

On Prendra  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{U.S.I}$  ;

$G_o = g_o = 9,8 \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$  ;  $R = R_T = 6380 \text{km}$

### EXERCICE 01

Lorsqu'un satellite est animé d'un mouvement circulaire autour d'une planète, le rayon  $r$  de son orbite et la période  $T$  de son mouvement vérifient la loi de Kepler:

$$T^2 / r^3 = 4\pi^2 / GM = \text{cste}$$

1. Les satellites géostationnaires de la Terre ont une orbite circulaire de rayon  $r = 42\,164 \text{ km}$  et une période

$T_G = 86\,164 \text{ s}$ . Calculer la masse  $M_T$  de la Terre.

2. Mars a deux satellites naturels, Phobos et Deimos.

Phobos gravite  $9380 \text{ km}$  du centre de Mars avec une période de  $7 \text{ h } 39 \text{ min}$ . Deimos a une trajectoire quasi circulaire de rayon  $r_D = 23460 \text{ km}$  et une période  $T_D = 30 \text{ h } 18 \text{ min}$ .

a) Calculer la masse de la planète Mars à partir des caractéristiques du mouvement de Phobos, puis de Deimos.

b) Comparer les valeurs obtenues.

3. Au cours de la mission APOLLO XVII en 1972, le module de commande en orbite circulaire autour de la Lune, à une distance de  $2\,040 \text{ km}$  du centre de celle-ci, avait une période de  $8\,240 \text{ s}$  dans le repère sélénocentrique.

Calculer la masse de la Lune.

### EXERCICE 02

Le 2 avril 1989, ARIANE V30 a été lancée depuis la base de Kourou (proche de l'équateur, en Guyane) pour placer en orbite le satellite de télévision directe TÉLÉ X. À l'issue du processus d'installation, le satellite est en orbite circulaire, dans un plan équatorial, à l'altitude  $h = 35\,782 \text{ km}$ .

La masse de la Terre  $M_T = 5,975 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ , la masse du satellite  $m = 277 \text{ kg}$  et 1 jour sidéral correspond à  $T_o = 86164 \text{ s}$

Le télescope spatial HUBBLE a été mis sur une orbite circulaire autour du centre  $T$  de la Terre. Il évolue à une altitude  $h = 600 \text{ km}$ . Ce télescope, considéré comme un objet ponctuel, est noté  $H$  et a une masse  $m = 12 \cdot 10^3 \text{ kg}$ .

Les images qu'il fournit, sont converties en signaux électriques et acheminées vers la Terre par l'intermédiaire de satellites en orbite circulaire à une altitude  $h_G = 35\,800 \text{ km}$ .

1. a) Appliquer la loi de l'attraction universelle de Newton au télescope situé à l'altitude  $h$ .

b) Donner, en fonction de  $m$ ,  $g_o$ ,  $R$  et  $h$ , l'expression littérale de la valeur de la force de gravitation qu'il subit.

c) Calculer la valeur de cette force pour  $h = h_H = 600 \text{ km}$ .

2. Le mouvement du télescope est étudié dans le repère géocentrique dont l'origine est  $T$ .

a) Montrer que son mouvement circulaire est uniforme.

b) Exprimer littéralement sa vitesse  $v$  sur son orbite en fonction de  $R$ ,  $g_o$  et  $h$  puis la calculer en  $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$  et en  $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$  quand  $h = h_H = 600 \text{ km}$ .

c) Déterminer sa période de révolution  $T$ .

### EXERCICE 03

Le satellite américain d'observation Landsat-5 est assimilable à un point matériel décrivant une orbite circulaire d'altitude  $z = 705 \text{ km}$  au tour de la terre. Sa masse vaut  $m_{sat} = 2t$ .

I. 1. a) Dans quel référentiel cette trajectoire est-elle définie ?

b) Montrer que la vitesse du satellite est constante dans ce référentiel.

c) Exprimer la vitesse de Landsat-5 en fonction de  $g_o$ ,  $R_T$  et  $z$  (altitude de la trajectoire).

2. Le satellite Landsat-5 est géostationnaire.

a) Définir ce terme.

b) Calculer littéralement, puis numériquement le rayon de l'orbite de Landsat-5, en fonction de  $g_o$ ,  $R_T$  et  $\omega_T$  ( $\omega_T$  : vitesse angulaire de la terre autour de l'axe de pôles)

c) A quelles utilisations pratiques peut être consacré un tel satellite.

II. 1. Calculer la vitesse du satellite et en déduire son énergie cinétique.

2. L'énergie potentielle du satellite dans le champ de gravitation terrestre s'exprime par :

$$E_p = - \frac{G \cdot M_T \cdot m_{sat}}{r}$$

en choisissant l'origine des énergies potentielles à distance infinie de la terre : calculer sa valeur dans le cas présent.

En déduire l'énergie mécanique du satellite.

3. a) Quelle énergie minimale faut-il fournir à Landsat-5 pour qu'il s'éloigne définitivement de la terre.

b) Calculer la vitesse de libération de ce satellite, supposé initialement sur son orbite autour de Terre.

Comparer avec la valeur habituelle.

### EXERCICE 04

Dans un repère géocentrique supposé galiléen, on considère un satellite de centre d'inertie  $S$  dont la trajectoire est une orbite circulaire située dans le plan équatorial à l'altitude  $h = 7,8 \cdot 10^5 \text{ m}$  autour de la terre.

On considère que la terre est sphérique et homogène de masse  $M_T$ , de centre d'inertie  $O$  et de rayon  $R_T$ .

I. 1. a) Faire un schéma sur lequel apparaîtra la force exercée par la Terre sur le satellite, le vecteur champ gravitationnel créé en  $S$  et le vecteur unitaire  $\vec{U}_{OS}$ .

b) A partir de la loi de gravitation universelle, établir la

valeur du vecteur champ gravitation  $g(h)$  à l'altitude  $h$  en fonction

de  $G$ ,  $M_T$ ,  $R_T$  et  $h$ . En déduire que  $g(h) = g_0 \frac{R_T^2}{(R_T+h)^2}$ .

- Montrer que le mouvement du satellite est uniforme.
- Etablir l'expression de la vitesse  $V$  du satellite dans le référentiel géocentrique en fonction de  $g_0$ ,  $R_T$  et  $h$ , et celle de la période  $T$  et de vitesse angulaire  $\omega$ .

II. On considère maintenant un satellite en orbite à basse altitude  $h$

- Calculer numériquement  $V$ ,  $T$  et  $\omega$ .
- Le satellite se déplace dans le même sens que la terre. Déterminer la durée  $T'$  qui sépare deux passages successifs du satellite à la verticale d'un point donné de l'Equateur. On rappelle que la période de rotation de la terre sur elle-même est  $T_0=8,6.10^4$ s.

III. On considère maintenant un satellite en orbite géostationnaire.

- Quelle est la particularité d'un satellite géostationnaire?
- Exprimer l'altitude  $h$  à laquelle évolue un tel satellite puis calculer sa valeur.

IV. On considère maintenant un satellite évoluant

initialement à l'altitude  $h_0=780$ Km, perd de l'altitude à chaque tour sous l'influence d'actions diverses.

La réduction d'altitude à la fin de chaque tour est supposée égale au millième de l'altitude au début en début de tour.

- Etablir une relation entre l'altitude  $h_{n+1}$  en début du  $(n+1)^{\text{ème}}$  tour et l'altitude  $h_0$  en début du  $n^{\text{ème}}$  tour.
- En déduire une relation entre  $h_n$  et  $h_0$ .
- En déduire la valeur de  $n$  du nombre de tours effectués par le satellite quant il atteint l'altitude de 400Km.

#### EXERCICE 05

Soit un satellite de masse  $m$  tournant autour de la terre de masse  $M$  à distance  $r$  du centre de la terre. En supposant que sa trajectoire est circulaire :

- Donner l'expression l'énergie potentielle correspondant à la force de gravitation entre le satellite et la terre, préciser l'origine choisie pour l'énergie potentielle.
- Donner l'énergie mécanique totale en fonction de  $G$ ,  $M$ ,  $m$  et  $r$ .
- Montrer que les trajectoires circulaires vérifient la troisième loi de Kepler  $\omega^2 r^3 = GM$ .
- Si un satellite paraît immobile dans le ciel, calculer sa hauteur, sa vitesse et son énergie totale.
- Calculer la vitesse de libération de ce satellite.  
On donne :  $M = 5.98 \cdot 10^{24}$  kg et  $m = 68$  kg.

#### EXERCICE 06

Lancé, le 7 août 1997 à 10h41 depuis Kennedy Space Center, la navette spatiale américaine Discovery. Pendant la phase de décollage La masse totale vaut  $M = 2,041 \cdot 10^7$ kg, on admet que l'éjection des gaz par les moteurs a les mêmes effets qu'une force de poussée  $F = 3,24 \cdot 10^7$ N. On suppose que  $g_0$  reste constante pendant toute la phase de départ.

##### I. Etude de la phase de lancement

- Faire l'inventaire de toutes les forces s'exerçant sur la navette à l'instant de décollage et les représenter ces forces sur un schéma.

(On néglige tous les frottements et la diminution de masse).

- Calculer la valeur de l'accélération au décollage.
- Calculer la distance parcourue pendant les 2 secondes qui suivent le décollage et on néglige la variation de l'accélération pendant cette durée.

##### II. Etude de Discovery en orbite autour de la Terre

Dix minutes après le décollage, la navette est en mouvement circulaire uniforme autour de la terre à l'altitude  $h = 296$ km.

Sa masse vaut égale à  $6,968 \cdot 10^4$ kg.

- On assimile la navette à un point matériel.

Sur un schéma, représenter son accélération. **Bowba yousseve**

Que peut-on dire de cette accélération ? **26075572**

- a) Montrer que l'intensité du champ de gravitation à l'altitude  $h$  est donnée par :

$$g(h) = g_0 \left( \frac{R_T}{R_T+h} \right)^2. \quad \text{b) Calculer la valeur de } g(h) \text{ à l'altitude de}$$

l'orbite de discovery.

- Montrer que l'expression de la vitesse de la navette est :

$$V = \sqrt{g(h) \cdot (R_T + h)}; \text{ faire son A.N.}$$

##### III. Etude de la phase d'approche à, l'atterrissage

Discovery a atterri le 18 août 1997, à la date  $t=7$ h07min.

Dans cette phase d'approche, le moteur s'arrête, la navette est

soumis à son poids et aux forces de frottement de l'air. On

retrouvera ci-dessous la valeur de sa vitesse à différentes dates :

La masse de Discovery dans cette phase d'approche d'atterrissage vaut  $69,68 \cdot 10^3$ kg.

Date	Altitude(en km)	Vitesse(en m/s)
$T_1 = t - 8$ min	54,86	1475
$T_2 = t - 3$ min	11,58	223,5

- Calculer le travail du poids entre les dates  $t_1$  et  $t_2$ .

- En utilisant le T.E.C, calculer le travail des forces de

frottements de l'air sur l'orbiteur entre les instants  $t_1$  et  $t_2$  de cette phase d'approche.

**Bowba yousseve  
26075572**

### EXERCICE 07

On suppose que la Terre, de masse  $M_T$ , de rayon  $R_T$  et de centre O, est une sphère et qu'elle présente une répartition de masse à symétrie sphérique et que le satellite peut être assimilé à un point matériel. Le satellite artificiel S, de masse  $m_s$ , décrit une orbite circulaire de rayon  $r$  autour de la Terre. On suppose que le satellite est soumis uniquement à la force gravitationnelle exercée par la Terre. On notera  $K$ , la constante de gravitation universelle.

1. Exprimer l'intensité du champ de gravitation terrestre  $G(h)$  en fonction de  $M_T$ ,  $R_T$ ,  $h$  et  $K$ .

Puis en fonction de  $R_T$ ,  $h$  et  $G_0$

2. Montrer que le mouvement du satellite dans le référentiel géocentrique est uniforme.
3. En déduire l'expression de la vitesse  $v_s$  du satellite en fonction de  $G_0$ ,  $R_T$  et  $h$  puis celle de sa période de révolution  $T_s$ .
4. Calculer  $V_s$  et  $T_s$  sachant que :  
 $G_0 = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$  ;  $h = 200 \text{ km}$  et  $R_T = 6400 \text{ km}$ .
5. METEOSAT 8 : un satellite géostationnaire.

Les satellites météorologiques comme Météosat sont des appareils d'observation géostationnaires.

Ce satellite a été lancé par ARIANE 5 le 28 août 2002.

Il est opérationnel depuis le 28 janvier 2004. Il fournit de façon continue des informations couvrant une zone circulaire représentant environ 42% de la surface de la Terre.

- a) Préciser les conditions à remplir par METEOSAT 8 pour qu'il soit géostationnaire.
- b) En déduire, pour METEOSAT 8, la valeur du rayon  $r = R_T + h$  de son orbite puis celle de son altitude  $h$ .

Donnée :  $M_T = 5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$

### EXERCICE 08

On considère une planète P de masse  $M$ . Le mouvement de l'un de ses satellites S, assimilé à un point matériel de masse  $m$ , est étudié dans un référentiel considéré comme galiléen, muni d'un repère dont l'origine coïncide avec le centre O de la planète P et les trois axes dirigés vers trois étoiles fixes. On admet que la planète a une distribution de masse à symétrie sphérique et que l'orbite de son satellite est un cercle de centre O et de rayon  $r$ .

1. Donner les caractéristiques de la force de gravitation exercée par la planète P sur le satellite S. Faire un schéma.
2. Donner l'expression du vecteur champ de gravitation créé par la planète P au point où se trouve le satellite S. Représenter ce vecteur champ sur le schéma précédent.
3. Déterminer la nature du mouvement du satellite S dans le référentiel d'étude précisé.

4. Exprimer le module de la vitesse linéaire  $v$  et la période de révolution  $T$  du satellite S en fonction de la constante de gravitation  $G$ , du rayon  $r$  de la trajectoire du satellite et de la masse  $M$  de la planète P.

Montrer que le rapport  $\frac{T^2}{r^3}$  est une constante.

5. Sachant que l'orbite du satellite S a un rayon  $r = 185500 \text{ km}$  et que sa période de révolution vaut  $T = 22,6$  heures, déterminer la masse  $M$  de la planète P. **Bowba yousseve  
26075572**
6. Un autre satellite S' de la planète P a une période de révolution  $T' = 108,4$  heures. Déterminer le rayon  $r'$  de son orbite.

### EXERCICE 09

Un satellite supposé ponctuel, de masse  $m$ , décrit une orbite circulaire d'altitude  $h$  autour de la Terre assimilée à une sphère de rayon  $R_T$ . On fera l'étude dans un référentiel géocentrique considéré comme galiléen.

1. Etablir l'expression de la valeur  $g$  du vecteur champ de gravitation à l'altitude  $h$  en fonction de sa valeur  $g_0$  au niveau du sol, de  $R_T$  et de  $h$ .
2. Déterminer l'expression de la vitesse  $V_s$  du satellite, celle de sa période et celle de son énergie cinétique.  
 $A.N: m_s = 1020 \text{ kg}, R_T = 6400 \text{ km}$  et  $h = 400 \text{ km}$ .
3. L'énergie potentielle du satellite dans le champ de pesanteur à l'altitude  $h$  est donnée par la relation :  
 $E_p = -\frac{G m_s M_T}{R_T + h}$  avec  $G$  constante de gravitation et  $M_T$  masse de la Terre et en convenant que  $E_p = 0$  pour  $h = \infty$ .  
a) Justifier le signe négatif et exprimer  $E_p$  en fonction de  $m_s, R_T, g_0$  et  $h$ .  
b) Déterminer l'expression de l'énergie mécanique  $E$  du satellite puis comparer  $E_p$  à  $E_c$  et  $E$  à  $E_c$ .

4. On fournit au satellite un supplément d'énergie :  $\Delta E = + 5.10^8 \text{ J}$ . Il prend alors une nouvelle orbite circulaire. En utilisant les résultats du 3, déterminer :  
a) sa nouvelle énergie cinétique et sa vitesse.  
b) sa nouvelle énergie potentielle et son altitude.

**Centre les majors**