5}{9}} \ ; \boldsymbol{25x^2 - 7} \ ; \ \boldsymbol{(x^2 - 2x + 1) - (3x - 4)^2}$$

Exercice 4 :

a) Trouve les nombre **E** et **F** sachant que : $\boldsymbol{\frac{E}{F} = \frac{7}{5}}$ et **3E+2F = 620**.

b) Un père partage une somme de **408 000 FCFA** entre ses trois enfants proportionnellement aux nombre **3,10** et **4**.
Quelle est la part de chaque enfant.

II. Géométrie :

Exercice 1 :

Soit un triangle **ABC** rectangle isocèle en **A** et les points **EFG** milieu respectifs de $[\boldsymbol{AB}]$; $[\boldsymbol{AC}]$; $[\boldsymbol{BC}]$ **.**

Les points **D, K, M** sont tels que : $\boldsymbol{T_{\overrightarrow{AC}}(B) = D}$; $\boldsymbol{S_A(F) = K}$; $\boldsymbol{S_{(AC)}(E) = M}$.

a) Fais la construction ;

b) Prouve que **ABDC** est un carré ;

c) Quelle est la nature du quadrilatère **MFEK** ? Justifie ta réponse.

Exercice 2 :

Le rayon d'un cercle est 4cm en prenant $= \boldsymbol{3{,}14}$, complète le tableau suivant.

Mesure de la longueur de l'arc centimètres		**12,56**		
Mesure de l'arc en degrés	**60**			
Mesure de l'arc en grades			**50**	
Mesure de l'arc en radians				$\boldsymbol{\frac{\pi}{6}}$

COMPOSITIONS DU PREMIER TRIMESTRE 2015-2016

I. Algèbre :

Exercice 1 :

Trouve $\boldsymbol{a} \in \mathbb{N}$ dans les cas suivants :

$\mathbf{3^{2a-6} = 1}$; $\mathbf{27^{a} = 81^{6}}$; $\mathbf{(2^{a})^{2} = 4}$; $\mathbf{49 \times 7^{a} = 7^{5}}$

Exercice 2 :

Soit $\boldsymbol{A = 2\sqrt{5} + 3\ et\ B = 2\sqrt{5} - 3}$

1) Calcule $\boldsymbol{A^2}$; $\boldsymbol{B^2}$; $\boldsymbol{A \times B}$; $\boldsymbol{A^2 - B^2}$; $\boldsymbol{(A+B)^2}$; $\boldsymbol{(A-B)^2}$; $\boldsymbol{\frac{A}{B}}$.
2) Donne un encadrement au millième près de A.
   Sachant que $\mathbf{2,236 \leq \sqrt{5} < 2,237}$

Exercice 3 :

1) Factorise les expressions suivantes :
   $\boldsymbol{4x^2 - 4x + 1}$; $\boldsymbol{16x^2 + 40x + 25}$; $\boldsymbol{7x^2 - 36}$; $\boldsymbol{(x^2 - 6x + 9) - (3x - 4)^2}$
2) Résous les équations suivantes : $\boldsymbol{x^2 - 81 = 0}$; $\boldsymbol{3x^2 = 108}$; $\boldsymbol{x^2 + 9 = 0}$

Exercice 4 :

Un champ rectangulaire a un périmètre de **720m**. Calcule la longueur et la largeur sachant que leurs mesures en mètre sont proportionnelles à **10** et **8**.

II. Géométrie :

Exercice 1 :

Dessine un secteur angulaire $\boldsymbol{[\widehat{xAy}]}$ de **60°** et une droite **Δ**.

Construis l'image $\boldsymbol{[\widehat{x'A'y'}]}$ de $\boldsymbol{[\widehat{xAy}]}$ par la symétrie orthogonale d'axe **Δ.** Quelle est la mesure de $\boldsymbol{[\widehat{x'A'y'}]}$ **?**

Exercice 2 :

a) Construis un cercle de **4cm** de rayon un **arc** $\boldsymbol{AB}$ de **45°**.
b) Calcule la mesure de la longueur de **l'arc** $\boldsymbol{AB}$.
c) Calcule la mesure de **l'arc** $\boldsymbol{AB}$ en radian puis en grades.
d) Calcule l'air d'un secteur circulaire de 45° de ce cercle.

(prendre $\boldsymbol{\pi = 3,14}$)

REPONSE COMPOSITIONS DU PREMIER TRIMES 2015-2016

I. Algèbre :

Exercice 1 :

Je trouve $a \in \mathbb{N}$ dans les cas suivants :

$3^{2a-6} = 1 \Rightarrow 3^{2a-6} = 3^0\,; on\ a : 2a - 6 = 0 \Rightarrow 2a = 6 \Rightarrow a = \frac{6}{2} = 3\,; a = 3$

$27^a = 81^6 \Rightarrow (3^3)^a = (3^4)^6 \Rightarrow 3^{3a} = 3^{24}\,; on\ a : 3a = 24 \Rightarrow a = \frac{24}{3} = 8\,; a = 8$

$(2^a)^2 = 4 \Rightarrow (2^a)^2 = 2^2 \Rightarrow 2^{2a} = 2^2\,; on\ a : 2a = 2 \Rightarrow a = \frac{2}{2} = 1\,; a = 1$

$49 \times 7^a = 7^5 \Rightarrow 7^2 \times 7^a = 7^5 \Rightarrow 7^{2+a} = 7^5; on\ a: 2 + a = 5 \Rightarrow a = 3$

Exercice 2 :

1) Je calcule :

$A = 2\sqrt{5} + 3\ et\ B = 2\sqrt{5} - 3$

$A^2 = (2\sqrt{5} + 3\,)^2 = 29 + 12\sqrt{5}$

$B^2 = (2\sqrt{5} - 3)^2 = 29 - 12\sqrt{5}$

$A \times B = \left(2\sqrt{5} + 3\,\right)\left(2\sqrt{5} - 3\right) = 20 - 9 = 11$

$A^2 - B^2 = \left(29 + 12\sqrt{5}\right) - \left(29 - 12\sqrt{5}\right) = 24\sqrt{5}$

$(A + B)^2 = (2\sqrt{5} + 3 + 2\sqrt{5} - 3)^2 = (4\sqrt{5})^2 = 16 \times 5 = 80$

$(A - B)^2 = (2\sqrt{5} + 3 - 2\sqrt{5} + 3)^2 = (6)^2 = 36$

2) Encadrement au millième près de A :

$2{,}236 \leq \sqrt{5} < 2{,}237$

$2 \times 2{,}236 \leq 2\sqrt{5} < 2 \times 2{,}237 \Rightarrow 4{,}472 \leq 2\sqrt{5} < 4{,}474$

$4{,}472 + 3 \leq 2\sqrt{5} + 3 < 4{,}474 + 3 \Rightarrow 7{,}472 \leq 2\sqrt{5} + 3 < 7{,}474$

$7{,}472 \leq 2\sqrt{5} + 3 < 7{,}474 \Leftrightarrow 7{,}472 \leq A < 7{,}474$

Exercice 3 :

1) Factorisons les expressions suivantes :

$4x^2 - 4x + 1 = (2x - 1)^2$

$16x^2 + 40x + 25 = (4x + 5)^2$

$7x^2 - 36 = (x\sqrt{7} + 6)(x\sqrt{7} - 6)$

$(x^2 - 6x + 9) - (3x - 4)^2 = (x - 3)^2 - (3x - 4)^2 =$

$[(x - 3) - (3x - 4)][(x - 3) + (3x - 4)] = [x - 3 - 3x + 4][x - 3 + 3x - 4]$

$= (-2x + 1)(4x - 7)$

2) Je résous :

$x^2 - 81 = 0 \Rightarrow x^2 = 81 \Rightarrow x = +9\,; ou\ x = -9\,;\ S = \{+9;\ -9\}$

$3x^2 = 108 \Rightarrow x^2 = \frac{108}{3} \Rightarrow x^2 = 36 \Rightarrow x = +6\ \ ou\ x = -6\,;\ S = \{+6;\ -6\}$

$x^2 + 9 = 0 \Rightarrow x^2 = -9$ Impossible.

<u>Exercice 4 :</u>

Je calcule la longueur et la largeur du champ :

Soit L la longueur et l la largeur

P = 720m$\Rightarrow (L + l) \times 2 = 720 \Rightarrow 2L + 2l = 720$

$\frac{L}{10} = \frac{l}{8} \Rightarrow 8L = 10l \Rightarrow L = \frac{10l}{8}$

Je remplace L par sa valeur dans $2L + 2l = 720$

$2\left(\frac{10l}{8}\right) + 2l = 720$

$\frac{5}{2}l + \frac{4}{2}l = \frac{1440}{2} \Leftrightarrow 5l + 4l = 1440 \Rightarrow 9l = 1440 \Rightarrow l = \frac{1440}{9} = 160m$

$l = 160m$

Je remplace l par sa valeur dans

$L = \frac{10l}{8}$

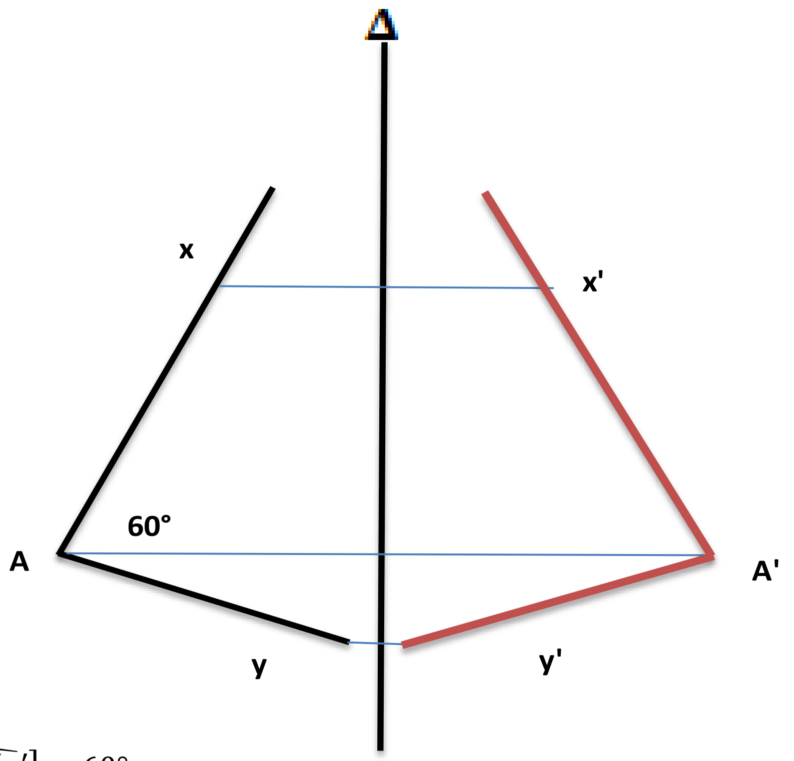
$L = \frac{10 \times 160}{8} = \frac{1600}{8} = 200m$

$L = 200m$

II. <u>Géométrie :</u>

<u>Exercice 1 :</u>

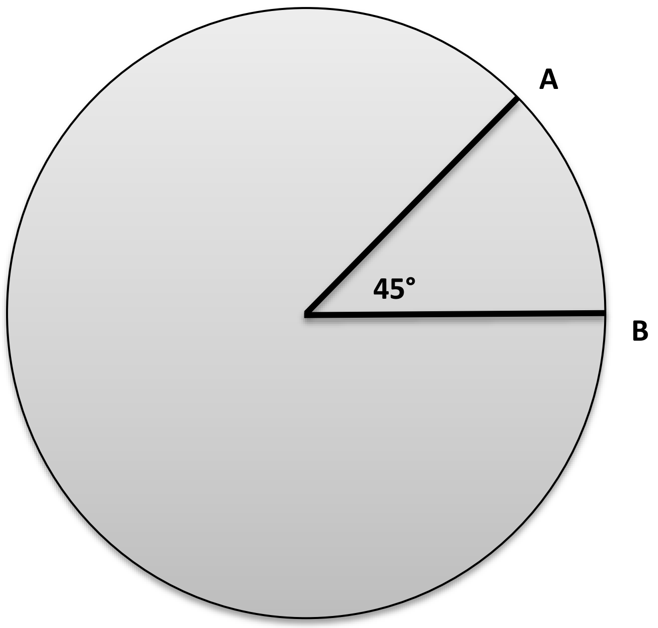
Je construis :



$[\widehat{x'A'y'}] = 60°$

Exercice 2 :

a) Je construis le cercle :



b) La longueur de l'arc AB

$$L = R\alpha\ ;\ \alpha = \frac{\pi d}{180}\ ; donc\ L = \frac{R \times \pi \times d}{180} = \frac{4 \times \pi \times 45°}{180} = \pi = 3{,}14cm$$

$L = \pi = 3{,}14cm$

c) La mesure de l'arc en radian puis en grade :

✶ Mesure en radian :

$$\alpha = \frac{\pi d}{180} = \frac{\pi \times 45°}{180} = \frac{\pi}{4}\ radian$$

$$\alpha = \frac{\pi}{4}\ radian$$

✶ Mesure en grade :

$$g = \frac{200 \times d}{180} = \frac{200 \times 45°}{180} = 50\ grade$$

d) L'air du secteur circulaire de 45° de ce cercle :

$$A = \frac{1}{2}R^2 \times \alpha = \frac{1 \times 16 \times \pi}{2 \times 4} = 2\pi = 6{,}28cm^2$$

$$A = 2\pi = 6{,}28cm^2$$

COMPOSITIONS DU PREMIER TRIMESTRE 2012-2013

I. Algèbre :

Exercice 1 :

1) Simplifie les expressions suivantes :

   $A = 3\sqrt{2} + 4\sqrt{45} - 2\sqrt{80} - \sqrt{180}$; $B = \sqrt{12} - \sqrt{27} - \sqrt{48}$

2) Décompose **7056** en produit de facteurs premiers.

   a) En-déduire $\sqrt{7056}$

   b) Résous dans ℝ l'équation : $x^2 = 7056$

Exercice 2 :

Rends rationnel les dénominateurs des rapport suivants :

$\frac{2}{\sqrt{5}}$; $\frac{17}{3\sqrt{3}}$; $\frac{3-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$

Exercice 3 :

Factorise :

a) $36x^2 + 60x + 25$

b) $x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{9}$

c) $3x^2 - 5$

d) $x^2 - 4 - (5x + 6)(x + 2)$

Exercice 4 :

Un champ rectangulaire a un périmètre de **480m**.

Calcule la longueur et la largeur de ce champ sachant que leurs mesures en mètre sont respectivement proportionnelles à **5** et **3**.

II. Géométrie :

Exercice 1 :

Construis un triangle isocèle **ABC** de sommet **A**.

a) Place le point **A'** image de **A** par la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$.

b) Construis le symétrique **D** de **A** par rapport au milieu **O** de $[BC]$.

c) Quelle est la nature des quadrilatères **ABDC** et **ABCA'** ? Justifie ta réponse.

Exercice 2 :

Construis sur un cercle de **3cm** de rayon, un arc **AB** de **60°** :

a) Calcule la longueur de l'arc **AB**

b) Calcule la mesure de l'arc **AB** en radian et en grade

c) Calcule l'air d'une section circulaire de **60°** du même cercle (prendre $\pi = 3,14$)

DEVOIR SURVEILLE DU VENDREDI 04 DECEMBRE 2015

I. Algèbre :

Exercice 1 :

a) Trouve les nombres **A** et **B** sachant que :

$\frac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{B}} = \frac{\mathbf{7}}{\mathbf{5}}$ $\boldsymbol{et\ A + B = 168}$

b) On donne : $\boldsymbol{a} = \sqrt{\mathbf{7 - 4\sqrt{3}}}$; $\boldsymbol{b} = \sqrt{\mathbf{7 + 4\sqrt{3}}}$ et on pose $\boldsymbol{U = a + b}$.

Calcule $\boldsymbol{a \times b}$; $\boldsymbol{U^2}$

Exercice 2 :

Sachant que $\mathbf{1,414} < \sqrt{\mathbf{2}} < \mathbf{1,415}$ $\ et\ $ $\mathbf{2,236} < \sqrt{\mathbf{5}} < \mathbf{2,237}$ donne un encadrement par deux nombre décimaux consécutifs d'ordre 2 de $\mathbf{2\sqrt{2} + \sqrt{5}}$

Exercice 3 :

Factorise les expressions suivantes :

$\boldsymbol{3x^2 - 2x\sqrt{6} + 2}$; $\boldsymbol{16x^2 + 40x + 25}$; $\boldsymbol{36x^2 - 7}$; $\boldsymbol{(x^2 - 6x + 9) - (3x - 4)^2}$

Exercice 4 :

Un père partage une somme de **43400 FCFA** entre ses trois enfants proportionnellement à **2, 3** et **5**. Quelle est la part de chaque enfant ?

II. Géométrie :

Exercice 1 :

Soit **A, B, C** trois points non alignés du plan.

1) Construis les symétriques $\mathbf{B_1}$ et $\mathbf{C_1}$ de **B** et **C** par la symétrie de centre **A**.
2) Construis l'image $\mathbf{A_1}$ de **A** par la symétrie orthogonale d'axe **(BC)**.
3) Construis les images $\mathbf{B_2}$ et $\mathbf{C_2}$ des points **B** et **C** par la translation du vecteur $\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}$
4) Quelle est la nature du quadrilatère $\mathbf{BCC_2B_2}$? Justifie ta réponse.

Exercice 2 :

Le rayon d'un cercle est **60mm** en prenant $\boldsymbol{\pi = 3,14}$

1) Complète :

Mesure de la longueur de l'arc cm		**9,42**	
Mesure de l'arc en degrés	**50**		**75**

2) Quelle est la mesure en radian puis en grades d'un arc de **50°** ?
3) Calcule l'aire d'un secteur circulaire de **50°** de ce cercle.

REPONSE DU DEVOIR SUVEILLE DU VENDREDI 04/12/2017

I. Algèbre :

Exercice 1 :

a) Je trouve A et B

$\frac{A}{B} = \frac{7}{5}$ $et\ A + B = 168$

$\frac{A}{B} = \frac{7}{5} \Rightarrow \frac{A}{7} = \frac{B}{5} = \frac{A+B}{12} = \frac{168}{12} = 14$

$\frac{A}{7} = 14 \Rightarrow A = 14 \times 7 = 98\ ; A = 98$

$\frac{B}{5} = 14 \Rightarrow B = 14 \times 5 = 70\ ; B = 70$

b) Je Calcule :

$a = \sqrt{7 - 4\sqrt{3}}$; $b = \sqrt{7 + 4\sqrt{3}}$ et $U = a + b$.

$a \times b = (\sqrt{7 - 4\sqrt{3}})\left(\sqrt{7 + 4\sqrt{3}}\right) = \sqrt{(7 - 4\sqrt{3})(7 + 4\sqrt{3})} =$

$\sqrt{7^2 - (4\sqrt{3})^2} = \sqrt{49 - 48} = 1$

$a \times b = 1$

$U^2 = (a + b)^2 = (\sqrt{7 - 4\sqrt{3}} + \sqrt{7 + 4\sqrt{3}})^2 =$

$\left(\sqrt{7 - 4\sqrt{3}}\right)^2 + 2\sqrt{7 - 4\sqrt{3}}\left(\sqrt{7 + 4\sqrt{3}}\right) + (\sqrt{7 + 4\sqrt{3}})^2 =$

$7 - 4\sqrt{3} + 2 + 7 + 4\sqrt{3} = 16$

$U^2 = 16$

Exercice 2 :

Je trouve un encadrement d'ordre 2 de $2\sqrt{2} + \sqrt{5}$ sachant que :

$1{,}414 < \sqrt{2} < 1{,}415 \quad et \quad 2{,}236 < \sqrt{5} < 2{,}237$

Donc :

$1{,}41 \leq \sqrt{2} < 1{,}42$

$2{,}82 \leq 2\sqrt{2} < 2{,}84$

$2{,}23 \leq \sqrt{5} < 2{,}23$

$5{,}05 \leq 2\sqrt{2} + \sqrt{5} < 5{,}07$

Exercice 3 :

Je factorise les expressions suivantes :

$3x^2 - 2x\sqrt{6} + 2 = (x\sqrt{3} - \sqrt{2})^2$

$16x^2 + 40x + 25 = (4x + 5)^2$

$36x^2 - 7 = (6x - \sqrt{7})(6x + \sqrt{7})$

$(x^2 - 6x + 9) - (3x - 4)^2 = (x - 3)^2 - (3x - 4)^2$

$= [(x - 3) + (3x - 4)][(x - 3) - (3x - 4)]$

$= (x - 3 + 3x - 4)(x - 3 - 3x + 4) = (4x - 7)(-2x + 1)$

Exercice 4 :

La part de chaque enfant est :

Soit A, B, C la part de chaque enfant

$$\frac{A}{2} = \frac{B}{3} = \frac{C}{5} = \frac{A+B+C}{2+3+5} = \frac{43400}{10} = 4340$$

$$\frac{A}{2} = 4340 \Rightarrow A = 4340 \times 2 = 8680\ ; A = 8680\ FCFA$$

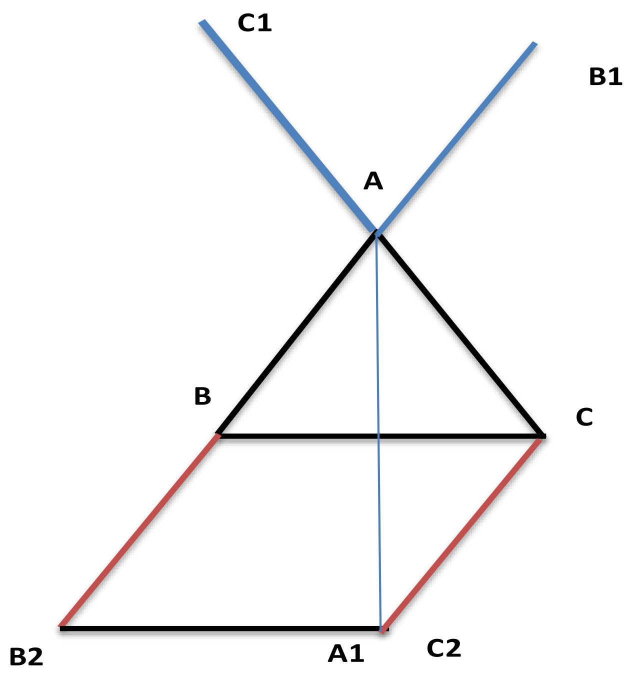
$$\frac{B}{3} = 4340 \Rightarrow B = 4340 \times 3 = 13020\ ;\ \ B = 13020\ FCFA$$

$$\frac{C}{5} = 4340 \Rightarrow C = 4340 \times 5 = 21700\ \ ;\ \ C = 21700\ FCFA$$

II. Géométrie :

Exercice 1 :

Je construis :



$C_2 = T_{\overrightarrow{AB}}(C)$

$B_2 = T_{\overrightarrow{AB}}(B)$

$C_2 = T_{\overrightarrow{AB}}(C) \Rightarrow \overrightarrow{CC_2} = \overrightarrow{AB}$

$B_2 = T_{\overrightarrow{AB}}(B) \Rightarrow \overrightarrow{BB_2} = \overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{CC_2} = \overrightarrow{BB_2}$ donc BCC_2B_2 est un parallélogramme.

Exercice 2 :

1) Je complète le tableau :

Mesure de la longueur de l'arc cm	5,22	**9,42**	7,85
Mesure de l'arc en degrés	**50°**	90°	**75°**

- ✶ $L = R\alpha$ donc pour 50°

  $$\frac{d}{180} = \frac{\alpha}{\pi} \Rightarrow \alpha = \frac{d\pi}{180} = \frac{50\times3{,}14}{180} = 0{,}87$$

  $L = R\alpha = 6 \times 0{,}87 = 5{,}22$

- ✶ $L = R\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{L}{R} = \frac{9{,}42}{6} = 1{,}57\, radian$

  $$\frac{d}{180} = \frac{\alpha}{\pi} \Rightarrow d = \frac{180 \times \alpha}{\pi} = \frac{180 \times 1{,}57}{3{,}14} = 90°$$

- ✶ $L = R\alpha$ donc pour 75°

  $\frac{d}{180} = \frac{\alpha}{\pi} \Rightarrow \alpha = \frac{d\pi}{180} = \frac{75\times3{,}14}{180} = 1{,}31$

  $L = R\alpha = 6 \times 1{,}31 = 7{,}85$

2) L'aire d'un secteur circulaire de **50°** de ce cercle :

$$A = \frac{1}{2}R^2 \times \alpha = \frac{1}{2} \times 6^2 \times 87 = 15{,}66\, cm^2$$

COMPOSITIONS DU PREMIER TRIMESTRE 2013-2014

A. Algèbre :

Exercice 1 :

Simplifie les expressions suivantes :

$A = 3\sqrt{x} - 2\sqrt{x} - \sqrt{x} + 5\sqrt{x}$; $B = 2\sqrt{12u^2} - 3\sqrt{27u^2}$;

$C = 4\sqrt{8} - 2\sqrt{32} + 5\sqrt{50} + 2\sqrt{242}$;

$$E = \frac{6 \times 10^3 \times 4 \times 10^2}{1,2 \times 10^4} ;$$

$$F = (x^3y^{-2})^2\left(\frac{y}{x}\right)^3\left(\frac{1}{x}\right)^2$$

Exercice 2 :

1) Rends rationnels les dénominateurs des quotients suivantes :

$2\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$; $\frac{5+\sqrt{3}}{\sqrt{2}-1}$

2) Factorise :

a) $4x^2 - 9$; $\frac{1}{5}x^2 - 5$

b) $x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{9}$

c) $4x^2 - 9 - 3(1-x)(2x+3)$

3) Trouve l'entier naturel x pour que :

$2^{4-x} = 1$; $3^x \times 9 = 27$; $(\sqrt{2})^x = 2$; $(5^x)^2 \times 5^4 \times (5^3)^0 = 125^4$

Exercice 3 :

Trouve deux entiers relatifs dont le carré du triple de x est égal à **36.**

B. Géométrie :

Exercice 1 :

Calculer la mesure en radian d'un arc de cercle de rayon **1dm** dont sa longueur est **3,5cm**.

Exercice 2 :

Construis un triangle isocèle **ABC** de sommet principal **A**.

- Place le point **D** image de **B** par la translation du vecteur $\overrightarrow{CA}$.
- Place le point **E** symétrique de **A** par rapport au point **O** milieu de $[BC]$.

1) Donner la nature des quadrilatères **ACBD** et **ADEC**.
2) Démontre que le quadrilatère ABEC est un parallélogramme puis un losange.

REPONSE COMPOSITIONS DU PREMIER TRIMES 2013-2014

A. Algèbre :

Exercice 1 :

Je simplifie les expressions suivantes :

$A = 3\sqrt{x} - 2\sqrt{x} - \sqrt{x} + 5\sqrt{x} \Rightarrow A = (3 - 2 - 1 + 5)\sqrt{x} = 5\sqrt{x}$

$A = 5\sqrt{x}$

$B = 2\sqrt{12u^2} - 3\sqrt{27u^2} \Rightarrow B = 2\sqrt{4u^2} \times \sqrt{3} - 3\sqrt{9u^2} \times \sqrt{3} = 4u\sqrt{3} - 9u\sqrt{3}$
$= -5u\sqrt{3}$

$B = -5u\sqrt{3}$

$C = 4\sqrt{8} - 2\sqrt{32} + 5\sqrt{50} + 2\sqrt{242} \Rightarrow C$
$= 4\sqrt{4 \times 2} - 2\sqrt{16 \times 2} + 5\sqrt{25 \times 2} + 2\sqrt{121 \times 2}$
$= 8\sqrt{2} - 8\sqrt{2} + 25\sqrt{2} + 22\sqrt{2} = 47\sqrt{2}$

$C = 47\sqrt{2}$

$$E = \frac{6 \times 10^3 \times 4 \times 10^2}{1{,}2 \times 10^4} \Rightarrow E = \frac{6 \times 10^3 \times 4 \times 10^2}{12 \times 10^3} = \frac{4 \times 10^2}{2} = 2 \times 10^2 = 200$$

$E = 2 \times 10^2 = 200$

$$F = (x^3y^{-2})^2(\frac{y}{x})^3(\frac{1}{x})^2 \Rightarrow F = x^6y^{-4} \times \frac{y^3}{x^3} \times \frac{1}{x^2} = \frac{x^6 \times y^{-4+3}}{x^{3+2}} = \frac{x^6y^{-1}}{x^5} = \frac{x}{y}$$
$= xy^{-1}$

$F = \frac{x}{y} = xy^{-1}$

Exercice 2 :

1) Je rends rationnels les dénominateurs suivants :

$$2\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{3} \times \sqrt{5}}{5} = \frac{2\sqrt{15}}{5}$$

$$\frac{5 + \sqrt{3}}{\sqrt{2} - 1} = \frac{(5 + \sqrt{3})(\sqrt{2} + 1)}{(\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1)} = \frac{5\sqrt{2} + 5 + \sqrt{6} + \sqrt{3}}{2 - 1} = 5\sqrt{2} + 5 + \sqrt{6} + \sqrt{3}$$

2) Je factorise :

d) $4x^2 - 9 = (2x + 3)(2x - 3)$

$\frac{1}{5}x^2 - 5 = (\frac{1}{\sqrt{5}}x - \sqrt{5})(\frac{1}{\sqrt{5}}x + \sqrt{5})$

e) $x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{9} = (x - \frac{1}{3})^2$

f) $4x^2 - 9 - 3(1 - x)(2x + 3) = (2x - 3)(2x + 3) - 3(1 - x)(2x + 3) =$
$(2x + 3)(2x - 3 - 3 + 3x) = (2x + 3)(5x - 6)$

3) Je trouve x :

$2^{4-x} = 1 \Rightarrow 2^{4-x} = 2^0\,; on\ a\!: 4 - x = 0 \Rightarrow x = 4$

$3^x \times 9 = 27 \Rightarrow 3^x \times 3^2 = 3^3 \Leftrightarrow 3^{x+2} = 3^3\,; on\ a\!: x + 2 = 3 \Rightarrow x = 1$

$(\sqrt{2})^x = 2 \Rightarrow (2^{\frac{1}{2}})^x = 2^1 \Rightarrow 2^{\frac{x}{2}} = 2^1\,; on\ a\!: \frac{x}{2} = 1 \Rightarrow x = 2$

$(5^x)^2 \times 5^4 \times (5^3)^0 = 125^4 \Rightarrow 5^{2x} \times 5^4 = 5^{12} \Rightarrow 5^{2x+4} = 5^{12}$; $on\ a$:
$2x + 4 = 12 \Rightarrow 2x = 8 \Rightarrow x = 4$

Exercice 3 :

Je trouve x :

$$(3x)^2 = 36 \Rightarrow 9x^2 = 36 \Rightarrow x^2 = \frac{36}{9} = 4 \Rightarrow x = -2\ ou\ x = +2$$

B. Géométrie :

Exercice 1 :

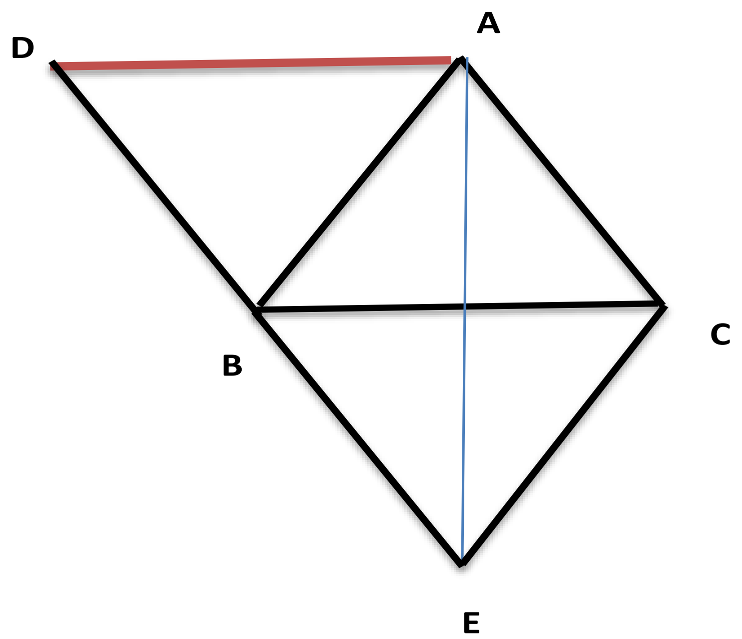
La mesure en radian est :

$$L = R\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{L}{R} = \frac{3{,}5}{10} = 0{,}35$$

$\alpha = 0{,}35\ radian$

Exercice 2 :

Je construire



1) La nature du quadrilatère ABEC et ADEC :
   $D = T_{\overrightarrow{CA}}(B) \Rightarrow \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{CA}$ donc ACBD est un parallélogramme ;
   Est un trapèze.
   Je démontre :
   O milieu de $[BC]$
   $E = S_O(E) \Rightarrow O$ est le milieu de $[AE]$
   $[BC]$ et $[AE]$ étant les diagonales donc ABEC est parallélogramme.
   A étant le sommet principal
   $AB = AC$; ABEC étant un parallélogramme donc ABEC est un losange.

PREMIER TEST 9eme Année 2003-2004

I. Algèbre :

Exercice 1 :

1) Calcule et simplifie les expressions suivantes :

$\boldsymbol{A = \sqrt{32} - 2\sqrt{128} + \sqrt{72} + 2\sqrt{8}}$; $\boldsymbol{B = -\sqrt{45} + \sqrt{180} - 3\sqrt{20} + 2\sqrt{80}}$

2) Rends rationnel le dénominateur des fractions suivantes :

$-\frac{1}{\sqrt{8}}$; $\frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$; $\frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+2}$

Exercice 2 :

1) Factorise en utilisant un produit remarquable :

a) $x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{9}$

b) $x^4 - 2x^2\sqrt{3} + 3$

c) $1 - \frac{2x^3}{\sqrt{10}} + \frac{x^6}{10}$

2) Développe et éventuellement simplifie

a) $(x - \sqrt{5})^2$

b) $(x^2 + \frac{1}{\sqrt{7}})(x^2 - \frac{1}{\sqrt{7}})$

c) $(x - \frac{1}{\sqrt{2}})^2$

Exercice 3 :

1) Trouve x dans les proportions suivantes :

$\frac{2}{3} = \frac{10}{x}$; $\frac{14}{x} = \frac{x}{56}$; $\frac{x}{65} = \frac{8}{13}$

2) Trouve deux nombres a et b sachant que leur difference est egale à **15** et que $\frac{a}{b} = \frac{7}{4}$

II. Géométrie :

Exercice 1 :

Marque trois points **A**, **E** et **F** non alignés :

Construis le symétrique **A'** de **A** par rapport à **E** puis le symétrique **A''** de **A** par rapport à **F**.

Démontre que $\overrightarrow{A'A''} = 2\overrightarrow{EF}$

Exercice 2 :

Un arc d'un cercle à pour longueur **7,85cm** et pour mesure **50°**, quel est le rayon de ce cercle ?

SUJET A-2016-2017

I. Algèbre :

Exercice 1 :

1) Calcule et simplifie les expressions suivantes :

$A = \sqrt{32} - 2\sqrt{128} + \sqrt{72} + 2\sqrt{8}$; $B = -\sqrt{45} + \sqrt{180} - 3\sqrt{20} + 2\sqrt{80}$

2) Rends rationnel les dénominateurs des rapports suivants :

$\frac{2}{\sqrt{5}}$; $\frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$; $\frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+2}$

Exercice 2 :

Trouve le nombre naturel a dans les cas suivants :

a) $8^{4a} = 2^{36}$

b) $3^{a} \times 9 = 27$

c) $5^{4-a} = 1$

d) $\frac{3^{12}}{9^{a}} = 1$

Exercice 3 :

1) Développe et simplifie :

a) $(x + \sqrt{5})^2$

b) $(x^2 - \frac{1}{\sqrt{7}})(x^2 + \frac{1}{\sqrt{7}})$

c) $(x - \frac{1}{\sqrt{2}})^2$

2) Factorise en utilisant les produits remarquables

a) $36x^2 + 60x + 25$; b) $x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{9}$; c) $1 - \frac{2x^3}{\sqrt{10}} + \frac{x^6}{10}$;

d) $x^2 - 4 - (5x + 6)(x + 2)$

II. Géométrie :

Exercice 1 :

Soit un triangle **ABC** rectangle en **A**. les points **I**, **L** et **M** sont les milieux respectifs de $[BC]$; $[AC]$; $[AB]$ et $E = S_A(L)$; $F = S_A(M)$; $T = S_I(A)$.

1) Construis les points **EFT**.

2) Quelle est la nature des quadrilatères **BACT** et **MEFL**.

3) Trouve les images des points suivantes :

$T_{\overrightarrow{ML}}(E) = \cdots$; $T_{\overrightarrow{BA}}(T) = \cdots$; $T_{\overrightarrow{BI}}(I) = \cdots$;

Exercice 2 :

Construis sur un cercle de **3cm** de rayon un arc **AB** de **60°**.

a) Calcule la mesure de l'arc **AB** en radian et en grades.

b) Calcule la longueur de l'arc **AB** (avec $\pi = 3,14$)

REPONSE DU SUJET A-2016-2017

I. Algèbre :

Exercice 1 :

1) Je simplifie

$A = \sqrt{32} - 2\sqrt{128} + \sqrt{72} + 2\sqrt{8}$

$= \sqrt{16} \times \sqrt{2} - 2\sqrt{64} \times \sqrt{2} + \sqrt{36} \times \sqrt{2} + 2\sqrt{4} \times \sqrt{2}$

$= (4 - 16 + 6 + 4)\sqrt{2} = -2\sqrt{2}$

$B = -\sqrt{45} + \sqrt{180} - 3\sqrt{20} + 2\sqrt{80}$

$= -\sqrt{9} \times \sqrt{5} + \sqrt{36} \times \sqrt{5} - 3\sqrt{4} \times \sqrt{5} + 2\sqrt{16} \times \sqrt{5}$

$= (-3 + 6 - 6 + 8)\sqrt{5} = 5\sqrt{5}$

2) Je rends rationnel les dénominateurs des rapports :

$$\frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{(\sqrt{5})^2} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$\frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} = \frac{(2\sqrt{5})(\sqrt{3} + \sqrt{2})}{(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2})} = \frac{2\sqrt{15} + 2\sqrt{10}}{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2} = \frac{2\sqrt{15} + 2\sqrt{10}}{3 - 2}$$

$$= 2\sqrt{15} + 2\sqrt{10}$$

$$\frac{\sqrt{5} - 2}{\sqrt{5} + 2} = \frac{(\sqrt{5} - 2)(\sqrt{5} - 2)}{(\sqrt{5})^2 - (2)^2} = \frac{5 - 4\sqrt{5} + 4}{5 - 4} = 9 - 4\sqrt{5}$$

Exercice 2 :

Je trouve a dans les cas suivants :

a) $8^{4a} = 2^{36} \Rightarrow (2^3)^{4a} = 2^{36} \Rightarrow 2^{12a} = 2^{36}\ ; on\ a: \ 12a = 36 \Rightarrow a = \frac{36}{12} = 3;$ $a = 3$

b) $3^a \times 9 = 27 \Rightarrow 3^{a+2} = 3^3\ ; on\ a : a + 2 = 3 \Rightarrow a = 1$

c) $5^{4-a} = 1 \Rightarrow 5^{4-a} = 5^0\ ; on\ a : 4 - a = 0 \Rightarrow a = 4$

d) $\frac{3^{12}}{9^a} = 1 \Rightarrow 3^{12} = 9^a \Rightarrow 3^{12} = 3^{2a}\ ; on\ a: \ 12 = 2a \Rightarrow a = \frac{12}{2} \Rightarrow$ $a = 6$

Exercice 3 :

1) Je développe :

d) $(x + \sqrt{5})^2 = x^2 + 2x\sqrt{5} + 5$

e) $\left(x^2 - \frac{1}{\sqrt{7}}\right)\left(x^2 + \frac{1}{\sqrt{7}}\right) = x^4 - \frac{1}{7}$

f) $(x - \frac{1}{\sqrt{2}})^2 = x^2 - \frac{2x}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2}$

2) Je factorise :

a) $36x^2 + 60x + 25 = (6x + 5)^2$

b) $x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{9} = (x - \frac{1}{3})^2$

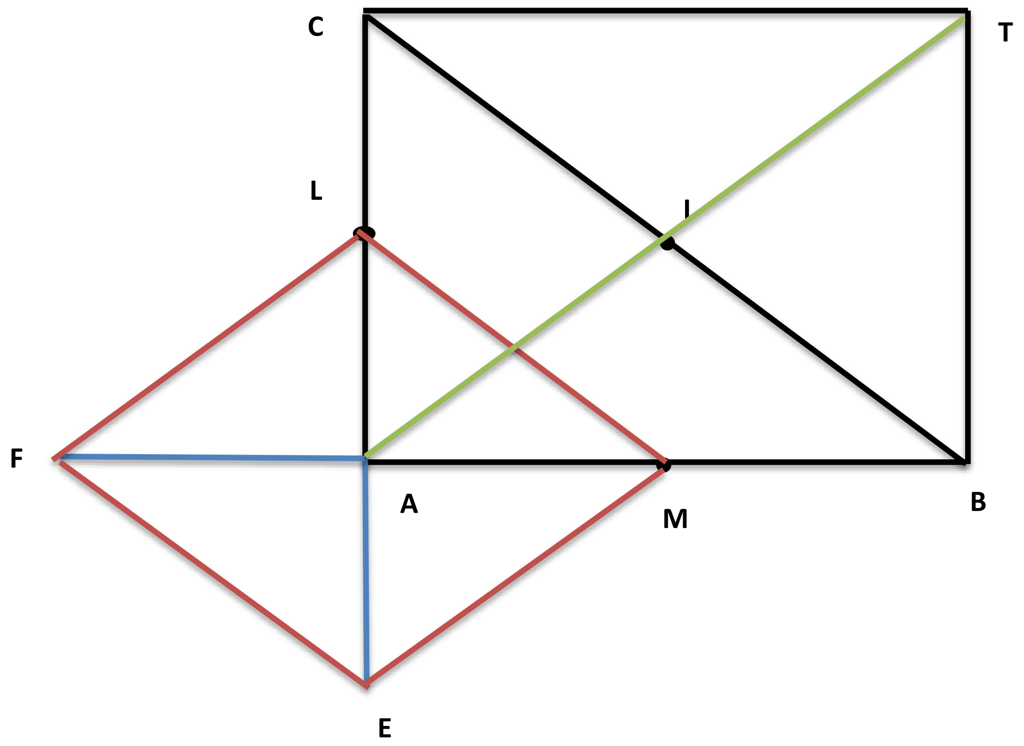
c) $1-\frac{2x^3}{\sqrt{10}}+\frac{x^6}{10}=(1-\frac{x^3}{\sqrt{10}})^2$

d) $x^2-4-(5x+6)(x+2)=(x-2)(x+2)-(5x+6)(x+2)=$
$(x+2)(x-2-5x-6)=(x+2)(-4x-8)$

II. Géométrie :

Exercice 1 :

1) Je construis :



$E=S_A(L)$; $F=S_A(M)$; $T=S_I(A)$

2) la nature des quadrilatères BACT et MEFL

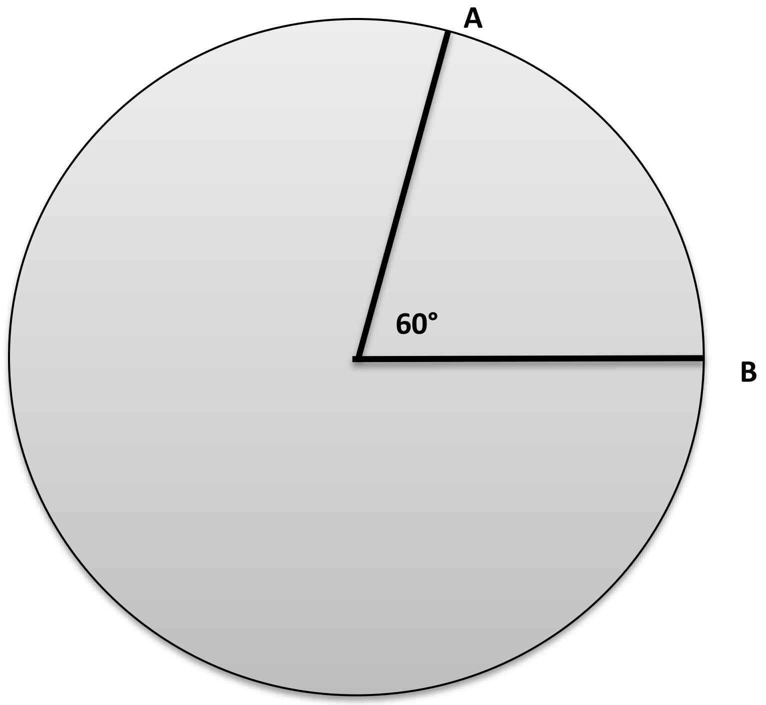
✶ I est le milieu du segment $[BC]$ qui est le symétrique du triangle ABC,
$T=S_I(A) \Rightarrow I$ est aussi le milieu du segment $[AT]$
$[BC]$ et $[AT]$ étant les diagonales, donc BACT est un parallélogramme.
Le triangle ABC étant rectangle en A donc BACT est un rectangle.

✶ $E=S_A(L) \Rightarrow A$ est le milieu du segment $[EL]$
$F=S_A(M) \Rightarrow A$ est le milieu du segment $[MF]$
Dans un parallélogramme les diagonales se coupent en leurs milieux, donc MEFL est un parallélogramme.

3) Je trouve les images des points suivantes :
$T_{\overrightarrow{ML}}(E)=F$; $T_{\overrightarrow{BA}}(T)=C$; $T_{\overrightarrow{BI}}(I)=C$

Exercice 2 :

Je construis :



a) Je calcule la mesure de l'arc AB

– En radian

$$\frac{\alpha}{\pi} = \frac{d}{180} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi \times d}{180} = \frac{60° \times \pi}{180} = \frac{\pi}{3}\ radian$$

$$\alpha = \frac{\pi}{3}\ radian\ ou\ \alpha = 1{,}047\ radian$$

– En grade

$$\frac{g}{200} = \frac{d}{180} \Rightarrow g = \frac{200 \times d}{180} = \frac{60° \times 200}{180} = 66{,}67\ grade$$

$$g = 66{,}67\ grade$$

b) Je calcule la longueur de l'arc AB :

$$L = R\alpha \Rightarrow 3 \times \frac{\pi}{3} = \pi = 3{,}14\ cm$$

$$L = 3{,}14\ cm$$

SUJET B-2016-2017

I. Algèbre

Exercice 1 :

Résous les systèmes suivants :

$\begin{cases} -2x + 1 < 2 \\ -2x + 7 > x + 1 \end{cases}$; $\begin{cases} x - 2y = 1 \\ y = 3 - 2x \end{cases}$

Exercice 2 :

a et b étant deux réels, soit l'application affine définie par $f(x) = ax + b$.

a) Détermine a et b sachant que $f\left(\frac{1}{2}\right) = -2$ et $f\left(-\frac{1}{2}\right) = -4$.

b) Ecris alors $f(x)$.

Exercice 3 :

La somme de deux nombres naturels est **925**, si on divise le plus grand par le plus petit, le quotient est **6** et le reste est **50**. Calcule ces deux nombres.

Exercice 4 :

Résous graphiquement le système d'inéquations suivant ;

$\begin{cases} x + y + 1 < 0 \\ -x + y - 5 > 0 \end{cases}$

I. Géométrie :

Exercice 1 :

1) Construis un triangle KLM rectangle en K sachant que $KL = 8cm$ et $LM = 10cm$
2) Calcule KM, $cos\widehat{M}$ et $sin\widehat{M}$;
3) Démontre que $cos^2\widehat{M} + sin^2\widehat{M} = 1$;

Exercice 2 :

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(\vec{o}, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$; on donne les points $A(-2; 3)$; $B(1\,; 6)$; $C(-1; -2)$ et $D(-4; -5)$.

a) Place ces points dans ce repère.

b) Calcule les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$ puis écris-les sous forme de composantes. En déduis la nature du quadrilatère $(ABCD)$.

c) Calcule les coordonnées de I milieu de $[AC]$.

d) Trouve une équation de la droite (BC).

REPONSE DU SUJET B-2016-2017

I. Algèbre

Exercice 1 :

Je résous : $\begin{cases} -2x + 1 < 2 \\ -2x + 7 > x + 1 \end{cases}$

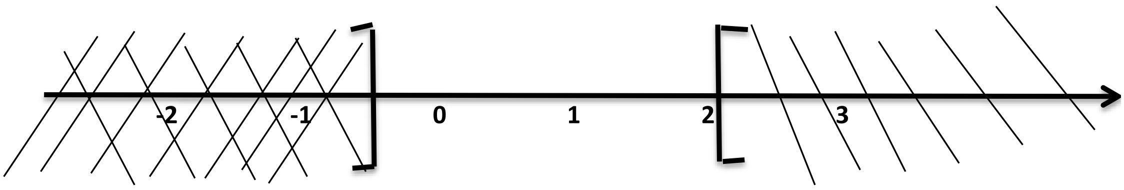
$\begin{cases} -2x + 1 < 2 \\ -2x + 7 > x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x < 1 \\ -3x > -6 \end{cases}$

$\begin{cases} -2x < 1 \\ -3x > -6 \end{cases}$

$-2x < 1 \Rightarrow x > -\frac{1}{2}$

$-3x > -6 \Rightarrow x < 2$

$S = \left\{x \,/ x \in \mathbb{R};\ -\frac{1}{2} < x < 2\right\}$



Je résous : $\begin{cases} x - 2y = 1 \\ y = 3 - 2x \end{cases}$

$\begin{cases} x - 2y = 1 \\ y = 3 - 2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 1 \\ 2x + y = 3 \end{cases}$

Eliminons x

$\begin{matrix} -2 \\ 1 \end{matrix} \begin{cases} x - 2y = 1 \\ 2x + y = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2x + 4y = -2 \\ \quad 2x + y = 3 \end{cases}$

$\begin{cases} -2x + 4y = -2 \\ \quad 2x + y = 3 \end{cases}$

$\overline{\quad 0x + 5y = 1 \quad}$

$y = \frac{1}{5}$

Remplaçons y par sa valeur dans E_1: $x - 2y = 1$

$$x - 2y = 1 \Rightarrow x - 2\left(\frac{1}{5}\right) = 1 \Rightarrow x = 1 + \frac{2}{5} = \frac{7}{5}$$

$$x = \frac{7}{5}$$

$$S = \left\{(\frac{7}{5}; \frac{1}{5})\right\}$$

Exercice 2 :

a) Je trouve a et b :

$$f(x) = ax + b; \quad \begin{array}{l} f\left(\frac{1}{2}\right) = -2 \Rightarrow a + 2b = -4 \\ f\left(-\frac{1}{2}\right) = -4 \Rightarrow -a + 2b = -8 \end{array}$$

Je résous :

$$\frac{\begin{cases} a+2b=-4 \\ -a+2b=-8 \end{cases}}{4b=-12 \Rightarrow b=-\frac{12}{4}} \; ; b = -3$$

$$a + 2(-3) = -4 \Rightarrow a - 6 = -4 \Rightarrow a = 2$$

$$a = 2$$

b) J'écris $f(x)$; $f(x) = 2x - 3$

Exercice 3 :

Soient x et y ces deux nombres, sachant que $x > y$

$x + y = 925$; $x = 6y + 50$

$$\begin{cases} x + y = 925 \\ x = 6y + 50 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 925 \\ x - 6y = 50 \end{cases}$$

Eliminons x

$$\begin{array}{r} 1 \\ -1 \end{array}\begin{cases} x + y = 925 \\ x - 6y = 50 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = 925 \\ -x + 6y = -50 \end{cases}$$

$$\frac{\begin{cases} x + y = 925 \\ -x + 6y = -50 \end{cases}}{0x + 7y = 875}$$

$7y = 875 \Rightarrow y = \frac{875}{7} = 125$

$y = 125$

Remplaçons y par sa valeur dans $E_1 : x + y = 925$

$x + y = 925 \Rightarrow x + 125 = 925 \Rightarrow x = 925 - 125 = 800$

$x = 800$

Le plus grand nombre est 800

Le plus petit nombre est 125

Exercice 4 :

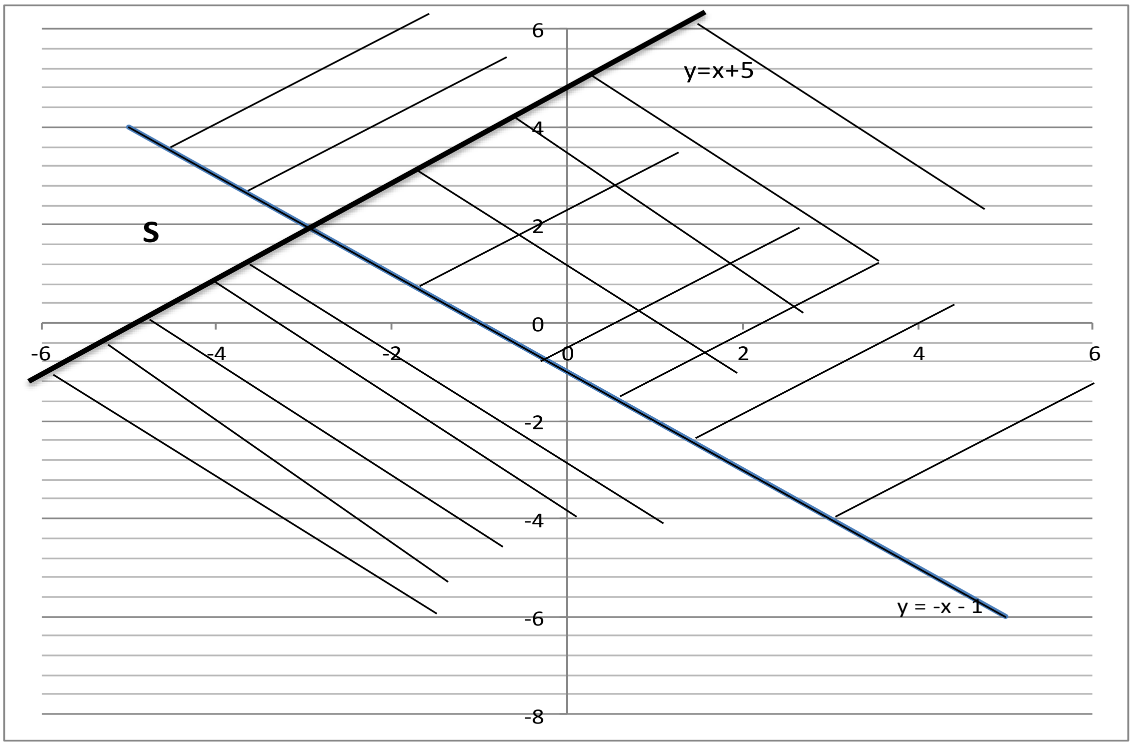
Je résous graphiquement

$$\begin{cases} x + y + 1 < 0 \\ -x + y - 5 > 0 \end{cases}$$

$Posons E_1 :\ x + y + 1 = 0$; Je trouve deux couples solution puis je trace une droite qui passe par ces points (0 ;-1) ;(-1 ;0)

$Posons E_2 : -x + y - 5 = 0$;Je trouve deux couples solution puis je trace une droite qui passe par ces points (0 ;5) ;(-5 ;0)

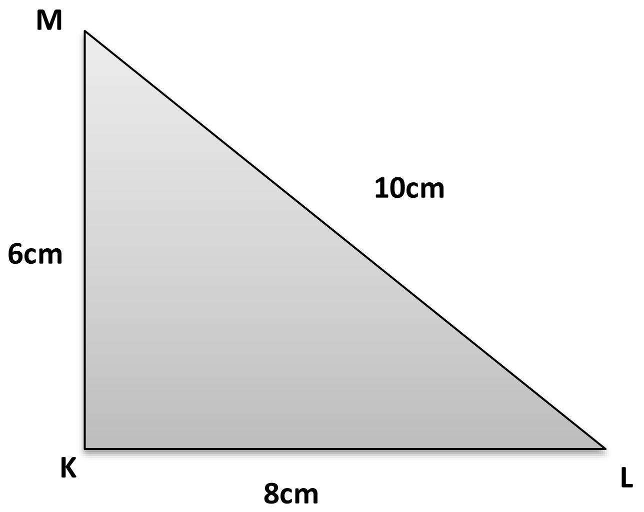
Je représente les droites E_1 et E_2 dans le repère $(\vec{o}, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ puis hachurons les parties non solutions



II. Géométrie :

Exercice 1:

1) Je construire le triangle KLM rectangle en K



2) Je calcule KM, $cos\vec{M}\ et\ sin\vec{M}$

$LM^2 = KL^2 + KM^2$

$KM^2 = LM^2 - KL^2 \Rightarrow KM^2 = (10)^2 - (8)^2 = 100 - 64 = 36$

$KM = 6cm$

$$cos\vec{M} = \frac{KM}{LM} = \frac{6}{10} = 0,6 \ \Leftrightarrow cos\vec{M} = 0,6$$

$$sin\vec{M} = \frac{KL}{LM} = \frac{8}{10} = 0,8 \Leftrightarrow sin\vec{M} = 0,8$$

3) Je démontre que $cos^2\vec{M} + sin^2\vec{M} = 1$

$cos\vec{M} = 0,6$ et $sin\vec{M} = 0,8$

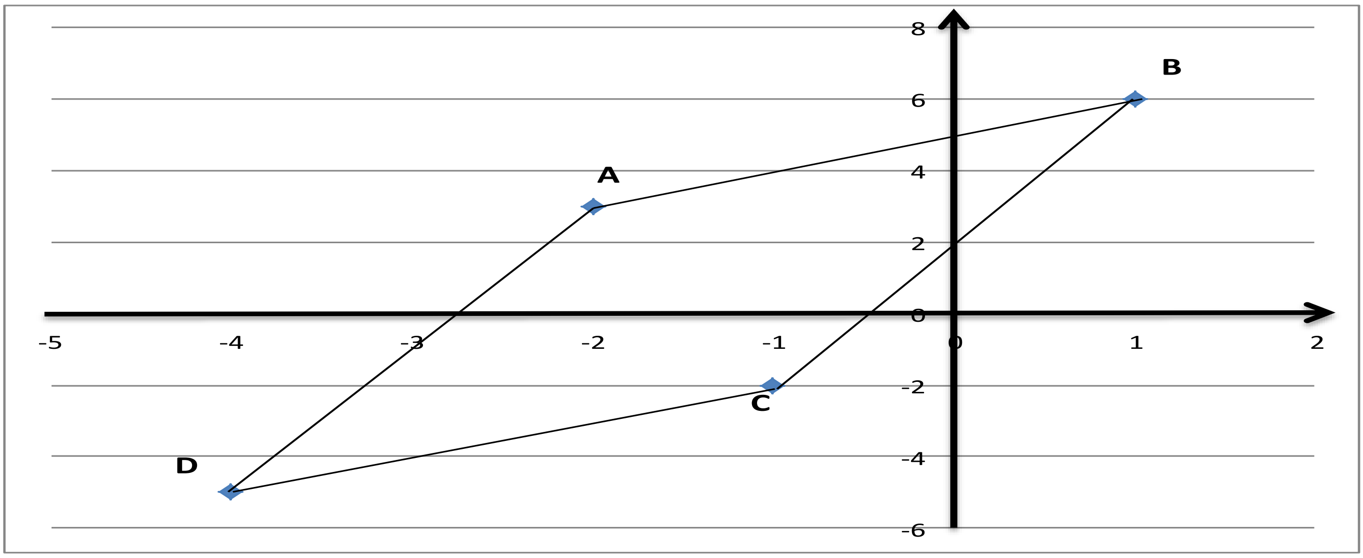
$cos^2\vec{M} = (0,6)^2 = 0,36 \Leftrightarrow cos^2\vec{M} = 0,36$

$sin^2\vec{M} = (0,8)^2 = 0,64 \Leftrightarrow sin^2\vec{M} = 0,64$

$cos^2\vec{M} + sin^2\vec{M} = 0,36 + 0,64 = 1 \Leftrightarrow cos^2\vec{M} + sin^2\vec{M} = 1$

<u>Exercice 2:</u>

a)



b) Coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1+2\\6-3\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}3\\3\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{DC}\begin{pmatrix}-1+4\\-2+5\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{DC}\begin{pmatrix}3\\3\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AB} = 3\vec{\imath} + 3\vec{\jmath}$; $\overrightarrow{DC} = 3\vec{\imath} + 3\vec{\jmath}$

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ donc ABCD est un parallélogramme.

c) Milieu de $[AC]$

$I\left(-\frac{3}{2}\ ;\ \frac{1}{2}\right)$

d) Equation de (BC)

$\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}-2\\-8\end{pmatrix}$

Soit $M\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix} \in (BC)$; $\overrightarrow{BM}\begin{pmatrix}x-1\\y-6\end{pmatrix}$

$-8(x-1) = -2(y-6)$

$-8x + 8 = -2y + 12$

$(BC): -8x + 2y = 4$

$(BC): 4x - y = -2$

COMPOSITIONS DU DEUXIEME TRIMESTRE 2014-2015

I. Algèbre :

Exercice 1 :

On donne l'application $\boldsymbol{g}$ définie dans ℝ par : $\boldsymbol{g(x) = ax + b}$ ou $\boldsymbol{a}$ et $\boldsymbol{b}$ sont des réels.

1) Détermine $\boldsymbol{a}$ et $\boldsymbol{b}$ sachant que $\boldsymbol{g(1) = 1}$ et $\boldsymbol{g(-1) = -9}$.
2) Ecris alors $\boldsymbol{g(x)}$.
3) Résous dans ℝ : $\boldsymbol{2.g(x) = -3}$; $\boldsymbol{g(x) \leq 0}$.

Exercice 2 :

On désigne par **A** l'ensemble des réels $(\boldsymbol{x}\,;\boldsymbol{y})$ solutions de l'équation $\boldsymbol{4x - 3y = 5}$:

a) Soit $\boldsymbol{F = \{(2\,;1),(3\,;2),(1\,;-3),\left(\frac{5}{4}\,;0\right)\}}$. Quels sont les couples de $\boldsymbol{F}$ qui sont éléments de **A** ?
b) Calcule le réel $\boldsymbol{x}$ pour que $(\boldsymbol{x}\,;\boldsymbol{-2})$ soit élément de **A**.

Exercice 3 :

La somme de deux nombre naturels est **925**, si on divise le plus grand par le plus petit, le quotient est **6** et le reste est **50**. Calcule ces deux nombres.

Exercice 4 :

Résous graphiquement le système d'inéquations suivant ;

$$\boldsymbol{\begin{cases} x + y + 1 < 0 \\ -x + y - 5 > 0 \end{cases}}$$

II. Géométrie :

Exercice 1 :

1) Construis un triangle **KLM** rectangle en **K** sachant que **KL = 8cm** et **LM = 10cm** ;
2) Calcule **KM**, $\boldsymbol{cos\widehat{M}\ et\ sin\widehat{M}}$;
3) Démontre que $\boldsymbol{cos^2\widehat{M} + sin^2\widehat{M} = 1}$

Exercice 2 :

Dans le plan rapporté à un repère cartésien $(\vec{o},\vec{\imath},\vec{\jmath})$ on donne les points **E, F, G** définie par :

$\boldsymbol{\overrightarrow{OE} = 3\vec{\imath};\ \overrightarrow{OF} = 4\vec{\jmath}\ \ et\ \overrightarrow{OG} = \vec{\imath} + \vec{\jmath}}$

1) Détermine les coordonnées des points **E, F, G** puis place-les dans le repère.
2) Calcule les coordonnées des vecteurs $\boldsymbol{\overrightarrow{EF}\ et\ \overrightarrow{FG}}$.
3) Calcule les coordonnées du points **A** milieu du segment $[\boldsymbol{EG}]$.
4) Calcule les coordonnées du point **H** tel que **(E, F, H, G)** soit un parallélogramme.
5) Détermine une équation de la droite **(EF)**.

REPONSE COMPOSITIONS DU DEUXIEME TRIMEST 2014-2015

I. Algèbre :

Exercice 1 :

1) Détermination de a et b : $g(x) = ax + b$

   $g(1) = 1 \Rightarrow a + b = 1$

   $g(-1) = -9 \Rightarrow -a + b = -9$

   $\begin{cases} a + b = 1 \\ -a + b = -9 \end{cases} \Rightarrow 2b = -8 \Rightarrow b = -\frac{8}{2} \Leftrightarrow b = -4$

   $a + b = 1 \Leftrightarrow a - 4 = 1 \Rightarrow a = 1 + 4 = 5 \Leftrightarrow a = 5$

2) Donc : $g(x) = 5x - 4$

3) Résolvons :

   $2.\, g(x) = -3 \Rightarrow 2(5x - 4) = -3 \Leftrightarrow 10x - 8 = -3 \Rightarrow 10x = 5 \Rightarrow x = \frac{5}{10}$

   $x = \frac{1}{2}$; $\quad S = \left\{\frac{1}{2}\right\}$

   $g(x) \leq 0 \Leftrightarrow 5x - 4 \leq 0 \Rightarrow 5x \leq 4 \Rightarrow x \leq \frac{4}{5}$

   $S = \left\{x \quad /x \in \mathbb{R}; x \leq \frac{4}{5}\right\}$

Exercice 2 :

a) Les couples solutions de l'équation $4x - 3y = 5$ sont :

   Je vérifie avec :

   $(2\,;1) \Rightarrow 2 \times 4 - 3 \times 1 = 5 \Rightarrow 8 - 3 = 5$ Vrais

   $(3\,;2) \Rightarrow 3 \times 4 - 3 \times 2 = 5 \Rightarrow 12 - 6 = 5 \Rightarrow 6 = 5$ Faux

   $(1\,;-3) \Rightarrow 4 \times 1 + 3 \times 3 = 5 \Rightarrow 4 + 9 = 13 = 5$ Faux

   $\left(\frac{5}{4}\,;0\right) \Rightarrow 4 \times \frac{5}{4} + 0 = 5 \Rightarrow 5 = 5$ Vrais

   Donc les couples solution sont

   $S = \left\{(2\,;1), \left(\frac{5}{4}\,;0\right)\right\}$

b) Calcule de x pour que $(x\,;-2) \in A$

   $4x - 3(-2) = 5 \Rightarrow 4x + 6 = 5 \Rightarrow 4x = -1 \Rightarrow x = -\frac{1}{4}$

Exercice 3 :

Soient x et y ces deux nombres, sachant que $x > y$

$x + y = 925\,; x = 6y + 50$

$\begin{cases} x + y = 925 \\ x = 6y + 50 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 925 \\ x - 6y = 50 \end{cases}$

Eliminons x

$\begin{matrix} 1 \\ -1 \end{matrix} \begin{cases} x + y = 925 \\ x - 6y = 50 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = 925 \\ -x + 6y = -50 \end{cases}$

$$\begin{cases} x + y = 925 \\ -x + 6y = -50 \end{cases}$$
$$\overline{0x + 7y = 875}$$

$7y = 875 \Rightarrow y = \frac{875}{7} = 125$

$y = 125$

Remplaçons y par sa valeur dans E_1: $x + y = 925$

$x + y = 925 \Rightarrow x + 125 = 925 \Rightarrow x = 925 - 125 = 800$

$x = 800$

<u>Exercice 4 :</u>

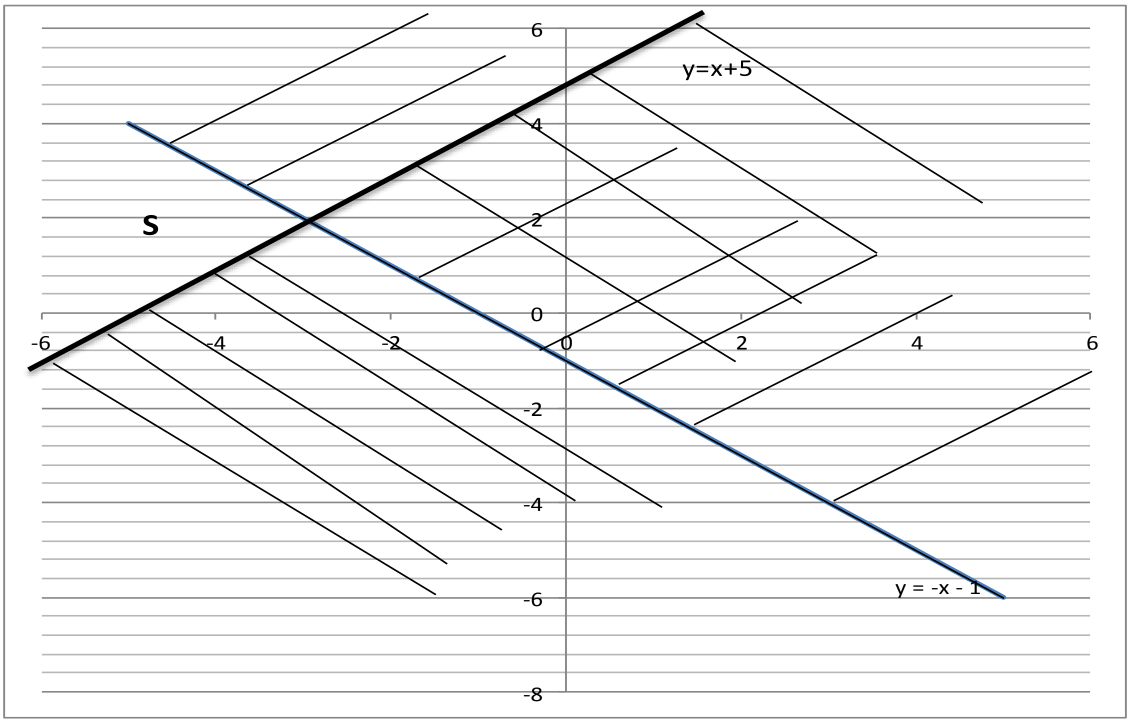
Je résous graphiquement

$$\begin{cases} x + y + 1 < 0 \\ -x + y - 5 > 0 \end{cases}$$

$Posons E_1$: $x + y + 1 = 0$; Je trouve deux couples solution puis je trace une droite qui passe par ces points (0 ;-1) ;(-1 ;0)

$Posons E_2$: $-x + y - 5 = 0$;Je trouve deux couples solution puis je trace une droite qui passe par ces points (0 ;5) ;(-5 ;0)

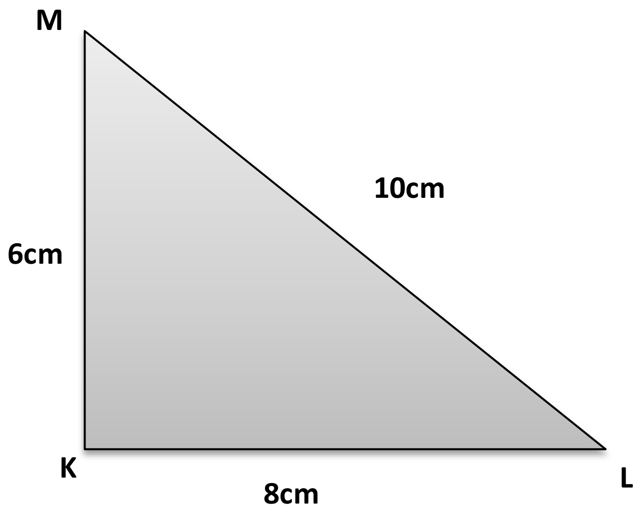
Je représente les droites E_1 et E_2 dans le repère $(\vec{o}, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ puis hachurons les parties non solutions



II. Géométrie :

Exercice 1 :

4) Je construire le triangle KLM rectangle en K



5) Je calcule KM, $cos\overrightarrow{M}$ et $sin\overrightarrow{M}$

$LM^2 = KL^2 + KM^2$

$KM^2 = LM^2 - KL^2 \Rightarrow KM^2 = (10)^2 - (8)^2 = 100 - 64 = 36$

$KM = 6cm$

$$cos\overrightarrow{M} = \frac{KM}{LM} = \frac{6}{10} = 0{,}6 \Leftrightarrow cos\overrightarrow{M} = 0{,}6$$

$$sin\overrightarrow{M} = \frac{KL}{LM} = \frac{8}{10} = 0{,}8 \Leftrightarrow sin\overrightarrow{M} = 0{,}8$$

6) Je démontre que $cos^2\overrightarrow{M} + sin^2\overrightarrow{M} = 1$

$cos\overrightarrow{M} = 0{,}6$ et $sin\overrightarrow{M} = 0{,}8$

$cos^2\overrightarrow{M} = (0{,}6)^2 = 0{,}36 \Leftrightarrow cos^2\overrightarrow{M} = 0{,}36$

$sin^2\overrightarrow{M} = (0{,}8)^2 = 0{,}64 \Leftrightarrow sin^2\overrightarrow{M} = 0{,}64$

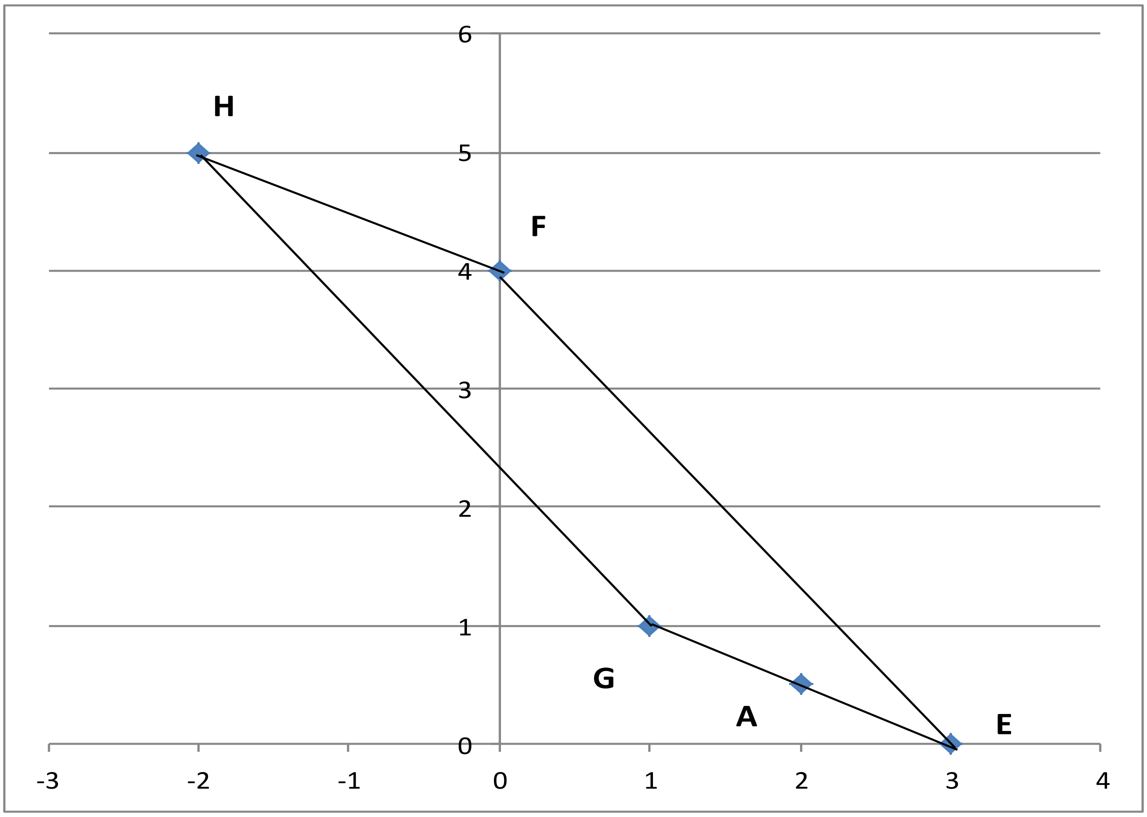
$cos^2\overrightarrow{M} + sin^2\overrightarrow{M} = 0{,}36 + 0{,}64 = 1 \Leftrightarrow cos^2\overrightarrow{M} + sin^2\overrightarrow{M} = 1$

Exercice 2 :

1) Déterminons les coordonnées des points E, F, G et leurs placer dans le repère $(\vec{o}, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$

$\overrightarrow{OE} = 3\vec{\imath}$; $\overrightarrow{OF} = 4\vec{\jmath}$ *et* $\overrightarrow{OG} = \vec{\imath} + \vec{\jmath}$

$E(3\,;0)$, $F(0\,;4)$, $G(1\,;1)$



2) Calcule des coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{EF}$ *et* $\overrightarrow{FG}$

$\overrightarrow{EF}\begin{pmatrix}0-3\\4-0\end{pmatrix} \Rightarrow \overrightarrow{EF}\begin{pmatrix}-3\\4\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{FG}\begin{pmatrix}1-0\\1-4\end{pmatrix} \Rightarrow \overrightarrow{FG}\begin{pmatrix}1\\-3\end{pmatrix}$

3) Calcule du coordonnée du point À milieu du segment $[EG]$

$$A \left| \begin{array}{l} x_A = \dfrac{3+1}{2} = \dfrac{4}{2} = 2 \\ y_A = \dfrac{1}{2} \end{array} \right. \qquad A\begin{pmatrix}2\\ \frac{1}{2}\end{pmatrix}$$

4) Calcule du coordonnée du point H tel que (E, F, H, G) soit un parallélogramme

$\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{GH} \Rightarrow \begin{pmatrix}-3\\4\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}x_H-1\\y_H-1\end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix}x_H-1=-3\\y_H-1=4\end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix}x_H=-2\\y_H=5\end{pmatrix}$

$H\begin{pmatrix}-2\\5\end{pmatrix}$

5) Déterminons l'équation de la droite (EF) : soit $M\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix} \in (EF)$

$\overrightarrow{EF}\begin{pmatrix}-3\\4\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{EM}\begin{pmatrix}x-3\\y\end{pmatrix} \Rightarrow 4(x-3) = -3(y) \Rightarrow 4x - 12 = -3y \Rightarrow$

$4x + 3y = 12$; (EF) : $4x + 3y = 12$

COMPOSITIONS DU TROISIEME TRIMESTRE 2009-2010

I. Algèbre :

Exercice 1 :

1) On considère l'application de $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ définie par :
   $\boldsymbol{T(x) = x^2 - x - 6}$, si $\boldsymbol{x}$ est un réel quelconque :
   a) Calcule $\boldsymbol{T(-2); T(3); T(\sqrt{2})}$
   b) Peut-on dire $\boldsymbol{T}$ est une bijection ?
2) On considère les fonctions polynômes $\boldsymbol{f}$ et $\boldsymbol{g}$ de $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ définie par :
   $\boldsymbol{f(x) = (x+2)(x+4) - 3(x-1)(2x+4)}$ et
   $\boldsymbol{g(x) = (2x+3)^2 - (x-1)^2}$
   a) Mets $\boldsymbol{f(x)}$ et $\boldsymbol{g(x)}$ sous forme de produit de facteur du 1er degré.
   b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations :
      $\boldsymbol{f(x) = 0\ ;\ f(x) = 28\ ;\ f(x) = g(x)}$
   c) Soit la fonction rationnelle définie par :
      $$\boldsymbol{h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}}$$
      Détermine l'ensemble de définition de $\boldsymbol{h}$ puis simplifie $\boldsymbol{h(x)}$.

II. Géométrie :

Construis un triangle isocèle **ABC (AB = AC)**, sachant que la hauteur $[\boldsymbol{CH}]$ a Pour longueur **3,4cm** et le segment $[\boldsymbol{BH}] = \boldsymbol{1,6cm}$.

a) Calcule la longueur **BC**
b) Calcule $\boldsymbol{cos\widehat{B}}$ et en déduis **AB** et **AC**
c) Calcule la longueur de la hauteur $[\boldsymbol{AH}]$

COMPOSITIONS DU TROISIEME TRIMESTRE 2014-2015

I. Algèbre :

On considère les application $\boldsymbol{f}$ $\boldsymbol{et}$ $\boldsymbol{g}$ de $\mathbb{R}$ définie par :

$\boldsymbol{f(x) = (2x+3)^2 - (x+6)^2}$ et $\boldsymbol{g(x) = (x+3)(5-x) + (2x+6)}$

1) Développe, réduis puis ordonne $\boldsymbol{f(x)}$ et $\boldsymbol{g(x)}$ suivant les puissances décroissantes de $\boldsymbol{x}$
2) Met $\boldsymbol{f(x)}$ et $\boldsymbol{g(x)}$ sous la forme d'un produit de facteurs du premier degré.
3) Résous dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes : $\boldsymbol{f(x) = 0}$; $\boldsymbol{g(x) = 21}$; $\boldsymbol{f(x) = g(x)}$
4) Résous dans $\mathbb{R}$ puis interprète graphiquement l'ensemble solution de l'inéquation : $\boldsymbol{(x+3)(7-x) \geq 0}$
5) Soit la fonction rationnelle :

$$\boldsymbol{h(x) = \frac{3g(x)}{f(x)}}$$

   a) Détermine l'ensemble de définition de $\boldsymbol{h}$ dans $\mathbb{R}$ puis simplifie $\boldsymbol{h(x)}$.
   b) Résous dans $\mathbb{R}$ $\boldsymbol{h(x)}$, simplifie les équations suivantes :
   $\boldsymbol{h(x) = 0}$; $\boldsymbol{h(x) = 1}$

II. Géométrie :

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(\vec{o}; \vec{i}; \vec{j})$ on donne les points définis par :

$\overrightarrow{OA} = 4\vec{i} + 2\vec{j}$; $\overrightarrow{OB} = 2\vec{i} + 6\vec{j}$; $\overrightarrow{OC} = -\vec{i} - 3\vec{j}$

1) Place ces points dans le repère et trace les droites $\boldsymbol{D_1}$ et $\boldsymbol{D_2}$ médiatrices des segments $[AB]$ et $[AC]$
2) Trouve une équation des droites $\boldsymbol{D_1}$ et $\boldsymbol{D_2}$ puis détermine les coordonnées de leur point d'intersection **S**.
3) Montre que le point **S** appartient à la médiatrice du segment $[BC]$.
4) Trace le cercle circonscrit au triangle **ABC** et calcule son rayon.

REPONSE COMPOSITIONS DU TROISIEME TRIMES 2014-2015

I. <u>Algèbre :</u>

1) Je développe et réduis puis j'ordonne $f(x)$ et $g(x)$ suivant les puissances décroissantes de x :

$f(x) = (2x+3)^2 - (x+6)^2$ et $g(x) = (x+3)(5-x) + (2x+6)$

$f(x) = (2x+3)^2 - (x+6)^2 = (4x^2+12x+9) - (x^2+12x+36)$

$= 4x^2 + 12x + 9 - x^2 - 12x - 36 = 3x^2 - 27$

$f(x) = 3x^2 - 27$

$g(x) = (x+3)(5-x) + (2x+6) = (5x - x^2 + 15 - 3x) + 2x + 6$

$= 5x - x^2 + 15 - 3x + 2x + 6 = -x^2 + 4x + 21$

$g(x) = -x^2 + 4x + 21$

2) Je met $f(x)$ et $g(x)$ sous la forme d'un produit de facteurs du premier degré :

$f(x) = (2x+3)^2 - (x+6)^2 = [(2x+3) - (x+6)][(2x+3) + (x+6)]$

$= (2x + 3 - x - 6)(2x + 3 + x + 6) = (x-3)(3x+9)$

$f(x) = (x-3)(3x+9)$

$g(x) = (x+3)(5-x) + (2x+6) = (x+3)(5-x) + 2(x+3) = (x+3)[(5-x)+2]$

$= (x+3)(5-x+2] = (x+3)(-x+7)$

$g(x) = (x+3)(-x+7)$

3) Je résous dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes : $f(x) = 0$; $g(x) = 21$; $f(x) = g(x)$:

$f(x) = 0$

$f(x) = (x-3)(3x+9) = 0 \Rightarrow x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3\,; ou\!: 3x + 9 = 0 \Rightarrow x = -3$

$S = \{x\,/x \in \mathbb{R}, x = -3\,; x = 3\}$

$S = \{-3; 3\}$

$g(x) = 21$

$g(x) = -x^2 + 4x + 21 = 21 \Rightarrow -x^2 + 4x = 0 \Rightarrow -x(x-4) = 0 \Rightarrow x = 0\,; ou\!: x - 4 = 0$

$\Rightarrow x = 4$

$S = \{x\,/x \in \mathbb{R}, x = 0\,; x = 4\}$

$S = \{0; 4\}$

$f(x) = g(x)\ ou\ f(x) = (x-3)(3x+9)\ et\ g(x) = (x+3)(-x+7)$

$(x-3)(3x+9) = (x+3)(-x+7) \Rightarrow 3(x-3)(x+3) = (x+3)(-x+7) \Rightarrow 3(x-3)$

$= (-x+7) \Rightarrow 3x - 9 = -x + 7 \Rightarrow 4x = 16 \Rightarrow$

$x = 4$

$S = \{x\,/x \in \mathbb{R}, x = 4\}$

$S = \{4\}$

4) Résous dans $\mathbb{R}$ puis interprète graphiquement l'ensemble solution de l'inéquation :

$(x+3)(7-x) \geq 0$

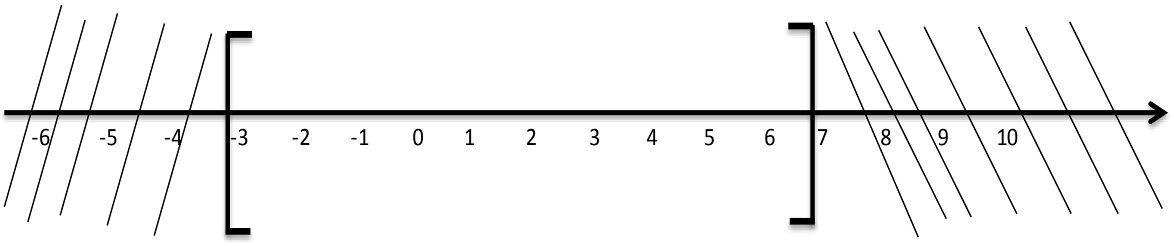
$(x+3)(7-x) \geq 0 \Rightarrow x+3 \geq 0 \;\; ; et : \; 7-x \geq 0$

$x+3 \geq 0 \;\; \Rightarrow x \geq -3$

$7-x \geq 0 \Rightarrow -x \geq -7 \Rightarrow x \leq 7$

$S = \{x \,/ x \in \mathbb{R}, x \geq -3 \; ; \; x \leq 7\}$

$S = -3 \leq x \leq 7$



5) Soit la fonction rationnelle :

$h(x) = \dfrac{3g(x)}{f(x)}$

c) Je détermine l'ensemble de définition de h dans $\mathbb{R}$ puis je simplifie $h(x)$

$h(x)$ est définit si et seulement si $f(x) \neq 0$

$f(x) = (x-3)(3x+9) \neq 0 \Rightarrow x-3 \neq 0 \Rightarrow x \neq 3 \; ; ou : 3x+9 \neq 0 \Rightarrow x \neq -3$

$S = \{x \,/ x \in \mathbb{R}, x \neq -3 \; ; x \neq 3\}$

$S = \mathbb{R}\_\{-3; 3\}$

$h(x) = \dfrac{3g(x)}{f(x)} = \dfrac{3(x+3)(-x+7)}{(x-3)(3x+9)} = \dfrac{-x+7}{x-3}$

$h(x) = \dfrac{-x+7}{x-3} = \dfrac{7-x}{x-3}$

$h(x) = \dfrac{7-x}{x-3}$

d) Je résous dans $\mathbb{R}$ $h(x)$, simplifie les équations suivantes :

$h(x) = 0 \; ; h(x) = 1$

$h(x) = 0 \Rightarrow \; \dfrac{7-x}{x-3} = 0 \Rightarrow 7-x = 0 \Rightarrow x = 7$

$S = \{x \,/ x \in \mathbb{R}, x = 7\}$

$S = \{7\}$

$h(x) = 1 \Rightarrow \dfrac{7-x}{x-3} = 1 \Rightarrow 7-x = x-3 \Rightarrow -2x = -10 \Rightarrow x = 5$

$S = \{x \,/ x \in \mathbb{R}, x = 5\}$

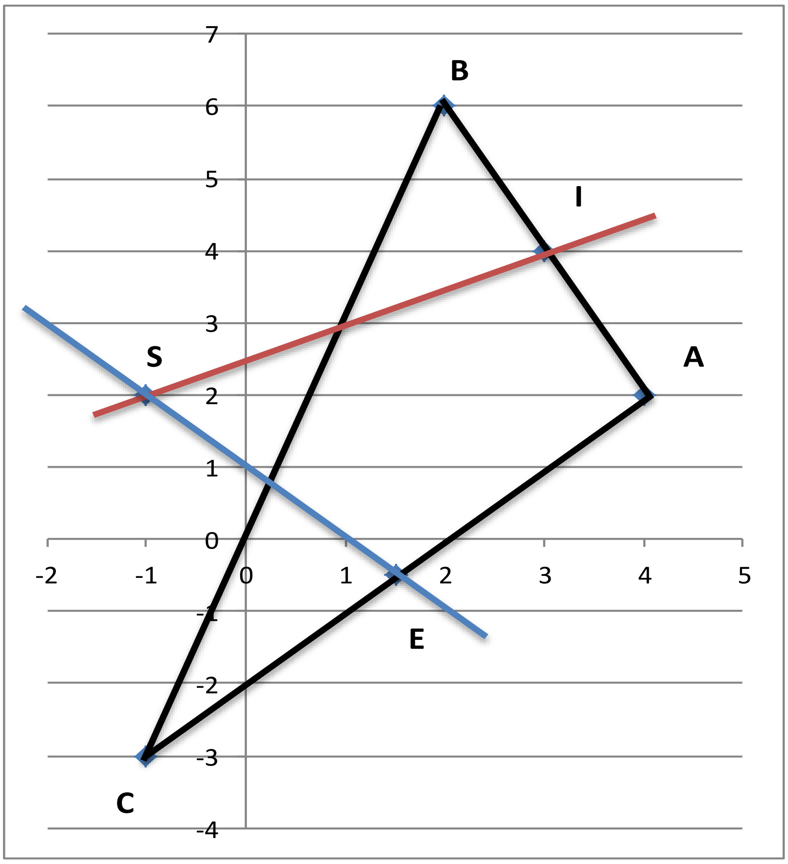
$S = \{5\}$

II. Géométrie :

1) Je place ces points dans le repère et je trace les droites D_1 et D_2 médiatrices des segments $[AB]$ et $[AC]$

$\overrightarrow{OA} = 4\vec{\imath} + 2\vec{\jmath}$; $\overrightarrow{OB} = 2\vec{\imath} + 6\vec{\jmath}$; $\overrightarrow{OC} = -\vec{\imath} - 3\vec{\jmath}$

$A(4; 2); B(2; 6); C(-1; -3)$



2) Je trouve les équations des droites D_1 et D_2 :

Soit I et E milieu respective des segments $[AB]$ et $[AC]$

$$I\left|\begin{array}{l}\dfrac{x_A + x_B}{2} = \dfrac{4+2}{2} = 3 \\ \dfrac{y_A + y_B}{2} = \dfrac{2+6}{2} = 4\end{array}\right. \quad ; \quad I(3; 4)$$

$$E\left|\begin{array}{l}\dfrac{x_A + x_C}{2} = \dfrac{4-1}{2} = \dfrac{3}{2} \\ \dfrac{y_A + y_C}{2} = \dfrac{2-3}{2} = -\dfrac{1}{2}\end{array}\right. \quad ; \quad E(\frac{3}{2}; -\frac{1}{2})$$

$$\overrightarrow{AB}\left|\begin{array}{l}x_B - x_A = 2 - 4 = -2 \\ y_B - y_A = 6 - 2 = 4\end{array}\right. \quad ; \quad \overrightarrow{AB}\binom{-2}{4}$$

$$\overrightarrow{AC}\left|\begin{array}{l}x_C - x_A = -1 - 4 = -5 \\ y_C - y_A = -3 - 2 = -5\end{array}\right. \quad ; \quad \overrightarrow{AC}\binom{-5}{-5}$$

- Equation de D_1 médiatrice du segment $[AB]$:

Soit $M(x; y) \in D_1$ médiatrice du segment $[AB]$

$\overrightarrow{IM}\left|\begin{array}{l} x_M - x_I = x - 3 \\ y_M - y_I = y - 4 \end{array}\right.$; $\overrightarrow{IM}\begin{pmatrix} x-3 \\ y-4 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{IM} \perp \overrightarrow{AB}$

$-2(x-3) + 4(y-4) = 0 \Rightarrow -2x + 6 + 4y - 16 = 0 \Rightarrow -2x + 4y = 10 \Rightarrow -x + 2y = 5$

$(D_1) : -x + 2y = 5$

- Equation de D_2 médiatrice du segment $[AC]$:

Soit $N(x; y) \in D_2$ médiatrice du segment $[AC]$

$\overrightarrow{EN}\left|\begin{array}{l} x_N - x_E = x - \dfrac{3}{2} \\ y_N - y_E = y + \dfrac{1}{2} \end{array}\right.$; $\overrightarrow{EN}\begin{pmatrix} x - \dfrac{3}{2} \\ y + \dfrac{1}{2} \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{EN} \perp \overrightarrow{AC}$

$-5\left(x - \frac{3}{2}\right) - 5\left(y + \frac{1}{2}\right) = 0 \Rightarrow -5x + \frac{15}{2} - 5y - \frac{5}{2} = 0 \Rightarrow -10x + 15 - 10y - 5 = 0$

$\Rightarrow -10x - 10y = -10 \Rightarrow x + y = 1$

$(D_2) : x + y = 1$

Je détermine les coordonnées de leur point d'intersection S

$\begin{cases} -x + 2y = 5 \\ x + y = 1 \end{cases}$

J'élimine x

$\begin{cases} -x + 2y = 5 \\ x + y = 1 \end{cases} \Rightarrow 3y = 6 \Rightarrow y = 2$

$y = 2$

Je remplace y par sa valeur dans l'équation: $x + y = 1$

$x + 2 = 1 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow$

$x = -1$

$S(-1; 2)$

3) Je montre que le point S appartient à la médiatrice du segment $[BC]$

Je détermine l'équation D_3 de la médiatrice du segment $[BC]$

$\overrightarrow{BC}\left|\begin{array}{l} x_C - x_B = -1 - 2 = -3 \\ y_C - y_B = -3 - 6 = -9 \end{array}\right.$; $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix} -3 \\ -9 \end{pmatrix}$

Soit H le milieu u segment $[BC]$

$H\left|\begin{array}{l} \dfrac{x_B + x_C}{2} = \dfrac{2-1}{2} = \dfrac{1}{2} \\ \dfrac{y_B + y_C}{2} = \dfrac{6-3}{2} = \dfrac{3}{2} \end{array}\right.$; $H\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$

Soit $P(x; y) \in D_3$ médiatrice du segment $[BC]$

$\overrightarrow{HP}\left|\begin{array}{l} x_P - x_H = x - \dfrac{1}{2} \\ y_P - y_H = y - \dfrac{3}{2} \end{array}\right.$; $\overrightarrow{HP}\begin{pmatrix} x - \dfrac{1}{2} \\ y - \dfrac{3}{2} \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{HP} \perp \overrightarrow{BC}$

$-3\left(x - \frac{1}{2}\right) - 9\left(y - \frac{3}{2}\right) = 0 \Rightarrow -3x + \frac{3}{2} - 9y + \frac{27}{2} = 0 \Rightarrow -6x + 3 - 18y + 27 = 0$

$\Rightarrow -6x - 18y = -30 \Rightarrow$

$-x - 3y = -5 \Rightarrow x + 3y = 5$

$(D_3): x + 3y = 5$

Pour que la médiatrice du segment $[BC]$ passe par le point $S(-1;2)$

donc les coordonnées de ce point S doivent vérifie l'équation de la médiatrice

$(D_3): x + 3y = 5$

$-1 + 3(2) = 5 \Leftrightarrow -1 + 6 = 5 \Leftrightarrow 5 = 5$

Donc la médiatrice du segment $[BC]$ passe par $S(-1;2)$

4) Je trace le cercle circonscrit au triangle ABC et calcule son rayon

Soit R le rayon du cercle circonscrit au triangle ABC :

$R = d(S,A) = \sqrt{(x_A - x_S)^2 + (y_A - y_S)^2} = \sqrt{(4+1)^2 + (2-2)^2} = \sqrt{25+0} = \sqrt{25} = 5$

$R = 5$

COMPOSITIONS DU DEUXIEME TRIMESTRE 2015-2016

I. Algèbre :

Exercice 1 :

Résous algébriquement et graphiquement les systèmes d'équations suivants :

a) $\begin{cases} y = -\frac{3}{4}x + 2,5 \\ x = y + 1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 4x - 1 < 3x + 1 \\ -6x + 2 \leq 7(1 - x) \end{cases}$

Exercice 2 :

Le Directeur National de la circulation routière en s'exprimant devant l'Assemblée Nationale dit « en 2009, il y a eu 132 accidents de motos et de voitures dans la ville de Bamako dont 360 pneus. Quel est le nombre de motos et le nombre de voitures ayant provoqué des accidents ? »

Exercice 3 :

a et b étant deux réels, soit l'application affine définie par$\boldsymbol{f(x) = ax + b}$.

c) Détermine a et b sachant que $\boldsymbol{f\left(\frac{1}{2}\right) = -2}$ et $\boldsymbol{f\left(-\frac{1}{2}\right) = -4}$.

d) Ecris alors $\boldsymbol{f(x)}$**.**

II. Géométrie :

Exercice 1 :

Construis un triangle **AOC** tel que **:** $\boldsymbol{AO = 2,5cm}$; $\boldsymbol{AC = 6cm\ et\ OC = 6,5cm}$.

a) Démontre que le triangle **AOC** est rectangle.

b) Soit **H** le pied de la hauteur issue de **A** ; calcule **OH ; AH ;** $\boldsymbol{cos\widehat{O}\ et\ sin\widehat{O}}$.

Exercice 2 :

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(\vec{o}, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$; on donne les points $\boldsymbol{A(-2; 3)}$; $\boldsymbol{B(1\ ; 6)}$; $\boldsymbol{C(-1; -2)\ et\ D(-4; -5)}$.

e) Place ces points dans ce repère.

f) Calcule les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$ puis écris-les sous forme de composantes. En déduis la nature du quadrilatère $(\boldsymbol{ABCD})$**.**

g) Calcule les coordonnées de $\boldsymbol{I}$ milieu de$[\boldsymbol{AC}]$.

h) Trouve une équation de la droite $(\boldsymbol{BC})$.

REPONSE COMPOSITIONS DU DEUXIEME TRIMES 2015-2016

I. **<u>Algèbre :</u>**

<u>Exercice 1 :</u>

a) Je résous algébriquement :

$$\begin{cases} y = -\frac{3}{4}x + 2,5 \\ x = y + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 4y = 10 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

Eliminons y

$$\begin{array}{c} 1 \\ 4 \end{array}\begin{cases} 3x + 4y = 10 \\ x - y = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x + 4y = 10 \\ 4x - 4y = 4 \end{cases} \Rightarrow 7x = 14 \Rightarrow x = \frac{14}{7} = 2$$

$x = 2$

Remplaçons x par sa valeur dans : $x - y = 1$

$x - y = 1 \Leftrightarrow 2 - y = 1 \Rightarrow -y = 1 - 2 \Rightarrow y = 1$

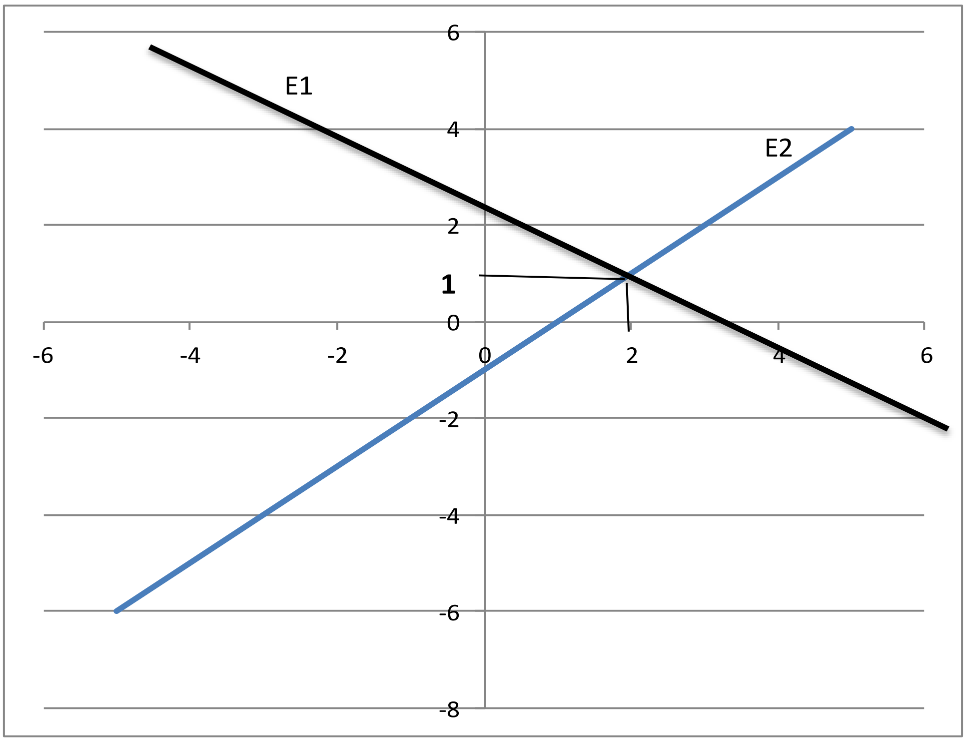
$y = 1$

$S = \{(2; 1)\}$

Je résous graphiquement :

$$\begin{cases} y = -\frac{3}{4}x + 2,5 \\ x = y + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 4y = 10 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

Je trace les droite d'équation (E_1): $3x + 4y = 10$ et (E_2): $x - y = 1$ dans le repère $(\vec{o};\ \vec{\imath}; \vec{\jmath})$:



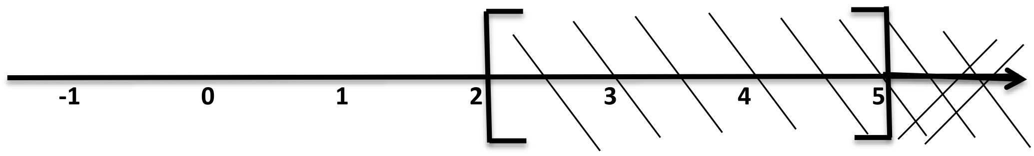
Donc la solution est l'intersection de ces deux droites de coordonnées $(2; 1)$

$S = \{(2; 1)\}$

b) $\begin{cases} 4x - 1 < 3x + 1 \\ -6x + 2 \leq 7(1 - x) \end{cases}$

- $4x - 1 < 3x + 1 \Rightarrow 4x - 3x < 1 + 1 \Rightarrow x < 2$
- $-6x + 2 \leq 7(1 - x) \Rightarrow -6x + 7x \leq -2 + 7 \Rightarrow x \leq 5$

  $S = \{x/x \in \mathbb{R}; x < 2; x \leq 5$



Exercice 2 :

Soit x le nombre de motos et y le nombre de voitures

$\begin{cases} x + y = 132 \\ 2x + 4y = 360 \end{cases}$

Eliminons x

$$\begin{matrix} -2 \\ 1 \end{matrix}\begin{cases} x + y = 132 \\ 2x + 4y = 360 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2x - 2y = -264 \\ 2x + 4y = 360 \end{cases} \Rightarrow 2y = 96 \Rightarrow y = \frac{96}{2} = 48$$

$y = 48$

Remplaçons y par sa valeur dans : $x + y = 132$

$x + 48 = 132 \Rightarrow x = 132 - 48 = 84$

$x = 84$

Le nombre de motos est 84.

Le nombre de voitures est 48.

Exercice 3 :

c) Je trouve a et b :

$$f(x) = ax + b; \quad \begin{matrix} f\left(\frac{1}{2}\right) = -2 \Rightarrow a + 2b = -4 \\ f\left(-\frac{1}{2}\right) = -4 \Rightarrow -a + 2b = -8 \end{matrix}$$

Je résous :

$$\frac{\begin{cases} a+2b=-4 \\ -a+2b=-8 \end{cases}}{4b=-12 \Rightarrow b=-\frac{12}{4}} ;\ b = -3$$

$a + 2(-3) = -4 \Rightarrow a - 6 = -4 \Rightarrow a = 2$

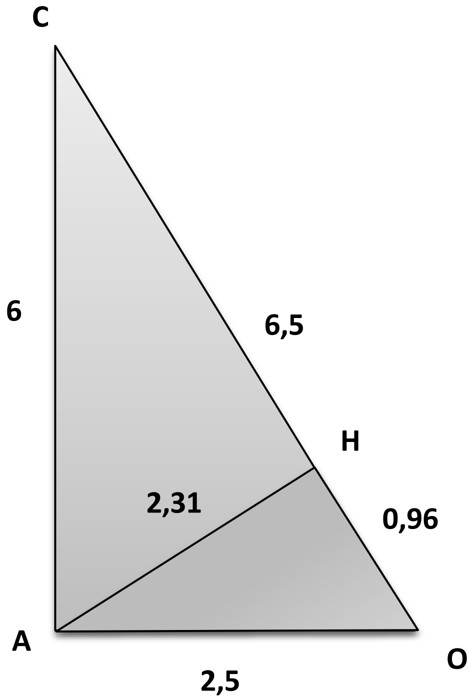
$a = 2$

d) J'écris $f(x)$; $f(x) = 2x - 3$

II. Géométrie :

Exercice 1 :

Je construis le triangle AOC



a) Démontrons que AOC est un triangle rectangle :

$AO^2 = (2{,}5)^2 = 6{,}25$

$AC^2 = (6)^2 = 36$

$OC^2 = (6{,}5)^2 = 42{,}25$

6,25+36 = 42,25 ; c'est-à-dire que $AO^2 + AC^2 = OC^2$

Donc AOC est un triangle rectangle en A.

b) Sachant que AOC et HOA sont des triangle rectangle :

$\frac{AO}{OC} = \frac{OH}{AO} \Rightarrow OH = \frac{AO \times AO}{OC} = \frac{2{,}5 \times 2{,}5}{6{,}5} = \frac{6{,}25}{6{,}5} = 0{,}96$

$OH = 0{,}96cm$

$\frac{AC}{OC} = \frac{AH}{AO} \Rightarrow AH = \frac{AC \times AO}{OC} = \frac{6 \times 2{,}5}{6{,}5} = 2{,}31$

$AH = 2{,}31cm$

$cos\hat{O} = \frac{AO}{OC} = \frac{2{,}5}{6{,}5} = 0{,}385$

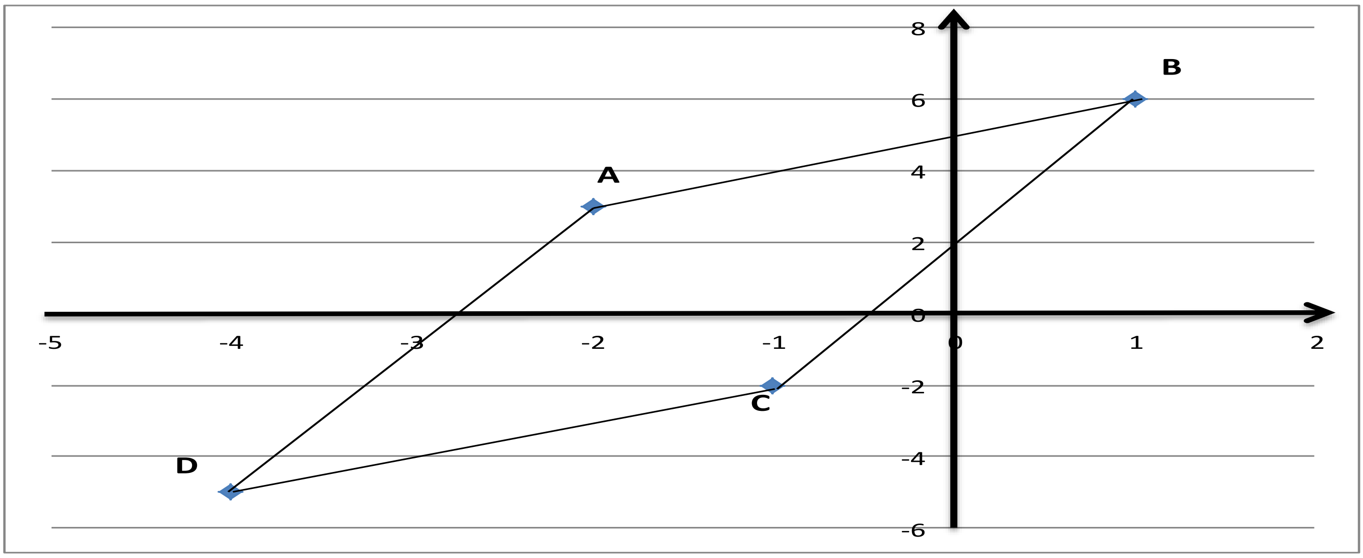
$cos\hat{O} = 0{,}385$

$sin\hat{O} = \frac{AC}{OC} = \frac{6}{6{,}5} = 0{,}923$

$sin\hat{O} = 0{,}923$

Exercice 2:

e)



f) Coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1+2\\6-3\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}3\\3\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{DC}\begin{pmatrix}-1+4\\-2+5\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{DC}\begin{pmatrix}3\\3\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AB} = 3\vec{\imath} + 3\vec{\jmath}$; $\overrightarrow{DC} = 3\vec{\imath} + 3\vec{\jmath}$

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ donc ABCD est un parallélogramme.

g) Milieu de $[AC]$

$I\left(-\frac{3}{2}\ ;\ \frac{1}{2}\right)$

h) Equation de (BC)

$\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}-2\\-8\end{pmatrix}$

Soit $M\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix} \in (BC)$; $\overrightarrow{BM}\begin{pmatrix}x-1\\y-6\end{pmatrix}$

$-8(x-1) = -2(y-6)$

$-8x + 8 = -2y + 12$

$(BC): -8x + 2y = 4$

$(BC): 4x - y = -2$

COMPOSITIONS DU TROISIEME TRIMESTRE 2013-2014

Algèbre :

Exercice I :

On donne les expressions suivantes :

$A(x) = (3x-5)(2x-3) - (3x-5)(x+1)$

$B(x) = \dfrac{36x^2 - 100}{4}$

1) Développe, réduis et ordonne $A(x)$ suivant les puissance décroissantes de x
2) Mets $A(x)$ et $B(x)$ sous forme de produits de facteurs du premier degré.
3) On considère la fraction rationnelle :

   $Q(x) = \dfrac{3x^2 - 17x + 20}{B(x)}$

   3.1) Trouve le domaine de définition de $Q(x)$ dans $\mathbb{R}$.

   3.2) Ecris $Q(x)$ sous la forme la plus simple.

   3.3) Calcule $Q(-1)$; $Q(\sqrt{3})$ et résous dans $\mathbb{R}$:

   $Q(x) = 0$; $Q(x) = 1$

Exercice II :

On définit le polynôme $P(x)$ tel que :

$P(x) = x^2 + (a - b + 3)x + 2a - 3b$ ou a *et* b sont deux réels :

1) Trouve a *et* b sachant que $P(0) = 9$ et $P(1) = 4$
2) En remplaçant a *et* b par leur valeur ainsi trouvée, factorise le polynôme $P(x)$.

Géométrie :

Exercice I :

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(\vec{o}; \vec{\imath}; \vec{\jmath})$ place les points **A, B, C** et **D** définis par :

$\overrightarrow{OA} = 6\vec{\imath} + 4\vec{\jmath}$; $\overrightarrow{OB} = 3\vec{\imath} + 7\vec{\jmath}$; $\overrightarrow{OC} = 12\vec{\imath} - 2\vec{\jmath}$; $\overrightarrow{OD} = 9\vec{\imath} + 7\vec{\jmath}$

1) Montre que **C** est l'image de **A** par l'homothétie de centre **B** et de rapport **3**.
2) Calcule $d(A,B)$; $d(A,D)$; $d(B,D)$. Quelle est la nature du triangle **ABD**.

Exercice II :

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(\vec{o}; \vec{\imath}; \vec{\jmath})$ on donne les points :

$A(4; 2)$; $B(2; 6)$ *et* $C(-1; -3)$

1) Place ces points et trace les médiatrices d *et* d' des segments $[AB]$ *et* $[AC]$.
2) Trouve une équation de d et une équation de d' et détermine les coordonnées de **M** point d'intersection de d *et* d'.

REPONSE COMPOSITIONS DU TROISIEME TRIMES 2013-2014

Algèbre :

Exercice I :

1) Je développe, réduis et ordonne $A(x)$ suivant les puissances décroissantes de x

$$A(x) = (3x-5)(2x-3) - (3x-5)(x+1)$$

$$A(x) = (3x-5)(2x-3) - (3x-5)(x+1) \Rightarrow A(x) = 6x^2 - 9x - 10x + 15 - 3x^2 - 3x + 5x + 5 = 3x^2 - 17x + 20$$

$$A(x) = 3x^2 - 17x + 20$$

2) Je mets $A(x)$ et $B(x)$ sous forme de produits de facteurs du premier degré

$$A(x) = (3x-5)(2x-3) - (3x-5)(x+1) \Rightarrow A(x) = (3x-5)[(2x-3)-(x+1)] = (3x-5)(2x-3-x-1) = (3x-5)(x-4)$$

$$A(x) = (3x-5)(x-4)$$

$$B(x) = \frac{36x^2-100}{4} \Rightarrow B(x) = \frac{(6x-10)(6x+10)}{4} = \frac{4(3x-5)(3x+5)}{4} = (3x-5)(3x+5)$$

$$B(x) = (3x-5)(3x+5)$$

3) La fraction rationnelle $Q(x)$

$$Q(x) = \frac{3x^2-17x+20}{B(x)}$$

3.1) Trouve le domaine de définition de $Q(x)$ dans $\mathbb{R}$

$$Q(x) = \frac{3x^2-17x+20}{B(x)} = \frac{3x^2-17x+20}{(3x-5)(3x+5)}$$

$Q(x)$ est définit si et seulement si

$$B(x) \neq 0 \Rightarrow (3x-5)(3x+5) \neq 0 \Rightarrow x \neq \frac{5}{3}\ ; ou\ x \neq -\frac{5}{3}$$

$$DQ = \{x\ /x \in \mathbb{R}, x \neq \frac{5}{3}\ ; ou\ x \neq -\frac{5}{3}\}$$

$$DQ = \mathbb{R}\_\{-\frac{5}{3}\ ;\ \frac{5}{3}\}$$

3.2) J'écris $Q(x)$ sous la forme la plus simple

$$Q(x) = \frac{3x^2-17x+20}{B(x)} = \frac{A(x)}{B(x)} = \frac{(3x-5)(x-4)}{(3x-5)(3x+5)} = \frac{x-4}{3x+5}$$

$$Q(x) = \frac{x-4}{3x+5}$$

3.3) Je calcule $Q(-1)\ ;\ Q(\sqrt{3})$:

$$Q(-1) = \frac{-1-4}{3(-1)+5} = \frac{-5}{2}$$

$$Q(-1) = -\frac{5}{2}$$

$$Q(\sqrt{3}) = \frac{\sqrt{3}-4}{3\sqrt{3}+5} = \frac{(\sqrt{3}-4)(3\sqrt{3}-5)}{(3\sqrt{3}+5)(3\sqrt{3}-5)} = \frac{9-5\sqrt{3}-12\sqrt{3}+20}{27-25}$$

$$= \frac{-17\sqrt{3}+29}{2}$$

$$Q(\sqrt{3}) = \frac{-17\sqrt{3}+29}{2}$$

Je résous $Q(x) = 0$

$$Q(x) = 0 \Rightarrow \frac{x-4}{3x+5} = 0 \Rightarrow x-4 = 0 \Rightarrow x = 4$$

$S = \{4\}$

$$Q(x) = 1 \Rightarrow \frac{x-4}{3x+5} = 1 \Rightarrow x-4 = 3x+5 \Rightarrow -2x = 9 \Rightarrow x = -\frac{9}{2}$$

$S = \{-\frac{9}{2}\}$

Exercice II :

1) Je trouve $a\ et\ b$ sachant que $P(0) = 9$ et $P(1) = 4$
   $P(x) = x^2 + (a-b+3)x + 2a - 3b$
   $P(0) = 9 \Leftrightarrow P(0) = 0 + 0 + 2a - 3b = 9 \Rightarrow 2a - 3b = 9$
   $P(1) = 4 \Leftrightarrow P(1) = 1 + a - b + 3 + 2a - 3b = 4 \Rightarrow 4 + 3a - 4b = 4 \Rightarrow 3a - 4b = 0$
   Donc je résous le système :
   $$\begin{cases} 2a - 3b = 9 \\ 3a - 4b = 0 \end{cases}$$
   J'élimine a
   $$\begin{matrix} -3 \\ 2 \end{matrix}\begin{cases} 2a - 3b = 9 \\ 3a - 4b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -6a + 9b = -27 \\ \quad 6a - 8b = 0 \end{cases} \Rightarrow b = -27$$
   $b = -27$
   Je remplace b par sa valeur dans l'équation : $2a - 3b = 9$
   $2a - 3(-27) = 9 \Rightarrow 2a + 81 = 9 \Rightarrow 2a = -72 \Rightarrow a = -36$
   $a = -36$
2) Je factorise $P(x)$
   $P(x) = x^2 + (-36 + 27 + 3)x - 72 + 81 \Rightarrow P(x) = x^2 - 6x + 9$
   $P(x) = x^2 - 6x + 9 \Rightarrow P(x) = (x-3)(x-3) = (x-3)^2$
   $P(x) = (x-3)^2$

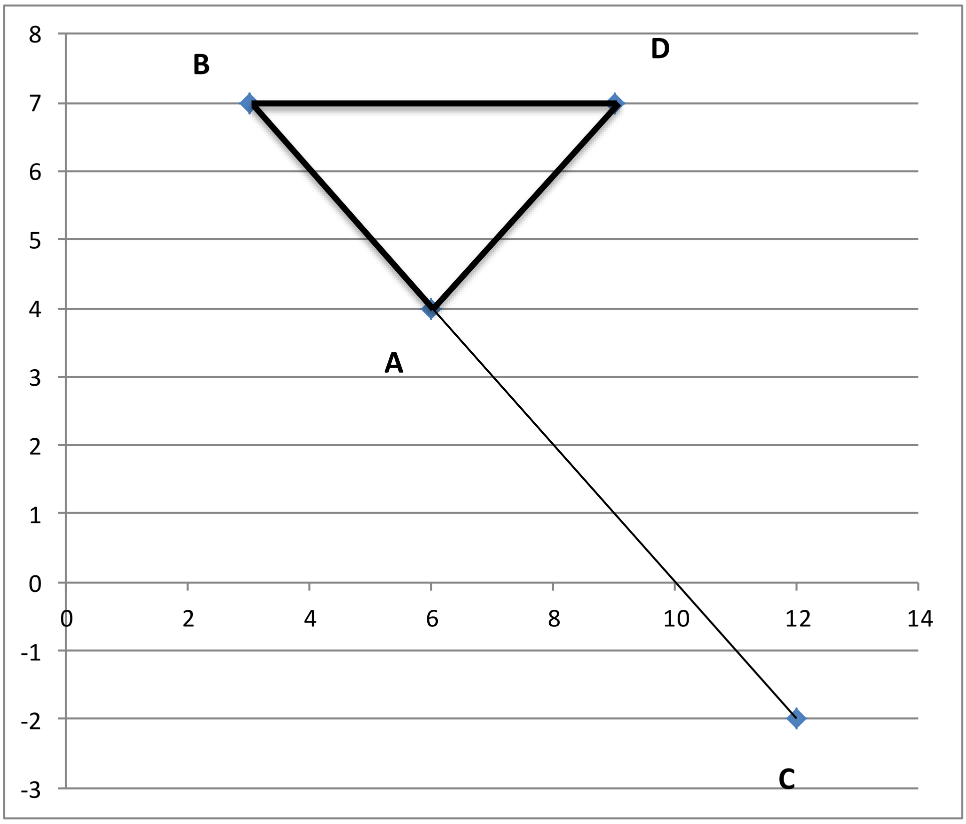
Géométrie :

Exercice I :

Je place les points A, B, C et D dans le repère orthonormé $(\vec{o};\vec{\imath};\vec{\jmath})$

$\overrightarrow{OA} = 6\vec{\imath} + 4\vec{\jmath}$; $\overrightarrow{OB} = 3\vec{\imath} + 7\vec{\jmath}$; $\overrightarrow{OC} = 12\vec{\imath} - 2\vec{\jmath}$; $\overrightarrow{OD} = 9\vec{\imath} + 7\vec{\jmath}$

$A(6;4); B(3;7); C(12;\ -2); D(9;7)$



1) Je calcule $d(AC)$ et $d(BA)$

$d(BC) = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{(12-3)^2 + (-2-7)^2} = \sqrt{81+81} =$
$\sqrt{162} = 9\sqrt{2}$

$\|BC\| = 9\sqrt{2}$

$d(BA) = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2} = \sqrt{(6-3)^2 + (4-7)^2} = \sqrt{9+9} = \sqrt{18}$
$= 3\sqrt{2}$

$\|BA\| = 3\sqrt{2}$

$d(BC) = 3 \times d(BA)$

Donc je constate que :

$\|BC\| = 3\|BA\|$, donc C est l'image de A par l'homothétie de centre B et de rapport 3

2) Je calcule $d(A,B); d(A,D); d(B,D)$

$d(A,B) = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(3-6)^2 + (7-4)^2} = \sqrt{9+9} = \sqrt{18}$
$= 3\sqrt{2}$

$d(A,B) = 3\sqrt{2}$

$d(A,D) = \sqrt{(x_D - x_A)^2 + (y_D - y_A)^2} = \sqrt{(9-6)^2 + (7-4)^2} = \sqrt{9+9} = \sqrt{18}$
$= 3\sqrt{2}$

$d(A,D) = 3\sqrt{2}$

$d(B,D) = \sqrt{(x_D - x_B)^2 + (y_D - y_B)^2} = \sqrt{(9-3)^2 + (7-7)^2} = \sqrt{36} = 6$

$d(B,D) = 6$

La nature du triangle ABD est :

$d(A,B) = 3\sqrt{2}$

$d(A,D) = 3\sqrt{2}$

$d(B,D) = 6$

$AB^2 + AD^2 = (3\sqrt{2})^2 + (3\sqrt{2})^2 = 18 + 18 = 36$

$AB^2 + AD^2 = 36$

$BD^2 = 6^2 = 36$

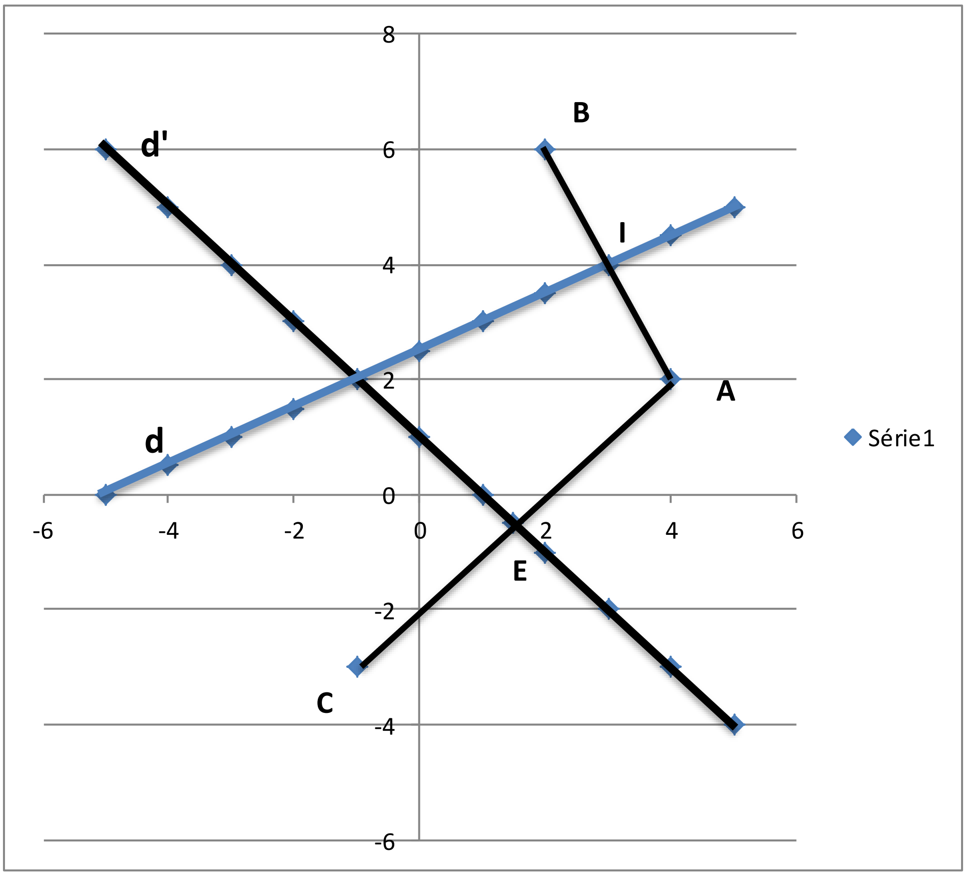
Donc je constate que :

$AB^2 + AD^2 = BD^2$

ABD est un triangle rectangle en A.

Exercice II :

1) Je place les points A, B, C dans le repère orthonormé $(\vec{o};\vec{\imath};\vec{\jmath})$
Et je trace les médiatrices d et d' des segments $[AB]$ et $[AC]$.
$A(4;2); B(2;6)$ et $C(-1;\ -3)$



2) Je détermine les équations des médiatrices $d \ et \ d'$

Soit I et E milieu respective des segments $[AB] \ et \ [AC]$

$$I\left|\begin{array}{l}\dfrac{x_A+x_B}{2}=\dfrac{4+2}{2}=3\\ \dfrac{y_A+y_B}{2}=\dfrac{2+6}{2}=4\end{array}\right. \quad ;I(3;\ 4)$$

$$E\left|\begin{array}{l}\dfrac{x_A+x_C}{2}=\dfrac{4-1}{2}=\dfrac{3}{2}\\ \dfrac{y_A+y_C}{2}=\dfrac{2-3}{2}=-\dfrac{1}{2}\end{array}\right. \quad ;E(\frac{3}{2};\ -\frac{1}{2})$$

$$\overrightarrow{AB}\left|\begin{array}{l}x_B-x_A=2-4=-2\\ y_B-y_A=6-2=4\end{array}\right. \quad ;\quad \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-2\\4\end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AC}\left|\begin{array}{l}x_C-x_A=-1-4=-5\\ y_C-y_A=-3-2=-5\end{array}\right. \quad ;\quad \overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}-5\\-5\end{pmatrix}$$

Je calcule l'équation de d médiatrice du segment $[AB]$

Soit $H(x;y)\in d$

$$\overrightarrow{IH}\left|\begin{array}{l}x_H-x_I=x-3\\ y_H-y_I=y-4\end{array}\right. \quad ;\ \overrightarrow{IH}\begin{pmatrix}x-3\\y-4\end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{IH}\perp\overrightarrow{AB}\Rightarrow -2(x-3)+4(y-4)=0\Rightarrow -2x+6+4y-16=0\Rightarrow -2x+4y=10$$
$$\Rightarrow -x+2y=5$$

$d:\ -x+2y=5$

Je calcule l'équation de d' médiatrice du segment $[AC]$

Soit $N(x;y)\in d'$

$$\overrightarrow{EN}\left|\begin{array}{l}x_N-x_E=x-\dfrac{3}{2}\\ y_N-y_E=y+\dfrac{1}{2}\end{array}\right. \quad ;\ \overrightarrow{EN}\begin{pmatrix}x-\dfrac{3}{2}\\ y+\dfrac{1}{2}\end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{EN}\perp\overrightarrow{AC}\Rightarrow -5\left(x-\frac{3}{2}\right)-5\left(y+\frac{1}{2}\right)=0\Rightarrow -5x+\frac{15}{2}-5y-\frac{5}{2}=0$$
$$\Rightarrow -10x+15-10y-5=0\Rightarrow -10x-10y=-10\Rightarrow x+y=1$$

$d';\ x+y=1$

Je calcule les coordonnées du point M intersection de $d \ et \ d'$

Je résous le système :

$$\begin{cases}-x+2y=5\\ \ \ x+y=1\end{cases}$$

J'élimine x

$$\begin{array}{l}1\\1\end{array}\begin{cases}-x+2y=5\\ \ \ x+y=1\end{cases}\Rightarrow 3y=6\Rightarrow y=2$$

$y=2$

Je remplace y par sa valeur dans $x+y=1$

$x+2=1\Rightarrow x=-1$

$x=-1$

$M(-1;2)$

SUJET D.E.F. 2014

I. Algèbre :

On considère les applications $\boldsymbol{f}, \boldsymbol{g}, \boldsymbol{h}$ définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par :

$\boldsymbol{f(x) = (2x+3)^2 - (x+6)^2}$; $\boldsymbol{h(x) = ax^2 + bx + c - (x+6)^2}$;

$\boldsymbol{g(x) = (x+3)(5-x) - h(x)}$

1) Détermine les réels a, b, c de $h(x)$ sachant que $\boldsymbol{h(0) = 18}$; $\boldsymbol{h(-3) = 0}$; $\boldsymbol{h(-1) = -8}$
   Ecris $\boldsymbol{h(x)}$.
2) Développer, réduis et ordonne $\boldsymbol{f(x)}$ et $\boldsymbol{g(x)}$ suivant les puissances décroissance de $\boldsymbol{x}$
3) Factoriser $\boldsymbol{f(x)}$ et $\boldsymbol{g(x)}$.
4) Soit la fonction rationnelle :
   $$\boldsymbol{q(x) = \frac{f(x)}{g(x)}}$$
   a) Déterminer l'ensemble de définition de q et simplifier $\boldsymbol{q(x)}$
   b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations :
   $$\boldsymbol{q(x) = 0} \text{ ; } \boldsymbol{q(x) = -\frac{9}{4}} \text{ ; } \boldsymbol{q(x) = \sqrt{3}}$$

II. Géométrie :

Exercice 1 :

1) Construis un triangle ABC dont les côtés mesurent : **AB = 3cm** ; **AC = 4cm** ; **BC = 5cm**
2) Détermine la nature du triangle **ABC**.
3) Calcule : $\boldsymbol{cos\vec{C}}$; $\boldsymbol{cos\vec{B}}$
4) Construis le point **H** projeté orthogonal sur **(BC)**.

Exercice 2 :

$(\vec{o}; \vec{\imath}; \vec{\jmath})$ est un repère orthonormé du plan.

1) Place ces points $\boldsymbol{A(2;4)}$; $\boldsymbol{B(-2;0)}$ et $\boldsymbol{C(4;0)}$.
2) Calcule les coordonnées des points $\boldsymbol{A'}$ et $\boldsymbol{B'}$ respectivement milieu de $[\boldsymbol{BC}]$ et $[\boldsymbol{AC}]$;
3) Trouve une équation de $(\boldsymbol{AA'})$ et une équation de $(\boldsymbol{BB'})$. En déduis les coordonnées du point de gravité **G** du triangle **ABC**.
4) Trouve une équation de la matrice de $[\boldsymbol{BC}]$ et une équation de la médiatrice de $[\boldsymbol{AC}]$. En déduis les coordonnées du centre **I** du cercle circonscrit au triangle **ABC** et calcule le rayon de ce cercle.

REPONSE DU SUJET D.E.F. 2014

III. Algèbre :

1) Je détermine les réels a, b, c de $h(x)$ sachant que $h(0) = 18$; $h(-3) = 0$; $h(-1) = -8$

$h(x) = ax^2 + bx + c - (x+6)^2$

$h(0) = 18 \Rightarrow c - 36 = 18 \Rightarrow c = 54$

- $c = 54$

$h(-3) = 0 \Rightarrow a(-3)^2 + b(-3) + c - (-3+6)^2 = 0 \Rightarrow 9a - 3b + c - 9 = 0$

- $9a - 3b + c = 9$

$h(-1) = -8 \Rightarrow a(-1)^2 - b + c - (-1+6)^2 = -8 \Rightarrow a - b + c - 25 = -8 \Rightarrow$
$a - b + c = 17$

- $a - b + c = 17$

Donc je résous le système :

$$\begin{cases} c = 54 \\ 9a - 3b + c = 9 \\ a - b + c = 17 \end{cases}$$

Je remplace c par sa valeur dans les deux équations restante :

$$\begin{cases} c = 54 \\ 9a - 3b + c = 9 \\ a - b + c = 17 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 9a - 3b + 54 = 9 \\ a - b + 54 = 17 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 9a - 3b = -45 \\ a - b = -37 \end{cases}$$

J'élimine b :

$$\begin{matrix} -1 \\ 3 \end{matrix} \begin{cases} 9a - 3b = -45 \\ a - b = -37 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -9a + 3b = 45 \\ 3a - 3b = -111 \end{cases} \Rightarrow -6a = -66 \Rightarrow a = \frac{66}{6} = 11$$

$a = 11$

Je remplace a par sa valeur dans l'équation : $a - b = -37$

$11 - b = -37 \Rightarrow -b = -37 - 11 \Rightarrow b = 48$

$b = 48$

J'écris $h(x)$:

$$h(x) = 11x^2 + 48x + 54 - (x+6)^2$$

2) Je développe, et je réduis en ordonnant $f(x)$ et $g(x)$ suivant les puissances décroissance de x :

$f(x) = (2x+3)^2 - (x+6)^2$ et

$g(x) = (x+3)(5-x) - h(x)$

Je développe $f(x)$:

$f(x) = (2x+3)^2 - (x+6)^2$

$f(x) = 4x^2 + 12x + 9 - x^2 - 12x - 36 = 3x^2 - 27$

$f(x) = 3x^2 - 27$

Je développe $g(x)$:

$g(x) = (x+3)(5-x) - h(x) \Leftrightarrow$

$g(x) = (x+3)(5-x) - 11x^2 - 48x - 54 + (x+6)^2$

$g(x) = 5x - x^2 + 15 - 3x - 11x^2 - 48x - 54 + x^2 + 12x + 36$

$= -11x^2 - 34x - 3$

$g(x) = -11x^2 - 34x - 3$

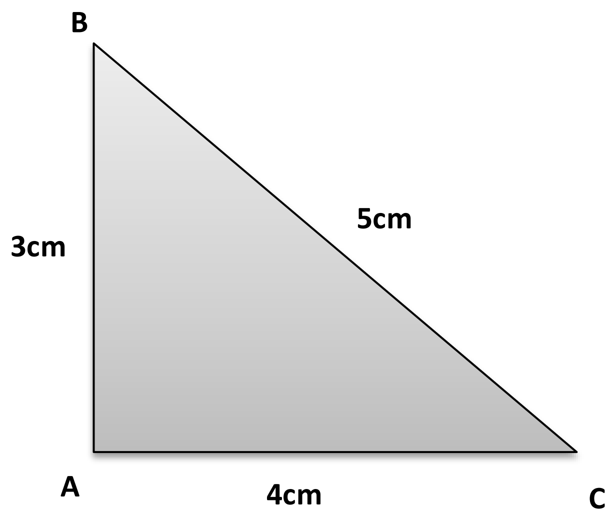
3) Je factoriser $f(x)$ et $g(x)$:
$f(x) = (2x+3)^2 - (x+6)^2$
$f(x) = [(2x+3) - (x+6)][(2x+3) + (x+6)]$
$= (2x+3-x-6)(2x+3+x+6) = (x-3)(3x+9)$
$f(x) = (x-3)(3x+9)$
$g(x) = (x+3)(5-x) - h(x)$
$g(x) = (x+3)(5-x) - 11x^2 - 48x - 54 + (x+6)^2=$

4) Soit la fonction rationnelle :
$$q(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$$
a) Déterminer l'ensemble de définition de q et simplifier $q(x)$
b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations :
$q(x) = 0$; $q(x) = -\frac{9}{4}$; $q(x) = \sqrt{3}$

IV. **Géométrie :**

Exercice 1 :

5) Je construis le triangle ABC dont les côtés mesurent : AB = 3cm ; AC = 4cm ; BC = 5cm



6) Je détermine la nature du triangle ABC :
Je constate que :
$AB^2 = 9$
$AC^2 = 16$
$AB^2 + AC^2 = 9 + 16 = 25$
$AB^2 + AC^2 = 25$
$BC^2 = 25$
Donc :
$AB^2 + AC^2 = BC^2$, c'est-à-dire que ABC est un triangle rectangle en A.

7) Calcule : $cos\vec{C}$; $cos\vec{B}$

$$cos\vec{C} = \frac{AC}{BC} = \frac{4}{5} = 0{,}8$$

$$cos\vec{C} = 0{,}8$$

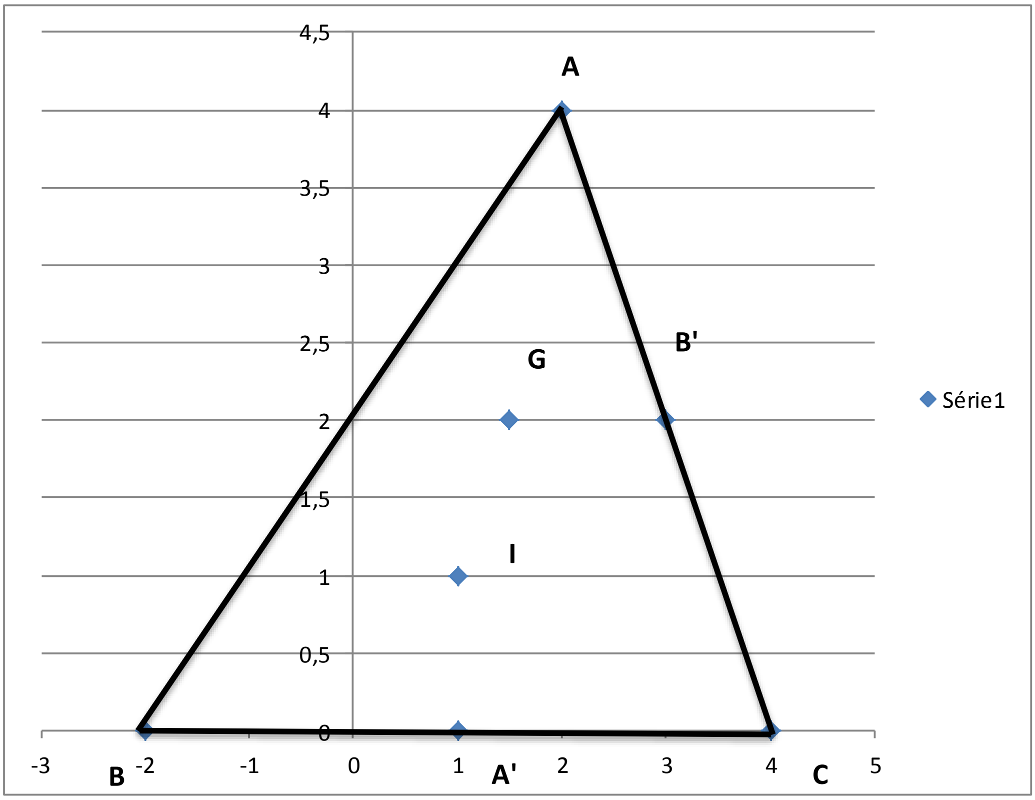
$$cos\vec{B} = \frac{AB}{BC} = \frac{3}{5} = 0{,}6$$

$$cos\vec{B} = 0{,}6$$

8) Construis le point H projeté orthogonal sur (BC) :

Exercice 2 :

5) Je place ces points $A(2;4); B(-2;0)\ et\ \ C(4;0)$ dans le repère orthonormé $(\vec{o};\vec{\imath};\vec{\jmath})$ du plan :



6) Je calcule les coordonnées des points $A'\ et\ B'$ respectivement milieu de $[BC]\ et\ [AC]$;

Coordonnées de A' milieu du segment $[BC]$

$$A'\left|\begin{array}{l} \dfrac{x_C + x_B}{2} = \dfrac{4-2}{2} = 1 \\ \dfrac{y_C + y_B}{2} = \dfrac{0}{2} = 0 \end{array}\right. \quad ;\ A'(1;0)$$

Coordonnées de B' milieu du segment $[AC]$

$$B' \left| \begin{array}{l} \dfrac{x_C + x_A}{2} = \dfrac{4+2}{2} = 3 \\ \dfrac{y_C + y_A}{2} = \dfrac{4}{2} = 2 \end{array} \right. \quad ; \; B'(3;2)$$

7) Trouve une équation de (AA') et une équation de (BB') :

- L'équation de la droite (AA') est :

$$\overrightarrow{AA'} \left| \begin{array}{l} x_{A'} - x_A = 1 - 2 = -1 \\ y_{A'} - y_A = 0 - 4 = -4 \end{array} \right. \quad ; \; \overrightarrow{AA'} \binom{-1}{-4}$$

Soit $M(x;y) \in (AA')$

$$\overrightarrow{AM} \left| \begin{array}{l} x_M - x_A = x - 2 \\ y_M - y_A = y - 4 \end{array} \right. \quad ; \; \overrightarrow{AM} \binom{x-2}{y-4}$$

$M(x;y) \in (AA') \Leftrightarrow -(y-4) = -4(x-2) \Rightarrow -y + 4 = -4x + 8 \Rightarrow$
$4x - y = 4$
$(AA'): 4x - y = 4$

- L'équation de la droite (BB') est :

$$\overrightarrow{BB'} \left| \begin{array}{r} x_{B'} - x_B = 3 + 2 = 5 \\ y_{B'} - y_B = 2 \end{array} \right. \quad ; \; \overrightarrow{BB'} \binom{5}{2}$$

Soit $N(x;y) \in (BB')$

$$\overrightarrow{BN} \left| \begin{array}{r} x_N - x_B = x + 2 \\ y_N - y_B = y \end{array} \right. \quad ; \; \overrightarrow{AM} \binom{x+2}{y}$$

$N(x;y) \in (BB') \Leftrightarrow 5y = 2(x+2) \Rightarrow 5y = 2x + 4 \Rightarrow$
$4x - 5y = -4$
$(BB'): 4x - 5y = -4$

Les coordonnées du point de gravité G du triangle ABC est le point d'intersection des deux droite $(AA')\ et\ (BB')$:

$$\begin{cases} 4x - y = 4 \\ 4x - 5y = -4 \end{cases}$$

J'élimine x

$$\begin{array}{r} 1 \\ -1 \end{array} \begin{cases} 4x - y = 4 \\ 4x - 5y = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x - y = 4 \\ -4x + 5y = 4 \end{cases} \Rightarrow 4y = 8 \Rightarrow y = \frac{8}{4} = 2$$

$y = 2$

Je remplace y par sa valeur dans l'équation : $4x - y = 4$

$$4x - 2 = 4 \Rightarrow 4x = 6 \Rightarrow x = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

$$x = \frac{3}{2}$$

$G\left(\frac{3}{2}; 2\right)$ est le point de gravité du triangle ABC.

8) Trouve une équation de la médiatrice de $[BC]$ et une équation de la médiatrice de $[AC]$.

- L'équation de la médiatrice de $[BC]$ sachant que $A'(1;0)$ est le milieu du segment $[BC]$:

  $\overrightarrow{BC}\left|\begin{array}{l} x_C - x_B = 4+2 = 6 \\ y_C - y_B = 0 \end{array}\right. \quad ; \ \overrightarrow{BC}\begin{pmatrix} 6 \\ 0 \end{pmatrix}$

  Soit $H(x;y) \in d$; ou d est la médiatrice du segment $[BC]$

$\overrightarrow{A'H}\left|\begin{array}{l} x_H - x_{A'} = x-1 \\ y_H - y_{A'} = y \end{array}\right. \quad ; \ \overrightarrow{A'H}\begin{pmatrix} x-1 \\ y \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{BC} \perp \overrightarrow{A'H} \Longrightarrow 6(x-1)+0 = 0 \Rightarrow 6x-6 = 0 \Rightarrow 6x = 6 \Rightarrow x = 1$

  $(d): x = 1$ est la médiatrice du $[BC]$

- L'équation de la médiatrice de $[AC]$ sachant que $B'(3;2)$ est le milieu du segment $[AC]$:

  $\overrightarrow{AC}\left|\begin{array}{l} x_C - x_A = 4-2 = 2 \\ y_C - y_A = 0-4 = -4 \end{array}\right. \quad ; \ \overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix}$

  Soit $P(x;y) \in d'$; ou d' est la médiatrice du segment $[AC]$

$\overrightarrow{B'P}\left|\begin{array}{l} x_P - x_{B'} = x-3 \\ y_P - y_{B'} = y-2 \end{array}\right. \quad ; \ \overrightarrow{A'H}\begin{pmatrix} x-3 \\ y-2 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AC} \perp \overrightarrow{B'P} \Longrightarrow 2(x-3)-4(y-2) = 0 \Rightarrow 2x-6-4y+8 = 0 \Rightarrow$
$2x-4y = -2$

  $(d'): 2x-4y = -2$ est la médiatrice du $[AC]$

les coordonnées du centre I du cercle circonscrit au triangle ABC est le point d'intersection de $(d)\ et\ (d')$:
Je résous le système :

$$\begin{cases} x = 1 \\ 2x-4y = -2 \end{cases}$$

Je remplace x par sa valeur dans l'équation : $2x-4y = -2$
$2-4y = -2 \Rightarrow -4y = -4 \Rightarrow y = 1$
$I(1;1)$ est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC.
Le rayon de ce cercle est :

$$R = d(I;A) = \sqrt{(x_A - x_I)^2 + (y_A - y_I)^2} = \sqrt{(2-1)^2 + (4-1)^2} = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}$$

$R = d(I;A) = \sqrt{10}$

COMPOSITIONS DU TROISIEME TRIMESTRE 2015-2016

Algèbre :

Exercice 1 :

Soit le polynôme $\boldsymbol{P(x) = x^3 + x^2 + ax + b}$, ou $\boldsymbol{x}$ est la variable.

1) Détermine $\boldsymbol{a}$ et $\boldsymbol{b}$ sachant que $\boldsymbol{P(-1) = 0}$; $\boldsymbol{P(2) = 0}$.
2) Ecris alors $\boldsymbol{P(x)}$.
3) Factorise $\boldsymbol{P(x)}$.

Exercice 2 :

On donne les applications polynômes

$\boldsymbol{F(x) = (x+2)(2x+1)^2 - 16(x+2)}$ et $\boldsymbol{G(x) = (2x+5)(7-x) + 4x^2 - 25}$

1) Développe, réduis et ordonne $\boldsymbol{F(x)}$ et $\boldsymbol{G(x)}$.
2) Ecris $\boldsymbol{F(x)}$ et $\boldsymbol{G(x)}$ sous forme de produit de facteurs du premier degré.
3) Résous $\boldsymbol{F(x) = 0}$ et $\boldsymbol{F(x) = G(x)}$.
4) Soit $\boldsymbol{h(x) = \frac{F(x)}{G(x)}}$
   a) Détermine l'ensemble de définition de $\boldsymbol{Dh}$ puis simplifie $\boldsymbol{h(x)}$.
   b) Calcule $\boldsymbol{h(2)}$; $\boldsymbol{h\left(\frac{1}{2}\right)}$.

Géométrie :

On considère dans la plan P un repère orthonormé $(\vec{o}; \vec{\imath}; \vec{\jmath})$ et les points :

$\boldsymbol{A(1;2); B(-2;-1); C(4;\ -1)\ et\ D(6;3)}$

1) Place les points dans la repère.
2) Démontre que les points A, C et D sont alignés.
3) Calcule les norme des vecteurs $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BC}$. Que peux-tu dire du triangle **ABC** ?
4) Quel est le centre du cercle circonscrit à ce triangle ? Calcule son rayon.
5) Calcule la tangents de l'angle géométrique $\widehat{ABC}$.

REPONSE COMPOSITIONS DU TROISIEME TRIMES 2015-2016

Algèbre :

Exercice 1 :

1) Je détermine a et b sachant que $P(-1) = 0$; $P(2) = 0$

   $P(x) = x^3 + x^2 + ax + b$

   $P(-1) = 0 \Rightarrow -1 + 1 - a + b = 0 \Leftrightarrow -a + b = 0$

   $P(2) = 0 \Rightarrow 8 + 4 + 2a + b = 0 \Leftrightarrow 2a + b = -12$

   $\begin{cases} -a + b = 0 \\ 2a + b = -12 \end{cases}$

   Eliminons b :

   $\begin{matrix} -1 \\ 1 \end{matrix}\begin{cases} -a + b = 0 \\ 2a + b = -12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a - b = 0 \\ 2a + b = -12 \end{cases} \Rightarrow 3a = -12 \Rightarrow a = -\frac{12}{3} = -4$

   $a = \ -4$

   Remplaçons a par sa valeur dans $-a + b = 0$:

   $-a + b = 0 \Leftrightarrow 4 + b = 0 \Rightarrow b = -4$

   $b = -4$

2) L'expression de $P(x)$ est :

   $P(x) = x^3 + x^2 - 4x - 4$

3) Je factorisons $P(x)$:

   $P(x) = x^3 + x^2 - 4x - 4 = x^2(x + 1) - 4(x + 1) = (x + 1)(x^2 - 4) =$
   $(x + 1)(x - 2)(x + 2)$

   $P(x) = (x + 1)(x - 2)(x + 2)$

Exercice 2 :

1) Je développe, réduis en ordonnant $F(x)$ et $G(x)$.

   $F(x) = (x + 2)(2x + 1)^2 - 16(x + 2) = (x + 2)(4x^2 + 4x + 1) - 16x - 32$
   $= 4x^3 + 4x^2 + x + 8x^2 + 8x + 2 - 16x - 32$
   $= 4x^3 + 12x^2 - 7x - 30$

   $F(x) = 4x^3 + 12x^2 - 7x - 30$

   $G(x) = (2x + 5)(7 - x) + 4x^2 - 25 = 14x - 2x^2 + 35 - 5x + 4x^2 - 25$
   $= 2x^2 + 9x + 10$

   $G(x) = 2x^2 + 9x + 10$

2) J'écris $F(x)$ et $G(x)$ sous forme de produit de facteurs du premier degré

   $F(x) = (x + 2)(2x + 1)^2 - 16(x + 2) = (x + 2)[(2x + 1)^2 - 16]$
   $= (x + 2)[(2x + 1 - 4)(2x + 1 + 4)] = (x + 2)(2x - 3)(2x + 5)$

   $F(x) = (x + 2)(2x - 3)(2x + 5)$

   $G(x) = (2x + 5)(7 - x) + 4x^2 - 25 = (2x + 5)(7 - x) + (2x - 5)(2x + 5)$
   $= (2x + 5)[(7 - x) + (2x - 5)] = (2x + 5)(7 - x + 2x - 5)$
   $= (2x + 5)(x + 2)$

   $G(x) = (2x + 5)(x + 2)$

3) Je résous $F(x) = 0$ et $F(x) = G(x)$

$F(x) = 0 \Rightarrow (x+2)(2x-3)(2x+5) = 0 \Rightarrow x+2 = 0 \Rightarrow x = -2$; ou $2x-3 = 0 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$; ou $2x+5 = 0 \Rightarrow x = -\frac{5}{2}$

$S = \{-2; \dfrac{3}{2}; -\dfrac{5}{2}\}$

$F(x) = G(x) \Leftrightarrow (x+2)(2x-3)(2x+5) = (2x+5)(x+2)$

$\Rightarrow (x+2)(2x-3)(2x+5) - (2x+5)(x+2) = 0$

$\Rightarrow (x+2)(2x+5)(2x-3-1) = 0 \Rightarrow (x+2)(2x+5)(2x-4)$

$= 0 \Rightarrow x+2 = 0 \Rightarrow x = -2$; ou $2x+5 = 0 \Rightarrow x = -\dfrac{5}{2}$;

ou $2x-4 = 0 \Rightarrow x = 2$

$S = \{-2; -\dfrac{5}{2}\ ; 2\}$

4) $h(x) = \frac{F(x)}{G(x)}$

a) Détermination de l'ensemble de définition Dh

$$h(x) = \frac{F(x)}{G(x)} = \frac{(x+2)(2x-3)(2x+5)}{(2x+5)(x+2)}$$

$h(x)$ est definie si $(2x+5)(x+2) \neq 0 \Rightarrow x \neq -\frac{5}{2}$; $x \neq -2$

$Dh = \{x\ /x\ \in \mathbb{R}, (2x+5)(x+2) \neq 0\}$

$Dh = \mathbb{R} - \{-2; -\dfrac{5}{2}\}$

b) Je calcule $h(2)$; $h\left(\frac{1}{2}\right)$

$$h(x) = \frac{F(x)}{G(x)} = \frac{(x+2)(2x-3)(2x+5)}{(2x+5)(x+2)} = 2x-3$$

$h(2) = 2(2) - 3 = 4 - 3 = 1$

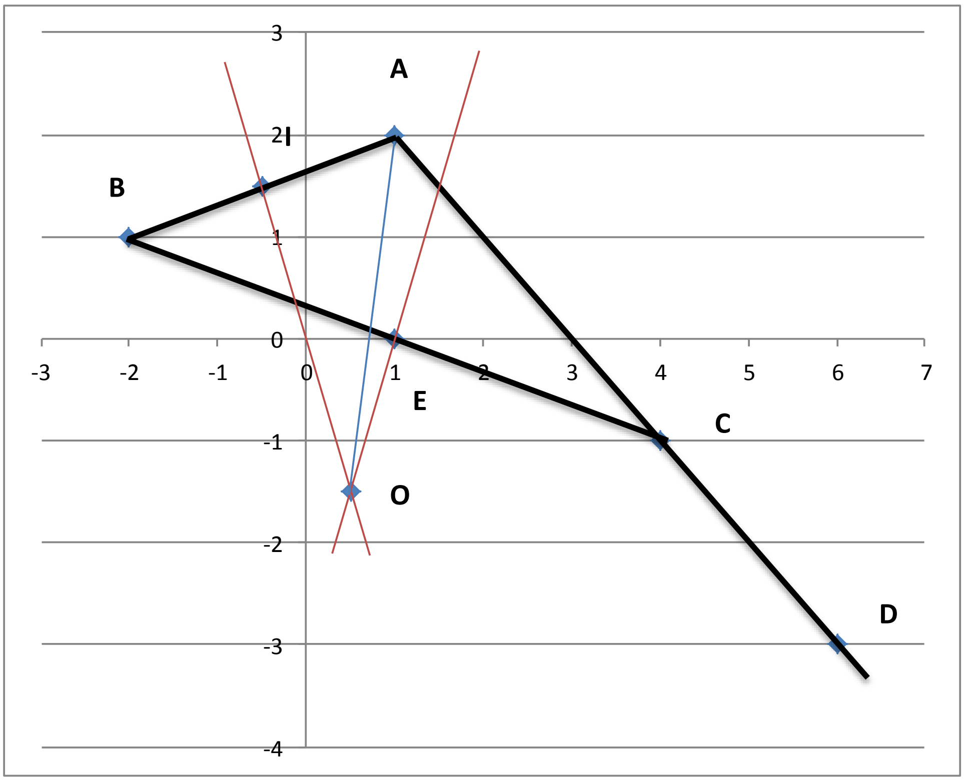
$h(2) = 1$

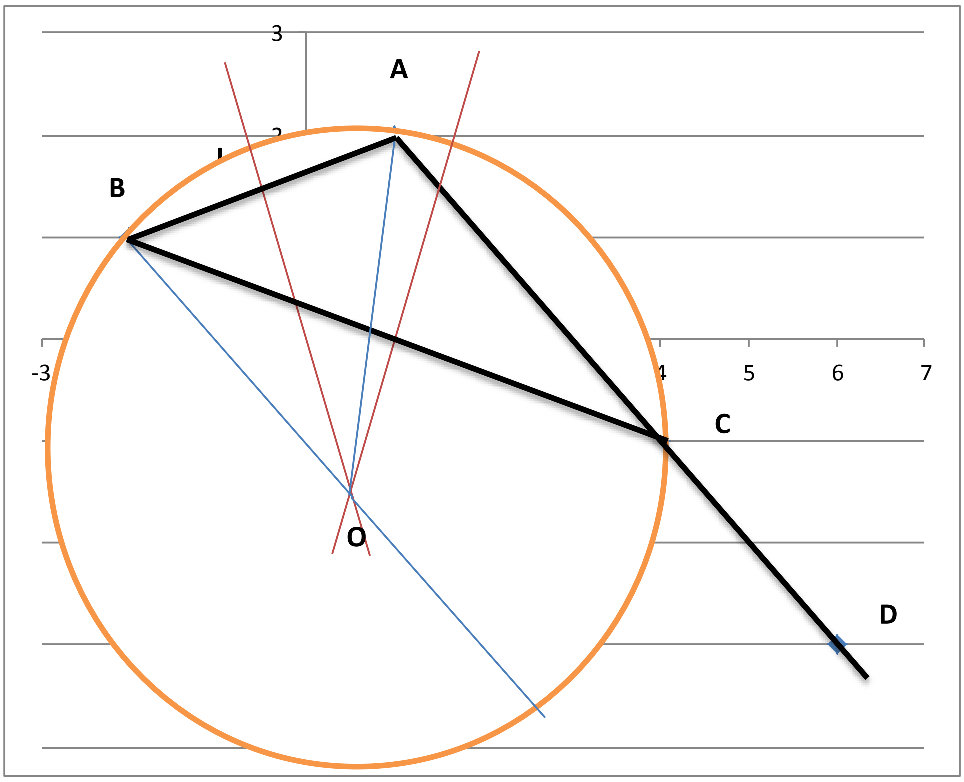
$h\left(\dfrac{1}{2}\right) = 2\left(\dfrac{1}{2}\right) - 3 = 1 - 3 = -2$

$h\left(\dfrac{1}{2}\right) = -2$

Géométrie :

1) Je place les points dans le repère $(\vec{o};\vec{\imath};\vec{\jmath})$:





2) Je démontre que A, C et D sont alignés

$\overrightarrow{AC}\binom{4-1}{-1-2} \Leftrightarrow \overrightarrow{AC}\binom{3}{-3}$

$\overrightarrow{AD}\binom{6-1}{-3-2} \Leftrightarrow \overrightarrow{AD}\binom{5}{-5}$

$\overrightarrow{AC}\binom{3}{-3} \times \overrightarrow{AD}\binom{5}{-5} \Rightarrow \begin{matrix}(-3)\times 5 = -15 \\ 3\times(-5) = -15\end{matrix}$ donc A, C, et D sont alignés.

3) Je calcule les normes des vecteurs suivantes : $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AC}\ et\ \overrightarrow{BC}$

$\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(-2-1)^2 + (1-2)^2} = \sqrt{10}$

$\|\overrightarrow{AC}\| = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{(4-1)^2 + (-1-2)^2} = \sqrt{18}$

$\|\overrightarrow{BC}\| = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{(4+2)^2 + (-1-1)^2} = \sqrt{40}$

ABC est un triangle quelconque.

4) Le centre du cercle circonscrit à ce triangle est le point O de concours des médiatrices.

Je détermine les équations de deux médiatrice passant par I et E milieu respective des $[AB]\ et\ [BC]$

Je détermine les coordonnées de I et E.

$I\left|\begin{matrix}\frac{x_B+x_A}{2} = \frac{-2+1}{2} = \frac{-1}{2} \\ \frac{y_B+y_A}{2} = \frac{1+2}{2} = \frac{3}{2}\end{matrix}\right.$; $I(\frac{-1}{2}; \frac{3}{2})$

$E\left|\begin{matrix}\frac{x_C+x_B}{2} = \frac{4-2}{2} = \frac{2}{2} = 1 \\ \frac{y_C+y_B}{2} = \frac{-1+1}{2} = 0\end{matrix}\right.$; $E(1\,;\ 0)$

- ✶ Je détermine l'équation de la droite (EM) médiatrice du segment $[BC]$

  $\overrightarrow{BC}\left|\begin{matrix}x_C - x_B = 4+2 = 6 \\ y_C - y_B = -1-1 = -2\end{matrix}\right.$; $\overrightarrow{BC}\binom{6}{-2}$

  Soit $M(x; y) \in (EM)$ médiatrice du segment $[BC]$

  $\overrightarrow{EM}\left|\begin{matrix}x_M - x_E = x-1 \\ y_M - y_E = y\end{matrix}\right.$; $\overrightarrow{EM}\binom{x-1}{y}$

  $\overrightarrow{BC} \perp \overrightarrow{EM}$ si et seulement si :

  $6(x-1) - 2y = 0 \Rightarrow 6x - 2y = 6$

  (EM): $6x - 2y = 6$

- ✶ Je détermine l'équation de la droite (IN) médiatrice du segment $[AB]$

  $\overrightarrow{AB}\left|\begin{matrix}x_B - x_A = -2-1 = -3 \\ y_B - y_A = 1-2 = -1\end{matrix}\right.$; $\overrightarrow{AB}\binom{-3}{-1}$

  Soit $N(x; y) \in (IN)$ médiatrice du segment $[AB]$

$$\overrightarrow{IN}\left|\begin{array}{l} x_N - x_I = x + \dfrac{1}{2} \\ y_N - y_I = y - \dfrac{3}{2} \end{array}\right. ;\ \overrightarrow{IN}\begin{pmatrix} x + \dfrac{1}{2} \\ y - \dfrac{3}{2} \end{pmatrix}$$

$\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{IN}$ si et seulement si :

$$-3\left(x + \frac{1}{2}\right) - \left(y - \frac{3}{2}\right) = 0 \Rightarrow -3x - \frac{3}{2} - y + \frac{3}{2} = 0 \Rightarrow -6x - 3 - 2y + 3$$
$$= 0 \Rightarrow -6x - 2y = 0$$

$(IN) :\ -6x - 2y = 0$

Les coordonnées du point O centre du cercle circonscrit au triangle est l'intersection de ces deux droite $(EM)\ et\ (IN)$

$$\begin{cases} 6x - 2y = 6 \\ -6x - 2y = 0 \end{cases}$$

Je élimine x :

$$\begin{array}{l} 1 \\ 1 \end{array}\begin{cases} 6x - 2y = 6 \\ -6x - 2y = 0 \end{cases} \Rightarrow -4y = 6 \Rightarrow y = -\frac{6}{4} = -\frac{3}{2}$$

$$y = -\frac{3}{2}$$

Remplaçons y par sa valeur dans $6x - 2y = 6$

$$6x - 2\left(-\frac{3}{2}\right) = 6 \Rightarrow 6x + 3 = 6 \Rightarrow 6x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{1}{2}$$

Donc $O\left(\frac{1}{2}\ ;\ -\frac{3}{2}\right)$ est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC.

Je calcule le rayon du cercle :

Le cercle qui passe par les points A, B et C donc :

$$R = d(O,A) = \sqrt{(1 - \frac{1}{2})^2 + (2 + \frac{3}{2})^2} = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{49}{4}} = \sqrt{\frac{50}{4}} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

$$R = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

5)

SUJET N°1

I. ALGEBRE :

Soient les polynômes suivants $\boldsymbol{f(x) = (4x+5)^2 - (2x-3)^2}$ et

$\boldsymbol{g(x) = (3x+1)(3x-2) - (x-8)(3x+1) + 9x^2 - 1}$

1) Développe, réduis et ordonne $\boldsymbol{f(x)}$ et $\boldsymbol{g(x)}$ suivant les puissances décroissantes de $\boldsymbol{x}$.
2) Factorise $\boldsymbol{f(x)}$ et $\boldsymbol{(x)}$.
3) Résous dans $\mathbb{R}$, les équations $\boldsymbol{f(x) = 0}$; $\boldsymbol{g(x) = 0}$
4) On considère la fraction rationnelle :

$$\boldsymbol{h(x) = \frac{12x^2 + 52x + 16}{(3x+1)(5x+5)}}$$

   a) Donne l'ensemble de définition de $\boldsymbol{h(x)}$ puis simplifie $\boldsymbol{h(x)}$**.**
   b) Calcule $\boldsymbol{h\left(-\frac{2}{3}\right)}$ $\boldsymbol{et\ h\left(\sqrt{3}-2\right)}$ au centième près par défaut.

II. GEOMETRIE :

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(\vec{o};\vec{\imath};\vec{\jmath})$, place les points A, B, C définis par : $\boldsymbol{\overrightarrow{OA} = \vec{\imath} + 3\vec{\jmath}}$; $\boldsymbol{\overrightarrow{OB} = 4\vec{\imath} - \vec{\jmath}}$; $\boldsymbol{\overrightarrow{OC} = -3\vec{\imath}}$

1) Calcule les coordonnées des vecteurs : $\boldsymbol{\overrightarrow{AB}}$; $\boldsymbol{\overrightarrow{BC}}$ $et\ \boldsymbol{\overrightarrow{AC}}$ puis déduis :$\| \boldsymbol{\overrightarrow{AB}}\|$; $\|\boldsymbol{\overrightarrow{BC}}\|\ et\ \|\boldsymbol{\overrightarrow{AC}}\|$.
   Donne la nature du triangle ABC.
2) Calcule les coordonnées du point K centre du cercle circonscrit au triangle ABC. Trouve la longueur du rayon de ce cercle.
3) Trouve l'équation de la droite Δ passant par A et perpendiculaire à la droite (AK). Quelle est la position de cette droite Δ par rapport au cercle C.

REPONSE DU SUJET N°1

I. <u>ALGEBRE :</u>

1) Je développe et réduis en ordonnant $f(x)$ et $g(x)$ suivant les puissances décroissantes de .

$f(x) = (4x+5)^2 - (2x-3)^2 = 16x^2 + 40x + 25 - 4x^2 + 12x - 9 = 12x^2 + 52x + 16$

$f(x) = 12x^2 + 52x + 16$

$g(x) = (3x+1)(3x-2) - (x-8)(3x+1) + 9x^2 - 1 =$

$9x^2 - 6x + 3x - 2 - 3x^2 - x + 24x + 8 + 9x^2 - 1 = 15x^2 + 20x + 5$

$g(x) = 15x^2 + 20x + 5$

2) Je factorise $f(x)$ et $g(x)$

$f(x) = (4x+5)^2 - (2x-3)^2 = [(4x+5) + (2x-3)][(4x+5) - (2x-3)]$

$= (4x+5+2x-3)(4x+5-2x+3) = (6x+2)(2x+8)$

$f(x) = (6x+2)(2x+8)$

$g(x) = (3x+1)(3x-2) - (x-8)(3x+1) + 9x^2 - 1 =$

$(3x+1)(3x-2) - (x-8)(3x+1) + (3x+1)(3x-1) =$

$(3x+1)[(3x-2) - (x-8) + (3x-1)] = (3x+1)(3x-2-x+8+3x-1)$

$= (3x+1)(5x+5)$

$g(x) = (3x+1)(5x+5)$

3) Je résous dans $\mathbb{R}$, les équations $f(x) = 0$; $g(x) = 0$

$f(x) = 0 \Leftrightarrow (6x+2)(2x+8) = 0 \Rightarrow 6x + 2 = 0 \Rightarrow x = -\frac{2}{6} = -\frac{1}{3}$; $ou :$ $2x + 8 = 0$

$\Rightarrow x = -\frac{8}{2} = -4$

$S = \{-4; -\frac{1}{3}\}$

$g(x) = 0 \Leftrightarrow (3x+1)(5x+5) = 0 \Rightarrow 3x + 1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{3}$; $ou :$ $5x + 5 = 0 \Rightarrow x$

$= -1$

$S = \{-1; -\frac{1}{3}\}$

4) On considère la fraction rationnelle :

$$h(x) = \frac{12x^2 + 52x + 16}{(3x+1)(5x+5)}$$

c) Je donne l'ensemble de définition de $h(x)$ puis simplifie $h(x)$

$h(x)$ est définit si et seulement si $(3x+1)(5x+5) \neq 0 \Leftrightarrow g(x) \neq 0$ donc

$Dh = \{x \,/ x \in \mathbb{R}, x \neq -1 \; et \; x \neq -\frac{1}{3}\}$

$Dh = \mathbb{R}\_\{-1; -\frac{1}{3}\}$

$$h(x) = \frac{12x^2 + 52x + 16}{(3x+1)(5x+5)} \Leftrightarrow h(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{(6x+2)(2x+8)}{(3x+1)(5x+5)} = \frac{2(3x+1)(2x+8)}{(3x+1)(5x+5)}$$
$$= \frac{4x+16}{5x+5}$$

$$h(x) = \frac{4x+16}{5x+5}$$

d) Je calcule $h\left(-\frac{2}{3}\right)$ et $h\left(\sqrt{3}-2\right)$ au centième près par défaut

$$h(x) = \frac{4x+16}{5x+5}$$

$$h\left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{4x+16}{5x+5} = \frac{-\frac{8}{3}+16}{-\frac{10}{3}+5} = \frac{-\frac{8}{3}+\frac{48}{3}}{-\frac{10}{3}+\frac{15}{3}} = \frac{-8+48}{-10+15} = \frac{40}{5} = 8$$

$$h\left(-\frac{2}{3}\right) = 8{,}00$$

$$h\left(\sqrt{3}-2\right) = \frac{4\left(\sqrt{3}-2\right)+16}{5\left(\sqrt{3}-2\right)+5} = \frac{4\sqrt{3}-8+16}{5\sqrt{3}-10+5} = \frac{4\sqrt{3}+8}{5\sqrt{3}-5} = \frac{(4\sqrt{3}+8)(5\sqrt{3}+5)}{(5\sqrt{3}-5)(5\sqrt{3}+5)}$$
$$= \frac{20\sqrt{9}+20\sqrt{3}+40\sqrt{3}+40}{75-25} = \frac{100+60\sqrt{3}}{50} = \frac{50+30\sqrt{3}}{25}$$

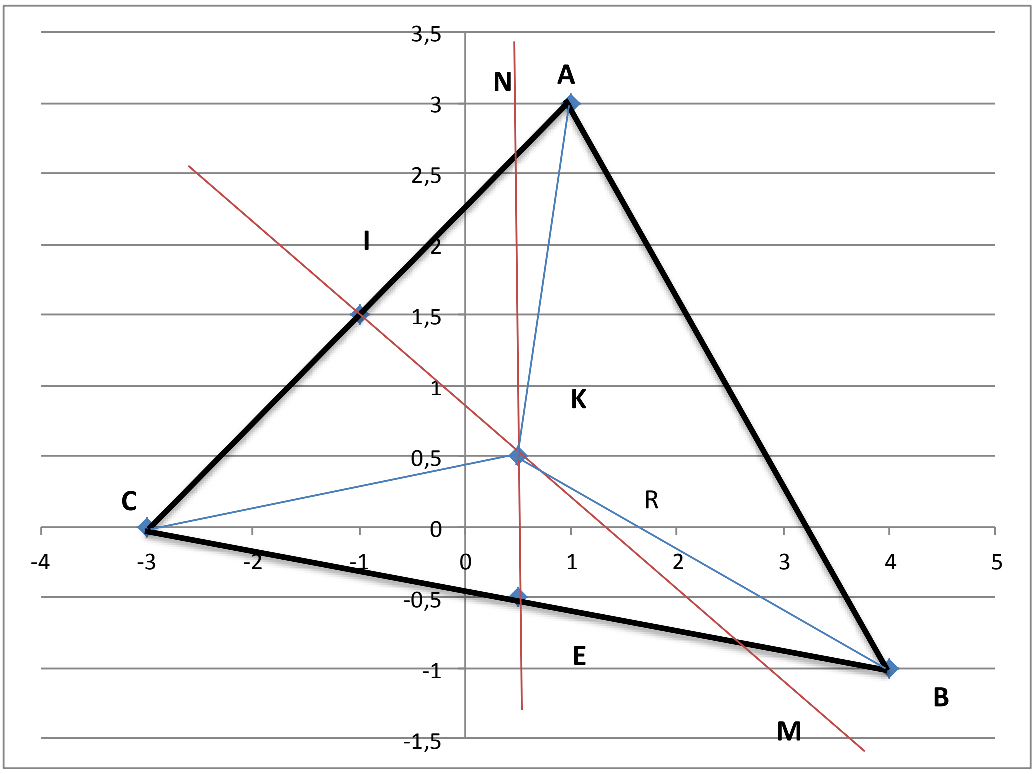
$$h\left(\sqrt{3}-2\right) = \frac{50+30\sqrt{3}}{25} = 4{,}08$$

II. GEOMETRIE :

Je place les points dans le repère $(\vec{o}; \vec{\imath}; \vec{\jmath})$:

$\overrightarrow{OA} = \vec{\imath} + 3\vec{\jmath}$; $\overrightarrow{OB} = 4\vec{\imath} - \vec{\jmath}$; $\overrightarrow{OC} = -3\vec{\imath}$

$A(1;3)$; $B(4;\ -1)$; $C(-3;0)$



4) Je calcule les coordonnées des vecteurs : $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AC}$ puis déduis : $\|\overrightarrow{AB}\|$; $\|\overrightarrow{BC}\|$ et $\|\overrightarrow{AC}\|$.

$$\overrightarrow{AB} = \left| \begin{matrix} x_B - x_A = 4 - 1 = 3 \\ y_B - y_A = -1 - 3 = -4 \end{matrix} \right. ; \quad \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{BC} = \left| \begin{matrix} x_C - x_B = -3 - 4 = -7 \\ y_C - y_B = 0 + 1 = 1 \end{matrix} \right. ; \quad \overrightarrow{BC}\begin{pmatrix} -7 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AC} = \left| \begin{matrix} x_C - x_A = -3 - 1 = -4 \\ y_C - y_A = 0 - 3 = -3 \end{matrix} \right. ; \quad \overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$

$\|\overrightarrow{AB}\| = 5$

$\|\overrightarrow{BC}\| = \sqrt{(-7)^2 + 1} = \sqrt{49 + 1} = \sqrt{50}$

$\|\overrightarrow{BC}\| = \sqrt{50}$

$\|\overrightarrow{AC}\| = \sqrt{(-4)^2 + (-3)^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$

$\|\overrightarrow{AC}\| = 5$

J'ai : $\|\overrightarrow{AB}\| = \|\overrightarrow{AC}\|$ donc le triangle ABC est un triangle isocèle.

$(AB)^2 + (AC)^2 = 25 + 25 = 50$

$(BC)^2 = (\sqrt{50})^2 = 50$, donc $(AB)^2 + (AC)^2 = (BC)^2$, le triangle est rectangle en A.

5) Je calcule les coordonnées du point K centre du cercle circonscrit au triangle ABC. Trouve la longueur du rayon de ce cercle.

K est le centre du triangle circonscrit au triangle lorsque les médiatrices de chaque cote du triangle passe par le point K :

Soit I milieu du segment $[AC]$ et E milieu du segment $[BC]$

$$I\left|\begin{array}{l}\dfrac{x_C+x_A}{2}=\dfrac{-3+1}{2}=\dfrac{-2}{2}=-1\\ \dfrac{y_C+y_A}{2}=\dfrac{0+3}{2}=\dfrac{3}{2}=1{,}5\end{array}\right.;I(-1;\frac{3}{2})$$

$$E\left|\begin{array}{l}\dfrac{x_C+x_B}{2}=\dfrac{-3+4}{2}=\dfrac{1}{2}\\ \dfrac{y_C+y_B}{2}=\dfrac{0-1}{2}=-\dfrac{1}{2}\end{array}\right.;\ E(\frac{1}{2};-\frac{1}{2})$$

Je calcule l'équation de la droite (IM) et (EN)

- L'équation de la droite (IM)

$$\overrightarrow{IM}\left|\begin{array}{l}x_M-x_I=x+1\\ y_M-y_I=y-\dfrac{3}{2}\end{array}\right.;\ \overrightarrow{IM}\begin{pmatrix}x+1\\ y-\dfrac{3}{2}\end{pmatrix}$$

(IM) est la médiatrice du segment $[AC]$ si et seulement si :

$$-4(x+1)-3\left(y-\frac{3}{2}\right)=0\Rightarrow -4x-4-3y+\frac{9}{2}=0\Rightarrow -8x-6y-8+9=0\Rightarrow -8x-6y=-1$$

$(IM):-8x-6y=-1$

- L'équation de la droite (EN)

$$\overrightarrow{EN}\left|\begin{array}{l}x_N-x_E=x-\dfrac{1}{2}\\ y_N-y_E=y+\dfrac{1}{2}\end{array}\right.;\ \overrightarrow{EN}\begin{pmatrix}x-\dfrac{1}{2}\\ y+\dfrac{1}{2}\end{pmatrix}$$

(EN) est la médiatrice du segment $[BC]$ si et seulement si :

$$-7\left(x-\frac{1}{2}\right)+y+\frac{1}{2}=0\Rightarrow -7x+\frac{7}{2}+y+\frac{1}{2}=0\Rightarrow -14x+7+2y+1=0\Rightarrow -14x+2y=-8$$

$(EN):-14x+2y=-8$

Les coordonnées du point K centre du cercle est l'intersection de la droite (IM) et (EN) :

Je résous le système :

$$\begin{cases}-8x-6y=-1\\ -14x+2y=-8\end{cases}$$

J'élimine y

$$\begin{cases}-8x-6y=-1\\ -14x+2y=-8\end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{matrix}1\\3\end{matrix}\begin{cases}-8x-6y=-1\\-14x+2y=-8\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}-8x-6y=-1\\-42x+6y=-24\end{cases} \Rightarrow -50x=-25 \Rightarrow x=\frac{25}{50}=\frac{1}{2}$$

$x=\frac{1}{2}$

Je remplace x par sa valeur dans $-8x-6y=-1$ donc :

$$-8\left(\frac{1}{2}\right)-6y=-1 \Rightarrow -\frac{8}{2}-6y=-1 \Rightarrow -4-6y=-1 \Rightarrow -6y=3 \Rightarrow y = -\frac{3}{6} \Rightarrow y=-\frac{1}{2}$$

$y=-\frac{1}{2}$

$K\left(\frac{1}{2};\ -\frac{1}{2}\right)$ est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC.

La longueur du rayon est :

$$R=d(K,B)=\sqrt{(x_B-x_K)^2+(y_B-y_K)^2}=\sqrt{(4-\frac{1}{2})^2+(-1+\frac{1}{2})^2}$$
$$=\sqrt{\frac{49}{4}+\frac{1}{4}}=\sqrt{\frac{50}{4}}=\frac{5\sqrt{2}}{2}$$

$R=\frac{5\sqrt{2}}{2}$

6) Je trouve l'équation de la droite Δ passant par A et perpendiculaire à la droite (AK).

$$\overrightarrow{AK}\left|\begin{matrix}x_K-x_A=\frac{1}{2}-1=\frac{1-2}{2}=\frac{-1}{2}\\ y_K-y_A=-\frac{1}{2}-3=\frac{-1-6}{2}=\frac{-7}{2}\end{matrix}\right. ;\ \overrightarrow{AK}\begin{pmatrix}\frac{-1}{2}\\ \frac{-7}{2}\end{pmatrix}$$

Soit $G(x;y)\in\Delta$

$$\overrightarrow{AG}\left|\begin{matrix}x_G-x_A=x-1\\ y_G-y_A=y-3\end{matrix}\right. ;\ \overrightarrow{AG}\begin{pmatrix}x-1\\ y-3\end{pmatrix}$$

Donc la droite Δ passant par A et perpendiculaire à la droite (AK) si et seulement si :

$$-\frac{1}{2}(x-1)-\frac{7}{2}(y-3)=0 \Rightarrow -x+1-7y+21=0 \Rightarrow -x-7y=-22$$
$$\Rightarrow x+7y=22$$

$(\Delta): x+7y=22$

Cette droite est tangente au cercle C.

SUJET N°2

I. ALGEBRE :

On définit dans $\mathbb{R}$ les fonctions polynômes suivantes :

$\boldsymbol{f(x) = (3x-2)(x-1) + x^2 - 1 + 3(1-x)(2x+1)}$;

$\boldsymbol{g(x) = (3x-1)^2 - (x-3)^2}$

1) Développe, réduis et ordonne $\boldsymbol{f(x)}$ et $\boldsymbol{g(x)}$ suivant les puissances décroissantes de $\boldsymbol{x}$.
2) Calcule $\boldsymbol{g\left(\sqrt{3}-1\right)}$ et sachant que $\boldsymbol{1,732 \leq \sqrt{3} < 1,733}$, donne un encadrement du réel $\boldsymbol{g\left(\sqrt{3}-1\right)}$ à 10^{-1} près.
3) Ecris $\boldsymbol{f(x)}$ et $\boldsymbol{g(x)}$ sous forme de produit de facteur du premier degré.
4) Trouve l'ensemble de définition de la fonction rationnelle :

$$\boldsymbol{h(x) = \frac{8(x^2-1)}{-2(x-1)(x+2)}}$$

puis simplifie l'écriture de $\boldsymbol{h(x)}$.

5) Résous dans $\mathbb{R}$ les équations :

$$\boldsymbol{h(x) = 0\ ;\ h(x) = 1\ ;\ h(x) = -\frac{8}{3}}$$

II. GEOMETRIE :

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(\vec{\boldsymbol{o}};\vec{\boldsymbol{\imath}};\vec{\boldsymbol{\jmath}})$ on donne les points :

$\boldsymbol{A(3;0)}$; $\boldsymbol{B(2;\ -3)}$; $\boldsymbol{D(0;1)}$; $\boldsymbol{F(-1;0)}$

1) Trace le repère et place les points.
2) Détermine les coordonnées de **E** symétrique de **A** dans la symétrie de centre **D**, puis montre que les points **E** , **F** et **B** sont alignés.
3) Calcule **d(A ; B)** ; **d(E ; A) ; d(B ; E)**. En déduis la nature du triangle **EAB** .
4) Détermine les coordonnées du point **C** pour que **ABCD** soit un parallélogramme dont tu préciseras la nature et les coordonnées de son centre de symétrie **I**.
5) Montre que les points **A ; B ; C ; D** et **F** appartiennent à un même cercle.

SUJET N°3

ALGEBRE :

On considère les trois fonctions polynômes , $\boldsymbol{g}$ et P de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ définie par :

$\boldsymbol{f(x) = (2x-5)^2 - (3-x)^2}$; $\boldsymbol{g(x) = (x+3)(x-2) - P(x)}$; $\boldsymbol{P(x) = ax^2 + bx + c}$.

1) Détermine les réels $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ *et* $\boldsymbol{c}$ de $\boldsymbol{P(x)}$ sachant que :
   $\boldsymbol{P(0) = -4}$; $\boldsymbol{P(2) = 0}$; $\boldsymbol{P(-2) = -16}$
2) Développe, réduis et ordonne $\boldsymbol{f(x)}$ et $\boldsymbol{g(x)}$ suivant les puissances décroissantes de $\boldsymbol{x}$
3) Ecris $\boldsymbol{f(x)}$ et $\boldsymbol{g(x)}$ sous forme de produits de facteurs du 1^{er} degré.
4) Résous dans $\mathbb{R}$ les équations $\boldsymbol{g(x) = 0}$ et $\boldsymbol{g(x) = -2}$
5) Soit $\boldsymbol{h}$ la fonction rationnelle définie par :
   $\boldsymbol{h}: \mathbb{R} \to \mathbb{R}: x \to \boldsymbol{h(x)} = \dfrac{\boldsymbol{f(x)}}{\boldsymbol{g(x)}}$
   a) Détermine l'ensemble de définition de $\boldsymbol{h}$ puis simplifie $\boldsymbol{h(x)}$
   b) Résous dans $\mathbb{R}$, $\boldsymbol{h(x) = 1}$; $\boldsymbol{h(x) = 0}$

GEOMETRIE :

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(\vec{o}; \vec{\imath}; \vec{\jmath})$ on place les points $\boldsymbol{A(5;6)}$; $\boldsymbol{B(-3;2)}$; $\boldsymbol{C(0;\ -4)}$

1) Calcule **d(A ; B)** ; **d(B ; C) ; d(A ; C)**. En déduis la nature du triangle **ABC**.
2) Détermine les coordonnées du point **D** image de C dans l'homothétie de centre B et de rapport : $\frac{1}{3}$
3) Trouve une équation de la matrice du segment $[\boldsymbol{AB}]$.
4) Détermine le centre **I** du cercle circonscrit au triangle **ABC**.
5) Calcule le cosinus de l'angle **BAC** $(\boldsymbol{cos\widehat{A}})$.

SUJET N°4

I. ALGEBRE :

EXERCICE 1 :

Soit la fonction polynôme **k** définie par : $\boldsymbol{k(x) = x^3 + ax - 3x^2 + b}$; ou $\boldsymbol{x}$ est la variable, $\boldsymbol{a}$ et $\boldsymbol{b}$ des réels.

1) Détermine $\boldsymbol{a}$ et $\boldsymbol{b}$ sachant que : $\boldsymbol{k(1) = 0}$ et : $\boldsymbol{k(2) = -3}$
2) En remplaçant $\boldsymbol{a}$ et $\boldsymbol{b}$ par leurs valeurs ainsi trouvées, factorise $(\boldsymbol{x})$.

EXERCICE 2 :

Soient $\boldsymbol{f}$ et $\boldsymbol{g}$ des applications de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ définies par :

$\boldsymbol{f(x) = (2x + 1)^2 - (x - 7)^2}$ et $\boldsymbol{g(x) = (x + 8)(2x + 1) + x^2 + 16x + 64}$

1) Développe, réduis et ordonne $\boldsymbol{f(x)}$ puis $\boldsymbol{g(x)}$ suivant les puissances croissantes de .
2) Factorise $\boldsymbol{f(x)}$ puis $\boldsymbol{g(x)}$.
3) Résous dans $\mathbb{R}$ les équations $\boldsymbol{f(x) = 0}$ et $\boldsymbol{g(x) = f(x)}$.
4) Calcule $\boldsymbol{f\left(2\sqrt{5}\right)}$ puis $\frac{1}{12}f(\boldsymbol{2\sqrt{5}})$.

   Sachant que : $\boldsymbol{2,236 \leq \sqrt{5} < 2,237}$, encadre $\frac{1}{12}f(\boldsymbol{2\sqrt{5}})$, déduis-en un encadrement d'ordre 1 de $\frac{1}{12}f(\boldsymbol{2\sqrt{5}})$.

II. GEOMETRIE :

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(\vec{o};\vec{\imath};\vec{\jmath})$. On donne les points **A, B, C** définis par $\boldsymbol{\overrightarrow{OA} = 5\vec{\imath} + 6\vec{\jmath}}$; $\boldsymbol{\overrightarrow{OB} = -3\vec{\imath} + 2\vec{\jmath}}$; $\boldsymbol{\overrightarrow{OC} = -4\vec{\jmath}}$

1) Ecris les coordonnées des points A, B et C puis place-les dans le repère.
2) Calcule les coordonnées des vecteurs $\boldsymbol{\overrightarrow{AB}}$; $\boldsymbol{\overrightarrow{BC}}$; $\boldsymbol{\overrightarrow{AC}}$, en déduis les normes des vecteurs $\|\boldsymbol{\overrightarrow{AB}}\|$; $\|\boldsymbol{\overrightarrow{BC}}\|$; $\|\boldsymbol{\overrightarrow{AC}}\|$

   Quelle est la nature du triangle **ABC** ?
3) Détermine les coordonnées du point D image de C par l'homothétie de centre B et de rapport $= \boldsymbol{\frac{1}{3}}$.
4) Trouve une équation de la médiatrice du $[\boldsymbol{BC}]$.
5) Détermine le centre **J** du cercle circonscrit au triangle ABC et calcule le rayon de ce cercle.

SUJET N°5

I. ALGEBRE :

Exercice 1 :

Soit la fonction polynôme $\boldsymbol{f}$ définie dans $\mathbb{R}$ par :

$\boldsymbol{f(x) = (27x^2 - 1)^2 - 81x^4}$

a) Trouve une forme développée ; réduis et ordonnée de $\boldsymbol{f(x)}$.

b) Trouve une forme factorisée de $\boldsymbol{f(x)}$.

c) Résous dans $\mathbb{R}$: $\boldsymbol{f(x) = 0}$.

Exercice 2 :

On considère les polynômes suivants :

$\boldsymbol{A(x) = (x-5)(3x-8) + (x-5)^2 + 2x^2 - 50}$; $\boldsymbol{B(x) = (3x-15) + x(5-x)}$

1) Développe, réduis et ordonne les polynômes suivants les puissances décroissantes de $\boldsymbol{x}$.

2) Factorise $\boldsymbol{A(x)}$ et $\boldsymbol{B(x)}$

3) Résous dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes : $\boldsymbol{A(x) = 0}$; $\boldsymbol{B(x) = 0}$; $\boldsymbol{A(x) = B(x)}$.

Exercice 3 :

On considère une application $\boldsymbol{f}$ telle que : $\boldsymbol{f(x) = (9x-9)(2x+3)^2 - 4(x-1)}$

a) Développer, réduis et ordonner $\boldsymbol{f(x)}$ de manière croissant.

b) Ecrire $\boldsymbol{f(x)}$ sous la forme d'un produit de facteur du premier degré.

c) Résoudre dans $\mathbb{R}$: $\boldsymbol{f(x) = 0}$.

II. GEOMETRIE :

On donne les points $\boldsymbol{A(1;2)}; \boldsymbol{B(-3;1)}; \boldsymbol{C(5;4)}$ *et* $\boldsymbol{D(-2;\ -5)}$

1) Trace une équation des droites **(AB) ; (AC)** et **(AD)**

2) Dans un plan rapporté à un repère orthonormé $(\vec{\boldsymbol{o}}; \vec{\boldsymbol{\imath}}; \vec{\boldsymbol{\jmath}})$ on donne :

   $\boldsymbol{\overrightarrow{OE} = 2\vec{\imath} - \vec{\jmath} \quad et \quad \overrightarrow{OF} = -\vec{\imath} - 4\vec{\jmath}}$

   Trouve une équation de la droite **(EF)** puis une équation de la droite $\mathbf{D_1}$ passant par **G(-5 ; 1)** et parallèle à **(EF)** .

3) Trouve une équation de la droite $\mathbf{D_2}$ passant par **I(3 ; 2)** et de vecteur directeur $\boldsymbol{\vec{u}(6;-1)}$

4) Trouve une équation de la droite Δ passant par **E** et parallèle à la droite $\mathbf{D_3}$ d'équation : $\boldsymbol{-2x + y = 3}$

SUJET N°6

I. ALGEBRE :

Exercice 1 :

On définit le polynôme $\boldsymbol{P(x)}$ tel que :

$\boldsymbol{P(x) = x^2 + (a - b + 3)x + 2a - 3b}$ ou $\boldsymbol{a}$ et $\boldsymbol{b}$ sont des réels non nuls.

1) Trouve $\boldsymbol{a}$ et $\boldsymbol{b}$ sachant que $\boldsymbol{P(0) = 9}$ et $\boldsymbol{P(1) = 4}$. Ecris alors $\boldsymbol{P(x)}$.
2) a- Factorise $\boldsymbol{P(x)}$.

   b- Résous les équations $\boldsymbol{P(x) = 0}\ et\ \boldsymbol{P(x) = 9}$

Exercice 2 :

On donne :

$\boldsymbol{A(x) = -2x^3 + 8x}\ \ et\ \boldsymbol{B(x) = (x^2 - x)(x - 2) - 2(-x + 1)(x - 2)}$

1) Développe, réduis et ordonne $\boldsymbol{B(x)}$ suivant les puissances décroissantes de $\boldsymbol{x}$.
2) Factorise $\boldsymbol{A(x)}$ et $\boldsymbol{B(x)}$.
3) Soit **H** la fonction définie par :

$$\boldsymbol{H(x) = \frac{-2x(x^2 - 4)}{(x - 2)(x - 1)(x + 2)}}$$

   a) Détermine l'ensemble de définition de $\boldsymbol{H(x)}$ puis simplifie $\boldsymbol{H(x)}$.
   b) Résous les équations $\boldsymbol{H(x) = 0}$ et $\boldsymbol{H(x) = 1}$.

II. GEOMETRIE :

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(\vec{o}; \vec{\imath}; \vec{\jmath})$; on considère les points :

$\boldsymbol{A(-4; 2); C(2;\ -2); D(1; 3)}\ et\ \boldsymbol{I(1; 0)}$

1)

   a) Calcule les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{AD}$; $\overrightarrow{DC}$.

   b) Calcule les distances **d(A, C) ; d(A, D) ; d(D, C)**.

   c) Quelle est la nature du triangle **ACD** ?

2)

   a) Calcule les coordonnées du milieu **E** du bipoint **(A,C)** et du symétrique **B** de **D** par rapport à **E**.

   b) Quelle est la nature du quadrilatère **ABCD** ?

3) Montre que les droites **(EI)** et **(DI)** sont orthogonales.

REPONSE DU SUJET N°6

I. ALGEBRE :

Exercice 1 :

1) Je trouve a et b sachant que $P(0) = 9$ et $P(1) = 4$

$P(x) = x^2 + (a - b + 3)x + 2a - 3b$

$P(0) = 9 \Leftrightarrow P(0) = 0 + 0 + 2a - 3b = 9 \Rightarrow P(0) = 2a - 3b = 9 \Rightarrow$
$2a - 3b = 9$

$P(1) = 4 \Leftrightarrow \ P(1) = 1 + a - b + 3 + 2a - 3b = 4 \Rightarrow P(1) = 3a - 4b = 0 \Rightarrow$
$3a - 4b = 0$

Donc je résous le système :

$\begin{cases} 2a - 3b = 9 \\ 3a - 4b = 0 \end{cases}$

J'élimine a

$\begin{matrix} -3 \\ 2 \end{matrix} \begin{cases} 2a - 3b = 9 \\ 3a - 4b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -6a + 9b = -27 \\ \ \ 6a - 8b = 0 \end{cases} \Rightarrow b = -27$

$b = -27$

Je remplace b par sa valeur dans l'équation : $2a - 3b = 9$

$2a - 3(-27) = 9 \Rightarrow 2a + 81 = 9 \Rightarrow 2a = -72 \Rightarrow a = -\frac{72}{2} = -36$

$a = -36$

J'écris alors $P(x)$

$P(x) = x^2 + (-36 + 27 + 3)x + 2(-36) - 3(-27) \Rightarrow P(x) = x^2 - 6x + 9$

$P(x) = x^2 - 6x + 9$

2) a- Factorise $P(x)$:

$P(x) = x^2 - 6x + 9 \Rightarrow P(x) = (x - 3)(x - 3)$

$P(x) = (x - 3)(x - 3) = (x - 3)^2$

b- Résous les équations $P(x) = 0 \ et \ P(x) = 9$:

$P(x) = 0 \Leftrightarrow (x - 3)^2 = 0 \Rightarrow x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$

$x = 3$

$S = \{3\}$

$P(x) = 9 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 9 = 9 \Rightarrow x^2 - 6x = 0 \Rightarrow x(x - 6) = 0 \Rightarrow x = 0\,; ou$:
$x - 6 = 0 \Rightarrow x = 6$

$S = \{0; 6\}$

Exercice 2 :

1) Je développe en réduisant et ordonne $B(x)$ suivant les puissances décroissantes de x :

$B(x) = (x^2 - x)(x - 2) - 2(-x + 1)(x - 2) \Leftrightarrow$

$B(x) = x^3 - 2x^2 - x^2 + 2x + 2x^2 - 4x - 2x + 4 = x^3 - x^2 - 6x + 4$

$B(x) = x^3 - x^2 - 4x + 4$

2) Je factorise $A(x)$ et $B(x)$:

$A(x) = -2x^3 + 8x \ \Leftrightarrow$

$A(x) = -2x(x^2 - 4) = -2x(x - 2)(x + 2)$

$A(x) = -2x(x - 2)(x + 2)$

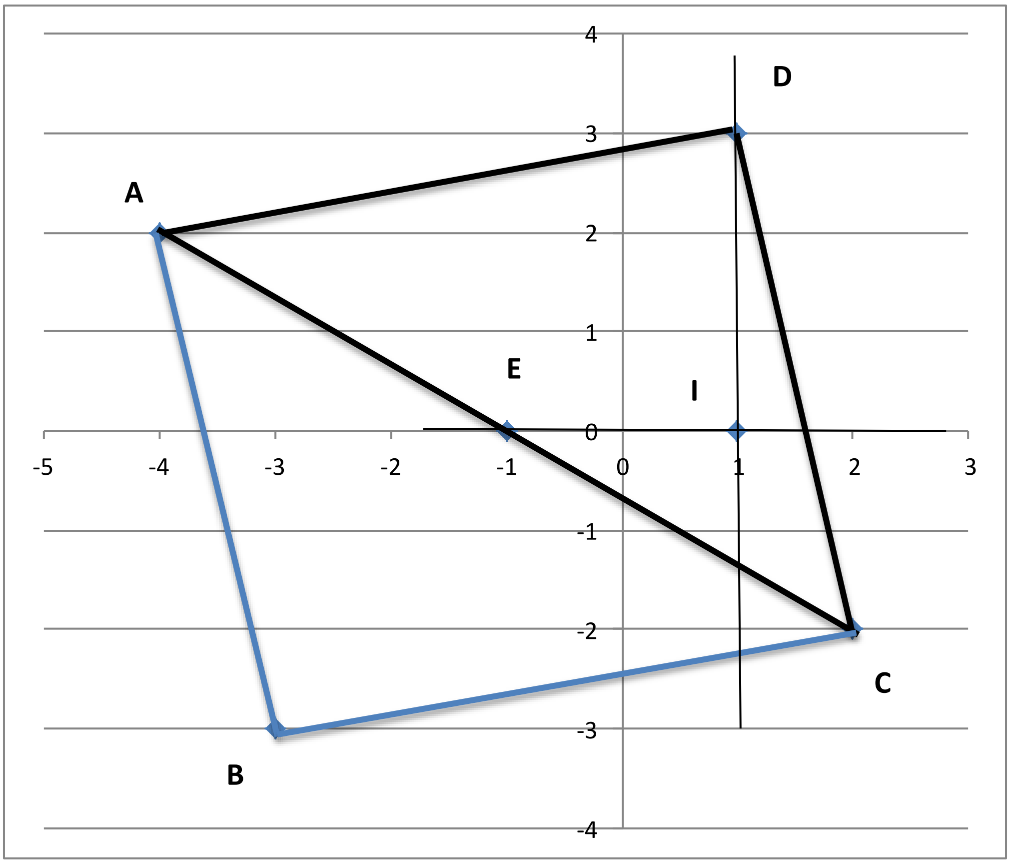
$B(x) = x^3 - x^2 - 4x + 4 \Leftrightarrow B(x) = x^2(x-1) - 4(x-1) = (x-1)(x^2-4)$
$= (x-1)(x-2)(x+2)$
$B(x) = (x-1)(x-2)(x+2)$

3) Soit H la fonction définie par :
$$H(x) = \frac{-2x(x^2-4)}{(x-2)(x-1)(x+2)} = \frac{A(x)}{B(x)}$$
a) Détermine l'ensemble de définition de $H(x)$ puis simplifie $H(x)$:
$H(x)$ est définit si et seulement si $(x-2)(x-1)(x+2) \neq 0 \Leftrightarrow B(x) \neq 0$
$(x-2)(x-1)(x+2) \neq 0 \Rightarrow x-2 \neq 0 \Rightarrow x \neq 2\,; ou :\ x-1 \neq 0 \Rightarrow$
$x \neq 1\,; ou{:}\, x+2 \neq 0 \Rightarrow x \neq -2$
$S\{x\, /x \in \mathbb{R}, x \neq -2\,, x \neq 1, x \neq 2\}$
$S = \mathbb{R}\_\{-2, 1, 2\}$
b) Résous les équations $H(x) = 0$ et $H(x) = 1$:
$$H(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{-2x(x^2-4)}{(x-2)(x-1)(x+2)} = 0 \Rightarrow -2x(x^2-4) = 0 \Rightarrow -2x = 0$$
$$\Rightarrow x = 0; ou{:}\, x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = 2\ ou\ x = -2$$
$S = \{-2; 0; 2\}$
$$H(x) = 1 \ \Leftrightarrow \frac{-2x(x^2-4)}{(x-2)(x-1)(x+2)} = 1 \Rightarrow$$
$-2x(x^2-4) = (x-2)(x-1)(x+2) \Rightarrow$
$-2x(x-2)(x+2) = (x-2)(x-1)(x+2) \Rightarrow -2x = x-1 \Rightarrow -3x = -1$
$$\Rightarrow x = \frac{1}{3}$$
$$S = \left\{\frac{1}{3}\right\}$$

II. **<u>GEOMETRIE :</u>**

Je construis dans le plan muni d'un repère orthonormé $(\vec{o}; \vec{\imath}; \vec{\jmath})$ les points :

$A(-4; 2); C(2; \ -2); D(1; 3)\ et\ I(1; 0)$



1)

a) Je calcule les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{AD}$; $\overrightarrow{DC}$

$\overrightarrow{AC}\left|\begin{matrix} x_C - x_A = 2 + 4 = 6 \\ y_C - y_A = -2 - 2 = 0 \end{matrix}\right. \ ; \overrightarrow{AC}\binom{6}{0}$

$\overrightarrow{AD}\left|\begin{matrix} x_D - x_A = 1 + 4 = 5 \\ y_D - y_A = 3 - 2 = 1 \end{matrix}\right. \ ; \overrightarrow{AD}\binom{5}{1}$

$\overrightarrow{DC}\left|\begin{matrix} x_C - x_D = 2 - 1 = 1 \\ y_C - y_D = -2 - 3 = -5 \end{matrix}\right. \ ; \overrightarrow{DC}\binom{1}{-5}$

b) Calcule les distances d(A, C) ; d(A, D) ; d(D, C)

$d(A, C) = \sqrt{6^2 + 0} = \sqrt{36} = 6$

$d(A, C) = 6$

$d(A, D) = \sqrt{5^2 + 1} = \sqrt{25 + 1} = \sqrt{26}$

$d(A, D) = \sqrt{26}$

$d(D, C) = \sqrt{1 + 5^2} = \sqrt{1 + 25} = \sqrt{26}$

$d(D, C) = \sqrt{26}$

c) La nature du triangle ACD est :

$d(D,C) = d(A,D)$ donc ACD est un triangle isocèle.

2)

a) Je calcule les coordonnées du milieu E du bipoint (A,C) et du symétrique B de D par rapport à E.

$$E \left| \begin{array}{l} \dfrac{x_A + x_C}{2} = \dfrac{-4+2}{2} = -1 \\ \dfrac{y_A + y_C}{2} = \dfrac{2-2}{2} = 0 \end{array} \right. \quad ; E(-1; 0)$$

$$\overrightarrow{DE} \left| \begin{array}{l} x_E - x_D = -1 - 1 = -2 \\ y_E - y_D = 0 - 3 = -3 \end{array} \right. \quad ; \overrightarrow{DE} \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \end{pmatrix}$$

Soit $B(x; y)$, $S_E(D) = B$

$$\overrightarrow{EB} \left| \begin{array}{l} x_B - x_E = x + 1 \\ y_B - y_E = y \end{array} \right. \quad ; \overrightarrow{EB} \begin{pmatrix} x+1 \\ y \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{EB} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x+1 \\ y \end{pmatrix} \Rightarrow \left| \begin{array}{l} -2 = x + 1 \\ -3 = y \end{array} \right. \Rightarrow \left| \begin{array}{l} x = -3 \\ y = -3 \end{array} \right.$$

$B(-3;\ -3)$

c) La nature du quadrilatère ABCD :

ABCD est un parallélogramme.

3) Je montre que les droites (EI) et (DI) sont orthogonales :

$$\overrightarrow{EI} \left| \begin{array}{l} x_I - x_E = 1 + 1 = 2 \\ y_I - y_E = 0 - 0 = 0 \end{array} \right. \quad ; \overrightarrow{EI} \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{DI} \left| \begin{array}{l} x_I - x_D = 1 - 1 = 2 \\ y_I - y_D = 0 - 3 = 0 \end{array} \right. \quad ; \overrightarrow{DI} \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \end{pmatrix}$$

(EI) et (DI) sont orthogonales si et seulement si :

$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \end{pmatrix} = 0 \Rightarrow 2(0) + 0(-3) = 0 + 0 = 0$; Donc (EI) et (DI) sont orthogonales.

SUJET N°7

I. ALGEBRE :

On considère la fonction polynôme $\boldsymbol{f}$ définie par :

$\boldsymbol{f(x) = 4x^3 + 3x^2 + ax + b}$

1) Détermine les réels $\boldsymbol{a}$ et $\boldsymbol{b}$ sachant que : $\boldsymbol{f(1) = 0}$ *et* $\boldsymbol{f(-2) = -15}$
2) Ecris $\boldsymbol{f(x)}$ sous la forme d'un produit de polynômes du premier degré.
3) Résous dans ℝ l'équation $\boldsymbol{f(x) = 0}$
4) Soient le polynôme $\boldsymbol{g(x) = (4x + 3)(x - 1)(-x + 2)}$ et **Q** la fonction rationnelle définie par :

   $\boldsymbol{Q(x) = \dfrac{f(x)}{g(x)}}$

   a) Détermine le domaine de définition de $\boldsymbol{Q(x)}$.
   b) Simplifie $\boldsymbol{Q(x)}$.
5) Soient $\boldsymbol{q_1}$ et $\boldsymbol{q_2}$ les fonctions définies :

   $\boldsymbol{q_1(x) = x + 1}$ et $\boldsymbol{q_2(x) = -x + 2}$

   Dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(\vec{\boldsymbol{o}}; \vec{\boldsymbol{\imath}}; \vec{\boldsymbol{\jmath}})$ construis les droites $\boldsymbol{\Delta_1}$ *et* $\boldsymbol{\Delta_2}$,représentation graphique respectives de $\boldsymbol{q_1}$ et $\boldsymbol{q_2}$.
6) On pose $\boldsymbol{\Delta_1 \cap \Delta_2} = \{\boldsymbol{I}\}$. Quelles sont les coordonnées de **I** ?

II. GEOMETRIE :

Le plan est rapport au repère orthonormé$(\vec{\boldsymbol{o}}; \vec{\boldsymbol{\imath}}; \vec{\boldsymbol{\jmath}})$.

On y marque le point **M** connu par ses coordonnées $(\boldsymbol{-3};\ \boldsymbol{4})$. Soit $\vec{\boldsymbol{v}}$ le vecteur connu par ses composantes $(\boldsymbol{3};\ \boldsymbol{1})$.

1) Quelles sont les coordonnées de **P** défini par : $\overrightarrow{\boldsymbol{MP}} = \vec{\boldsymbol{v}}$?
2) Quelles sont les coordonnées de **Q** symétrique de **P** par rapport à **O** ?
3) Calcule les distances **d(M, P) ; d(M, Q) ; d(P, Q)**.
   Quelle est la nature du triangle **MPQ** ?
4) Quelles sont les coordonnées du point **R** qui se transforme en **M** par la translation de vecteur $\vec{\boldsymbol{v}}$? Quelle est la nature du triangle **PQR** ?
   Quel est le centre I du cercle circonscrit à ce triangle ?
5) Détermine le sinus de l'angle $\widehat{\boldsymbol{Q}}$ $(\boldsymbol{sin\widehat{Q}})$ du triangle **MPQ**.
6) Montre que le point W de coordonnées (0 ; 0) appartient à la médiatrice de $[\boldsymbol{PQ}]$.

REPONSE DU SUJET N°7

I. ALGEBRE :

1) Détermine les réels a et b sachant que : $f(1) = 0 \; et \; f(-2) = -15$

$f(x) = 4x^3 + 3x^2 + ax + b$

$f(1) = 0 \Leftrightarrow f(1) = 4 + 3 + a + b = 0 \Rightarrow a + b = -7$

- $a + b = -7$

$f(-2) = -15 \Leftrightarrow f(-2) = 4(-2)^3 + 3(-2)^2 - 2a + b = -15 \Rightarrow$

$$-32 + 12 - 2a + b = -15 \Rightarrow -2a + b = 5$$

- $-2a + b = 5$

Je résous le système :

$$\begin{cases} a + b = -7 \\ -2a + b = 5 \end{cases}$$

J'élimine b

$$\begin{array}{r} 1 \\ -1 \end{array}\begin{cases} a + b = -7 \\ -2a + b = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + b = -7 \\ 2a - b = -5 \end{cases} \Rightarrow 3a = -12 \Rightarrow a = -\frac{12}{3} = -4$$

$$a = -4$$

Je remplace a par sa valeur dans l'équation : $a + b = -7$

$$-4 + b = -7 \Rightarrow b = -3$$

$$b = -3$$

2) J'écris $f(x)$ sous la forme d'un produit de polynômes du premier degré :

$f(x) = 4x^3 + 3x^2 - 4x - 3$

$f(x) = 4x^3 + 3x^2 - 4x - 3 \Rightarrow f(x) = x^2(4x + 3) - (4x + 3) = (4x + 3)(x^2 - 1)$
$= (4x + 3)(x - 1)(x + 1)$

$f(x) = (4x + 3)(x - 1)(x + 1)$

3) Je résous dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x) = 0$

$f(x) = 0 \Leftrightarrow (4x + 3)(x - 1)(x + 1) = 0 \Rightarrow 4x + 3 = 0 \Rightarrow x = -\frac{3}{4} \; ; ou: x - 1 = 0 \Rightarrow x$
$= 1 \; ; ou: x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$

$S = \{x \,/ x \in \mathbb{R}, x = -1, x = -\frac{3}{4}, x = 1 \}$

$S = \{-1; \; -\frac{3}{4}; 1\}$

4) Soient le polynôme $g(x) = (4x + 3)(x - 1)(-x + 2)$ et Q la fonction rationnelle définie par :

$Q(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$

a) Je détermine le domaine de définition de $Q(x)$

$Q(x)$ est définit si et seulement si $g(x) \neq 0$

$g(x) \neq 0 \Leftrightarrow (4x+3)(x-1)(-x+2) \neq 0 \Rightarrow 4x+3 \neq 0 \Rightarrow x \neq -\frac{3}{4}$; ou: $x-1 \neq 0 \Rightarrow x \neq 1$; ou: $-x+2 \neq 0 \Rightarrow x \neq 2$

$DQ = \{x \,/ x \in \mathbb{R}, x \neq -\frac{3}{4}, x \neq 1, x \neq 2\}$

$DQ = \mathbb{R}\_\{-\frac{3}{4}; 1; 2\}$

b) Je simplifie $Q(x)$:

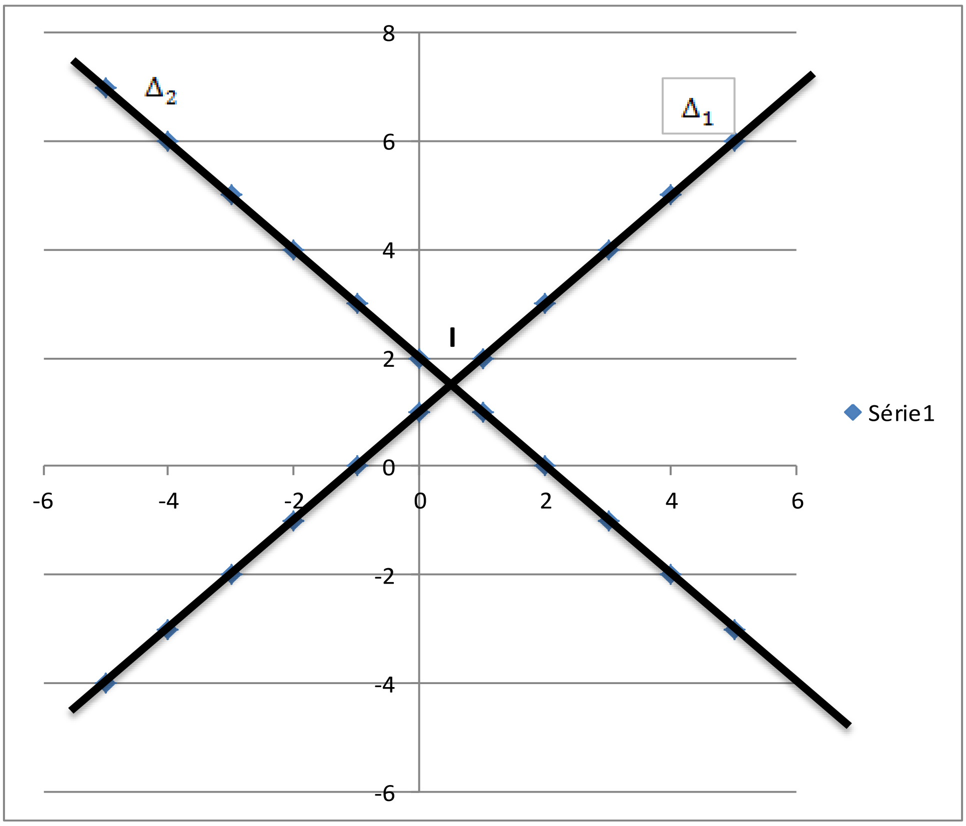
$Q(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{(4x+3)(x-1)(x+1)}{(4x+3)(x-1)(-x+2)} = \frac{x+1}{-x+2}$

$Q(x) = \frac{x+1}{-x+2}$

5) Je construis les droites Δ_1 et Δ_2

$(\Delta_1): y = x + 1$

$(\Delta_2): y = -x + 2$



6) Je calcule $\Delta_1 \cap \Delta_2 = \{I\}$

$$\begin{cases} y = x + 1 \\ y = -x + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - y = -1 \\ -x - y = -2 \end{cases} \Rightarrow -2y = -3 \Rightarrow y = \frac{3}{2}$$

$$y = \frac{3}{2}$$

Je remplace y par sa valeur dans l'équation : $x - y = -1$

$$x - \frac{3}{2} = -1 \Rightarrow x = -1 + \frac{3}{2} = \frac{1}{2}$$

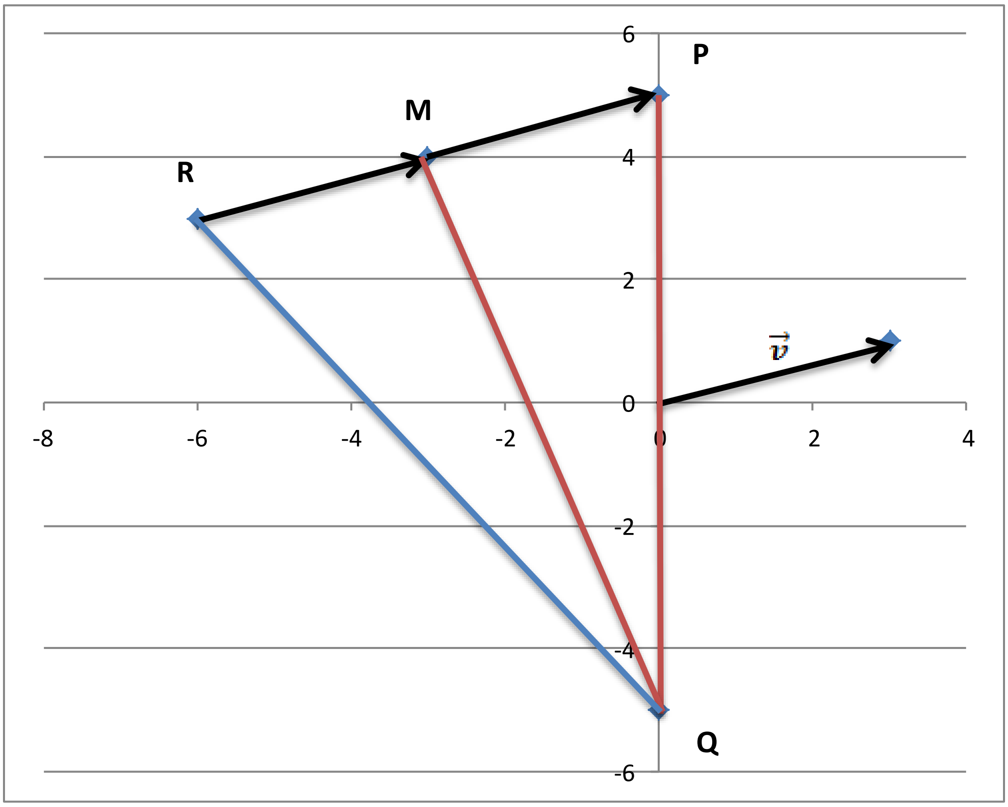
$$x = \frac{1}{2}$$

$$I(\frac{1}{2}; \frac{3}{2})$$

$$\Delta_1 \cap \Delta_2 = \{(\frac{1}{2}; \frac{3}{2})\}$$

II. <u>GEOMETRIE :</u>

Je construis :



1) Je calcule les coordonnées de P défini par : $\overrightarrow{MP} = \vec{v}$ ou $\vec{v}(3;\ 1)$

$M(-3;\ 4)$

Soit $P(x; y)$

$$\overrightarrow{MP} \left| \begin{matrix} x_P - x_M = x + 3 \\ y_P - y_M = y - 4 \end{matrix} \right. ;\ \overrightarrow{MP} \begin{pmatrix} x + 3 \\ y - 4 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{MP} = \vec{v} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x + 3 \\ y - 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \left| \begin{matrix} x + 3 = 3 \\ y - 4 = 1 \end{matrix} \right. \Rightarrow \left| \begin{matrix} x = 0 \\ y = 5 \end{matrix} \right. \Rightarrow P \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$P\begin{pmatrix}0\\5\end{pmatrix}$

2) Je calcule les coordonnées de Q symétrique de P par rapport à O

$S_O(P) = Q \Rightarrow Q(0;\ -5)$

$Q(0;\ -5)$

3) Je calcule les distances d(M, P) ; d(M, Q) ; d(P, Q) :

$d(M,P) = \sqrt{(x_P - x_M)^2 + (y_P - y_M)^2} = \sqrt{(0+3)^2 + (5-4)^2} = \sqrt{9+1} = \sqrt{10}$

$d(M,P) = \sqrt{10}$

$d(M,Q) = \sqrt{(x_Q - x_M)^2 + (y_Q - y_M)^2} = \sqrt{(0+3)^2 + (-5-4)^2} = \sqrt{9+81} = \sqrt{90}$

$d(M,Q) = \sqrt{90}$

$d(P,Q) = \sqrt{(x_Q - x_P)^2 + (y_Q - y_P)^2} = \sqrt{(0-0)^2 + (-5-5)^2} = \sqrt{0+100} = \sqrt{100}$
$= 10$

$d(M,Q) = 10$

Je constate que :

$MP^2 + MQ^2 = \sqrt{10}^2 + \sqrt{90}^2 = 10 + 90 = 100$

$PQ^2 = 10^2 = 100$

Donc : $PQ^2 = MP^2 + MQ^2$

MPQ est un triangle rectangle en M.

4) Je calcule les coordonnées du point R qui se transforme en M par la translation de vecteur $\vec{v}$:

$T_{\vec{v}}(R) = M \Leftrightarrow \overrightarrow{RM} = \vec{v} = \begin{pmatrix}3\\1\end{pmatrix}$

Soit $R(x; y)$

$\overrightarrow{RM}\left|\begin{matrix} x_M - x_R = -3 - x \\ y_M - y_R = 4 - y \end{matrix}\right.$; $\overrightarrow{RM}\begin{pmatrix}-3-x\\4-y\end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix}3\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-3-x\\4-y\end{pmatrix} \Rightarrow \left|\begin{matrix} 3 = -3 - x \\ 1 = 4 - y \end{matrix}\right. \Rightarrow \left|\begin{matrix} x = -6 \\ y = 3 \end{matrix}\right.$

$R(-6; 3)$

$d(R,Q) = \sqrt{(x_Q - x_R)^2 + (y_Q - y_R)^2} = \sqrt{(0+6)^2 + (-5-3)^2} = \sqrt{36+64} = \sqrt{100}$
$= 10$

Je constate que :

$d(P,Q) = d(R,Q)$

PQR est un triangle isocèle.

Je calcule les coordonnées du centre I du cercle circonscrit au triangle PQR
I est l'intersection des médiatrices des segments $[RP]\ et\ [PQ]$:
Je calcule les équations des médiatrices de ces segments : sachant que (MQ) est la médiatrice du segment $[RP]$ et la droite d'équation $y = 0$ est la médiatrice du segment $[PQ]$
M est le milieu du segment $[RP]$

$$\overrightarrow{MQ}\left|\begin{matrix} x_Q - x_M = 0 + 3 = 3 \\ y_Q - y_M = -5 - 4 = -9 \end{matrix}\right. ;\ \overrightarrow{MQ}\begin{pmatrix} 3 \\ -9 \end{pmatrix}$$

Soit $H(x; y) \in (MQ)$

$$\overrightarrow{MH}\left|\begin{matrix} x_H - x_M = x + 3 \\ y_H - y_M = y - 4 \end{matrix}\right. ;\ \overrightarrow{MH}\begin{pmatrix} x+3 \\ y-4 \end{pmatrix}$$

$3(y-4) = -9(x+3) \Rightarrow 3y - 12 = -9x - 27 \Rightarrow y - 4 = -3x - 9 \Rightarrow -3x - y = 5$
$(MQ): -3x - y = 5$

$$\begin{cases} -3x - y = 5 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow -3x - 0 = 5 \Rightarrow -3x = 5 \Rightarrow x = -\frac{5}{3}$$

Donc
$I(-\frac{5}{3}; 0)$

5) Je détermine le sinus de l'angle $\hat{Q}$ $(sin\hat{Q})$ du triangle MPQ :

$$sin\hat{Q} = \frac{MP}{PQ} = \frac{\sqrt{10}}{10} = 0{,}3162$$

6) Je montre que le point W de coordonnées (0 ; 0) appartient à la médiatrice de $[PQ]$

Je détermine les coordonnées du milieu du segment$[PQ]$
Soit G le milieu du segment $[PQ]$

$$G\left|\begin{matrix} \dfrac{x_Q + x_P}{2} = \dfrac{0+0}{2} = 0 \\ \dfrac{y_Q + y_P}{2} = \dfrac{-5+5}{2} = 0 \end{matrix}\right. ; G(0; 0)$$

La médiatrice est une droite qui divise en deux perpendiculairement passant par le centre du segment.
Les coordonnées du centre du segment $[PQ]$ est (0 ; 0). Donc le point W appartient à la médiatrice du segment $[PQ]$