REPUBLIQUE ISLAMIQUE DE MAURITANIE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SECONDAIRE
ET DE LA FORMATION TECHNIQUE ET PROFESSIONNELLE
INSPECTION GENERALE

# Collection ES-Sebil السبيل au Bac

# Sciences Naturelles

## Tome 1
## Génétique

Résumé de cours

Exercices résolus

Exercices d'entrainement

7C&D

Chers élèves de la 7ème AS,

Nous sommes heureux de mettre à votre disposition cette nouvelle collection, "ES-SEBIL pour réussir au bac", qui constituera, nous l'espérons, un réel cheminement au succès.

A travers cette collection, le Département cherche, à court terme, à améliorer l'enseignement/apprentissage afin d'avoir, de manière concrète, un impact positif sur le niveau des apprenants.

Cette collection touche le programme en vigueur dans toutes ses dimensions aussi bien théoriques que pratiques: rappels de cours, exercices corrigés et exercices d'entrainement. Elle couvre toutes les disciplines de bases, toutes séries confondues: sciences de la nature (SN), mathématiques (M) et lettres (LM et LO).

Permettez-nous, ici, d'exprimer nos sincères remerciements à nos frères inspecteurs pour leurs efforts vivement louables et sincèrement reconnus.

Nous vous souhaitons, chers candidats au bac, plein succès et réussite et prions qu'Allah, le Tout-Puissant, vous aide à en tirer profit.

**وعلى الله قصد السبيل**

L'Inspecteur Général

وزارة التربية والتعليم الثانوي والتكوين والتعليم والتعليم المهني
السبيل الى الباكلوريا

# Table des Matiéres


| | Pages |
|---|---|
| Rappel de cours | 9-10 |
| Exercice Méiose | 12- 23 |
| Corrigé exercice méiose | 26 - 36 |
| Rappel de cours | 39 - 41 |
| Exercice génétique formelle | 42 - 71 |
| Corrigé génétique formelle | 74 -116 |
| Rappel de cours | 119 |
| Exercice génétique humaine | 120 - 139 |
| QCM | 140 - 144 |
| Corrigé génétique humaine | 147 - 166 |
| Corrigé QCM | 166 |


وزارة التعليم الثانوي و التكوين الفني و المهني

السبيل الى الباكلوريا

# Méiose
# et
# Brassage génétique

وزارة التعليم الثانوى و التكوين التقني و المهني

السبيل الى الباكلوريا

وزارة التعليم الثانوي و التكوين الفني و المهني

السبيل الى الباكلوريا

# Rappel de Cours
# La méiose

**c'**est la succession de deux divisions cellulaires précédée comme toute division d'un doublement de la quantité d'ADN (réplication).
Dans son schéma général, elle produit quatre cellules haploïdes à partir d'une cellule diploïde.
Au cours de la méiose, des échanges de fragments de chromatides (crossing-over ou enjambement) se produisent entre chromosomes homologues d'une même paire.
Les chromosomes ainsi remaniés subissent un brassage interchromosomique résultant de la migration aléatoire des chromosomes homologues lors de la 1ère division de méiose.
Une diversité potentiellement infinie de gamètes est ainsi produite.
Des anomalies peuvent survenir.
Un crossing-over inégal aboutit parfois à une duplication de gène.
Un mouvement anormal de chromosomes produit une cellule présentant un nombre inhabituel de chromosomes.
Ces mécanismes, souvent sources de troubles, sont aussi parfois sources de diversification du vivant (par exemple à l'origine des familles multigéniques).
[L'analyse des produits de méiose se limite aux diplontes par l'étude des descendants issus d'un croisement avec un homozygote récessif pour tous les loci étudiés]
Au cours de la fécondation, un gamète mâle et un gamète femelle s'unissent : leur fusion conduit à un zygote. La diversité génétique potentielle des zygotes est immense.
Chaque zygote contient une combinaison unique et nouvelle d'allèles. Seule une fraction de ces zygotes est viable et se développe.

## Conséquence génétique de la méiose

Les cellules obtenues en fin de méiose ne contiennent plus qu'un seul chromosome (à 1 chromatide) de chaque paire de chromosomes homologues de la cellule initiale donc ces cellules ne possèderont qu'un seul exemplaire de chaque gène et par conséquent un seul allèle de chaque couple. La méiose a entraîné la disjonction des couples d'allèles de chaque gène.

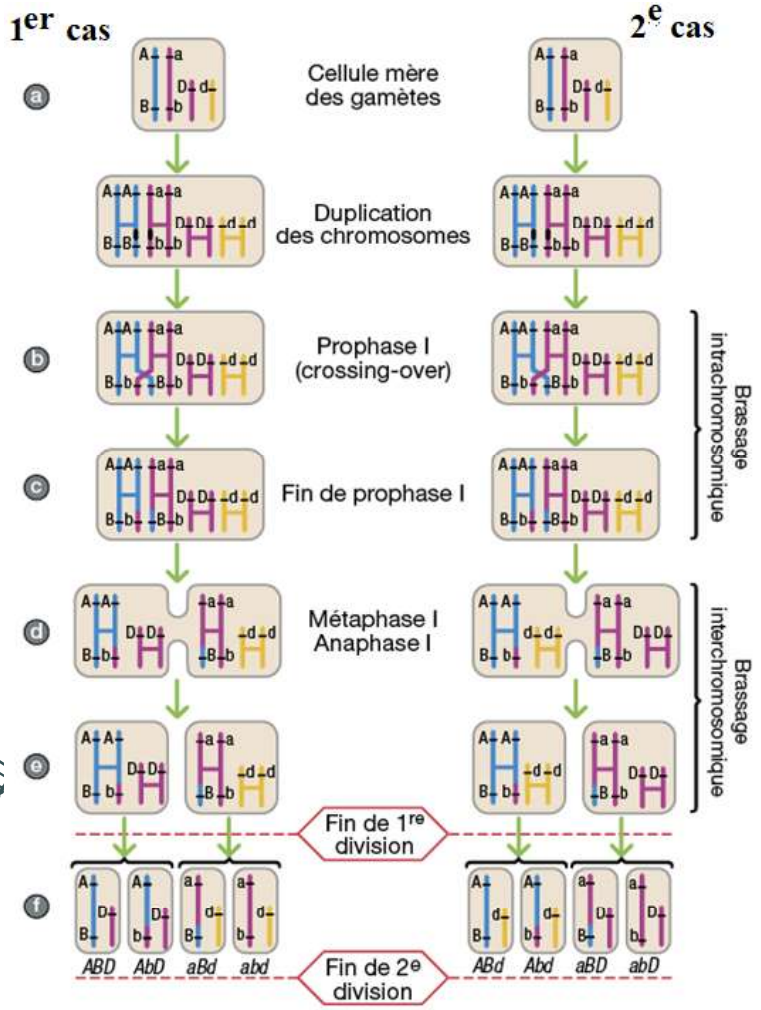
### 1. Brassage inter chromosomique

Le brassage inter chromosomique concerne les gènes indépendants, c'est-à-dire 2 gènes situés sur des paires de chromosomes différentes En anaphase 1 s'effectue la disjonction aléatoire des paires de chromosomes homologues. Un chromosome d'une paire peut migrer avec l'un des 2 chromosomes de chacune des autres paires. Plusieurs anaphases 1 sont donc possibles et équiprobables (ayant la même probabilité). Les cellules en fin de méiose ne contenant qu'un seul des 2 allèles de chaque gène, il existe donc plusieurs combinaisons alléliques possibles et équiprobables. C'est le brassage inter chromosomique. Le nombre de combinaisons possibles est 2n avec n = nombre de paires de chromosomes.

### 2. Brassage intra chromosomique

Le brassage intra chromosomique concerne les gènes liés, c'est-à-dire situés sur le même chromosome. En prophase 1, les chromosomes sont appariés en bivalents, leurs chromatides peuvent se croiser, ces chevauchements s'appellent des chiasmas. Des portions de

chromatides peuvent s'échanger entraînant un échange d'allèles entre les 2 chromosomes homologues, ce mécanisme est un crossing-over ou recombinaison génétique. En fin de méiose, les gamètes contenant la même combinaison allélique que la cellule initiale, sont de type parental, celles contenant le résultat d'un crossing-over, sont de type recombiné. Le brassage intra chromosomique dépend de la position des gènes (locus) sur le chromosome, il est aléatoire et rare mais n'affecte pas toutes les méioses. Le brassage intra chromosomique s'ajoute et amplifie le brassage inter chromosomique et donc la diversité des gamètes obtenus en fin de méiose.




السبيل الى الباكلوريا

## 3. **Fécondation**

La fécondation est aléatoire, elle permet d'unir au hasard deux gamètes génétiquement différents. Le nombre de combinaisons alléliques possibles pour la cellule-œuf dépend du nombre de gamètes différents résultant de la méiose. Cellules-œufs possibles = gamètes mâles possibles × gamètes femelles possibles. Les résultats de la fécondation sont représentés par un échiquier de croisement. La fécondation, en amplifiant les brassages de méiose, explique la diversité et l'unicité des individus.

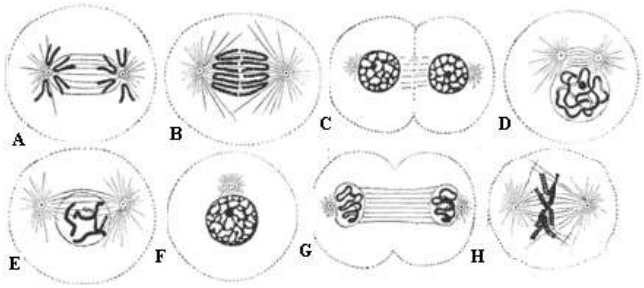
وزارة التعليم الثانوي و التكوين الفني و المهني

# Méiose
# Enoncé

السبيل الى الباكلوريا

# Exercice 1

Le document ci-dessous représente des étapes de la mitose.

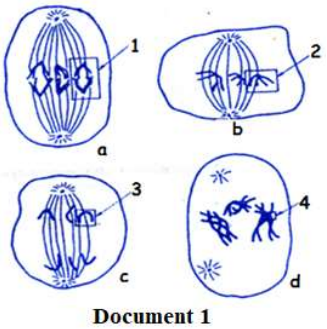



Reconnaissez ces étapes en les justifiant et classez-les chronologiquement.

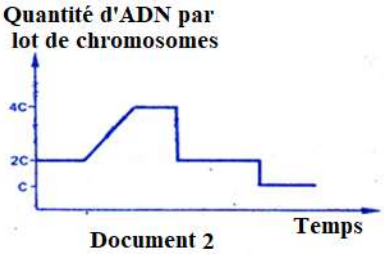
# Exercice 2

Au cours d'une observation de coupes de testicules, on a pu faire les schémas représentés par le document 1(figures a, b, c, d).

1- Nommez les éléments, 1, 2, 3, 4, puis identifiez ces étapes de division cellulaire et classez-les par l'ordre chronologique. (Le document n'est pas à rendre avec la copie.)



Document 1



Document 2

2- Reproduisez le graphique du document 2 pour y situer les noms des quatre étapes proposées.

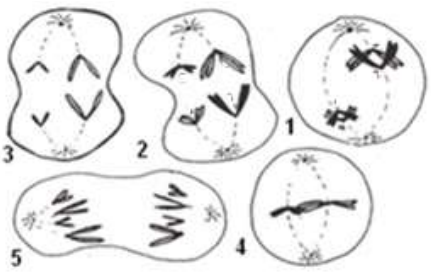
3- Comment évolue le nombre de chromosomes ? Quel phénomène de la reproduction sexuée ces schémas illustrent-ils ?Justifiez votre réponse.

4- Quelle est l'importance biologique de ce phénomène dans la reproduction sexuée ?

# Exercice 3

Pour mettre en évidence le rôle de certains phénomènes biologiques dans la transmission de l'information génétique au cours de la gamétogenèse on exploite les observations et expériences suivantes:

Les figures du document 1 montrent quelques étapes de deux phénomènes biologiques (pour faciliter on a choisi deux paires de chromosomes autosomes)



document 1

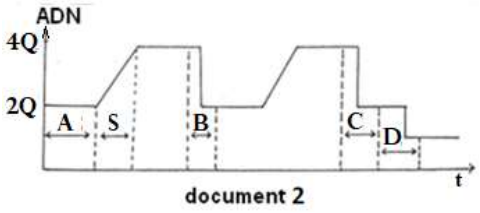
1- Quelles sont les phases représentées par les figures du document 1 ? En déduire le nom de chaque phénomène.

2- Représentez par un schéma la phase qui suit celle de la figure 2 du document 1 puis comparez l'information

وزارة التعليم الثانوي والتكوين المهني
التسبيل الى الباكالوريا

génétique dans les deux cellules filles et expliquez les différences constatées.

L'ADN est le constituant essentiel des chromosomes. Le document 2 montre l'évolution de la quantité d'ADN en fonction du temps dans une cellule mère de gamète au cours de la gamétogenèse.



document 2

3 -Identifiez les étapes A, B, C et D.

4 - Attribuez chaque figure du document 1 à l'étape correspondante du document 2.

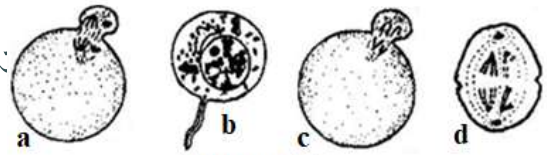
5 -En vous appuyant sur les documents 1 et 2, complétez le tableau suivant.

| Etapes | Fin A | Fin B | Fin C | Fin D |
|---|---|---|---|---|
| Quantitéd'ADN | | | | |
| Formule chromosomique | 2n | | | |

## Exercice 4

Dans les gonades mâles ainsi que dans les gonades femelles, se déroule un phénomène cellulaire qui aboutit à la formation des gamètes.

Le document 1 représente certaines étapes de ce phénomène dont trois se déroulent dans des structures précises des gonades.



Document 1

1- Reproduisez et complétez le tableau 1 en indiquant, pour chaque étape : le nom du phénomène cellulaire, le nom de l'étape, les éléments qui résultent et l'endroit où se déroule l'étape.

| **Schéma** | **a** | **b** | **c** | **d** |
|---|---|---|---|---|
| Phénomènecellulaire | | | | |
| Nom de l'étapedu phénomène cellulaire | | | | |
| Cette étape aboutit à la formation de | | | | |
| Localisation | | | | |

tableau 1

N.B: Si l'étape se déroule dans l'ovaire ou dans le testicule, précisez la structure exacte dans laquelle elle se déroule.

2- Les étapes a et c se déroulent à un moment donné.

Précisez le moment du déroulement de chacune de ces étapes.

3- L'étape b aboutit à la formation d'une cellule.

a-Représentez à l'aide d'un schéma clair et légendé la cellule obtenue.

b-Citez les particularités de cette cellule en relation avec sa fonction.

وزارة التعليم الثانوي والتعليم الأساسي والتعليم التقني

# Exercice 5

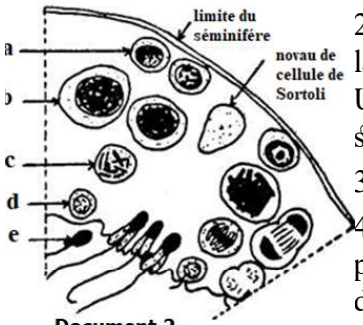
Le document 1 représente le caryotype normal d'un homme.



Document 1

1-À partir de quels critères peut-on affirmer que ce caryotype est normal et qu'il appartient à un sujet de sexe masculin ?

Le document 2 illustre la spermatogenèse chez ce même homme.



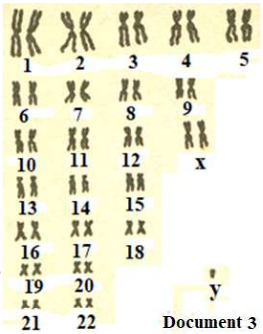
Document 2

2-Nommez, sans les justifier, les stades cellulaires notés a-b-c-d-e.

Un phénomène particulier se déroule entre les stades b et d.

3-Quel est le nom de ce phénomène ?

4-Représentez par des schémas précis et annotés les différentes phases cellulaires du déroulement de ce phénomène en partant d'une cellule de type b où vous ne figurerez que les chromosomes de la paire n°1 et XY (document1).



Document 3

5-Compte tenu des garnitures chromosomiques des cellules obtenues à l'issue de ce phénomène, expliquez pourquoi les pourcentages des descendants mâles ainsi que femelles sont toujours voisins de 50 %.

Sur le document 3 figure le caryotype d'un homme stérile.

6-Comparez les documents 1 et 3; quelle anomalie décelez-vous?

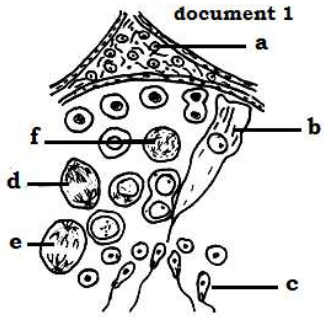
En supposant que ce caryotype provient de la fécondation d'un ovule normal par un spermatozoïde anormal :

7-Quelle était la garniture chromosomique du spermatozoïde fécondant ?

À quelle phase du phénomène, schématisé à la question 4, situez-vous l'origine de l'anomalie portée par le spermatozoïde fécondant ? En quoi consiste cette anomalie ?

# Exercice 6

A- Le document 1 correspond à une coupe transversale d'un organe sexuel de mammifère.




1-Nommez les cellules a, b et c et préciser le rôle de chacune.

2-Identifiez les stades de division cellulaire correspondants aux cellules d, e et f. Schématiser les stades d et e.

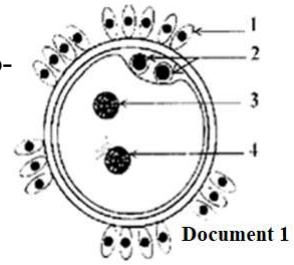
3-Précisez les phases de la gamétogenèse illustrées par ce document

وزارة التعليم الأساسي والتكوين المهني
السبيل الى البكالوريا

## Exercice 7

Généralement le caryotype humain se caractérise par une stabilité c'est-à-dire une constance du nombre de chromosomes (2n = 46). Pour comprendre les mécanismes à l'origine de la stabilité et de l'instabilité du caryotype humain, on se réfère à l'analyse des documents 1 et 2. Le document 1 montre une structure prélevée des trompes de l'appareil génital de la femme.

1- Donnez un titre au document 1 et écrivez sur votre copie les noms correspondant au numéro 1,2, 3 et 4.

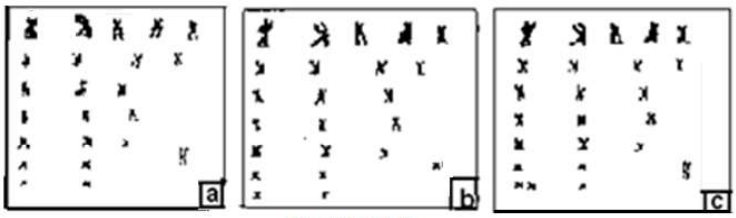


Document 1

2-Le document 2 comporte les figures a, b et c qui présentent des caryotypes possibles des éléments 3 et 4 indiqués dans le document 1.

2-1- Comparez et identifiez les figures a. b et c représentées par le document 2. Justifiez votre réponse.

2-2- Expliquez, schémas à l'appui, le mécanisme qui a abouti à la formation du caryotype c (pour simplifier les schémas, vous représentez des cellules à 2 n = 6 chromosomes).

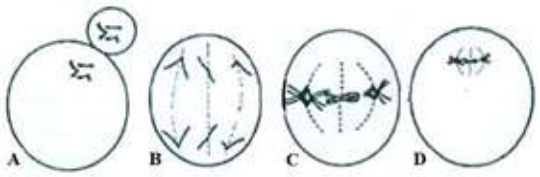


Document 2

2-3- Exploitez les informations fournies par les documents 1 et 2 et vos réponses précédentes pour expliquer les mécanismes à l'origine de la stabilité et de l'instabilité du caryotype humain.

## Exercice 8

Le document ci-contre représente des cellules germinales en division chez l'espèce humaine. Pour simplifier, on a représenté 3 paires de chromosomes.

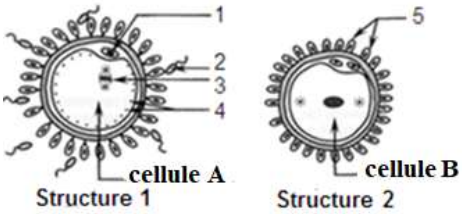



1. Préciser en justifiant, l'étape de la gamétogenèse illustrée par le document.

2. Nommer chaque cellule germinale et préciser la phase de division correspondante.

## Exercice 9

Le document représente deux structures observables au cours de la fécondation chez l'espèce humaine.




1-Identifiez les éléments désignés par les numéros 1, 2, 3, 4 et 5.

2-Nommez les cellules A et B. Justifiez votre réponse.

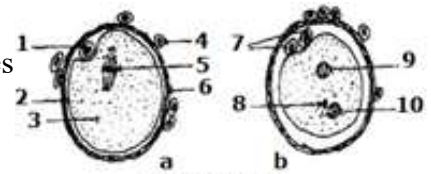
3-En vous basant sur les données du document 1 et en faisant appel à vos connaissances citez les étapes qui se déroulent entre les deux structures.

## Exercice 10

Le document 1 montre des éléments prélevés d'un oviducte de deux souris adultes.

1- Que représentent-ils ?

2-Légendez ces schémas en utilisant des numéros relevés sur votre copie.



document 1

3-La présence dans les oviductes d'une souris adulte d'éléments tels que a, est retrouvé à des périodes déterminées, celle de b est aléatoire. Expliquez cette observation.

4-Relatez les phénomènes cellulaires intervenus entre le stade a et b.

5-Sachant que le caryotype de la souris est 2n=40 dites quel est le nombre des chromosomes dans les noyaux 4-5-7-9-10.

6-Représentez l'évolution de la quantité d'ADN depuis le stade a jusqu'au stade b.

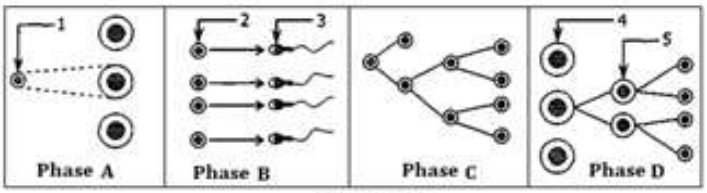
## Exercice 11

Le document 1 montre les phases de la spermatogenèse présentées séparément et en désordre.

1-Identifiez les phases A, B, C et D.

2-Classez ces phases selon l'ordre chronologique normal.

3- Nommez les cellules de 1 à 5



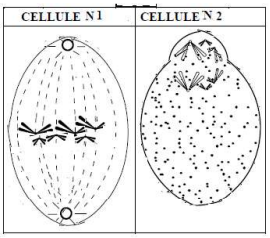
document 1

## Exercice 12

Le document suivant montre schématiquement deux cellules germinales en cours de la gamétogenèse. Pour la simplification des schémas, on a utilisé 3 paires de chromosomes.

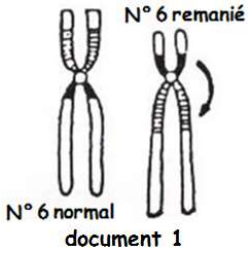
Reproduisez sur votre copie le tableau suivant et complétez – le.

| | Cellule $N_1$ | Cellule $N_2$ |
|---|---|---|
| Nom de la cellule | | |
| Nom de la division | | |
| Phase de la division | | |
| Etape de la gamétogenèse | | |
| Nom du résultat de la division | | |



# Exercice 13

On provoque la ponte chez une femelle vierge dont le caryotype présente une aberration chromosomique : l'un des 2 chromosomes n° 6 est affecté par un remaniement qui sert de caractère marqueur (document 1).



document 1

Une partie des ovocytes II pondus par cette femelle est inséminée par du sperme de mâle normal (sans aberration chromosomique) qui a subi une irradiation aux rayons UV ; 2 à 3 minutes après l'impact spermatique il y a formation de la membrane de fécondation et de l'espace périvitellin ; 60 minutes après, le 2ème globule polaire est émis. Les embryons obtenus meurent avant le stade de l'éclosion.

L'autre partie des ovocytes II est également inséminée par les spermatozoïdes traités aux UV. Après insémination, ces ovocytes sont chauffés à 37°C, pendant 5 minutes, ce qui dénature les protéines du fuseau. Quelques embryons survivent au-delà de l'éclosion.

L'examen du caryotype des embryons survivants donne les résultats consignés dans le tableau suivant :

| Embryons étudiés | | Cellules diploïdes Aspect des chromosomes 6 |
|---|---|---|
| Groupe | Nombre | |
| A | 13 | chromosomes 6 normaux les deux |
| B | 18 | chromosomes 6 remaniés les deux |

1- Quelle peut être la garniture chromosomique des ovocytes II en ce qui concerne le chromosome 6 ?

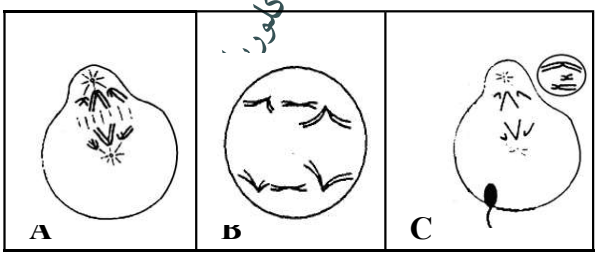
2-Comment proposez-vous d'expliquer la garniture chromosomique du groupe B, compte tenu de l'action du chauffage ? Expliquez alors la garniture chromosomique du groupe A.

3- Comment expliquez-vous la mort des embryons issus des cellules non chauffées ?

4- En conclusion, dégagez le rôle des spermatozoïdes dans cette expérience.

# Exercice 14

Dans les gonades mâles ainsi que dans les gonades femelles se déroule un phénomène cellulaire très important qui aboutit à la formation des gamètes. Le document suivant représente certaines étapes de ce phénomène dont deux se déroulent dans des structures précises des gonades.



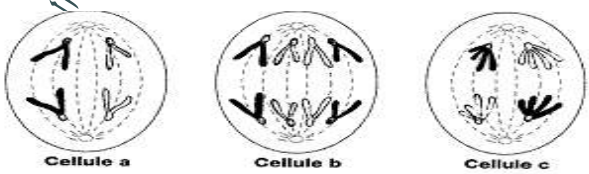
Complétez le tableau suivant en indiquant, pour chaque étape.

-si l'étape se déroule dans l'ovaire ou dans le testicule, précisez la structure exacte où elle se déroule.

| Schéma | A | B | C |
|---|---|---|---|
| Nom de la cellule germinale | | | |
| La division cellulaire | | | |
| Phase de division cellulaire | | | |
| Nombre et état des chromosomes par lots | | | |
| Nom de l'étape de gamétogenèse | | | |
| Cette étape aboutit à la formation de | | | |
| Localisation | | | |
| Moment de déroulement | | | |

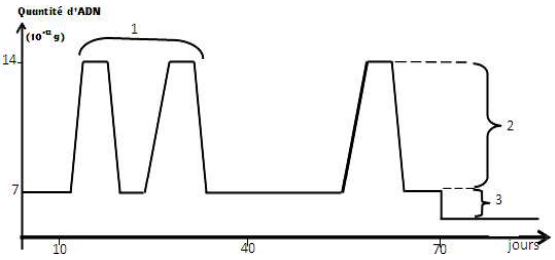
## Exercice 15

Le document ci- dessous correspond à des cellules en cours de division dans des testicules. Elles subissent des mitoses puis une méiose avant d'être transformées en gamètes (les spermatozoïdes), seules deux paires de chromosomes ont été représentées.




1. Classez dans l'ordre chronologique ces trois cellules. Indiquez la phase de division pour chaque dessin.

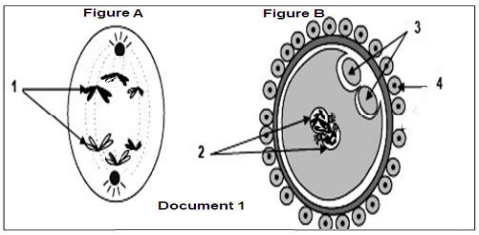
2. Faites la correspondance entre les cellules a, b et c et les étapes 1, 2 et 3 du graphique ci – contre.




وزارة التعليم الثانوي والتكوين المهني
السبيل الى الباكلوريا

# Exercice 16

Les figures A et B du document 1 représentent, de manière schématique, deux étapes caractéristiques de la reproduction sexuée.




1-a-Légendez le document 1

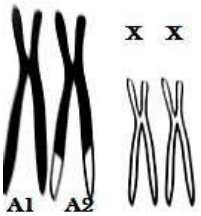
b-Identifiez chacune des deux étapes correspondantes

c-Précisez les lieux de leur déroulement.

2-a-Représentez, par un schéma, les principales étapes aboutissant à la formation des gamètes à partir de la cellule représentée par le figure A

b- donnez l'équipement chromosomique de chaque gamète obtenu

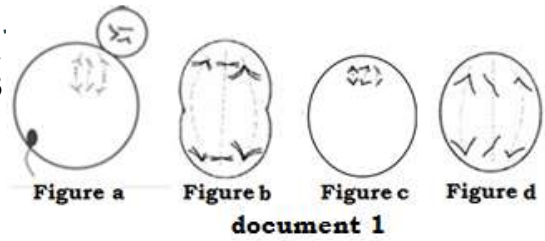
c- L'un de ces gamètes nommé L (question 2) se réunit pendant l'étape B avec le gamète du sexe opposé nommé K pour donner un zygote dont la garniture chromosomique est illustrée par le document 2 indiqué ci-contre. (A1A2 sont des autosomes, XX sont des chromosomes sexuels). Donnez la garniture chromosomique des deux gamètes L et K




# Exercice 17

On se propose d'étudier quelques aspects de l'activité sexuelle chez l'espèce humaine.

Les figures du document 1 représentent des cellules germinales en division au cours de la gamétogenèse. Pour la simplification, on a représenté 3 paires de chromosomes.



document 1

1- Identifiez pour chaque figure, en justifiant votre réponse, le type de gamétogenèse.

2-Complétez le tableau (1).

| | Figure a | Figure b | Figure c | Figure d |
|---|---|---|---|---|
| Nom de la cellule | | | | |
| Quantité d'ADN(exprimée en X) | | | | |
| Lieu d'existence | | | | |
| Tableau 1 | | | | |

3- Un autre type de division cellulaire intervient lors de la gamétogenèse. Nommez ce type de division, et précisez son moment de la vie.

# Exercice 18

Chez l'Homme, les aberrations chromosomiques peuvent survenir au cours de la gamétogenèse. Les figures (a) et (b) du document 1 représentent les caryotypes des deux gamètes, mâle et femelle.

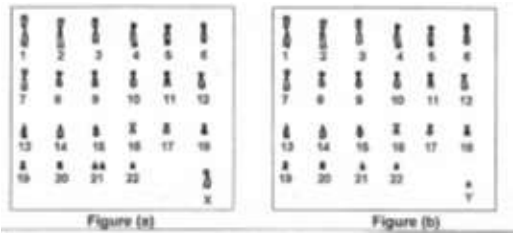
1-Identifiez le gamète correspondant à chacun des deux caryotypes représentés par les figures (a) et (b) du document 1.

2-L'un des deux gamètes présente un caryotype anormal.

a-Précisez lequel. Justifiez votre réponse,

b- Expliquez l'origine de cette anomalie.

3-La fécondation impliquant les deux gamètes du document 1 conduit à un individu de caryotype anormal.




a- Ecrivez la formule chromosomique de la cellule œuf issue de cette fécondation.

b- Déduisez l'anomalie chromosomique affectant cet individu.

## Exercice 19

Le document 1 représente deux caryotypes anormaux de deux individus A et B.

1-Donnez la formule chromosomique de chaque caryotype.

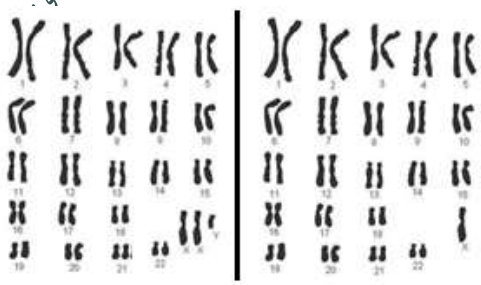
2-Déduisez le sexe de A et B.

3-Quelle anomalie présente chaque individu ?

4-Quelle est l'origine de l'anomalie de l'individu A ?

Le document 2 illustre la spermatogenèse chez un homme normal.

5-Nommez les stades cellulaires notés a-b-c-d-e. Un phénomène important se déroule entre les stades b et d.

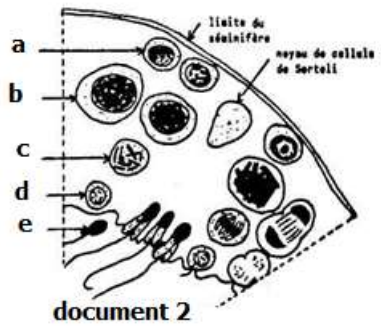



6-Nommez ce phénomène et précisez son importance.

On suppose que le caryotype A, résulte de la fécondation d'un ovule normal par un spermatozoïde anormal.

Quelle était la garniture chromosomique du spermatozoïde fécondant ?

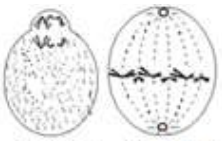
À quelle phase du phénomène situez-vous l›origine de l'anomalie ?




وزارة التعليم الثانوي التكوين المهني السبيل الى الباكلوريا

# Exercice 20

Le document montre schématiquement deux cellules germinales (1 et 2) en cours de la gamétogenèse. Pour la simplification des schémas, on a utilisé 3 paires de chromosomes (les mêmes paires pour les deux schémas).


Cellule 1 Cellule 2

Reproduisez sur votre copie le tableau suivant et complétez – le

| | Cellule 1 | Cellule 2 |
|---|---|---|
| Nom de la cellule | | |
| Justification du nom | | |
| Nom de la division | | |
| Phase de la division et justification | | |
| Etape de la gamétogenèse | | |
| Produit de la division | | |

# Exercice 21

1-Une femme victime de plusieurs avortements spontanés à un stade précoce de grossesse fait réaliser un caryotype pour elle et son conjoint.

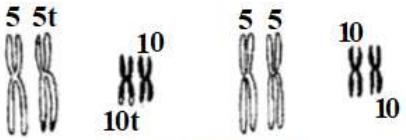
a- Qu'appelle -t-on caryotype ? et comment l'obtenir ?

b- Comment distingue -t-on chez les individus normaux le caryotype de la femme de celui de l'homme ?

2-Un examen chromosomique approfondi du caryotype de cette femme montre une translocation réciproque entre les chromosomes 5 et 10 (document 1)

a-Dites pourquoi l'anomalie dont cette femme est porteuse n'a pas été pressentie avant les avortements ?

b-Quelle est la probabilité pour elle de mener à terme une prochaine grossesse ?



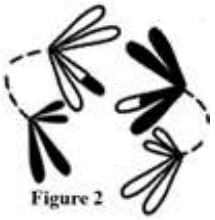
document 1

Pour répondre à cette question, vous indiquerez les chromosomes 5 et 10 possibles dans les gamètes, puis les caryotypes qui en résulteraient pour l'enfant, avec la probabilité, qu'ils se réalisent, et enfin si l'enfant n'est pas viable, vous direz pourquoi ?

# Exercice 22

La figure 1 représente une structure A observée exceptionnellement dans un organe de l'appareil génital femelle de mammifère, alors que la figure 2 illustre les chromosomes d'une structure B observée régulièrement dans un autre organe, du même appareil

1-Identifiez les structures A et B et justifiez leur présence régulière ou exceptionnelle.


Figure 2

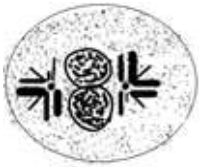
2- Dites dans quels organes trouve-t-on ces structures ?

3- Faites un schéma du gamète issu de la structure B en respectant les représentations chromosomiques de la figure 2.

4- Schématisez dans des rectangles les garnitures chromosomiques certaines ou possibles des globules polaires.

5-a-Identifiez les phénomènes de la reproduction sexuée illustrés par les deux structures A et B.

b- Expliquez les conséquences génétiques de ces phénomènes.


Figure 1

وزارة التعليم الثانوي والتكوين المهني والتعليم العالي

## Exercice 23

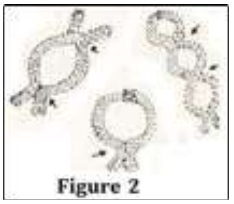
La figure 1 schématise le caryotype d'une espèce. On a distingué les chromosomes paternels (blancs) des chromosomes maternels (noirs).


Figure 1

1-Schématiser la disposition de ces chromosomes en métaphase de 1ére division de méiose. Existe-il plusieurs dispositions si oui les représentées.

2- Quelle conséquence cela présente –il pour les gamètes à l'issue de cette méiose ?

3. Peut-on trouver une formule permettant de prévoir le nombre de catégories de gamètes en prenant n = x (n = nombre haploïde).


Figure 2

4. la figure 2 schématise les chromosomes d'une cellule en méiose.

4-1-Au cours de quel stade de la méiose trouve-t-on des chromosomes disposés de cette manière ?

4-2-Quelle est la signification de ces images, en particulier des points repérés par des flèches ?

La figure 3 schématise une cellule en métaphase de première division de méiose. Les chromosomes paternels sont blancs, les chromosomes maternels noirs.


Figure 3

5.1. Pourquoi certains chromosomes sont -ils mixtes ?

5.2. Schématiser les phases suivantes de la méiose ? (la télophase 2 peut suffire)

5.3. En reprenant les éléments de réponse apportés établir quelles sont les conséquences génétiques de la méiose ?

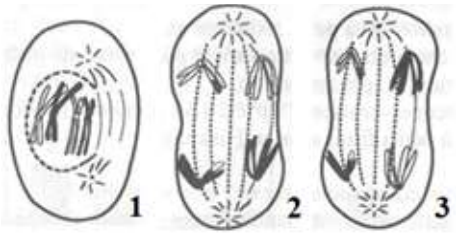
## Exercice 24

Les schémas 1, 2 et 3 du document suivant représentent des figures observées au niveau de la paroi du tube séminifère (le nombre de chromosomes est réduit à 4).

1-Identifiez :

a- l'étape de la spermatogénèse représenté par les schémas.

b- la phase de la division représenté par chaque figure.




2-Reconnaître, expliquer les phénomènes illustrés par les figures et indiquer leur importance génétique. Donner les gamètes fournis par la méiose (faire des schémas).

3-Les deux couples d'allèles (A, a) et (B, b) sont portés par deux paires différentes de chromosomes. Donner les gamètes que donne un hybride doublement hétérozygote ainsi que leur proportion.

4-Le brassage intrachromosomique qui a affecté une des deux paires de chromosomes (voir figure précédente) a-t-il une influence sur la répartition statistique des gamètes de l'hybride. Justifier.

وزارة التعليم الثانوى و التكوين الفني و المهني
السبيل الى الباكلوريا

# Méiose

# Corrigé

وزارة التعليم الثانوي و التكوين الفني و المهني

السبيل الى الباكلوريا

# Corrigé 3

1-

| | |
|---|---|
| 1 | prophase I |
| 2 | Anaphase I |
| 3 | Anaphase II |
| 4 | Métaphase II |
| 5 | Anaphase |

Le phénomène représenté par les figures 1,2,3 et 4 est la méiose, celui représenté par la figure 5 est la mitose.

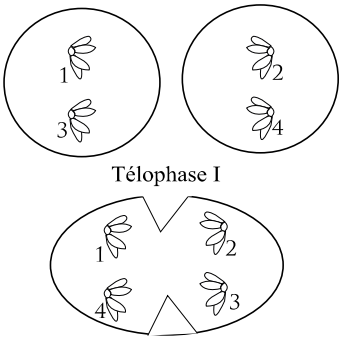
2-Schéma de la télophase I montrant 2 cellules haploïdes génétiquement différentes car si l'une d'elles porte un chromosome paternel d'une paire, l'autre cellule porte son homologue maternel.

3-La deuxième position en anaphase I peut être représentée par le schéma suivant, elle est le résultat du brassage inter chromosomique responsable de la diversité génétique.

4 – Etapes A=GI

-Etape B = Mitose

-Etape C = Division réductionnelle de le méiose




Etape D = Division équationnelle de la méiose.

5 – 1 et 2 du document 1 correspondent à C du document 2.

3 et 4 du document 1 correspondent à D du document 2.

5 du document 1 correspond à B du document 2.

6-

| Etapes | Fin A | Fin B | Fin C | Fin D |
|---|---|---|---|---|
| Quantité d'ADN | q | *q* | *q* | *q/2* |
| Formule chromosomique | 2n | *2n* | *n* | *n* |

وزارة التعليم الأساسي و التكوين الفني و المهني
ي الباكلوريا

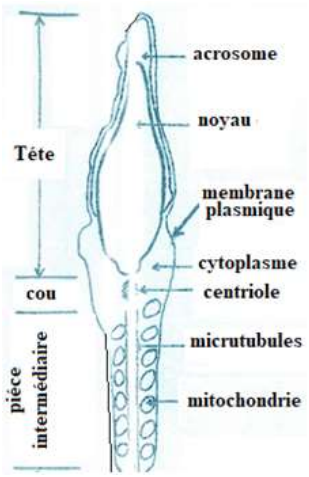
# Corrigé 4

1.

| Schéma | a | b | c | d |
|---|---|---|---|---|
| Phénomène cellulaire | Ovogenèse | Spermatogenèse | Ovogenèse | Spermatogenèse |
| Nom de l'étape du phénomène cellulaire | Phase de maturation : division réductionnelle | Spermiogenèse | Phase de maturation : division équationnelle | Phase de maturation : division réductionnelle |
| Cette étape aboutit à la formation de : | Ovocyte II + Premier globule polaire | Spermatozoïde | Ovotide + Deuxième globule polaire | 2 spermatocytes II |
| localisation | Dans le follicule de De Graaf | Dans la paroi du tube séminifère à proximité de la lumière du tube | Dans la trompe de Fallope | Dans la paroi du tube séminifère |

2. « a » : se déroule 24 à 36 h avant l'ovulation ; « c » : se déroule suite à la pénétration d'un spermatozoïde dans l'ovocyte II.

3. a) Schéma d'un spermatozoide




b) caractéristiques de la cellule :

- un noyau à n chromosomes simples qui représentent l'information génétique d'origine paternelle ;
- cytoplasme réduit : cellule de petite taille ; légèreté de cette cellule ;
- flagelle : mobilité du gamète mâle ;
- acrosome nécessaire à la perforation de la membrane de l'ovocyte II lors de la fécondation ;
- centriole nécessaire aux mitoses de la cellule-œuf après la fécondation ;
- grand nombre de mitochondries disposées en hélice permettant de fournir l'énergie nécessaire à la mobilité du spermatozoïde.

وزارة التعليم الثانوي و التكوين الفني و المهني
المفتشية الجهوية للتربية

# Corrige 5

1.Analyse d'un caryotype.
C'est un caryotype normal :

-il est constitué de 2n = 46 chromosomes ;

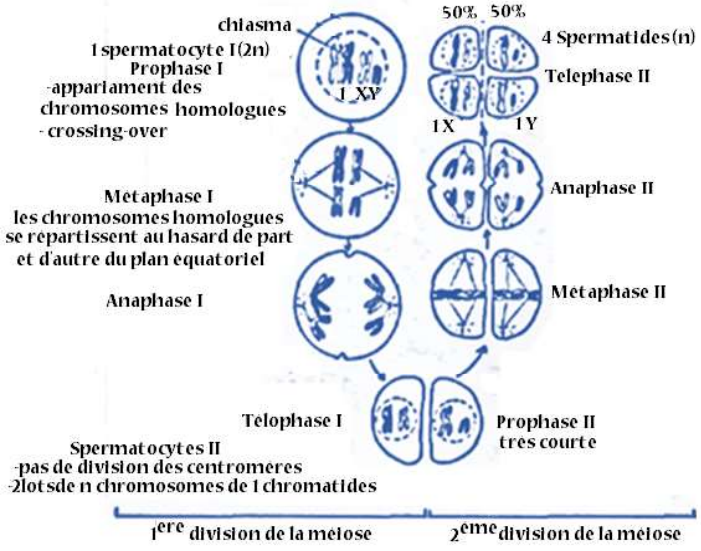
-les deux chromosomes homologues de chaque paire se ressemblent.

-II s'agit d'un sujet de sexe masculin : le caryotype présente en effet une paire de chromosomes sexuels XY.

2.Les cellules de la lignée germinale.
a = spermatogonie b = spermatocyte I c = spermatocyte II
d = spermatide e = spermatozoïde.

3-Le phénomène donnant, à partir d'un spermatocyte I diploïde (b), deux spermatocytes II haploïdes (c), puis quatre spermatides haploïdes (d) est la méiose.

4-Schéma des différentes phases cellulaires de la méiose.
Les chromosomes paternels sont en noir,
Les chromosomes maternels sont en blanc.




5.Garnitures chromosomiques mâles et femelles.

Les ovocytes fécondés contiennent toujours 1 chromosome X ; 50 % des spermatides, donc des spermatozoïdes, contiennent 1 chromosome X, 50 % 1 chromosome Y (voir 4. Schéma). Lors de la fécondation, on a donc 50 % de zygotes XX a l'origine de descendants femelles, et 50 % de zygotes XY a l'origine de descendants males.

6.Caryotype d'un homme stérile.
La comparaison avec le document 1 montre que l'anomalie se situe au niveau des chromosomes sexuels. L'homme stérile est XXY (syndrome de Klinefelter).

7.Origine de l' anomalie.
Si l'ovule est normal, il a apporté 1 chromosome X. Le spermatozoïde fécondant était donc XY.
La séparation des chromosomes sexuels ne s'est pas effectuée correctement à l'anaphase I.
Un des spermatocytes II, et donc le spermatozoïde qui en est issu, a hérité de X et Y : sa formule chromosomique est alors 22 + XY. On obtient, avec les 22 + X de l'ovule, la formule chromosomique 44 + XXY correspondant au document 3.

# Corrigé 7

1 - Titre du document 1 :

- Ovule fécondéou fusion des pronucléi

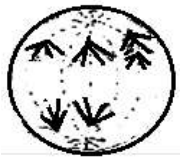
2-1-

| Caryotypes | a | b | c |
|---|---|---|---|
| Nombre et nature des chromosomes | 23 chromosomes<br>22 autosomes + X<br>→ caryotype normal | 23 chromosomes<br>22 autosomes+ Y<br>→ caryotype normal | 24 chromosomes<br>23 autosomes+ X<br>→ caryotype anormal |
| Identification et justification | le caryotype peut correspondre au noyau 3 ou 4<br>Présence de X | le caryotype peut correspondre au noyau 4<br>Présence de Y | le caryotype peut correspondre au noyau 3 ou 4<br>Présence de X |

Les légendes : 1= cellule folliculaire ou cellule de la corona radiata 2= globules polaires 3 = pronucléus ♀ 4 = pronucléus ♂

2-2- La formation du caryotype C est le résultat d'une anomalie dans le déroulement de la méiose :

- non disjonction d'une paire de chromosomes homologues lors de l'anaphase I



- non disjonction des chromatides sœurs d'un chromosome lors de l'anaphase II.



2-3- La stabilité du caryotype humain est assurée par l'alternance de deux mécanismes de la reproduction sexuée : la méiose et la fécondation.
La méiose donne des cellules haploïdes par la réduction chromatique. La fécondation rétablit la diploïdie.
L'instabilité du caryotype humain est due à une anomalie de disjonction des chromosomes au cours de la méiose. Ce qui donne des gamètes au nombre de chromosomes anormal. Suite à la fécondation on obtient des œufs au caryotype anormal.

# Corrigé 8

1-Maturation :
Car on observe des aspects caractérisant la méiose (réduction chromatique, appariement des chromosomes…).

2- A= Ovocyte II (+ $GP_I$) en $M_{II}$ ;
B= Spermatocyte II en $A_{II}$ ;
C= Spermatocyte I en $M_I$ ;
D= Ovocyte I en $M_I$.

الموقع الرسمي للباكالوريا و شكون الفني و المهني

# Corrigé 10

1- Le schéma (a) représente un ovocyte II.

Le schéma (b) montre Ovule fécondé

2- Légendes :

1 : GPI ; 2 : Membrane plasmique de l'ovocyte ; 3 : Cytoplasme de l'ovocyte ;

4 : Cellule folliculaire ; 5 : chromosomes en $M_{II}$ ; 6 : Zone pellucide ;

7 : Les deux globules polaires ; 8 : Centriole mâle transformé en aster (spermaster) ;

9 : Pronucléus femelle ; 10 : Pronucléus mâle.

3- Les éléments a s'observent dans l'oviducte de la souris à chaque ovulation.

Les éléments b ne s'y rencontrent que s'il y a eu fécondation.

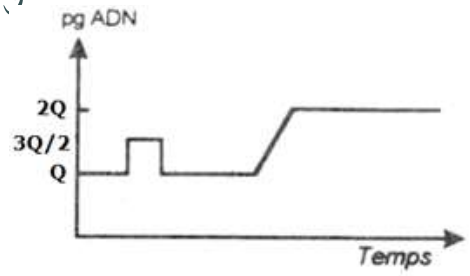
4- Phénomènes cellulaires :

- Attraction;
- Pénétration du spermatozoïde ;
- Achèvement de la méiose et expulsion du GPII ;
- Formation des pronucléi.

5- Caryotypes : 2n chromosomes : 4.

n chromosomes : 5, 7, 9 et 10.

6- Courbe




وزارة التعليم الثانوي و التكوين المهني و السبيل الى الباكلوريا

# Corrigé 11

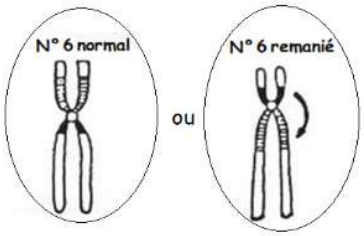
1- A : accroissement, B : différenciation, C : multiplication, D : maturation

2 – L'ordre : C- A- D- B

3- 1-sprmatogonie 2- spermatide 3- spermatozoïde 4- spermatocyte I 5- spermatocyte II

# Corrigé 13

1- L'ovocyte II ne peut contenir que n chromosome soit 6n ou 6r (n=normal, r= remanié)




2- Groupe B : Le chauffage dénature les protéines du fuseau achromatique, les chromatides sœurs du chromosome 6r ne migrent pas et par conséquent le $GP_{II}$ n'est pas libéré : Ainsi les chromatides du chromosome 6 remanié se dédoublent. Après la mitose on obtient des cellules diploïdes donnant des individus qui peuvent survivre.

De la même façon on peut expliquer la formule de A, à partir d'un ovocyte IIqui renferme un chromosome 6 normal.

3- L'absence de chauffage des ovocytes II a entrainé l'expulsion du GPII et par conséquent l'ovotide obtenu ne renferme qu'une chromatide. Les embryons obtenus à partir de ces ovotides seront haploïdes et par la suite non viables.

4- Le réveil physiologique manifesté par le déclenchement de la division équationnelle

# Corrigé 17

A- 1- a + c : Ovogénèse ; étranglement ou disposition excentrique
b + d : spermatogénèse ; étranglement équatorial

2-

| | Figure a | Figure b | Figure c | Figure d |
|---|---|---|---|---|
| Nom de la cellule | Ovocyte fécondé | SpI | Ovocyte I | SpII |
| Quantité d'ADN | 3X/2 | 2X | 2X | X |
| Lieu d'existence | Trompe | Testicule | Ovaire | Testicule |

3- Mitose: à partir de la puberté pour la spermatogenèse et pendant la vie fœtale pour l'ovogenèse.

# Corrigé 18

1- Figure (a) = gamète femelle

Figure (b) = gamète mâle

2- a- Le gamète femelle est de caryotype anormal.

- Présence du chromosome 21 en deux exemplaires.

b- Les 2 chromosomes de la paire 21 ne se séparent pas et passent ensemble dans la même cellule fille ; cela peut se produire lors de la division réductionnelle ; ainsi se forme ce gamète possédant 2 chromosomes 21.

3- a- Formule chromosomique = 45 autosomes + XY.

b- L'individu issu de la fécondation impliquant les gamètes du document 1 est affecté par la trisomie 21.

# Corrigé 20

| | Cellule germinale 1 | Cellule germinale 2 |
|---|---|---|
| Nom | Spermatogonie | Ovocyte I |
| Justification du nom | Cellule diploïde ayant 2n= 6 chrs dont X et Y | chromosomes excentrique |
| Nom de la division | Mitose | Division réductionnelle de méiose |
| Phase de la division et justification | Métaphase : 2n chromosomes sur le plan équatorial | Anaphase I : Ascension polaire de n chromosomes dupliqués |
| Etape de la gamétogenèse | Multiplication | Maturation |
| Produit de la division | 2 spermatogonies | Ovocyte II + 1er globule polaire |

# Corrigé 21

1. a- Le caryotype est l'ensemble des chromosomes caractérisant une espèce, classés suivant leur taille, leur forme, l'alternance de bandes claires et sombres…

On l'obtient ainsi :

- mise en culture de cellules ;
- fixation en métaphase grâce à la colchicine ;
- choc hypotonique ;
- photographie ;

classement des chromosomes homologues.

وزارة التعليم الثانوي و التكوين المهني و البحث العلمي
السبيل الى الباكالوريا

b- Par les chromosomes sexuels : XX, chez la femme et XY, chez l'homme.

2. a- Car elle a un caryotype complet et par conséquent un génome complet malgré les modifications structurales au niveau des paires de chromosomes concernées.

b- Les types de gamètes fournis par cette femme :

5t-10 5-10t 5-10 5t-10t

Il y aurait deux gamètes normaux 5t-10t et 5-10

donc la probabilité de mener une grossesse normale serait 1/2.

L'enfant peut ne pas être viable s'il hérite de l'un des gamètes anormaux : 5t-10 et 5-10t car il aurait un fragment de chromosome en double et un fragment déficitaire.

## Corrigé 22

1-Identification des structures :

Structure A : Zygote ou ovule fécondé : présence exceptionnelle : seulement en cas de fécondation de l'ovocyte II ce qui est rare.

Structure B : ovocyte I en anaphase I : cette structure s'observe régulièrement chaque cycle entre le 13ème et le 14ème jour (24 h avant chaque ovulation chez la femme) : reprise de la maturation

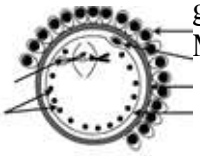
2- Organes :

A - trompe

B - ovaire

3- Schéma du gamète : un ovocyte II bloqué en MII (2 cas possibles)

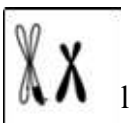


4- schéma des globules polaires :

1er globules polaires



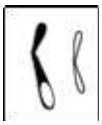


2eme globules polaires









وزارة التعليم الثانوي و التكوين المهني و التقني

5-a-Identification des phénomènes

B = méiose

A= fécondation

b- conséquences des phénomènes

- La méiose, assurant le passage de la diploïdie à l'haploïdie, à deux conséquences génétiques essentielles :

-Le brassage inter chromosomique correspondant à la formation de différentes combinaisons entre les chromosomes paternels et maternels au niveau des pôles des cellules germinales à l'anaphase I et par la suite au niveau des gamètes. Il est assuré grâce à la séparation aléatoire et indépendante des chromosomes homologues à l'anaphase I.

- Le brassage intra chromosomique correspondant à la formation de nouvelles combinaisons alléliques au sein des chromosomes. Il se produit en prophase I grâce au phénomène de crossing-over.

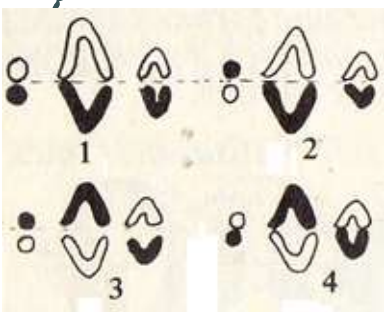
Ces deux brassages assurent une diversité génétique des gamètes qui diffèrent par leurs combinaisons chromosomiques et alléliques

À la fécondation, il y a union au hasard des gamètes et rétablissement de la diploïdie. Le caractère aléatoire de cette union augmente le nombre de types de zygotes possibles (amplification du brassage chromosomique et allélique) d'où la diversité génétique des descendants d'un couple.

دار التعليم الثانوي التكنولوجي و المهني
السبيل الى الباكلوريا

## Corrigé 23

1- Il existe 4 dispositions possibles,.




2- A l'issue de la méiose, les gamètes reçoivent bien le même nombre de chromosomes mais ces chromosomes ont des « origines » différentes. Suite à la disposition 1, une cellule-fille recevra 3 chromosomes paternels, l'autre 3 chromosomes maternels. La disposition 2 donnera 1 chromosome paternel et 2 chromosomes maternels dans une cellule-fille, la formule complémentaire dans l'autre cellule-fille, etc.

Ces 4 dispositions possibles conduisent à la formation de 8 catégories de gamètes différentes.

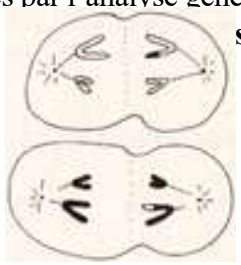
3-En prenant n = x, la formule $2^x$ permet de prévoir le nombre de catégories de gamètes.

4-1- Les chromosomes sont disposés de cette manière (8, boucle, anneaux...) au cours de la prophase de première division de méiose.

4-2-Les points repérés par des flèches montrent des points de contacts et de croisements appelés chiasmas entre les chromatides homologues.

5-1- C'est qu'il y a eu des « échanges » de segment entre chromatides homologues. Ces échanges ou crossing-over sont révélés par l'analyse génétique des gènes portes par des **chromosomes homologues. Les chromosomes sont recombinés.**

5-2-



5-3- Les conséquences génétiques de la méiose sont doubles :

-elle permet une disjonction et une répartition aléatoire des chromosomes paternels et maternels entre les cellules-filles. C'est ce que l'on appelle le brassage interchromosomique.

-elle permet en outre des échanges entre chromatides homo¬logues lorsqu'il y a des crossing-over. C'est le brassage intra- chromosomique.

Ces deux phénomènes assurent une diversité du matériel génétique transmis au cours des générations successives.

وزارة التعليم الثانوي الأصلي والتكوين الفني و المهني
السبيل الى الباكالوريا

## Corrigé 24

1-a-L'étape de la spermatogénèse est la maturation. En effet les cellules sont en division de méiose.

b-Phase de division :

1 ⟶ Prophase I : formation de tétrade.

2 et 3 ⟶ anaphase I : séparation aléatoire des chromosomes homologue sans fissuration des centromère.

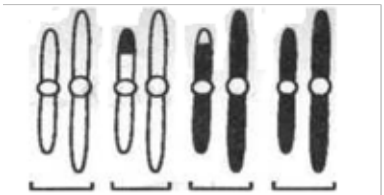
2-Phénomènes illustrés par les figures et leur importance :

Figure 1 : formation de chiasme entre chromosomes homologues ce qui permet la possibilité d'échange de fragments de chromatides (= crossing-over) ou brassage intrachromosomique qui permet de créer des nouvelles associations d'allèles.

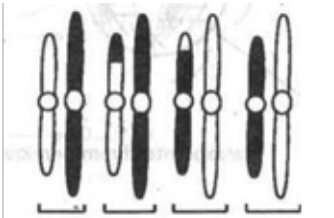
Figure 2 et 3 : montrent des séparations aléatoires des chromosomes homologues ce qui permet de créer des nouvelles associations de chromosomes non homologues et donc de nouvelles associations d'allèles c'est le brassage interchromosomique.

Les deux brassages s'associent pour donner une diversité des gamètes génétiquement

différents.



Gamètes fournis par la disposition 2



Gamètes fournis par la disposition 3

3- (A, a) et (B, b) sont indépendants

Un individu doublement hétérozygote est de génotype $\left(\frac{A}{a}\ \frac{B}{b}\right)$

Il fournit par le brassage interchromosomique qui se fait à l'anaphase I quatre types de gamètes équiprobables :

$$\frac{1}{4}AB,\ \frac{1}{4}Ab,\ \frac{1}{4}aB,\ \frac{1}{4}ab.$$

4- Le brassage intrachromosomique a une influence seulement pour le cas des gènes liés. En effet le chiasma s'effectue à la prophase I entre les 2 gènes portés par les mêmes chromosomes. Par suite ce brassage n'a aucune influence sur la répartition statistique des gamètes de l'hybride qui sera toujours :

$$\frac{1}{4}AB,\ \frac{1}{4}Ab,\ \frac{1}{4}aB,\ \frac{1}{4}ab.$$

وزارة التربية والتعليم والتكوين المهني
السبيل الى الباكلوريا

# Génétique Formelle
# Enoncé

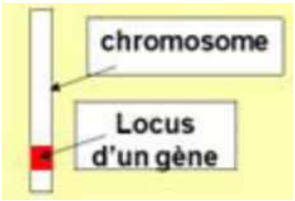
وزارة التعليم الثانوي و التكوين الفني و المهني

السبيل الى الباكلوريا

# Rappel de Cours

## Gènes et chromosomes

Gène = fragment d'ADN occupant un emplacement précis (locus) sur un chromosome et gouvernant la synthèse d'une protéine = (une zone précise du chromosome qui commande l'expression d'un caractère héréditaire précis).



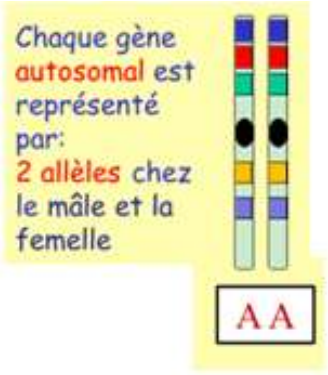

Locus situé sur un chromosome non sexuel, le gène est autosomal.

Locus situé sur un chromosome sexuel, le gène est gonosomal (lié au sexe).

Les différentes versions du gène sont appelées allèles

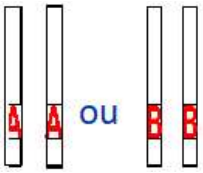
Exemple : gène= Couleur

allèles = rouge, bleu. vert, jaune...



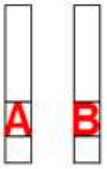







dans le cas diploïde: les allèles du gènes peuvent être:

- Identiques (gène pur = homozygote = homogamétique),




- différents (gène hybride = hétérozygote = hétérogamétique).

### Relation entre les allèles

Si les deux allèles sont identiques (gène pur), un seul aspect du caractère apparaît.

Si les deux allèles sont différents (gène hybride):

- Un des deux allèles s'impose, il est dit dominant, l'autre est dit récessif. Dans ce cas un seul caractère apparaît. C'est la Dominance complète.

(L'allèle dominant est symbolisé par un caractère en majuscule, ou + en exposant sur la lettre minuscule : A ou $a^+$ et l'allèle récessif est noté par une minuscule)

- Les 2 allèles peuvent s'exprimer ensemble, c'est la Codominance (dominance intermédiaire) Les 2 allèles sont notés en majuscule ou en minuscule.

دين الفني و المهني
السبيل الى الباكالوريا

- Génotype: Composition allélique du gène permettant de déterminer s'il est pur ou hybride.

  Il est écrit entre parenthèses (A//A) ou (a//a) ou (A//a).

- Phénotype: (expression extérieure du génotype).

  Il est écrit entre crochets [A] ou [a]

• L'allèle dominant s'exprime dans le phénotype quand il est présent en une seule version (A//A) et (A//a) = [A].

• L'allèle récessif s'exprime dans le phénotype quand il est présent en deux versions. (a//a) = [a].

## Relation entre les gènes

Les gènes A et B sont sur 2 paires de chromosomes différentes : ils sont indépendants

(2génes autosomaux ou un gène autosomal et un gène gonosomal)

Les gènes L et M sont sur une même paire de chromosome : ils sont liés.

2génes autosomaux ou 2 gènes gonosomaux

Pour résoudre un exercice de génétique il faut répondre aux questions suivantes:

- Nombre de gènes (mono ou di hybridisme)
- Localisation du ou des gènes (autosomal ou gonosomal)
- Pureté des parents (parents purs ou hybrides)
- Relation entre les allèles du gène (indépendants ou liés)

Mono hybridisme : Croisement de 2 individus de la même espèce différents par un seul caractère (gène)

Gène autosomal avec dominance : $F_2$ : 3/4 + 1/4 Test-cross 1/2 + 1/2

Gène autosomal avec codominance : $F_2$ : 1/4 + 2/4 + 1/4 Test-cross 1/2 + 1/2

Di hybridisme : Croisement de 2individus de la même espèce différents par2 caractères

$NB_1$: Le di hybridisme indépendant est le produit de 2 mono hybridismes

Double dominance: (3/4 + 1/4) (3/4 + 1/4) = 9;3;3;1

Double dominance avec un gène létal: (3/4 + 1/4) ( 2/3 + 1/3 ) = 6;3;2;1

Double dominance avec 2 gènes létaux: (2/3 + 1/3) (2/3 + 1/3) = 4;2;2;1

Dominance + codominance: (3/4 + 1/4 )(1/4+2/4+1/4) = 3;6;3;1;2;1

Double codominance: (1/4+2/4+1/4) (1/4+2/4+1/4) =1;2;1;2;4;2;1;2;1

وزارة التعليم الثانوي و التكوين التقني و المهني

| Proportions des descendants | Type de croisement déduit |
|---|---|
| 100 % descendance homogène | Croisement de deux parents de lignées pures |
| 2 phénotypes : 1/2 - 1/2 | $F_2$ = hybride x récessif<br>Test-cross de Monohybridisme |
| | $F_2$ = hybride x birécessif<br>Test-cross de dihybridisme avec gènes totalement liés (linkage absolu) et où il y'a une absence du brassage génétique |
| 4 phénotypes :<br>1/4 1/4 1/4 1/4 | $F_2$ = hybride x birécessif<br>Test-cross de dihybridisme avec gènes indépendants et où il y'a brassage interchromosomique |
| 4 phénotypes<br>Proportion des deux phénotypes > Proportion des Parentaux<br>Proportion des deux phénotypes recombinés | $F_2$ = hybride x birécessif<br>Test-cross de dihybridisme avec gènes partiellement liés (linkage partiel) et où il y'a brassage intrachromosomique |

$NB_2$

2 gènes indépendants, l'un à transmission autosomique et l'autre à transmission gonosomique

$$\frac{XA}{XA}\,\frac{B}{B} \;;\; \frac{Xa}{Y}\,\frac{b}{b}$$

وزارة التربية والتعليم والتكوين التقني و المهني
السبيل الى الباكلوريا

## Exercice 1

Si l'on croise deux drosophiles de race pure, une femelle aux yeux blancs (w) et un mâle aux yeux rouges ($w^+$) on constate qu'en $F_1$ tous les mâles ont les yeux blancs et toutes les femelles ont les yeux rouges. En $F_2$ on obtient ;

115 femelles aux yeux rouges,

118 mâles aux yeux rouges,

123 femelles aux yeux blancs.

119 mâles aux yeux blancs.

1- Interprétez ces résultats.

Si l'on croise deux drosophiles aux yeux rouges, on obtient en $F_2$

193mâles aux yeux blancs.

204 mâles aux yeux rouges.

402 femelles aux yeux rouges.

2-Interprétez ces résultats.

## Exercice 2

On croise des drosophiles femelles aux yeux normaux avec des mâles aux yeux réduits (bar). La génération $F_1$ comprend des femelles aux yeux réniformes (intermédiaires entre ceux des parents) et des mâles aux yeux normaux. La génération $F_2$ comprend en nombre égal des femelles aux yeux normaux, des femelles aux yeux réniformes, des mâles aux yeux normaux et des mâles aux yeux bar.

1-Interprétez ces résultats.

2-Etudiez les descendances $F_1$ et $F'_2$ issues du croisement réciproque : femelle bar avec mâle sauvage.

3-Comment expliquez-vous l'absence de mâles réniformes ?

## Exercice 3

Quand on croise un chat noir de race pure avec une chatte orange de race pure, on obtient en $F_1$ des chats oranges et des chattes bigarrées (noir et orange). Par contre, le croisement d'un chat orange de race pure et d'une chatte noire de race pure donne en $F'_1$ des chats noirs et des chattes bigarrées.

1-Comment expliquez-vous ces résultats ? Etablissez les génotypes des parents et ceux de la $F_1$ dans chacun des deux cas.

2-Que donnera le croisement d'une chatte bigarrée et d'un chat noir en ce qui concerne la couleur du pelage ?

3- Expliquez comment, n'ayant à notre disposition que la descendance obtenue en 2, on s'y prendrait pour obtenir par la suite une lignée pure de chats et de chattes oranges ?

وزارة التعليم الثانوي و التكوين المهني
السبيل الى الباكالوريا

## Exercice 4

Chez certaines races de poulets, il existe un type de coloration dit « barré » qui est dominant sur le « noir uni ». Ce caractère est déterminé par un gène porté par un chromosome sexuel.

On croise une poule au plumage barré de stries blanches avec un coq noir uni. En $F_1$ on obtient des poules « noir uni » et des coqs « barré ». La $F_2$ issue du croisement entre les individus de la $F_1$ comprend en nombre égal des poules au plumage noir uni, des poules au plumage barré de stries blanches, des coqs au plumage noir uni, des coqs au plumage barré de stries blanches.

Interprétez ces résultats.

## Exercice 5

On croise un coq « Sussex » blanc avec une poule « Rhode Island » rouge. Tous les poussins issus de ce croisement sont blancs.

On croise un coq « Rhode Island » avec une poule « Sussex ». On obtient 50 % de poussins mâles blancs et 50 % de poussins femelles rouges. Interprétez ces résultats.

## Exercice 6

Chez une espèce de papillon, on croise un mâle de couleur foncée avec une femelle claire. On obtient 100 % d'individus à coloration foncée.

Le croisement entre un mâle clair et une femelle foncée donne une descendance composée de femelles claires et de mâles foncés. Interprétez ces résultats.

## Exercice 7

On se propose d'étudier la transmission du caractère « couleur du plumage » chez un oiseau, le Canari. On dispose de deux races pures de canaris : l'une à plumage, couleur « rose-saumon », l'autre à plumage, couleur « blanc-ivoire ».

On effectue les deux croisements suivants :

Premier croisement : On croise un mâle à plumage « rose-saumon » avec une femelle à plumage « blanc-ivoire ». On obtient des femelles à plumage « rose-saumon » (50 % de la descendance) et des mâles à plumage mixte, c'est-à-dire « rose-saumon » et « blanc-ivoire » (50 % de la descendance).

Deuxième croisement :On croise un mâle à plumage « blanc-ivoire » avec une femelle à plumage « rose-saumon ». On obtient des femelles à plumage « blanc-ivoire » et des mâles à plumage mixte « rose-saumon » et « blanc-ivoire », dans des proportions identiques.

1-Interprétez les résultats obtenus en établissant les échiquiers de croisement.

2-Quels résultats devrait donner le croisement d'une femelle à plumage « rose-saumon » avec un mâle à plumage mixte « rose-saumon » et « blanc-ivoire » ?

وزارة التعليم الثانوي ... الدروس على الإنترنت

## Exercice 8

Un gène récessif autosomal noté (t) transforme, à l'état homozygote, les Drosophiles femelles en individus ayant un phénotype mâle mais stériles (mâles phénotypiques). Ce gène est sans effet sur les mâles génétiques (mâles normaux). Le croisement d'une drosophile femelle hétérozygote pour le gène (t) avec une drosophile mâle homozygote pour ce même gène, a donné les résultats suivants :

25 % de drosophiles femelles,

50 % de drosophiles mâles,

25 % de drosophiles mâles phénotypiques.

1- Interprétez ces résultats, dressez l'échiquier de croisement.

2- A quels résultats doit-on s'attendre en croisant les hybrides de la génération entre eux

NB : le gène sauvage sera noté $t^+$.

## Exercice 9

Chez le Crustacé Copépode Tisbe reticulata, certaines femelles présentent une coloration rouge de certains segments thoraciques; ce phénotype n'existe jamais chez les mâles.

On croise une femelle de lignée pure à segments thoraciques rouges avec un mâle de lignée pure à segments thoraciques incolores. En $F_1$ toutes les femelles ont des segments rouges et tous les mâles ont des segments incolores.

Le croisement d'une femelle de lignée pure à segments incolores avec un mâle hétérozygote à segments incolores donne en $F_1$ la moitié des femelles à segments rouges, l'autre moitié à segments incolores. Tous les mâles ont des segments incolores.

1- Expliquez ce mode particulier de transmission.

2-Interprétez les deux croisements; en déduire les génotypes des parents et des descendants dans les deux cas.

3-Quelle hypothèse pouvez-vous émettre à propos de l'absence de mâles à segments rouges ?

## Exercice 10

Un croisement entre chèvres à oreilles longues et chèvres à oreilles courtes donne en $F_1$ des chèvres dont les oreilles ont une taille intermédiaire. En $F_2$, on observe 25% de chèvres à oreilles longues, 50% à oreilles intermédiaires et 25% à oreilles courtes. Ces proportions s'observent aussi bien chez les mâles que chez les femelles.

1-Que pouvez-vous déduire de l'analyse de ces résultats ?

Si on croise des mâles sans barbiche avec des femelles qui en ont une, on constate qu'en $F_1$ tous les descendants mâles ont une barbiche alors que les descendants femelles n'en ont pas. En $F_2$, parmi les mâles on a 75% avec une barbiche et 25% sans barbiche, alors .que parmi les femelles, on a 75% sans barbiche et 25% avec une barbiche.

2- Interprétez ces résultats.

On croise un mâle qui possède une barbiche, homozygote pour ce caractère, et des oreilles de taille intermédiaire avec une femelle à oreilles de taille intermédiaire et sans barbiche dont le père et la mère avaient tous deux une barbiche.

وزارة التعليم الثانوي والتكوين المهني

3- Quelles seront les proportions génotypiques et phénotypiques des descendants ?

Remarque : les deux gènes considérés ici sont portés par des chromosomes différents.

## Exercice 11

Un horticulteur cultive des plantes à fleurs dont il possède deux variétés:

-l'une à pétales rouges et lisses.

-l'autre à pétales bleus et frisés.

En croisant deux individus de races pures (pour les deux caractères) de ces deux variétés, il obtient une génération $F_1$ de fleurs à pétales violets et lisses.

1- Quelles conclusions pouvez-vous tirer du résultat de ce croisement ?

Le producteur souhaite obtenir des fleurs à pétales violets et frisés. Pour cela, il croise des individus de la génération $F_1$ avec des individus à pétales bleus et frisés.

2-Quel type de croisement a-t-il effectué ? D'après les lois de Mendel, quels seront les résultats théoriques de ce croisement ?

En fait le producteur obtient :

140 fleurs à pétales violets et lisses,

135 fleurs à pétales bleus et frisés,

6 fleurs à pétales violets et frisés,

5 fleurs à pétales bleus et lisses.

3- Quelle conclusion pouvez-vous tirer de l'analyse de ce résultat expérimental ?

4-Quel est le phénomène qui a permis d'obtenir les fleurs à pétales violets et frisés recherchées ? Schématisez-le. Pourquoi le nombre de fleurs recherchées est-il si faible ?

## Exercice 12

On étudie chez la drosophile la transmission de deux couples d'allèles :

un couple d'allèles contrôlant la forme des ailes

un couple d'allèles contrôlant la couleur des yeux.

Afin de préciser le mode de transmission de ces deux couples d'allèles, on réalise les deux croisements suivants :

Premier croisement : on croise des drosophiles aux ailes longues et aux yeux pourpres avec des drosophiles aux ailes courtes et aux yeux bruns. On obtient une première génération $F_1$ formée d'individus tous aux ailes longues et aux yeux bruns.

Deuxième croisement : on croise des drosophiles femelles de la $F_1$ avec des drosophiles mâles aux ailes courtes et aux yeux pourpres. On obtient une génération « G » formée de :

450 drosophiles aux ailes longues et aux yeux pourpres.

450 drosophiles aux ailes courtes et aux yeux bruns,

50 drosophiles aux ailes longues et aux yeux bruns,

50 drosophiles aux ailes courtes et aux yeux pourpres.

وزارة التعليم الثانوي و التكوين الفني و المهني

1-Analysez les résultats des deux croisements en vue de :

a-préciser la relation de dominance entre les allèles de chacun des deux gènes considérés,

b- déterminer si les deux gènes sont liés ou indépendants.

2-Écrivez les génotypes des parents et des descendants pour chacun des deux croisements.

On réalise un troisième croisement entre des femelles aux ailes longues et aux yeux pourpres avec des drosophiles mâles aux ailes courtes et aux yeux bains, la descendance obtenue comprend :

25% de drosophiles aux ailes longues et aux yeux bruns.

25% de drosophiles aux ailes courtes et aux yeux bains.

25% de drosophiles aux ailes longues et aux yeux pourpres.

25% de drosophiles aux ailes courtes et aux yeux pourpres

3-Expliquez les résultats du troisième croisement tout en écrivant les génotypes des parents croisés.

## Exercice 13

On croise deux races pures de Maïs, l'une à grains colorés et ridés, l'autre à grains incolores et lisses. Les hybrides $F_1$ sont croisés avec une race pure à grains incolores et lisses. On obtient une génération $F_2$ comprenant :

47,5 % de grains colorés et ridés,

1,8 % de grains colorés et lisses,

1,7 % de grains incolores et ridés

49,0 %de grains incolores et lisses.

1- Quelles sont les dominances ? Pourquoi?

2- Quel pourcentage de grains s'attendrait-on à obtenir ?

3- Comment expliquez-vous les résultats obtenus ?

On croise deux races pures de Maïs, l'une à grains ridés, riches en amidon, l'autre à grains lisses, riches en dextrines.

Les hybrides $F_1$ sont croisés avec une race pure à grains ridés et riches en dextrines. On obtient une génération $F_1$ comprenant :

40,4 % de grains ridés, riches en amidon,

8,9 % de grains ridés, riches en dextrines,

9,4 % de grains lisses, .riches en amidon,

41,3 % de grains lisses, riches en dextrines.

4- Cette expérience, jointe à la précédente, vous permet-elle de tirer des conclusions concernant la place relative des trois gènes ? (illustrez vos hypothèses).

5- Au cas où il y aurait une ambiguïté, imaginez une troisième expérience d'hybridation permettant d'éliminer cette ambiguïté et donnez approximativement les proportions qu'on doit s'attendre à trouver.

وزارة التعليم الثانوي التكوين الفني و المهني
السبيل في البكالوريا

## Exercice 14

La couleur, grise ou noire, du corps des drosophiles est déterminée par un couple d'allèles. On croise entre elles des drosophiles ♀ à corps gris et des drosophiles ♂ à corps noir. Tous les descendants du croisement ont le corps gris.

1-Que peut-on déduire de ce résultat concernant la dominance des allèles mis en jeu ?

Le couple d'allèles qui gouvernent la couleur grise ou noire du corps est porté par un couple d'autosomes.

On se propose maintenant de préciser le génotype de quelques individus à corps gris et ailes droites provenant d'un stock génétiquement mal connu. Pour cela, on réalise des croisements avec des individus à corps noir et ailes recourbées, de lignée pure.

a- Une ♀ à corps gris et ailes droites croisée avec un mâle à corps noir et ailes recourbées donne la descendance suivante :

164 drosophiles à corps gris, ailes droites ;

153 drosophiles à corps noir, ailes recourbées ;

125 drosophiles à corps gris, ailes recourbées ;

118 drosophiles à corps noir, ailes droites.

b-Une deuxième ♀ à corps gris, ailes droites, croisée avec un mâle à corps noir, ailes recourbées, donne la descendance suivante :

109 drosophiles à corps gris, ailes droites ;

106 drosophiles à corps noir, ailes recourbées ;

139 drosophiles à corps gris, ailes recourbées ;

146 drosophiles à corps noir, ailes droites.

On admettra que l'aspect droit ou recourbé est déterminé par un unique couple d'allèles.

2-L'allèle responsable du caractère « ailes recourbées » est récessif. Démontrez-le en vous servant du croisement a). Comment appelle-t-on ce type de croisement ?

3-Les deux gènes responsables, respectivement, de la couleur du corps et de la forme des ailes sont liés. L'analyse du croisement (a) permet-elle de le démontrer ? Justifiez votre réponse à l'aide de schémas.

4-En quoi les génotypes des deux femelles à corps gris et ailes droites utilisées respectivement dans les croisements a) et b) diffèrent-ils ?

وزارة التعليم الثانوي و التكوين الفني و المهني
المفتشية الجهوية للتربية البيداغوجية

## Exercice 15

Chez une plante, on étudie la transmission de trois gènes :

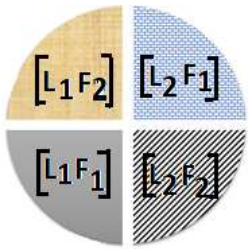
Gène L:($L_1$,$L_2$) contrôle la longueur des tiges qui peuvent être longues [$L_1$] ou courtes [$L_2$]

Gène F : ($F_1$,$F_2$) contrôle la formes des gousses qui peuvent être droites [$F_1$] ou incurvées [$F_2$].

Gène C: ($C_1$,$C_2$) contrôle la couleur des graine qui peuvent être jaunes [$C_1$] ou vertes [$C_2$]

On réalise deux croisements entre des variétés de cette plante.

Les croisements ainsi que leurs résultats obtenus sont indiqués dans le tableau:

| 1er Croisement | 2ieme Croisement |
|---|---|
| ♀Hybride $[L_1F_2]$ ♂ race pure $[L_2F_1]$ | ♀Hybride $[F_2C_2]$ ♂race pure $[F_1C_1]$ |
|  | 199 $[F_1C_1]$<br>50 $[F_1C_2]$<br>201$[F_2C_2]$<br>50 $[F_2C_1]$ |



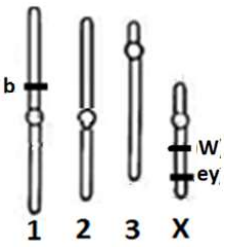
1-Dégagez les relations de dominance entre les allèles de chaque gène. Justifier
2-En exploitant les résultats des 2 croisements, précisez :
a-La localisation des gènes L et F puis F et C.
b-La position relative des gènes situés sur le même chromosome.
3- Pour le 1er croisement, déterminez les génotypes des parents et de leur descendance (établir l'échiquier de croisement)
4-Expliquez, schéma à l'appui, l'obtention des 2 phénotypes minoritaires lors du 2ème croisement.
5- En tenant compte de la réponse à la question 2, prévoyez les résultats du croisement des individus hybrides de phénotypes $[F_2\ C_1]$ entre eux, sur un effectif de 1000 plants.

## Exercice 16

On étudie chez la Drosophile (2n= 8), la transmission de trois caractères différents :

Couleur des yeux: + œil rouge ; w œil blanc ;
Couleur du corps (+, b) : + corps gris ; b corps noir ;
Forme des yeux (+, ey) : + œil normal ; ey œil atrophié.

Le document ci-contre représente la localisation des trois gènes étudiés sur les chromosomes de la drosophile.




1- On croise un mâle sauvage pour les caractères « œil normal » et « œil rouge » et une femelle hybride pour les mêmes caractères.

1-1-Donner les résultats attendus (réaliser le(s) échiquier(s) de croisement).

1-2-Sachant que le taux de recombinaison dans la descendance mâle est de 6%,

a-préciser la position relative des deux gènes.

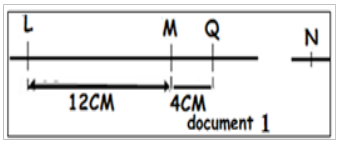
b- Prévoyez la répartition d'une descendance de 200 mouches issue d'un croisement entre un mâle mutant et une femelle hybride.

2-Donner le résultat attendu du croisement d'un mâle sauvage hybride avec une femelle hybride pour les caractères « œil normal » et « corps gris ». (Réaliser l'échiquier de croisement).

## Exercice 17

On considère chez la souris quatre couples d'allèles (L, l), (M, m), (N, n) et (Q, q).

Le document 1 illustre une représentation partielle simplifiée de la carte génétique pour ces quatre couples d'allèles.



document 1

1-Précisez les test-cross qui ont permis de dresser la carte génétique pour les différents gènes.

Les trois croisements suivants sont réalisés et ont donné des descendances dont on donne les répartitions partielles. (Tableau)

| | Croisement 1 | Croisement 2 | Croisement 3 |
|---|---|---|---|
| Individus croisés | [LM] x [lm] | [MN] x [MN] | [LM] x [LM] |
| Répartition partielle obtenue | 50% [Lm] | 6.25% [mn] | 19.36% [lm] |

2-Exploitez les résultats de ces croisements en vue de déterminer les génotypes des individus croisés et la répartition phénotypique complète de la descendance des croisements. (des échiquiers de croisement sont attendus).

3-Prévoyez la répartition phénotypique du croisement des individus [LM] du troisième croisement avec des individus [lm] sur un effectif de 1200 individus.

4 -Expliquez par un schéma légendé le mécanisme qui a permis d'obtenir les gamètes recombinés pour les couples (L, l) et (Q, q).

## Exercice 18

On se propose d'étudier la transmission de quelques caractères chez la drosophile.

1er croisement : on croise 2 souches de drosophiles :

$S_1$ : souche mutante à ailes vestigiales (vg) et yeux pourpres (p)

$S_2$ : souche sauvage à ailes normales ($vg^+$) et yeux rouges ($p^+$)

La génération $F_1$ est constituée de drosophiles de types sauvages.

1- Que déduisez-vous ?

2e croisement : On croise entre eux des individus de la $F_1$, on obtient une génération $F_2$ composée de :

69% drosophiles de type sauvage
19% drosophiles de type mutant
6% drosophiles à ailes normales et yeux pourpres
6% drosophiles à ailes vestigiales et yeux rouges

2-Interpréter ces résultats.

3- Quelles sont les proportions attendues sur 1000 drosophiles issues d'un croisement d'une femelle de $F_1$ avec un mâle mutant.

4-Sachant qu'il existe un autre gène ($r^+$// r) qui détermine la couleur du corps, distant du gène ($vg^+$// vg) de 12 centimorgan.

Déduire la disposition relative des 3 gènes étudiés.

## Exercice 19

On se propose d'étudier la transmission de deux caractères chez la drosophile à partir des croisements suivants :

1er croisement : entre 2 souches de drosophiles :

$P_1$ : souche mutante à ailes vestigiales et yeux pourpres

$P_2$ : sauvage à ailes normales et yeux rouges

La génération $F_1$ est constituée de drosophiles de types sauvages.

1- Que déduisez-vous ?

2eme croisement : entre les individus de $F_1$, donne une génération $F_2$ dans laquelle on dénombre :

727 drosophiles de type sauvage ;

33 drosophiles à ailes normales et yeux pourpres;

208 drosophiles de type mutant;

32 drosophiles à ailes vestigiales et yeux rouges;

2-Interprétez, croisement à l'appui, les résultats obtenus.

3-Déduisez la position des gènes étudiés.

4-Donnez la répartition attendue sur 1000 drosophiles issues d'un croisement d'une femelle de $F_1$ et d'un mâle mutant.

وزارة التعليم الثانوي و التكوين المني و المهني
السبيل الى الباكالوريا

## Exercice 20

On croise deux lignées pures de drosophiles :

- Un mâle à corps gris et ailes normales.

- Une femelle à corps noir et ailes anormales.

En $F_1$ tous les mâles sont à corps noir et ailes anormales, alors que toutes les femelles sont à corps gris et ailes normales.

1-Que pouvez-vous en déduire ?

2-Ecrivez les génotypes des parents et ceux de la $F_1$.

Le croisement inverse donne en 1ère génération ($F_1$) des drosophiles à corps gris et ailes normales, quelque soit le sexe, mais en 2ème génération ($F_2$) :

Toutes les femelles sont à corps gris et ailes normales, mais les mâles sont repartis en 4 phénotypes tel que :

199 drosophiles à corps gris et ailes normales

28 drosophiles à corps noir et ailes normales.

32 drosophiles à corps gris et ailes anormales.

201 drosophiles à corps noir et ailes anormales.

3– Expliquez ces résultats

4- Peut-on déterminer le sexe de l'individu de $F_2$ à partir de son Phénotype ?

5- Donnez la disposition relative des génes.

## Exercice 21

Afin d'étudier, chez une plante, le mode de transmission de deux caractères : couleur de la fleur et longueur de la tige, on effectue deux croisements :

-Le croisement d'une plante à fleurs rouges et tige courte avec une plante à fleurs jaunes et tige longue donne une génération $F_1$ formée de plantes à fleurs bicolores et tiges longues.

1- Que pouvez-vous en déduire ?

-Le croisement d'une plante de $F_1$ avec une plante à fleurs bicolores et tige courte donne une $F_2$

200 plantes à fleurs bicolores et tiges longues.

200 plantes à fleurs bicolores et tiges courtes.

160 plantes à fleurs rouges et tiges courtes.

160 plantes à fleurs jaunes et tiges longues.

40 plantes à fleurs rouges et tiges longues.

40 plantes à fleurs jaunes et tiges courtes.

2- Analysez ces résultats afin de préciser si les gènes sont liés ou indépendants.

3- Écrivez les génotypes des parents et des individus de la $F_1$.

4-Expliquez les résultats de la $F_2$ en réalisant l'échiquier de croisement.

5- Précisez la position relative des gènes.

Attention :

Utilisez les symboles suivants : R/r = Rouge ; B/b = Jaune ; Longue = L/l ; Courte = N/n

وزارة التعليم الثانوي و التكوين التقني و المهني

# Exercice 22

Les quatre parties sont dépendantes:

Première partie:

Une population homogène de 100 drosophiles répartie comme suit:

50 drosophiles mâles aux yeux rouges ayant des ailes longues.

50 drosophiles femelles aux yeux rouges ayant des ailes longues.

On croise entre eux les mâles avec les femelles, on obtient une génération nommée $G_1$ comportant les phénotypes suivants:

Phénotype 1: drosophiles aux yeux rouges ayant des ailes longues.

Phénotype 2 : drosophiles aux yeux marron ayant des ailes longues.

Phénotype 3 : drosophiles aux yeux rouges ayant des ailes courts.

Phénotype 4 : drosophiles aux yeux marron ayant des ailes courts.

1- A partir des données fournis par ce croisement, tirez cinq conclusions qui vous paraissent logiques et qui méritent d'être mentionnées.

2-Proposez deux hypothèses quant à la localisation des gènes en question.

Déduire la (ou les) valeur(s) de « p » (p = pourcentage de recombinaison).

3- Donnez les génotypes possibles des deux parents. Envisager tous les cas compatibles avec chaque hypothèse.

Deuxième partie:

Le dénombrement des individus de $G_1$ permet d'obtenir les valeurs ci-dessous:

| Phénotypes | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| Effectifs | 900 | 300 | 300 | 100 |

1- Analysez et interprétez ces résultats.

2- Quelle hypothèse retenez-vous parmi celles proposeés dans la question 2/a ? (Première partie).

Déduire la valeur de « p ».

Déduire les génotypes des parents.

3- Faire une interprétation génotypique du croisement afin de retrouver ces résultats.

Troisième partie:

Sachant que lors de la gamétogenèse, les allèles d'un même gène se séparent lors de l'anaphase II de la méiose.

1-Définir la méiose. Donner deux conséquences majeures.

En quoi diffère l'anaphase I de l'anaphase II?

Déduire alors la différence fondamentale entre la division réductionnelle et la division équationnelle.

وزارة التعليم الثانوي والتكوين التقني و المهني
السبيل الى البكالوريا

2- De quelle gamétogenèse s'agit-il? Justifiez votre choix.

3-Ces résultats sont-ils en accord avec ceux de la deuxième partie?

Justifiez votre réponse.

Déduire alors le nouveau mode de transmission des gènes en question.

Déduire alors l'intervalle au quel appartient réellement « p ».

Quatrième partie:

1- Le tableau représente le pourcentage (%) des recombinaisons alléliques des gamètes fournis par les mâles:

| | Allèles du gène contrôlant la couleur des yeux | | |
|---|---|---|---|
| | Rouge | | Marron |
| Allèle du gène contrôlant la taille des ailes | Longue | > 0 | 0 |
| | court | 0 | > 0 |

Quel renseignement fournis ces résultats?

Quelle hypothèse retenez-vous quant au génotype des mâles?

2-a- Exprimer la répartition phénotypique de $G_1$ en fonction de « p ». Envisager et expliquer chaque cas.

b- Déduire alors le génotype des femelles.

c- Faire une interprétation génotypique et chromosomique du croisement étudié.

d- Dresser, en justifiant votre démarche, la carte factorielle des deux gènes en question.

## Exercice 23

1- Une lignée d'Eglantines à fleurs blanches et pied lisse est croisée avec une lignée à fleurs roses et pied épineux. Quel que soit le sens du croisement, la descendance de première génération, dite $F_1$, est toujours à fleurs roses et pied épineux.

Proposer une hypothèse pour interpréter ces constatations.

2- Les mêmes plantes à fleurs blanches et pied lisse sont croisées avec des plantes à fleurs roses et pied épineux de la $F_1$. Il en résulte quatre types de descendants en nombres égaux.

Quels sont les phénotypes et les génotypes des descendants selon l'hypothèse formulée au 1°?

Quelles précisions peut-on apporter sur les caractères « coloration de la fleur » et « présence d'épines »?

3- Une plante d'un des quatre types précédemment obtenus est croisée avec une plante de la $F_1$, la descendance se répartit dans les proportions suivantes:

وزارة التعليم الثانوي والتكوين الفني وتعليم الأصيل الإلكتروني

3 plants à fleurs roses, pied épineux;

3 plants à fleurs blanches, pied épineux;

1 plant à fleurs roses, pied lisse;

1 plant à fleurs blanches, pied lisse.

Quel était le génotype de cette plante?

## Exercice 24

On fait un croisement entre une Drosophile femelle hétérozygote pour les gènes récessifs ct (cut: ailes découpées) et se (sepia: œil brun noirâtre) et un mâle $ct^+$ se. La génération obtenue comprend:

- des femelles: ½ $ct^+$ $se^+$, ½ $ct^+$ se
- des mâles: ¼$ct^+$ $se^+$, ¼ ct $se^+$, ¼ $ct^+$ se, ¼ ct se.

1-Quel est le phénotype de la femelle hétérozygote?

2-Quels sont les génotypes des parents et leurs descendants?

## Exercice 25

On réalise, entre Drosophiles de races pures, les croisements suivants:

1er croisement: Drosophiles femelles à corps gris avec des drosophiles mâles à corps jaune. A la 1ère génération, en obtient 100% de Drosophiles à corps gris.

2ème croisement: Drosophiles femelles à corps jaune avec Drosophiles mâles à corps gris. On obtient alors des femelles à corps gris et des mâles à corps jaune.

1- Interprétez ces résultats par un raisonnement rigoureux.

2- Par ailleurs, on connaît des Drosophiles à ailes incomplètes. Cette caractéristique est due à un allèle récessif (n) par rapport à l'allèle responsable du phénotype ailes normales (N). On réalise, entre Drosophiles de race pure, le croisement suivant: Drosophiles mâles à corps jaune et ailes incomplètes avec des Drosophiles femelles à corps gris et ailes normales. La 1ère génération $F_1$ est composée de 100% de Drosophiles à corps gris et ailes normales, la composition $F_2$, obtenue par le croisement des drosophiles de $F_1$, est la composition suivante:

146 Drosophiles à corps gris et ailes normales;

47 Drosophiles à corps jaune et ailes incomplètes;

4 Drosophiles à corps gris et ailes incomplètes;

3 Drosophiles à corps jaune et ailes normales.

2.1. Expliquez l'apparition des quatre catégories de Drosophiles en $F_2$.

2.2. Dans quelle mesure peut-on prévoir le sexe de chaque catégorie.

وزارة التعليم الثانوي والتكوين المهني
السيبل في الجزائر

# Exercice 26

Dans un élevage de Drosophiles sauvages à ailes longues et aux yeux normaux apparaissent des Drosophiles à ailes tronquées (appelées dumpy = dp) et aux yeux pourpres (appelées purple = pr).

On croise des individus sauvages et des individus aux ailes tronquées et aux yeux pourpres. Toutes les Drosophiles croisées sont de races pures. La première génération appelée $F_1$ est composée d'individus à ailes longues (notées $dp^+$) et aux yeux normaux (notés $pr^+$).

1. Que pouvez-vous déduire de ce résultat expérimental?

On croise des femelles de la $F_1$ avec des mâles aux ailes tronquées et aux yeux pourpres. On obtient:

- 545 Drosophiles aux ailes longues et aux yeux normaux;
- 533 Drosophiles aux ailes tronquées et aux yeux pourpres;
- 342 Drosophiles aux ailes longues et aux yeux pourpres;
- 347 Drosophiles aux ailes tronquées et aux yeux normaux.

2. En analysant ces résultats, dites si les gènes étudiés sont liés ou non.

3. Indiquez le génotype de la $F_1$.

4. Réalisez l'échiquier de croisement, puis illustrez simplement le mécanisme chromosomique permettant d'aboutir à ces résultats.

5. Quelle donnée quantitative apportent ces résultats quant à la situation relative des gènes étudiés?

On croise des mâles de la $F_1$ avec des femelles aux ailes tronquées et aux yeux pourpres. On obtient:

- 478 Drosophiles aux ailes longues et aux yeux normaux,
- 482 Drosophiles aux ailes tronquées et aux yeux pourpres.

6. Réalisez l'échiquier de croisement expliquant ces résultats.

7. Quelle particularité chromosomique propre aux drosophiles peut-on déduire de ces résultats?

On croise entre eux deux individus de $F_1$. On obtient:

- 65.25% de Drosophiles aux ailes longues et aux yeux normaux;
- 15.25% de Drosophiles aux ailes tronquées et aux yeux pourpres;
- 9.75% de Drosophiles aux ailes longues et aux yeux pourpres;
- 9.75% de Drosophiles aux ailes tronquées et aux yeux normaux.

8. Retrouvez ces résultats à l'aide d'un échiquier de croisement en utilisant les acquis antérieurs.

وزارة التعليم الثانوي التكوين الفني و المهني
السلسلة في البكالوريا

## Exercice 27

On a localisé, sur l'un des chromosomes de la drosophile, un gène Pm contrôlant la couleur des yeux. Ce gène est létal pour les homozygotes (Pm/Pm), les individus de génotype ($Pm^+$/ Pm) ont les yeux de couleur violette et ceux de génotype ($Pm^+/Pm^+$) ont des yeux de couleur sauvage.

Par ailleurs, sur une autre paire de chromosomes, on trouve le gène contrôlant l'aspect des soies. L'allèle Sb est dominant par rapport à $Sb^+$ et on observe que si les individus de génotype (Sb/Sb) sont létaux, les individus de génotype ($Sb/Sb^+$) portent des soies courtes et épaisses alors que les individus de génotype (Sb+/Sb+) ont un phénotype sauvage, c'est-à-dire normal.

On croise entre eux des individus à yeux violets et à soies courtes et épaisses.

1. Ecrivez leur génotype.

2. Donnez les proportions théoriques des individus de chaque phénotype que vous pouvez prévoir dans la descendance issue de ce croisement.

## Exercice 28

On se propose d'étudier la transmission de deux couples d'allèles chez la drosophile.

Un couple d'allèles ($n^+$, n) contrôlant la taille des ailes.

Un couple d'allèles ($e^+$, e) contrôlant la couleur des yeux.

On dispose de deux souches de drosophiles femelles A et B de mêmes phénotypes [$n^+$, $e^+$] et d'une souche de drosophile mâle C de phénotype [n, e] avec lesquelles on réalise les croisements indiqués dans le tableau suivant:

| | Premier croisement<br>Femelle A × mâle C | Deuxième croisement<br>Femelle B × mâle C |
|---|---|---|
| Descendants obtenus | 134 [$n^+$, $e^+$]<br>129[$n^+$,e] | 118[$n^+$,$e^+$]<br>122 [n, $e^+$] |

Exploitez les résultats des deux croisements en vue de dégager la relation de dominance entre les allèles de chaque couple.

En vous référant au 1er croisement et en adoptant une écriture génétique, montrez que chacune des deux hypothèses suivantes peut être vérifiée:

Hypothèse 1 : les 2 gènes étudiés sont indépendants.

Hypothèse 2 : les 2 gènes étudiés sont liés.

On croise une femelle de phénotype [$n^+$, $e^+$] avec le mâle C, on obtient dans la descendance 6% de phénotype [n, e].

a) Interprétez ce résultat.

b) Représentez par des schémas le comportement des chromosomes à l'origine de la diversité des gamètes.

c) Faites une représentation chromosomique montrant l'emplacement des deux couples d'allèles ($n^+$, n) et ($e^+$, e).

## Exercice 29

On se propose de comprendre le brassage de l'information génétique chez la drosophile au cours de la reproduction sexuée, à travers des expériences de croisement en considérant 2 caractères contrôlés chacun par un gène ayant deux allèles.

Expérience 1 : on croise une drosophile mâle aux ailes réduites et au corps légèrement coloré avec une femelle de lignée pure de phénotype normal : ailes longues et corps normalement coloré.

La descendance $F_1$ comprend, en nombre égal, des individus aux ailes réduites et au corps légèrement coloré et des individus de phénotype normal pour les deux caractères.

1- Analysez le résultat de ce croisement en vue de dégager la relation de dominance entre les allèles des 2 gènes étudiés.

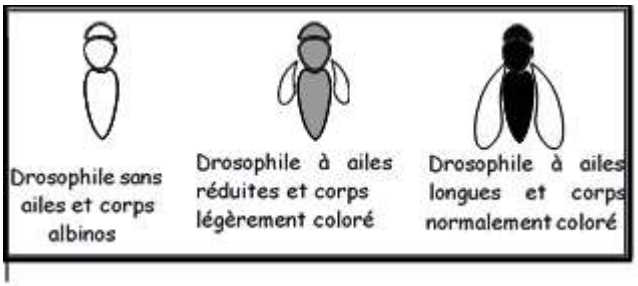
Expérience 2 : on fait des croisements entre mâles et femelles aux ailes réduites et au corps légèrement coloré de la $F_1$ (issus de l'expérience 1).

2- En supposant que les gènes sont indépendants (et en tenant compte de la dominance établie dans la question précédente) :

a- Ecrivez le génotype des parents croisés dans cette 2ème expérience.

b- Précisez les phénotypes attendus dans la descendance de ce 2ème croisement ainsi que leurs proportions théoriques (sans faire d'échiquier).

Expérimentalement, la descendance de ce croisement comporte, entre autres, des individus sans ailes et au corps albinos (non coloré). Le document suivant montre quelques phénotypes de cette descendance:




c- Ces résultats sont-ils en accord avec la relation de dominance établie dans la question 1) ? Réécrivez alors la nouvelle relation de dominance.

Expérience 3 : des femelles de $F_1$ aux ailes réduites et au corps légèrement coloré sont croisées avec des mâles sans ailes et au corps albinos. La descendance comprend :

200 individus aux ailes réduites et au corps légèrement coloré;

200 individus sans ailes et au corps albinos;

50 individus sans ailes et au corps légèrement coloré;

50 individus aux ailes réduites et au corps albinos.

3- a-Montrez que les résultats de l'expérience 3 contredisent l'hypothèse des gènes indépendants.

b- Faites une interprétation génétique du croisement de l'expérience 3. En déduire la localisation relative des deux gènes.

## Exercice 30

On dispose de trois variétés de maïs :

-$V_1$ ayant des graines noires et ridées,

-$V_2$ ayant des graines jaunes et lisses,

-$V_3$ ayant des graines jaunes et ridées.

On cherche à déterminer le mode de transmission de ces caractères et à produire une quatrième variété pure $V_4$ ayant des graines noires et lisses, pour cela on réalise les croisements suivants :

Premier croisement :

On croise $V_1$ avec $V_2$. On obtient une première génération $F_1$ ayant des graines noires et lisses.

Deuxième croisement :

On croise $F_1$ avec $V_3$. On obtient :

804 graines noires et ridées,

796 graines jaunes et lisses,

198 graines noires et lisses,

202 graines jaunes et ridées.

1-A partir du résultat du premier croisement, déterminez la relation de dominance entre les allèles ? contrôlant la forme et la couleur des graines.

2-Analysez les résultats du deuxième croisement en vue :

a - de préciser la localisation des gènes responsables des deux caractères étudiés,

b - d'écrire les génotypes de $V_1$, $V_2$, $V_3$ et $F_1$.

3-A partir des variétés précédentes ($V_1$, $V_2$ et $V_3$) et des descendants du premier et du deuxième croisement, précisez un croisement qui permet d'obtenir la variété pure $V_4$ à graines noires et lisses. Justifiez votre réponse.

## Exercice 31

Le maïs (Zea mays) présente une transmission héréditaire de la forme des grains (pleins ou déprimés) et de la couleur de ceux-ci (noirs ou clairs).

- On croise deux variétés de maïs, l'une à grains noirs et pleins, l'autre à grains clairs et déprimés.

La récolte de la première génération $F_1$ est homogène.

- Le croisement de $F_1 \times F_1$ donne une $F_2$ constituée de :

660 grains noirs et pleins ; 160 grains clairs et déprimés

90 grains noirs et déprimés ; 90 grains clairs et pleins.

1. Analysez ces résultats en vue de déterminer :

- La dominance pour chaque caractère.

- Si les deux gènes sont indépendants ou liés.

On dispose de 4 variétés de maïs nommées $V_1$, $V_2$, $V_3$ et $V_4$ avec lesquelles on réalise les croisements suivants:

وزارة التعليم الثانوي و التكوين الفني و المهني


58

| Phénotypes des parents à grains | Nombre des descendants à grains : | | | |
|---|---|---|---|---|
| | Noirs | | clairs | |
| | pleins | déprimés | pleins | déprimés |
| $V_1$ [noirs, pleins] × $V_2$ [clairs, déprimés] | 49 | 201 | 199 | 51 |
| $V_3$ [noirs, déprimés] × $V_4$ [clairs, pleins] | 124 | 127 | 123 | 126 |

2. Ecrivez, en expliquant votre démarche, les génotypes de variétés $V_1$, $V_2$, $V_3$ et $V_4$.

3. Représentez le comportement des chromosomes qui explique l'obtention des gamètes qui sont à l'origine des plants à grains noirs et pleins d'une part et les plants à grains clairs et déprimés.

4. Prévoyez la composition phénotypique et génotypique de la descendance du croisement de : $V_1$ [noirs, pleins] × $V_3$ [noirs, déprimés] et ceci, pour un effectif global de 1000 individus.

## Exercice 32

On croise deux lignées pures de maïs, l'une à graines colorées et ridées et l'autre à graines incolores et lisses. Les individus de la $F_1$ obtenus à partir de ce premier croisement sont croisés avec une race pure à graines incolores et ridées. On obtient une deuxième génération comportant :

45% de plantes à graines colorées et ridées;
5% de plantes à graine colorées et lisses;
45% de plantes à graines incolores et lisses;
5% de plantes à graines incolores et ridées.

1- Analyser les données de ces croisements en vue de préciser :

a- la relation de dominance entre les allèles de chaque couple.

b- la localisation chromosomique des deux gènes.

2- Ecrire les génotypes des parents croisés et des individus de la $F_1$.

3- Représenter le comportement des chromosomes qui explique l'obtention des gamètes qui sont à l'origine des plantes à graines colorées et lisses d'une part, et les plantes à graines incolores et ridées d'autre part.

4- Le croisement de deux plantes de maïs de la deuxième génération a engendré une descendance qui comporte :

25% de plantes à graines colorées et ridées;
25% de plantes à graines colorées et lisses;
25% de plantes à graines incolores et lisses;
25% de plantes à graines incolores et ridées.

Expliquer le résultat de ce croisement.

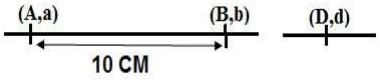
On note : Couleur des graines (R ou r) ; Forme des graines (L ou l)

وزارة التربية والتعليم والتعليم الثانوي والتكوين المهني
سلسلة الباكالوريا

## Exercice 33

On considère chez une espèce animale donnée:

- Trois couples d'allèles (A,a) , (B,b) et (D,d)




- Une représentation partielle simplifiée de la carte génétique pour ces trois couples d'allèles

Les quatre croisements suivants sont réalisés et ont donné des descendances dont on donne les répartitions partielles. (Tableau 1)

| | Croisement 1 | Croisement 2 | Croisement 3 | Croisement 4 |
|---|---|---|---|---|
| Phénotypes des individus croisés | [AD] x [ad] | [BD] x [bd] | [BD] x [BD] | [AB] x [AB] |
| Répartition partielle obtenue | [Ad] 50% | [bd] 25% | [bd] 6.25% | [ab] 20.25% |

1-Exploitez les résultats de ces croisements en vue de déterminer

a- Les génotypes des individus croisés.

b- La répartition phénotypique complète de la descendance du troisième et du quatrième croisement. (Expliquez votre démarche)

2-Prévoyez la répartition phénotypique du croisement des individus [AB] du 4ème croisement avec des individus [ab].

## Exercice 34

On réalise les 3 croisements suivants, sachant que les parents $P_1$, $P_3$ et $P_5$ sont de phénotype $[n_1\ b_1]$ et les parents : $P_2$, $P_4$ et $P_6$ sont de phénotype $[n_2\ b_2]$.

| Croisements | 1 : $P_1 \times P_2$ | 2 : $P_3 \times P_4$ | 3: Femelle $P_5$ × mâle $P_6$ |
|---|---|---|---|
| Descendants | 149 $[n_1\ b_1]$<br>151 $[n_1\ b_2]$ | 155 $[n_1\ b_1]$<br>156 $[n_2\ b_1]$ | 98 $[n_1\ b_2]$<br>96 $[n_2\ b_1]$<br>654 $[n_1\ b_1]$<br>652 $[n_2\ b_2]$ |

1-A partir de l'analyse des croisements 1 et 2 et en justifiant votre réponse

a-Précisez le type de dominance.

b-Écrivez les génotypes possibles des parents $P_1$ et $P_3$.

2- Exploitez ces croisements afin de préciser :

a- les génotypes des parents $P_5$ et $P_6$.

b- la position relative de ces gènes sur les chromosomes.

3-Expliquez schémas à l'appui, l'obtention des phénotypes $[n_1\ b_2]$ et $[n_2\ b_1]$ du troisième

croisement (se limiter à la prophase I, anaphase I et anaphase II).

On considère un troisième couple ($e_1$, $e_2$). Sachant que $e_1$ domine $e_2$ et que la distance entre ($n_1$, $n_2$) et ($e_1$, $e_2$) est de 8 cM.

4-Discutez la position relative des trois gènes.

5-Proposez une expérience pour préciser cette position, en donnant les proportions phénotypiques.

## Exercice 35

Les drosophiles de type sauvage sont notamment [$b^+$,vg+,$r^+$]

A- On croise une drosophile femelle de type sauvage avec un mâle [b,vg]. Toutes les drosophiles de la $F_1$ sont [$b^+$, $vg^+$].

1-Quelles conclusions peut-on-tirer de ce croisement?

On croise ensuite des drosophiles femelles obtenues en $F_1$ avec des mâles [b,vg]. On obtient les résultats suivants:

51 drosophiles [$b^+$,$vg^+$];

52 drosophiles [b,$vg^+$ ];

48 drosophiles [$b^+$,vg];

49 drosophiles [b,vg].

2-Comment appelle-t-on ce type de croisement? Quel renseignement apporte le résultat de ce croisement?

3-Précisez les génotypes des parents et celui de la $F_1$ . Vérifiez par des croisements les résultats obtenus.

B- On croise une drosophile femelle [$b^+$,r] avec un mâle [b,$r^+$ ], les deux drosophiles étant de race pure, on obtient une première génération ($F_1$) où toutes les drosophiles sont [$b^+$] mais tous les mâles sont [r] et toutes les femelles sont [$r^+$]

1- Interprétez ces résultats et écrivez les génotypes des individus croisés et ceux de la ($F_1$).

2-Réalisez le croisement entre les individus de ($F_1$) puis donnez le bilan phénotypique.

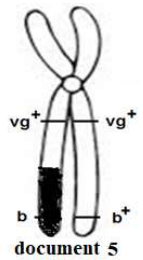
## Exercice 36

On s'intéresse chez la drosophile, au comportement de deux gènes $G_1$ et $G_2$, contrôlant deux caractères héréditaires :

-$G_1$ dont les allèles ($vg^+$, vg).

-$G_2$ dont les allèles ($b^+$, b)

Une drosophile femelle hétérozygote de phénotype [$vg^+b^+$], produit un ovocyte II représenté par le document (seul le chromosome qui porte les gènes étudiés est considéré)



document 5

وزارة التعليم الثانوي و التكوين الفني و المهني
المعهد الباكلوريا

1-Précisez la quantité d'ADN et la garniture chromosomique de cet ovocyte.

2- Quels sont les différents types de gamètes produits par cette femelle et dans quelles proportions.

3- On réalise le croisement de cette femelle avec un mâle de même génotype. La descendance montre entre autres 4.5% d'individus de phénotype [vg $b^+$].

a- Déduisez le génotype du mâle.

b- Quels sont les différents types de gamètes produits par ce mâle et dans quelles proportions.

4- Expliquez les résultats en dressant l'échiquier de croisement.

5- Quels sont les effectifs des différents phénotypes sur 200 drosophiles issues de ce croisement

6- Précisez la localisation relative des deux gènes.

## Exercice 37

On croise des drosophiles de race pure à ailes normales et à tarses normaux avec des drosophiles également de race pure à ailes tronquées et à tarses courts. On désigne par P cette génération. La génération $F_1$ est constituée de drosophiles ayant toutes les ailes normales et des tarses normaux, et cela quelque soit le sens du croisement entre les drosophiles de la génération P.

On croise quelques drosophiles femelles de la génération $F_1$ avec des drosophiles mâles à ailes tronquées et à tarses courts.

On obtient :

410 drosophiles à ailes et à tarses normaux ;

90 drosophiles à ailes normales et à tarses courts ;

90 drosophiles à ailes tronquées et à tarses normaux ;

410 drosophiles à ailes tronquées et à tarses courts.

1- Proposez en la justifiant une hypothèse génétique expliquant ces résultats (nombre de gènes, dominance, localisation sur le (s) chromosome (s).

2- Expliquez à l'aide des génotypes, la descendance du deuxième croisement.

L'analyse systématique de certains croisements a permis de constater par ailleurs que le pourcentage de recombinaison entre le gène «tarse normal» et le gène «œil pourpre» (l'œil normal étant de couleur rouge), est de 23%.

3-Représentez en justifiant votre réponse les cartes génétiques possibles des gènes «aile tronquée», «tarse court» et «œil pourpre».

4-Proposez une expérience commentée qui permettrait de localiser avec plus de précision ces trois gènes.

Utilisez les allèles : ($t^+$/t), ($c^+$/c), ($p^+$/p).

وزارة التعليم الفني والتكوين المهني و التكوين المهني

## Exzecice 38

On croise deux drosophiles de race pure : une femelle à soies courtes et corps gris et un mâle à soies normales et corps noir. La $F_1$ obtenue est de phénotype : soies normales et corps gris.

1-Que déduisez-vous.

Le croisement entre une femelle de la $F_1$ et un mâle à soies courtes et corps noir donne la génération $F_2$ composée de :

- 418 drosophiles à soies normales et corps noir;
- 442 drosophiles à soies courtes et corps gris;
- 63 drosophiles soies normales et corps gris;
- 57 drosophiles à soies courtes et corps noir.

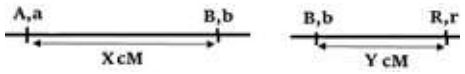
2- Expliquer ces résultats.

3-En croisent entre les drosophiles $F_1$ , déterminer les phénotypes des individus attendus et le nombre de chacun sur un total de 1800 drosophiles

## Exercice 39

On considère chez une espèce animale (lapin) : trois gènes (A/a), (B/b) et (R/r) portés par des autosomes.

Afin de tester le degré de compréhension de ses élèves, un professeur propose à sa classe de 7ème D, une représentation simplifiée de la carte génétique et les résultats partiels de deux croisements (tableau ci-contre).




| | Croisement 1 (Test cross) | Croisement 2 (Autocroisement) |
|---|---|---|
| Phénotypes des individus croisés | [AB] x [ab] | [BR] x [BR] |
| Parmi les phénotypiques obtenus | 42% [Ab] | 3% [bR] |

1-Déterminez les valeurs X et Y.

2-Quels sont les gamètes formés par les individus du croisement 1 et dans quelles proportions ?

3-Mohamed suggère à son professeur de représenter les gènes sur un même chromosome, au lieu de deux. Justifiez cette suggestion.

4-Suite à la suggestion de Mohamed, le professeur demande à ses élèves, de représenter ces gènes sur un seul chromosome.

Niang et Sidi proposent deux réponses justes mais qui diffèrent l'une de l'autre. Quelles sont ces deux réponses ?

5-Camara, annonce à son professeur qu'il peut justifier la réponse de Sidi. Justifiez par un croisement l'annonce de Camara.

وزارة التعليم الأولي والتعليم الفني والمهني

# Exercice 40

On se propose de déterminer la relation entre trois gènes $G_1$, $G_2$ et $G_3$ chez une plante.

$G_1$ : contrôle la couleur des feuilles : vert foncé ou vert clair. (F,f) ou (V,v)

$G_2$ : contrôle la surface de la feuille : feuille large ou étroite. (L,l) ou (E,e)

$G_3$ : contrôle la couleur de la graine : orangée ou violette (R,r) ou (T,t)

On réalise les croisements suivants :

| | 1er test cross | | | 2e test cross | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Croisement | Plante hybride à feuilles vert foncé et larges | × | Plante pure à feuilles vert clair et étroites | Plante hybride à feuilles larges et graines violettes | × | Plante pure à feuilles étroites et graines orangées |
| Résultats | 37,4 % à feuilles vert foncé et larges<br>12,2 % à feuilles vert foncé et étroites<br>38,6 % à feuilles vert clair et étroites<br>11,8 % à feuilles vert clair et larges | | | 19 plantes à feuilles larges et graines orangées<br>210 plantes à feuilles larges et graines violettes<br>17 plantes à feuilles étroites et graines violettes<br>204 plantes à feuilles étroites et graines orangées | | |

1- Précisez, à partir des données précédentes, les relations de dominance entre les allèles de chaque gène.

2- On s'intéresse aux résultats du 1er test cross :

a- Analysez les résultats obtenus en vue de déduire la relation entre les deux gènes correspondants.

b- Donnez les génotypes des parents croisés et ceux des descendants (un échiquier est attendu).

c- Quelle information supplémentaire sur la position relative des gènes peut-on tirer à partir des pourcentages obtenus ?

3- Précisez la position relative des gènes $G_2$ et $G_3$ à partir des résultats du 2e test cross.

4- En tenant compte de l'ensemble des informations précédentes, proposez, schématiquement, deux hypothèses à propos de la localisation relative des trois gènes en question.

5- Dans un croisement effectué entre une plante hybride pour les gènes $G_1$ et $G_3$ avec une autre homozygote récessive pour ces mêmes gènes, on a trouvé 8% de plantes à feuilles vert clair et graines violettes. Exploitez ce résultat afin de réaliser la carte factorielle des trois gènes.

وزارة التربية والتعليم والتكوين التقني والمهني

## Exercice 41

Le croisement de deux plantes de phénotypes différents, donne une première génération $F_1$ entièrement homogène.

1- Que pouvez-vous en déduire ?

Suite au croisement des plantes de $F_1$, on obtient une descendance $F_2$ composée de : 80 plantes à grains ridés et gris, 80 plantes à grains lisses et blancs et 160 plantes à grains lisses et gris.

2-En exploitant les résultats du deuxième croisement :

a- Précisez si les deux gènes sont indépendants ou liés.

b-Déduisez les allèles dominants pour chaque caractère.

3- Indiquez les génotypes des parents, de la génération $F_1$ et ceux de la $F_2$.

4- Dans d'autre cas on peut constater en $F_2$ les résultats suivants :

- 02 plantes à grains ridés et blancs;
- 79 plantes à grains ridés et gris;
- 161 plantes à grains lisses et gris;
- 78 plantes à grains lisses et blancs.

a-Expliquez l'apparition des plantes à grains ridés et blancs. Justifiez votre réponse par un échiquier de croisement.

b- Sachant qu'il existe un autre gène ($t^+//t$) qui détermine la taille des grains, distant du gène ($c^+//c$) de 6 centimorgan. Déduisez la disposition relative des 3 gènes étudiés.

NB : Utilisez les symboles: couleur des grains ($c^+//c$) ; forme des grains ($f^+//f$).

## Exercice 42

On croise deux variétés pures de tomate : l'une de taille normale à feuilles entières, l'autre naine (taille petite) à feuilles découpées.

Les plants obtenus en première génération $F_1$ sont tous de taille normale à feuilles découpées.

En 2éme génération $F_2$, on obtient :

926 plants normaux à feuilles découpées. 288 plants normaux à feuilles entières.

293 plants nains à feuilles découpées. 104 plants nains à feuilles entières.

1- Précisez le (s) caractère (s) étudié (s).

2- Précisez les allèles dominants

3- Expliquez ces résultats.

On croise entre eux deux plants de la $F_2$ décrite précédemment : l'un (A) de taille normale, et a feuilles découpées,

l'autre (B de taille normale et a feuilles entières. On obtient :

219 plants normaux à feuilles découpées. 64 plants nains à feuilles découpées.

207 plants normaux à feuilles entières. 71 plants nains à feuilles entières.

4-Indiquez les génotypes des plants (A) et (B). Justifiez et vérifiez la réponse proposée.

وزارة التعليم الثانوي و التكوين المهني و البحث العلمي

## Exercice 43

Les Abeilles sont des insectes sociaux, élevés pour leur production de miel. Dans la colonie qu'est la ruche, on a une seule femelle fertile, la reine ; des ouvrières ou femelles stériles et des mâles.

Les femelles résultent d'une fécondation alors que les mâles sont le résultat d'une parthénogenèse (ovule non fécondé)

1-Sachant que le nombre des chromosomes chez la reine est 32 chromosomes.

Précisez ce nombre chez le mâle et l'ouvrière.

2-Comment s'opère le déterminisme du sexe chez les abeilles ?

3-En vue d'améliorer le rendement de leurs élevages, les apiculteurs ont réalisé les croisements suivants :

a- Reine dorée (de race pure) avec mâle noir dont la $F_1$ est: femelles de couleur intermédiaire et mâles dorés.

Expliquez ce résultat.

b-Reine de $F_1$ avec mâle noir donne une descendance composée de:

1/4 femelles de couleur intermédiaire.

1/4 femelles noires.

1/4 mâles noirs.

1/4 mâles dorés.

Expliquez.

c- Quel est le phénotype qui n'apparait pas chez les mâles? Pourquoi ?

4- Dans une ruche, une reine dorée de race pure, fécondée naturellement au cours du vol nuptial, donne naissance à :

- Des ouvrières dorées et d'autres intermédiaires.
- Des mâles dorés.

Que déduisez-vous

وزارة التعليم الثانوي والتكوين الفني و المهني
السبيل الى الباكلوريا

## Exercice 44

On croise deux lignées pures de maïs, l'une à graines colorées et ridées et l'autre à graines incolores et lisses. Les individus de la $F_1$ obtenus à partir de ce premier croisement sont croisés avec une race pure à graines incolores et ridées. On obtient une deuxième génération comportant :

45% de plantes à graines colorées et ridées;

5% de plantes à graine colorées et lisses;

45% de plantes à graines incolores et lisses;

5% de plantes à graines incolores et ridées.

1- Analyser les données de ces croisements en vue de préciser :

a- la relation de dominance entre les allèles de chaque couple.

b- la localisation chromosomique des deux gènes.

2- Ecrire les génotypes des parents croisés et des individus de la $F_1$.

3- Représenter le comportement des chromosomes qui explique l'obtention des gamètes qui sont à l'origine des plantes à graines colorées et lisses d'une part, et les plantes à graines incolores et ridées d'autre part.

4- Le croisement de deux plantes de maïs de la deuxième génération a engendré une descendance qui comporte :

25% de plantes à graines colorées et ridées;

25% de plantes à graines colorées et lisses ;

25% de plantes à graines incolores et lisses ;

25% de plantes à graines incolores et ridées.

Expliquer le résultat de ce croisement.

**On note** : Couleur des graines (R ou r) ;

Forme des graines (L ou l)

## Exercice 45

On croise deux races pures de drosophiles, l'une au corps noir et aux antennes courtes, l'autre au corps blanc et aux antennes longues. Le croisement des hybrides de $F_1$ donne une génération $F_2$ composée de 4 phénotypes X, Y, Z et W. Ces 4 phénotypes sont répartis comme suit :

X = 25

Y = 224

Z = W = 3X

On précise que les drosophiles X sont au corps noir et aux antennes courtes.

A partir de ces informations et de vos connaissances, répondez aux questions suivantes :

1-Calculez les proportions relatives des phénotypes Y et X.

2-Trouvez l'effectif de chacune des drosophiles Z et W.

3-Quelles informations tirez-vous des résultats de ces croisements ?

4-On croise les individus de phénotype X avec les hybrides $F_1$.

a- Comment appelle-t-on ce type de croisement ?

b-Retrouvez les résultats obtenus à partir d'un échiquier de croisement.

وزارة التعليم الثانوي و التكوين الفني
السبيل إلى الباكالوريا

## Exercice 46

On a réalisé deux croisements de drosophiles :

Premier croisement : on a croisé des drosophiles femelles au corps gris et aux ailes normalement nervurées avec des drosophiles mâles au corps jaune et aux ailes dépourvues de nervures transversales. Les drosophiles mâles et femelles sont de race pure.

En $F_1$ tous les individus obtenus ont le corps gris et les ailes normalement nervurées.

Deuxième croisement : on a croisé des drosophiles mâles au corps gris et aux ailes normalement nervurées avec des drosophiles femelles au corps jaune et aux ailes dépourvues de nervures transversales. Les drosophiles mâles et femelles croisées sont de race pure.

En $F_1$ toutes les drosophiles femelles ont le corps gris et les ailes normalement nervurées et tous les mâles ont le corps jaune et les ailes dépourvues de nervures transversales.

1-Quels renseignements vous apporte la comparaison des résultats obtenus dans les deux croisements ?

2- Indiquez pour chaque croisement le génotype des parents

3- On croise entre eux les individus obtenus en $F_1$ à l'issu du premier croisement, on a alors obtenu les résultats suivants :

| Phénotypes | Sexe | |
|---|---|---|
| | Femelle | Mâle |
| Corps gris, ailes normalement nervurées | 3 7 4 3 | 16 2 1 |
| Corps gris, ailes sans nervures transversales | 0 | 2 5 4 |
| Corps jaune, ailes sans nervures transversales | 0 | 16 25 |
| Corps jaune, ailes normalement nervurées | 0 | 2 50 |

a- Quels types de gamètes produit la Drosophile mâle $F_1$ ?

b- Quels sont et dans quelles proportions, les types de gamètes produits par la Drosophile femelle $F_1$ ?

c- Schématisez le comportement des chromosomes qui, au cours de la méiose, permet d'expliquer les résultats obtenus.

## Exercice 47

On considère chez une drosophile, trois gènes $G_1$ :(B/b), $G_2$ :(N/n) et $G_3$ :(R/r).

Le tableau suivant montre des résultats partiels de quelques croisements tests réalisés chez cette drosophile.

| Gènes | (B/b)-(N/n) | (N/n)-(R/r) | (B/b)-(R/r) |
|---|---|---|---|
| % d'un phénotype recombiné | 7 | 4 | ? |

1-Exploitez ces résultats en vue de déterminer :

1-1- si les gènes sont liés ou indépendants ?

1-2- les génotypes des individus croisés dans chaque colonne, sachant que les phénotypes [Bn] et [Nr] sont recombinés.

1-3- la répartition phénotypique de chaque descendance pour les deux premières colonnes.

2- Déduisez la distance entre $G_1$ et $G_3$.

3- Dressez les cartes factorielles possibles.

## Exercice 48

Pour chacun des croisements 1 et 2, donnez la ou les réponse(s) correcte(s) après vérification, selon le modèle du tableau suivant.

| Croisement | 1 | 2 |
|---|---|---|
| Bonne réponse | | |
| Vérification | | |

1-Le croisement de deux drosophiles de phénotype dominant [GN], hybrides pour les deux caractères, donne parmi la descendance 24% de drosophiles [Gn]. On déduit que :

a-les individus croisés ont les mêmes génotypes.

b-P = 1%.

c-P = 2%.

d-P = 4%.

2-Le croisement de deux drosophiles l'une [Bd] et l'autre [bD] donne une descendance repartie comme suit :

| Phénotypes | [BD] | [Bd] | [bD] | [bd]. |
|---|---|---|---|---|
| Proportions | 25% | 25% | 25% | 25% |

a- Ces gènes sont obligatoirement indépendants.

b- Ces gènes peuvent être liés.

c- Les individus croisés sont de races pures.

d- L'un des parents est hybride, l'autre de race pure.

3- Le croisement d'un mâle [RL] avec une femelle [RL] donne entre autres :

| | [RL] | [Rl] | [rL] | [rl] |
|---|---|---|---|---|
| Mâles | 190 | 10 | 10 | 190 |
| Femelles | ? | ? | ? | ? |

Complétez le tableau et déduisez la valeur de P.

## Exercice 49

Le bombyx est un genre de papillons. On croise des bombyx, tous sauvages à corps gris et aux ailes bleues. On obtient sur 665 insectes :

125 femelles à corps gris et ailes bleues

41 femelles à corps blanc et ailes noires

وزارة التعليم الثانوي و التكوين الفني و المهني
مساعدة الطالب الباكالوريا

124 femelles à corps gris et ailes noires

42 femelles à corps blanc et ailes bleues

250 mâles à corps gris et ailes bleues,

83 mâles à corps blanc et ailes bleues.

1-Les parents croisés étaient - ils de races pures ? Justifiez votre réponse.

2-Quels sont les allèles dominants pour chaque caractère ? Justifiez.

3-Quelles conclusions pouvez-vous tirer des résultats observés ?

4-Indiquez les génotypes des individus sauvages croisés

5-A l'aide d'un échiquier de croisement, vérifiez les résultats obtenus.

NB : Utilisez les symboles (G,g) pour la couleur du corps et (B,b) pour la couleur des ailes.

## Exercice 50

On croise deux lignées de drosophiles : mâle à corps gris et ailes vestigiales, femelle à corps ébène et ailes enroulées. Tous les individus de la $F_1$ sont à corps gris et ailes vestigiales.

1-Que déduisez-vous ?

2-Ecrivez les génotypes des parents et de la $F_1$.

Le croisement des individus de la $F_1$ entre eux a donné une descendance composée de :

- 143 drosophiles à corps gris et ailes vestigiales.
- 5 drosophiles à corps gris et ailes enroulées.
- 5 drosophiles à corps ébène et ailes vestigiales.
- 47 drosophiles à corps ébène et ailes enroulées.

3- A partir de l'analyse de ces données :

a. Peut-on parler d'une exception à la 3ème loi de Mendel ?

b. Quelle hypothèse proposez-vous qui corrobore ces résultats ?

4- Etablissez le tableau de rencontre des gamètes des individus de la $F_1$ qui justifie ces résultats.

5- Représentez, la position relative des gènes.

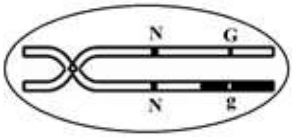
6- Prévoyez la répartition phénotypique théorique de 1000 drosophiles issues d'un croisement d'une femelle de $F_1$ avec un mâle à corps ébène et ailes enroulées.

NB : Utilisez les symboles (G,g) pour la couleur du corps et (E,e) pour la forme des ailes.

## Exercice 51

Chez la drosophile, on connaît deux gènes formés chacun par un couple d'allèles :

- 1er couple d'allèles (B, N).
- 2ème couple d'allèles (G, g).




1- Le schéma suivant montre un ovocyte II chez une drosophile de phénotype [BN, G].

وزارة التعليم الثانوي و التكوين الفني المهني
السيل في باكالوريا

a- Faites le schéma du chromosome homologue avec les allèles qu'il porte.

b- Déduisez le génotype de la femelle capable de produire cet ovocyte II.

c- Ecrivez les différents types de gamètes de cette drosophile femelle et leurs proportions théoriques.

2- On réalise le croisement de cette femelle avec un mâle de phénotype [BN, G].

Dans la descendance de ces deux insectes on a trouvé 6% d'individus de phénotype [Ng].

a- Précisez le génotype de l'insecte mâle et justifiez.

b- Précisez la localisation relative des deux gènes.

c- Quels sont les effectifs théoriques des différents phénotypes sur 500 drosophiles issues de ce croisement.

NB : Seul l'un des chromosomes est représenté.

## Exercice 52

**O**n dispose de trois lignées de drosophiles :

-Une lignée à ailes longues et yeux bruns.

-Une lignée à ailes vestigiales et yeux rouges.

-Une lignée à ailes vestigiales et yeux bruns.

| | |
|---|---|
| Premier croisement | Drosophile à ailes vestigiales et aux yeux rouges × Drosophile à ailes longue et aux yeux bruns |
| Résultat | $F_1$ : 100% Drosophile à ailes longues et yeux rouges |

1-Quelles conclusions peut-on tirer de ce résultat?

2-En se limitant à ce résultat, écrivez les génotypes possibles des parents et des individus de la $F_1$

| | |
|---|---|
| Deuxième croisement | Mâle de $F_1$ × femelle de $F_1$ |
| Résultat | 800 Drosophiles à ailes longues et yeux rouges<br>400 Drosophiles à ailes longues et yeux bruns<br>400 Drosophiles à ailes vestigiales et yeux rouges |

3-En exploitant les résultats du deuxième croisement, précisez si les gènes contrôlant les caractères étudiés sont indépendants ou liés.

| | |
|---|---|
| Troisième croisement | Femelle de $F_1$ × mâle à ailes vestigiales et yeux bruns |
| Résultat | 35% de drosophiles à ailes longues et yeux bruns |

4- En se basant sur le résultat obtenu du troisième croisement discutez les deux hypothèses suivantes :

Hypothèse 1 : les deux couples d'allèles sont liés et la liaison est partielle.

Hypothèse 2 : les deux couples d'allèles sont liés et la liaison est absolue.

5 a. Etablissez le tableau de rencontre au hasard des gamètes produits par les individus de la $F_1$ pour expliquer la répartition phénotypique de la descendance du deuxième croisement.

b. prévoyez la composition phénotypique de la descendance issue du troisième croisement en travaillant sur un effectif total de 1000 individus.

وزارة التعليم الثانوي و التكوين المهني و البحث العلمي

# Génétique Formelle

# Corrigé

وزارة التعليم الثانوي والتكوين الفني و المهني

السبيل الى الباكلوريا

# Corrigé 1

*Comment reconnaître une hérédité liée au sexe ?*

*- Première situation :*

*Des parents de lignée pure, croisés entre eux, donnent une descendance hétérogène (les mâles et les femelles ne se ressemblent pas). Cette exception à la première loi de Mendel s'explique par une hérédité liée au sexe.*

*- Deuxième situation :*

*Le croisement ♀F0[A] × ♂ F0[B] et son réciproque ♂F0 [A] x ♀F0 [B] aboutissent à deux générations $F_1$ et $F_1$' différentes. Le gène respon¬sable de cette transmission est porté par un chromosome sexuel.*

1- Les parents croisés sont de lignée pure, pourtant la $F_1$ n'est pas uniforme (exception à la première loi de Mendel) ; les descendants mâles ont le phénotype de leur mère, les descendants femelles celui de leur père.

Cette hérédité particulière s'explique si l'on admet que le gène déterminant la couleur des yeux est porté par le chromosome sexuel X (segment différentiel).

Interprétation ♀[w] × ♂[w⁺]

XwXw × Xw⁺Y

Gamètes femelles : 100 % Xw Gamètes mâles : 50 % Xw+ et 50 % Y

Echiquier :

| Gamètes | Xw⁺ | Y |
|---|---|---|
| Xw | XwXw⁺ | XwY |
| | ♀[w⁺] | ♂[w] |

$F_1 \times F_1 \longrightarrow F_2$

XwXw⁺ × XwY

Gamètes femelles : 50 % Xw et 50 % Xw⁺ Gamètes mâles : 50 % Xw et 50 % Y

Echiquier :

| Gamètes | Xw | Y |
|---|---|---|
| Xw | XwXw ♀[w] | XwY ♂ [w] |
| Xw⁺ | Xw⁺Xw ♀[w⁺] | Xw⁺Y ♂[w⁺] |

Soit : 25% ♀[w⁺], 25 % ♂w⁺], 25 % ♀[w], 25 % ♂[w]

Ces résultats correspondent à ceux obtenus expérimentalement.

2- ♀[w⁺] × ♂ [w⁺]

A l'issue de ce croisement on obtient :

193 ♂[w] soit 25 %

204 ♂[w⁺] soit 25 %

402 ♀ [w⁺] soit 50 %

وزارة التربية و التكوين الفني و التعليم العالي

L'apparition de mâles aux yeux blancs au sein de cette descendance montre que le parent femelle aux yeux rouges est hétérozygote et que l'allèle w+ domine l'allèle w.

Interprétation :

Gamètes mâles : 50 % $Xw^+$ et 50 % Y

Gamètes femelles : 50 % $Xw^+$ et 50 % Xw

Echiquier :

| Gamètes | $Xw^+$ | Y |
|---|---|---|
| $Xw^+$ | $Xw^+Xw^+$ ♀ [$w^+$] | $Xw^+Y$ ♂[$w^+$] |
| Xw | $XwXw^+$ ♀ [$w^+$] | XWY ♂[w] |

Soit : 25 % ♂w], 25 % ♂[$w^+$], et 50 % ♀ [$w^+$]

## Corrigé 2

1-L'apparition en $F_1$ de femelles aux yeux réniformes montre que les allèles « normal » (N) et « bar » (B) sont codominants. Les parents [N] et [B] sont donc de lignée pure.

$F_1$ n'est pas uniforme. Il s'agit donc d'une hérédité liée au chromosome sexuel X.

♀ [N] × ♂ [B] ⟶ $F_1$

$X^NX^N \times X^BY$

Gamètes femelles : 100 % $X^N$

Gamètes mâles : 50 % $X^B$ et 50 % Y

$F_1$ est donc constituée de : 50 % $X^NX^B$ = ♀ [réniformes]

50 % $X^NY$ = ♂ [normaux]

$F_1 \times F_1$ ⟶ $F_2$

$X^NX^B \times X^NY$

Gamètes mâles : 50 % $X^N$ et 50 % Y

Gamètes femelles : 50 % $X^N$ et 50 % $X^B$

Echiquier :

| Gamètes | $X^N$ | Y |
|---|---|---|
| $X^N$ | $X^NX^N$ ♀ [N] | $X^NY$ ♂ [N] |
| $X^B$ | $X^BX^N$ ♀ [réniforme] | $X^BY$ ♂ [B] |

Soit : 25 % ♀ [N], 25 % ♀ [réniforme], 25 % ♂[N], 25 % ♂ [B]

2 - Etude du croisement réciproque :

♀ [B] × ♂[N] ⟶ $F'_1$

$X^BX^B \times X^NY$

$F'_1$ = 50 % $X^BX^N$ = ♀ [réniformes],

50 % $X^BY$ = ♂[bar]

$F'_1 \times F'_1$ ⟶ $F'_2$

$X^BX^N \times X^BY$

Gamètes femelles : 50%$X^B$et 50%$X^N$

Gamètes mâles: 50%$X^B$et 50%Y

وزارة التعليم التقني و التكوين المهني
السنة الأولى باك

Echiquier :

| Gamètes | $X_B$ | Y |
|---|---|---|
| XB | $X_BX_B$ ♀ [B] | $X_BY$ ♂[B] |
| XN | $X_NX_B$ ♀ [NB] | XNY ♂[N] |

Soit : 25 % ♀ [B], 25 % ♀ [NB], 25 % ♂[B], 25 % ♂[N]

3-Le gène déterminant la couleur des yeux est porté par le chromosomes sexuel X, son locus est situé sur le segment différentiel. Il s'en suit que chez la Drosophile mâle, les deux allèles N et B ne se trouvent jamais réunis (hémizygote).

## Corrigé 3

1-Les femelles $F_1$ ont toujours un phénotype bigarré (pelage noir et orange).
Les mâles ont toujours le phénotype de leur mère.
Le gène déterminant la couleur du pelage chez le chat est donc porté par le chromosome sexuel X.
Lorsque les deux allèles « noir » (n) et « orange » (o) se réunissent chez la femelle, le pelage de cette dernière est bigarré. Il y a donc codominance entre n et o.

♂ [n] × ♀ [o]
XnY × XoXo

$F_1$ = 50 % XoXn = femelles bigarrées
50 % XoY = mâles oranges

♂[o] × ♀ [n] → F'
XoY × XnXn

$F'_1$ = 50 % XnXo = femelles bigarrées
50 % XnY = mâles noirs

2- ♀ [bigarrée] × ♂[n]
XnXo × XnY

Gamètes femelles : 50 % Xn et 50 % Xo
Gamètes mâles : 50 % Xn et 50 % Y
Echiquier :

| G amètes | Xn | Y |
|---|---|---|
| Xn | XnXn ♀ [n] | XnY ♂[n] |
| Xo | XoXn ♀ [bigarré] | XoY ♂ [o] |

Soit : 25 % ♀ [n], 25 % ♀ [bigarrée], 25 % ♂[n], 25 % ♂[o]

3-Il suffit de croiser un chat orange avec une chatte à pelage bigarré.

وزارة التعليم الثانوي و التكوين الفني و المهني
السبيل إلى الباكالوريا

XoXn x XoY

| Gamètes | Xo | Y |
|---|---|---|
| Xo | XoXo ♀ [o] | XoY ♂ [o] |
| Xn | XnXo ♀ [bigarré] | XnY ♂ [n] |

Les 25 % de femelles oranges obtenues sont de lignée pure. Les mâles oranges sont toujours de lignée pure.

## Corrigé 4

On prendra :
B = plumage barré de stries blanches, n = plumage noir uni.

♀ [B] × ♂ [n] ⟶ $F_1$

XBO × XnXn

Gamètes femelles : 50 % XB et 50 % 0
Gamètes mâles : 100 % Xn
$F_1$ = 50 % XnXB = ♂ [B]
50 % Xn O = ♀ [n]

$F_1$ × $F_1$ ⟶ $F_2$

Xn XB × Xn O

Gamètes mâles : 50 % Xn et 50% XB
Gamètes femelles : 50 % Xn et 50 % O.
Echiquier

| Gamètes | Xn | O |
|---|---|---|
| XB | XBXn ♂[B] | XBO ♀ [B] |
| Xn | Xn Xn ♂[n] | Xn O ♀ [n] |

وزارة التعليم الثانوي و التكوين الفني و المهني
السبيل الى الباكلوريا

# Corrigé 8

1-La femelle hétérozygote pour le gène t a pour génotype XX $t^+/t$. Le mâle homozygote pour ce même gène a pour génotype XYt/t.

La femelle produit deux types de gamètes : 50 % X $t^+$ et 50 % Xt. Le mâle produit également deux types de gamètes : 50 % Xt et 50 % Yt.

Echiquier de croisement :

| Gamètes | X*t* | Y*t* |
|---|---|---|
| X $t^+$ | XX $\frac{t^+}{t}$ | XY $\frac{t^+}{t}$ |
| X *t* | XX $\frac{t}{t}$ | XY $\frac{t}{t}$ |

Soit :

25 % $XXt^+t$ donc femelles
25 % XXtt mâles phénotypiques
25 % XY $t^+t$
25 % XYtt } Soit 50 % mâles.

2 - Les hybrides de la $F_1$ ont pour génotype :
$XYt^+t$ pour le mâle,
$XXt^+t$ pour la femelle.
Gamètes des hybrides de la $F_1$ :
La femelle produit deux types de gamètes : 50 % $Xt^+$ et 50 % Xt
Le mâle produit 4 types de gamètes en proportion égale :
25 % $Xt^+$
25 % Xt
25 % $Yt^+$
25 % Yt

L'échiquier suivant donne les résultats de ce croisement :

| Gamètes | $Xt^+$ | Xt | $Yt^+$ | Yt |
|---|---|---|---|---|
| $Xt^+$ | $XXt^+t^+$ | XX $t^+t$ | $XYt^+t^+$ | $XYt^+t$ |
| Xt | $XXtt^+$ | XXtt | $XYtt^+$ | XYtt |

Soit : 3/8 de femelles normales,
1/8 de mâles phénotypiques.
1/2 de mâles normaux.

# Corrigé 9

1-Les résultats obtenus par les croisements 1 et 2 ne peuvent s'expliquer que si l'on admet que le gène déterminant la coloration rouge de certains segments thoraciques, chez ce Crus-

وزارة التعليم الثانوي و التكوين الفني و المهني
السنة الى الباكالوريا

tacé, s'exprime différemment chez le mâle et chez la femelle. Ce gène est dominant chez la femelle, récessif chez le mâle.

2-Interprétation : On désignera par R la coloration rouge et par r l'absence de coloration.

Chez la femelle R domine r

Chez le mâle r domine R.

1 ° croisement :

♀[R] x ♂[r]

XXRR XYrr

Gamètes femelles : 100 % XR

Gamètes mâles : 50 % Xr et 50 % Yr

$F_1$ = 50% XXRr donc femelles à segments rouges [R].

50 % XYRr donc mâles à segments incolores [r].

2° croisement :

♀ [r] x ♂ [r] hétérozygote

XXrr XYRr

Gamètes femelles : 100 % Xr

Gamètes mâles :

25 % XR

25 % Xr

25% YR

25% Yr

Echiquier de ce croisement :

| Gamètes | Xr | XR | Yr | YR |
|---|---|---|---|---|
| Xr | XXrr | XXRr | XYrr | XYRr |
| | ♀ [r] | ♀ [R] | ♂ [r] | |

3- Un mâle à segments thoraciques rouges doit être obligatoirement homozygote pour les deux allèles R, soit XYRR. Or ce phénotype n'existe jamais chez les mâles. Le gène en question serait létal à l'état homozygote chez les mâles.

وزارة التعليم الثانوي و التكوين الفني و المهني

# Corrigé 10

1- L'apparition en $F_1$ du phénotype intermédiaire montre qu'il y a codominance entre l'allèle « oreille longue » (L) et l'allèle « oreille courte » (C).

Le phénotype intermédiaire sera noté L/C.

2- Soit B l'allèle déterminant la présence de barbiche. Son allèle b détermine l'absence de barbiche.

Les résultats obtenus en $F_1$ et en $F_2$ s'expliquent par une hérédité influencée par le sexe.

Chez le mâle, B domine b. Chez la femelle, b domine B.

Interprétation :

♂ [b] × ♀ [B] $F_1$

Le mâle [b] a pour génotype XYbb puisque b est récessif.

La femelle [B] a pour génotype XXBB puisque B est récessif chez les femelles.

XYbb × XXBB

Gamètes femelles : 100 % XB

Gamètes mâles : 50 % Xb et 50 % Yb

$F_1$ = 50% XXBb soit des femelles [b] donc sans barbiche,

50 % XYBb soit des mâles [B] donc avec barbiche.

$F_1$ × $F_1$

XXBb × XYBb

Gamètes femelles : 50 %XB et 50 %Xb

Gamètes mâles : 25 %XB , 25 %Xb , 25 %YB et 25 %Yb

Echiquier de croisement :

| Gamètes | XB | Xb | YB | Yb |
|---|---|---|---|---|
| XB | XXBB [B] | XXBb[B] | XYBB[B] | XYBb[b] |
| Xb | XXBb[B] | XXbb[b] | XYBb[b] | XYbb[b] |

Soit : 3/4 femelles [b] sans barbiche 1/4 femelles [B] avec barbiche

3/4 mâles [B] avec barbiche 1/4 mâles [b] sans barbiche.

3-Génotype du mâle : XYBBCL

Génotype de la femelle: cette femelle n'a pas de barbiche.

L'allèle b ne peut être fourni que par son père puisque sa mère qui possède une barbiche est obligatoirement XXBB

Le génotype de la femelle croisée est donc : XXBb

وزارة التعليم الثانوي والتكوين الفني و المهني

Le croisement est donc le suivant :

| Gamètes femelles | | | |
|---|---|---|---|
| 25 % | X | B | L |
| 25 % | X | B | C |
| 25 % | X | b | L |
| 25 % | X | b | C |
| Gamètes mâles : | | | |
| 25 % | X | B | L |
| 25 % | X | B | C |
| 25 % | Y | B | L |
| 25 % | Y | B | C |

| | XBL | XBC | XbL | XbC |
|---|---|---|---|---|
| XBL | XXBBLL | XXBBCL | XXBbLL | XXBbCL |
| XBC | XXBBCL | XXBBCC | XXBbCL | XXBbCC |
| YBL | XYBBLL | XYBBCL | XYBbLL | XYBbCL |
| YBC | XYBBCL | XYBBCC | XYBbCL | XYBbCC |

وزارة التعليم الثانوي و التكوين التقني و المهني
السيبال في البيولوجيا

## Corrigé 11

1-Les individus de la première génération $F_1$ sont uniformes (1° loi de Mendel).

L'allèle lisse (L) domine l'allèle frisé (f).

L'apparition de la couleur violette en $F_1$ permet de conclure qu'il y a codominance entre l'allèle rouge (R) et l'allèle bleu (B).

2-Il s'agit d'un croisement en retour ou back cross ($F_1$ x $F_0$). D'après la troisième loi de Mendel, l'hybride $F_1$ produit 4 types de gamètes en nombre égal.

Les individus [B,f] étant de lignée pure, produiront chacun un seul type de gamètes. Les résultats théoriques de ce croisement sont les suivants :

$F_1$[V,L] × $F_0$[B,f]

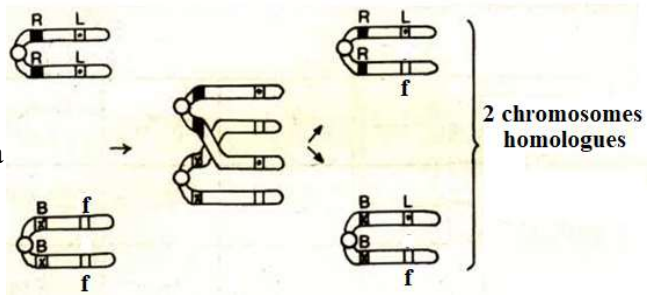
BRLf BBff

| Gamètes | B f | | |
|---|---|---|---|
| B L | BBLf | Bleu lisse | 25% |
| R f | RBff | Violet frisé | 25% |
| B f | BBff | Bleu frisé | 25% |
| R L | RBLf | Violet lisse | 25% |

3- En réalité le producteur a obtenu les pourcentages suivants :

96 % de type parental

4 % de type recombiné.




Il n'y a donc pas eu ségrégation indépendante des allèles au moment de la formation des gamètes chez les hybrides $F_1$ : ces deux gènes sont liés.

4-Les fleurs recherchées sont obtenues à la suite du phénomène d'enjambement qui a eu lieu chez les hybrides $F_1$ au cours de la méiose.

Le faible pourcentage des types recombinés obtenus (4 %) s'explique par la faible distance séparant les deux gènes considérés

## Corrigé 12

1-a- D'après les résultats du premier croisement :

La F1 est formée de 100% de drosophiles aux ailes longues et aux yeux bruns :

l'allèle qui détermine le phénotype yeux bruns est dominant, celui qui détermine le phénotype yeux pourpres est récessif.

l'allèle qui détermine le phénotype ailes longues est dominant, celui qui détermine le phénotype ailes courtes est récessif.

b- D'après les résultats du 2ème croisement :

Le deuxième croisement est un test-cross, sa descendance montre 4 phénotypes non équiprobables différents de (1/4 - 1/4 -1/4 - 1/4) Les deux gènes sont liés partiellement.

2- Le caractère forme des ailes est contrôlé par un gène ou un couple d'allèles (L, c) avec :

L: détermine le phénotype ailes longues [L]; c : détermine le phénotype ailes courtes [c]. avec L domine c

Le caractère couleur des yeux est contrôlé par un gène ou un couple d'allèles (B, p) avec : B: détermine le phénotype yeux bruns [B]; p : détermine le phénotype yeux pourpres [p]. avec B domine p

1er croisement :

[Lp] x [cB]

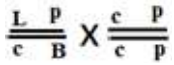
$$\frac{L\ p}{L\ p} \times \frac{c\ B}{c\ B}$$

$F_1$ : 100%= [LB]

وزارة التعليم الثانوي و التكوين المهني
السيل الى البكالوريا

2ème croisement

♀F1 [LB ] × ♂ [cp]



La femelle a donné 4typrs de gamètes :

| | L p | c B | L B | c p |
|---|---|---|---|---|
| c p | L p / c p | c B / c p | L B / c p | c p / c p |

3- ♀ [Lp] X ♂ [cB] → 25%[cB], 25%[Lp], 25%[LB] et 25%[cp]

chacun des deux parents a donné par méiose deux types de gamètes équiprobables (50%, 50%) c.à.d. que chacun des parents devrait être homozygote pour un caractère, hybride pour l'autre.

Les génotypes des parents du 3ème croisement sont :

♀  X  ♂

السبيل الى الباكلوريا
تعليم الثانوي والتكوين المهني

# Corrigé 14

1-Les hybrides de 1re génération sont à 100 % identiques. Ils possèdent un allèle de chaque parent, mais seul s'exprime l'allèle déterminant la couleur grise du corps des drosophiles. Il est dit dominant par rapport à l'expression de l'allèle gouvernant la couleur noire qui est dit récessif.

On représentera les symboles par : n pour la couleur noire, G pour la couleur grise.

2-Les drosophiles à corps noir et ailes recourbées sont de lignée pure (se reporter à l'énoncé). Ce sont des homozygotes pour ces gènes, ils donneront un seul type de gamètes porteurs des allèles déterminant la couleur noire et les ailes recourbées.

Si l'allèle déterminant le caractère « ailes recourbées » est dominant, tous les individus de la descendance seront à ailes recourbées.

Or, il existe dans le croisement a des drosophiles grises à ailes droites qui portent obligatoirement les allèles dits « noirs » et « ailes recourbées ». Leur expression est donc masquée, ils sont dits récessifs.

Un tel croisement s'appelle un test-cross (croisement en retour entre un hybride et un double récessif).

3-Le croisement a donné les résultats suivants :

29 % de phénotype gris droits [GD] ;
27 % de phénotype noir recourbé [nr] ;
22 % de phénotype gris recourbé [Gr] ;
21 % de phénotype noir droit [nD].

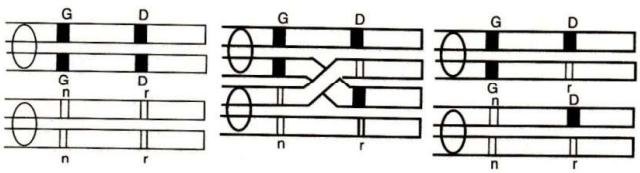
Les plus forts pourcentages sont des types parentaux, les plus faibles sont des types recombinés.

On n'obtient pas le pourcentage 25%, 25 %, 25 %, 25 % des gènes indépendants. On peut donc affirmer que les gènes sont liés.

Les pourcentages obtenus s'expliquent par la présence d'un crossing-over au cours de la formation des gamètes parentaux.

On peut les schématiser au cours des deux divisions de méiose.

1re division de méiose :




La télophase de la 2e division de méiose rend compte de la distribution des allèles dans les gamètes

Le phénomène de crossing-over ne se réalise pas à chaque division de méiose, ce qui explique.le faible pourcentage des gamètes recombinés.

4. Dans le croisement a, en utilisant les gamètes parentaux, on peut dire que la femelle à corps gris et ailes droites [GD] est double hétérozygote de génotype $\frac{G\ D}{n\ r}$

Dans le croisement b, les gamètes sont dans les proportions :

وزارة التعليم الثانوي و التكوين الفني و المهني
السبيل الى الباكلوريا

27,2 % Gr ┐
Ce sont les gamètes recombinés.
29 2 % nD ┘

21,8 % GD ┐
Ce sont des gamètes parentaux
21,2 % nr ┘

La drosophile à corps gris et ailes droites [GD] ayant des gamètes Gr et nD a pour génotype:

$$\frac{G\ r}{n\ D}$$

وزارة التعليم الثانوي والتقني والمهني
السبيل الى الباكلوريا

## Corrigé 15

1- Les femelles sont hybrides et donc: $L_1 > L_2$, $F_2 > F_1$ et $C_2 > C_1$,

2- a- Le 1er croisement (test cross) à donner 4 phénotypes égaux $\frac{1}{4}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{4}$ donc les gènes L et F sont indépendants et autosomes.

Le 2eme croisement a donné 4 phénotypes égaux 2 à 2 donc les gènes C et F sont liés (se situent sur le même chromosome).

b- La position relative de F et C est:

$$P = \frac{50 + 50}{199 + 50 + 50 + 201} = \frac{100}{5} = 20\% = 20\ cM$$

F — C
20 cMg

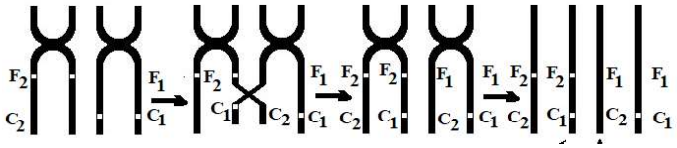
3- 1er croisement

$$\frac{L_1\ F_2}{L_2\ F_1} \times \frac{L_2\ F_1}{L_2\ F_1}$$

| ♀ / ♂ | $\frac{L_1\ F_2}{\ }$ | $\frac{L_1\ F_1}{\ }$ | $\frac{L_2\ F_1}{\ }$ | $\frac{L_2\ F_2}{\ }$ |
|---|---|---|---|---|
| $\frac{L_2\ F_1}{\ }$ | $\frac{L_1F_2}{L_2F_1}$ [$L_1F_2$] | $\frac{L_1F_1}{L_2F_1}$ [$L_1F_1$] | $\frac{L_2F_1}{L_2F_1}$ [$L_2F_1$] | $\frac{L_2F_2}{L_2F_1}$ [$L_2F_2$] |

4- L'apparition des deux phénotypes minoritaires s'explique par un crossing-over (brassage intrachromosomique) en prophase I de la méiose chez la femelle hybride.

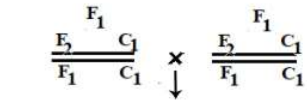
Schématisation:



| ♂ \ ♀ | $\frac{1-p}{2}$ $F_2C_2$ | $\frac{p}{2}$ $F_2C_1$ | $\frac{p}{2}$ $F_1C_2$ | $\frac{1-p}{2}$ $F_1C_1$ |
|---|---|---|---|---|
| 1 $F_1C_1$ | $\frac{1-p}{2}$ $[F_2C_2]$ | $\frac{p}{2}$ $[F_2C_1]$ | $\frac{p}{2}$ $[F_1C_2]$ | $\frac{1-p}{2}$ $[F_1C_1]$ |

مرى و التـ

5-



| ♂ \ ♀ | $\frac{1}{2}$ $F_2C_1$ | $\frac{1}{2}$ $F_1C_1$ |
|---|---|---|
| $\frac{1}{2}$ $F_2C_1$ | $\frac{1}{4}$ $F_2C_1$ | $\frac{1}{4}$ $F_2C_1$ $F_1$ |
| $\frac{1}{2}$ $F_1C_1$ | $\frac{1}{4}$ $F_2C_1$ $F_1$ | $\frac{1}{4}$ $F_1C_1$ $F_1$ |

$$[F_2C_1] = 75\% = \frac{1000 \times 75}{100} = 750$$

$$[F_1C_1] = 25\% = \frac{1000 \times 25}{100} = 250$$

ي الباكلوريا

# Corrigé 16

1 - 1 - 1er cas : Linkage absolu chez la femelle hybride :

$X^{+}_{+}Y \times X^{+}_{+}X^{w}_{ey}$

↓

| G ♂ \ ♀ | $\frac{1}{2}\ X^{+}_{+}$ | $\frac{1}{2}\ X^{w}_{ey}$ |
|---|---|---|
| $\frac{1}{2}\ X^{+}_{+}$ | $\frac{1}{4}\ X^{+}_{+}X^{+}_{+}$ | $\frac{1}{4}\ X^{+}_{+}X^{w}_{ey}$ |
| $\frac{1}{2}\ Y$ | $\frac{1}{4}\ X^{+}_{+}Y$ | $\frac{1}{4}\ X^{w}_{ey}Y$ |

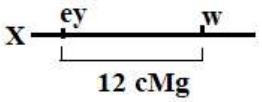
2éme cas : Linkage partiel chez la femelle hybride :

| G ♂ \ ♀ | $\frac{1-P}{2}\ X^{+}_{+}$ | $\frac{1-P}{2}\ X^{w}_{ey}$ | $\frac{P}{2}\ X^{+}_{ey}$ | $\frac{P}{2}\ X^{w}_{+}$ |
|---|---|---|---|---|
| $\frac{1}{2}\ X^{+}_{+}$ | $X^{+}_{+}X^{+}_{+}$ | $X^{+}_{+}X^{w}_{ey}$ | $X^{+}_{+}X^{+}_{ey}$ | $X^{+}_{+}X^{w}_{+}$ |
| $\frac{1}{2}\ Y$ | $X^{+}_{+}Y$ | $X^{w}_{ey}Y$ | $X^{+}_{ey}Y$ | $X^{w}_{+}Y$ |

1- 2- a

P/2 = 6% donc P= 12% donc le gène w est distant de ey de 12cMg

1- 2- b




2-

| G ♂ \ ♀ | 44% $X^{+}_{+}$ | 44% $X^{w}_{ey}$ | 6% $X^{+}_{ey}$ | 6% $X^{w}_{+}$ |
|---|---|---|---|---|
| $\frac{1}{2}X^{w}_{ey}$ | 22% $X^{+}_{+}X^{w}_{ey}$ | 22% $X^{w}_{ey}X^{w}_{ey}$ | 3% $X^{+}_{ey}X^{w}_{ey}$ | 3% $X^{w}_{+}X^{w}_{ey}$ |
| $\frac{1}{2}\ Y$ | 22% $X^{+}_{+}Y$ | 22% $X^{w}_{ey}Y$ | 3% $X^{+}_{ey}Y$ | 3% $X^{w}_{+}\ Y$ |

$\frac{(200\times44)}{100}$ =88 [+ +]

$\frac{(200\times44)}{100}$ =88 [w ey]

$\frac{(200\times6)}{100}$ =12 [+ ey]

$\frac{(200\times6)}{100}$ =12 [w +]

$\overset{+}{\underset{b}{=}}\ \overset{X^{+}}{\underset{Y}{=}} \times \overset{+}{\underset{b}{=}}\ \overset{X^{+}}{\underset{X_{ey}}{=}}$

| | $+X^{+}$ | $+X_{ey}$ | $bX^{+}$ | $bX_{ey}$ |
|---|---|---|---|---|
| $+X^{+}$ | $++X^{+}X^{+}$ | $++X^{+}X_{ey}$ | $+bX^{+}X^{+}$ | $+bX^{+}X_{ey}$ |
| $+Y$ | $++X^{+}Y$ | $++X_{ey}Y$ | $+bX^{+}Y$ | $+bX_{ey}Y$ |
| $bX^{+}$ | $+bX^{+}X^{+}$ | $+bX^{+}X_{ey}$ | $bbX^{+}X^{+}$ | $bbX^{+}X_{ey}$ |
| $bY$ | $+bX^{+}Y$ | $+bX_{ey}Y$ | $bbX^{+}Y$ | $bbX_{ey}Y$ |

$$♀ = \begin{bmatrix} \frac{6}{16}[+\ +] \\ \frac{2}{16}[b\ +] \end{bmatrix} \qquad ♂ = \begin{bmatrix} \frac{3}{16}[+\ +] \\ \frac{3}{16}[+\ ey] \\ \frac{1}{16}[b\ +] \\ \frac{1}{16}[b\ ey] \end{bmatrix}$$

## Corrigé 17

1- Pour préciser les cartes factorielles on réalise les tests cross :

[LM] double hybrides

$$\frac{L\ M}{l\ m} \times \frac{l\ m}{l\ m} \longrightarrow \begin{cases} 44\%\ [LM] \\ 44\%\ [lm] \\ 6\%\ [Lm] \\ 6\%\ [lM] \end{cases}$$

[QM] double hybrides

$$\frac{M\ Q}{m\ q} \times \frac{m\ q}{m\ q} \longrightarrow \begin{cases} 48\%\ [MQ] \\ 48\%\ [mq] \\ 2\%\ [Mq] \\ 2\%\ [mQ] \end{cases}$$

[LQ]double hybrides

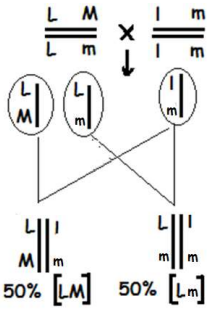
$$\frac{L\ Q}{l\ q} \times \frac{l\ q}{l\ q} \longrightarrow \begin{cases} 42\%\ [LQ] \\ 42\%\ [lq] \\ 8\%\ [Lq] \\ 8\%\ [lQ] \end{cases}$$

[LN]double hybrides

$$\frac{L}{l}\frac{N}{n} \times \frac{l}{n}\frac{l}{n} \longrightarrow \begin{cases} 25\%\ [LN] \\ 25\%\ [ln] \\ 25\%\ [Ln] \\ 25\%\ [lN] \end{cases}$$

2- 1er croisement

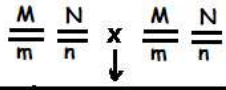
L'apparition dans la descendance de 100% montre que l'individu est pur pour L et hybride pour M.



2e croisement

M et N sont situés sur deux paires de chromosomes différentes :

L'apparition du phénotype [mn] montre que les deux parents sont hybrides et 6.25% représente 1/16



| | MN | Mn | mN | mn |
|---|---|---|---|---|
| MN | | | | |
| Mn | | | | |
| mN | | | | |
| mn | | | | |

[MN] = 9/16

[Mn] = 3/16

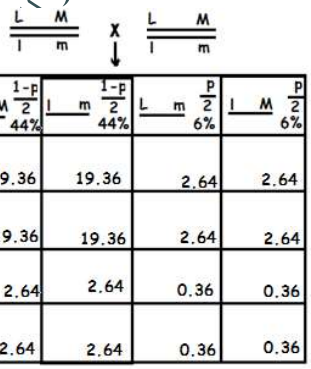
[mN] = 3/16

[mn] = 1/16

3e croisement

Les gènes (L,l)et (M,m) sont liés :

S'il y avait liaison absolue, on aurait 25% [lm]; ce qui n'est pas le cas: il y a eu donc crossing-over chez les deux parents.



| | $L\,M\ \frac{1-p}{2}\ 44\%$ | $l\,m\ \frac{1-p}{2}\ 44\%$ | $L\,m\ \frac{p}{2}\ 6\%$ | $l\,M\ \frac{p}{2}\ 6\%$ |
|---|---|---|---|---|
| $L\,M\ \frac{1-p}{2}\ 44\%$ | 19.36 | 19.36 | 2.64 | 2.64 |
| $l\,m\ \frac{1-p}{2}\ 44\%$ | 19.36 | 19.36 | 2.64 | 2.64 |
| $L\,m\ \frac{p}{2}\ 6\%$ | 2.64 | 2.64 | 0.36 | 0.36 |
| $l\,M\ \frac{p}{2}\ 6\%$ | 2.64 | 2.64 | 0.36 | 0.36 |

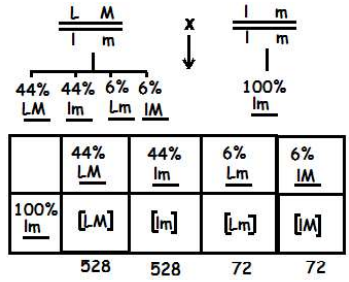
[LM]= 69.36%

[lm]= 19.36%

[lM]= 5.64%

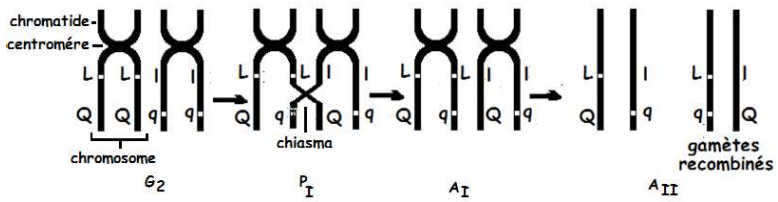
[Lm]= 5.64%

3-Test-cross :



| | 44% LM | 44% lm | 6% Lm | 6% lM |
|---|---|---|---|---|
| 100% lm | [LM] | [lm] | [Lm] | [lM] |
| | 528 | 528 | 72 | 72 |

4-



# Corrigé 18

1- Souche mutante: à ailes vestigiales (vg) et yeux pourpres (p) × souche sauvage à ailes normales (vg+) et à yeux rouges (p+)

$F_1$ est constituée de drosophiles de types sauvages.

On déduit que les parents sont des races pures et que les allèles sauvages dominent les allèles mutés.

vg+ domine vg et p+ domine p.

2- 2e croissement:

Femelle de $F_1$ × mâle de $F_1$

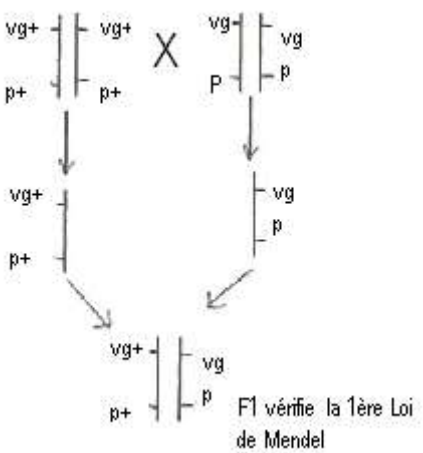
| 69 % dr | 19% dr | 6% dr | 6% dr |
|---|---|---|---|
| [vg+ p+] | [vg p] | [vg p+] | [vg+ p] |

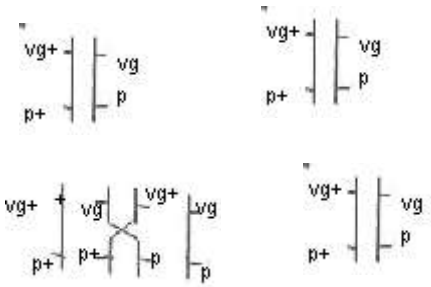
وزارة التعليم الثانوي و التكوين الفني و المهني

Ces résultats caractérisent un crossing - over, dans ce cas la femelle $F_1$ forme quatre types de gamètes à proportions égales deux à deux, alors que le mâle forme deux types gamètes seulement à proportions égales.

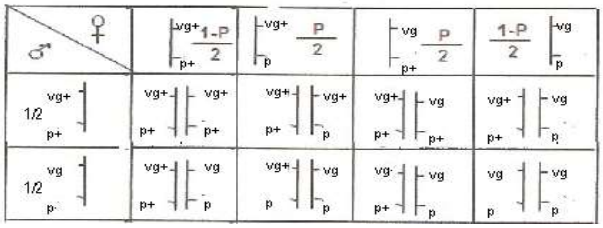
D'où les croisements:

Parents: [vg+ p+ ] X [vg p] femelle $F_1$ X $F_1$ mâle




D'où l'échiquier suivant:



On remplace P par sa valeur qui est : 24%

[vg+ p+] = 3 - P / 4 = 3 - 0.24 / 4 = 0,69 = 69%

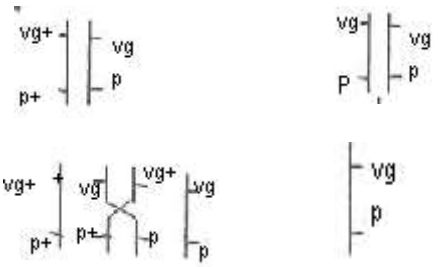
[vg p] = 1 - P / 4 = 1 - 0.24 / 4 =0,19 = 19%

[vg p+] = P /4 = 0.24 / 4 = 0.06 = 6%

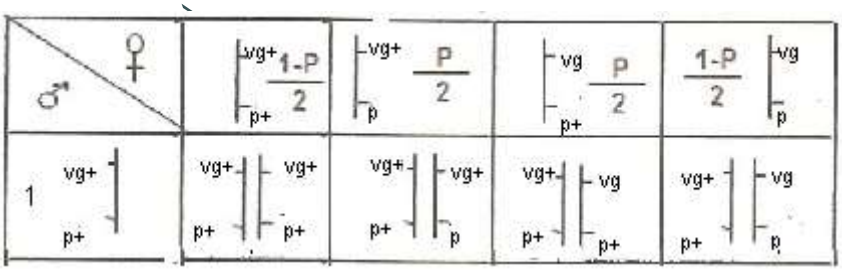
[vg+ p] = P /4 = 0.24 / 4 = 0.06 = 6%

Résultats conformes aux résultats expérimentaux.

3- Femelle de $F_1$ X mâle double récessif



Voir échiquier suivant



on remplace P par sa valeur , on obtient :

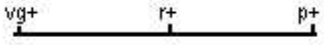
[vg+ p+ ] =38% soit 380 drosophiles [vg+ p] = 12% soit 120 drosophiles

[vg p] = 38% soit 380 drosophiles [vg p+] =12% soit 120 drosophiles

وزارة التعليم الثانوى و التكوين الفنى و المهنى

4- Cartes factorielles

Deux hypothèses :




ou




r+ est à la même distance de vg+ et p+

r+ est distant de p+ de 36 CM

## Corrigé 20

1- mâle à corps gris et ailes normales × femelle à corps noir et ailes anormales

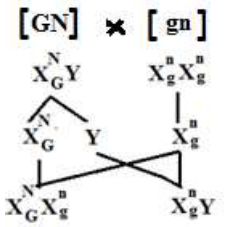
Tous les mâles sont à corps noir et ailes anormales

Toutes les femelles sont à corps gris et ailes normales

On déduit que:

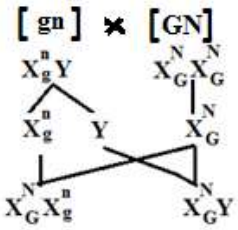
- les gènes responsables de ces deux caractères sont portés par le chromosome X.
- l'allèle responsable de la couleur grise(G) domine l'allèle responsable de la couleur noir (g).
- L'allèle responsable des ailes normales N domine l'allèle responsable des ailes anormales n.

2-Croisement




3-Mâle à corps noir et ailes anormales × Femelle à corps gris et ailes normales.

Toute la F1 est à corps gris et ailes normales




(Vérifie la prémière loi de Mendel)

وزارة التعليم الثانوي والتكوين المهني

Le croisement des individus de $F_1$, montre en $F_2$ 4 phénotypes au niveau des mâles caractéristiques d'un crossing over c'est à dire que la femelle $F_1$ à formé 4 types de gâmètes à proportions égales deux à deux. (croisement)

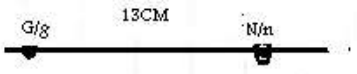
| | $\frac{1-P}{2}$ $X_G^N$ | $\frac{P}{2}$ $X_g^N$ | $\frac{P}{2}$ $X_G^n$ | $\frac{1-P}{2}$ $X_g^n$ |
|---|---|---|---|---|
| 1/2 $X_G^N$ | $X_G^N X_G^N$ | $X_G^N X_g^N$ | $X_G^N X_G^n$ | $X_G^N X_g^n$ |
| 1/2 Y | $X_G^N Y$ | $X_g^N Y$ | $X_G^n Y$ | $X_g^n Y$ |

4-On peut détérminer le sexe de l'individu en se basant sur son phénotype s'il est [Gn]-[gN]-[gn] et dans ce cas l'individu est masculin.

5-Carte factorielle.

$$P = \frac{28+32}{199+28+32+201} \times 100 = 13\%$$

D'où la carte




وزارة التعليم و التكوين المهني
السبيل الى الباكلوريا

# Corrigé 21

1- Deux caractères étudiés : Couleur des fleurs et Longueur de la tige

On constate que la $F_1$ est homogène à tige longue et fleurs bicolores donc les parents sont de races pures, et long > court alors que rouge et jaune sont codominants.

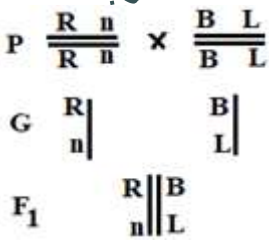
Ainsi on note :

| Rouge | jaune | longue | courte |
|---|---|---|---|
| R | B | L | n |

2- Position des gènes :

Gènes liés (portés par le même chromosome) car ces résultats diffèrent de ceux de gènes indépendants ( 2-2-1-1-1-1).

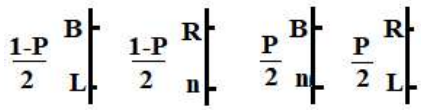
3- Génotypes des parents et celui de $F_1$ :



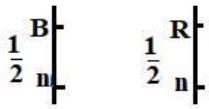

4-Explication :

Le % du phénotype parental est supérieur à celui du recombiné : ce qui caractérise un linkage partiel (crossing- over).

L'individu $F_1$ a donné 4 types de gamètes :



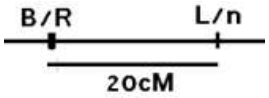
Le parent à fleurs bicolores et tige courte a formé deux types de gamètes ;



| | $\frac{1-P}{2}$ B L | $\frac{1-P}{2}$ R n | $\frac{P}{2}$ B n | $\frac{P}{2}$ R L |
|---|---|---|---|---|
| $\frac{1}{2}$ B n | B B L n | B R n n | B B n n | R B L n |
| $\frac{1}{2}$ R n | B R L n | R R n n | R B n n | R R L n |

5- Distance entre les gènes :

P/4 = 5% Ainsi P = 20% donc la distance entre les gènes est 20cM d'où la carte :

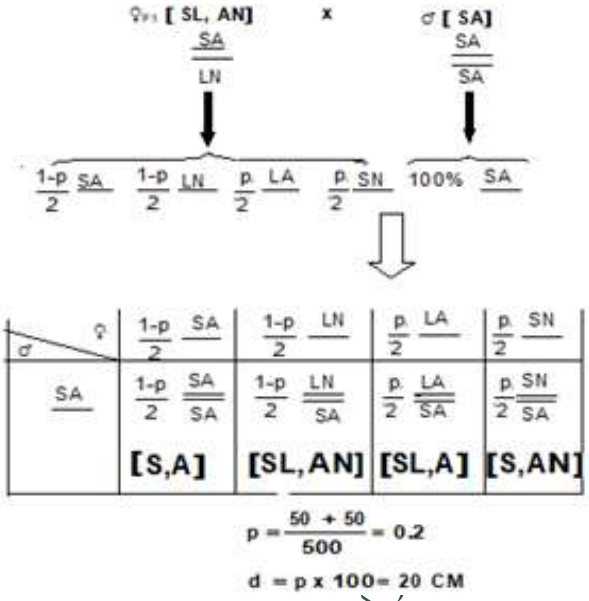



# Corrigé 29

1- Expérience 1 :
♂ [ailes réduites, corps légèrement coloré] x ♀ (r. pure) [ailes longues, corps normalement coloré]
$F_1$ : 50% [ailes réduites, corps légèrement coloré] + 50% [ailes longues, corps normalement coloré]
La $F_1$ comporte pour chaque caractère ½ ; ½ ce qui correspond aux proportions de test cross entre un hybride et un récessif. Étant donné que la ♀ est de race pure, celle-ci doit correspondre à l'individu testeur (homozygote récessif) ; le ♂ est donc l'individu à tester double hétérozygote porteur des phénotypes dominants.
- Soit (R, l) le couple d'allèles du gène qui contrôle le caractère « taille des ailes » / R→ [ailes réduites] et l → [ailes longues] ; R > l

- Soit (C, n) le couple d'allèles du gène qui contrôle le caractère « couleur du corps » / C→ [légèrement coloré] et n→ [normalement coloré] ; C > n.
2- Expérience 2 :
♂$F_1$ [ RC] x ♀$F_1$ [ RC]
a- Génotypes : R//l C//n R//l C//n
b- Phénotypes attendus : 9/16 [R C] ; 3/16 [R n] ; 3/16 [l C] ; 1/16 [l n]
c- L'apparition dans la descendance de drosophiles sans ailes et à corps albinos (non coloré) permet de reconsidérer la relation de dominance : le phénotype [légèrement réduit] est intermédiaire entre les phénotypes [albinos] et [normalement coloré].
De même le phénotype [ailes réduites] est intermédiaire entre les phénotypes [sans ailes] et ailes normales].
Il s'agit donc d'un cas de codominance pour les deux caractères étudiés.
- Soit (S, L) le couple d'allèles du gène qui contrôle le caractère « taille des ailes » / S→ [sans ailes] et L→ [ailes longues] ; S = L (le phénotype [ailes réduites] s'écrit [SL])
- Soit (A, N) le couple d'allèles du gène qui contrôle le caractère « couleur du corps » / A→ [albinos] et N→ [normalement coloré] ; A = N. (le phénotype [légèrement coloré] s'écrit [AN]).
3-
♀$F_1$ [ SL, AN] x ♂ [ SA]
200 [ SL, AN] 200 [ SA] 50 [ S, AN] 50 [ SL, A]
a-Ce croisement est équivalent à un test cross de dihybridisme entre un double hétérozygote et un individu homozygote. Si les gènes étaient indépendants, la ♀$F_1$ produirait 4 types de gamètes équiprobables de proportions ¼ chacun, le ♂ produirait un seul type de gamète. Donc la descendance devrait comporter 4 phénotypes équiprobables or ce n'est pas le cas, donc les gènes sont liés.

b-




$$p = \frac{50 + 50}{500} = 0.2$$

$$d = p \times 100 = 20\ CM$$

التكوين الفني و المهني

السبيل الى الباكلوريا

# Corrigé 30

1- La relation de dominance :

- La $F_1$ est 100% noirs → noir > jaune

Soit le couple d'allèles (N,j)

N : noir - j : jaune → N domine j

- La $F_1$ est 100% lisses → lisse > ridée

Soit le couple d'allèles (L,r)

L : lisse - r : ridée → L domine r

2- a- Le croisement de $F_1$ avec $V_3$ de phénotype récessif est un test-cross.

- Les descendants de ce test-cross montrent 4 phénotypes différents non équiprobables.

- Les gènes sont liés.

b- $V_1=\frac{Nr}{Nr}$ $V_2=\frac{J\,L}{J\,L}$ $V_3=\frac{J\,r}{J\,r}$ $F_1=\frac{N\,r}{J\,L}$

3- Croisements possibles : (un seul croisement est exigé)

- Croisement entre les individus (autofécondation) de la $F_1$ de phénotype [NL]
- Croisement entre les descendants [NL] du test-cross
- Croisement des descendants [NL] du test-cross avec $F_1$ de phénotype [NL].

Justification :

L'obtention des individus de phénotype [NL] et de génotype peut être justifiée : $\frac{NL}{NL}$

- soit sous forme d'un échiquier de croisement
- soit par la formation et la rencontre des gamètes NL des individus croisés.

# Corrigé 33

1-a-Génotypes

A et D sont indépendants donc: les génotypes des parents du 1er croisement sont ;

( A/A D/d ) x ( a/a d/d )

2è croisement

B et D sont indépendants aussi: les génotypes des parents du 2e croisement :

( B/b D/d ) x ( b/b d/d )

Les génotypes des parents du 3e croisement:

( B/b D/d ) x ( B/b D/d )

les génotypes des parents du 4e croisement: A et B sont liés

(AB/ab ) x (AB/ab )

b- 3ème croisement:

$F_1$ x $F_1$ en cas de gènes indépendants avec double dominance fournit une $F_2$ composée de:

9/16 [BD] 3/16 [Bd] 3/16[bD] 1/16 [bd]

9/16 = 56.25% [DB] , 3/16=18.75% [Db], 3/16=18.75% [dB] et 1/16= 6.25% [db]

4ème croisement:

$F_1 \times F_1$ en cas de gènes liés avec double dominance et position cis fournit une $F_2$ composée de:

$(3-2p + p^2)/4 = 70.25\%$ [AB], $(2p-p^2)/4 = 4.75\%$ [Ab], $(2p - p^2)/4 = 4.75\%$ [aB],
$(1 - 2p + p^2)/4 = 20.25\%$ [ab],

2- (AB/ab ) × (ab/ab ) = 45% [AB], 45% [ab], 5%[Ab] et 5%[aB]

## Corrigé 35

A- 1 - Dihybridisme

-les parents sont de races pures

-double dominance $b^+ > b$ et $vg^+ > vg$,

2- Back-cross, présence de 4 phénotypes à proportions égales: les gènes sont indépendants.

3- Génotypes

$$\frac{b^+}{b^+}\frac{vg^+}{vg^+} \times \frac{b}{b}\frac{vg}{vg}$$

$b^+vg^+$ $\quad$ $bvg$

$$F_1 \quad \frac{b^+}{b}\frac{vg^+}{vg}$$

$F_1$ 100% [$b^+ Vg^+$] vérifie la 1ére Loi de Mendel.

| | $b^+Vg^+$ | $b^+$Vg | b$Vg^+$ | bVg |
|---|---|---|---|---|
| bVg | $\frac{b^+}{b}\frac{Vg^+}{vg}$ [$b^+Vg^+$] | $\frac{b^+}{b}\frac{Vg}{vg}$ [$b^+$ Vg] | $\frac{b}{b}\frac{Vg^+}{vg}$ [b Vg+] | $\frac{b}{b}\frac{Vg}{vg}$ [b Vg] |

B- 1- les mâles de $F_1$ se distinguent des femelles pour le gène r+/r : le gène (r+/r) est porté par (X) les deux gènes sont donc indépendants

Génotypes

$$\frac{b^+}{b^+}\frac{X^r}{X^r} \times \frac{b}{b}\frac{X^{r+}}{Y}$$

$b^+X^r$ $\quad$ $bX^{r+}$ $\quad$ $bY$

$$F_1 \quad \frac{b^+}{b}\frac{X^{r+}}{X^r} \quad \frac{b^+}{b}\frac{X^r}{Y}$$

2- Croisement

| | $b^+Xr$ | b $Xr$ | $b^+Y$ | $bY$ |
|---|---|---|---|---|
| $b^+$ $Xr^+$ | $\frac{b^+}{b^+}\frac{Xr^+}{Xr}$ ♀ $[b^+r^+]$ | $\frac{b^+}{b}\frac{Xr^+}{Xr}$ ♀ $[b^+r^+]$ | $\frac{b^+}{b^+}\frac{Xr^+}{Y}$ ♂ $[b^+r^+]$ | $\frac{b^+}{b}\frac{Xr^+}{Y}$ ♂ $[b^+r^+]$ |
| $b^+$ Xr | $\frac{b^+}{b^+}\frac{Xr}{Xr}$ ♀ $[b^+$ r$]$ | $\frac{b^+}{b}\frac{Xr}{Xr}$ ♀ $[b^+$ r$]$ | $\frac{b^+}{b^+}\frac{Xr}{Y}$ ♂ $[b^+$ r$]$ | $\frac{b^+}{b}\frac{Xr}{Y}$ ♂ $[b^+$ r$]$ |
| $b$ $Xr^+$ | $\frac{b^+}{b}\frac{Xr^+}{Xr}$ ♀ $[b^+r^+]$ | $\frac{b}{b}\frac{Xr^+}{Xr}$ ♀ $[$b $r^+]$ | $\frac{b^+}{b}\frac{Xr^+}{Y}$ ♂ $[b^+r^+]$ | $\frac{b}{b}\frac{Xr^+}{Y}$ ♂ $[$b $r^+]$ |
| $b$ $Xr$ | $\frac{b^+}{b}\frac{Xr}{Xr}$ ♀ $[b^+$ r$]$ | $\frac{b}{b}\frac{Xr}{Xr}$ ♀ $[$b r$]$ | $\frac{b^+}{b}\frac{Xr}{Y}$ ♂ $[b^+$ r$]$ | $\frac{b}{b}\frac{Xr}{Y}$ ♂ $[b\ r]$ |

$\frac{6}{16}[b^+r^+]$ $\frac{6}{16}[b^+$ r$]$ $\frac{2}{16}[b\,r^+]$ $\frac{2}{16}[b\ r]$

## Corrigé 36

1- Quantité d'ADN = Q ; n = 3+X chromosomes fissurés

2- $\frac{1-P}{2}$ vg b $\frac{P}{2}$ vg $b^+$ $\frac{1-P}{2}$ $vg^+$ $b^+$ $\frac{P}{2}$ $vg^+$ b

3-a $\frac{vg^+\ b^+}{vg\ \ b}$

3- b

1/2 vg+b+ et 1/2 vgb

4-

| | vg+b+ | vg+b | vgb+ | vgb |
|---|---|---|---|---|
| $vg^+b^+$ | $[vg^+vg^+b^+b^+]$ | $[vg^+vgb^+b]$ | $[vg^+vgb^+b^+]$ | $[vg^+vgb^+b]$ |
| vgb | $[vg^+vgb^+b]$ | $[vg^+vgbb]$ | $[vgvgb^+b]$ | $[vgvgbb]$ |

[vgb+]= 4,5% donc P=18%

5- $[vg^+\ b] = \frac{0.18}{4} \times 200 = 9$ $[vg\ b^+] = \frac{0.18}{4} \times 200 = 9$

$[vg^+\ b^+] = \frac{3-0.18}{4} \times 200 = 141$ $[vg\ b] = \frac{1-0.18}{4} \times 200 = 41$

6- Distance entre les deux gènes : $vg^+b^+$ = vgb = 18cM

وزارة التعليم الثانوي و التكوين الفني و المهني
السبيل

# Corrigé 37

1- Les drosophiles de race pure de la génération P diffèrent par deux caractères:la taille des ailes et la taille des tarses; deux couples d'allèles (deux gènes) suffisent pour expliquer les phénotypes apparus dans la descendance des deux croisements. Le croisement entre les drosophiles P est un dihybridisme.

Dominance et localisation des gènes :

La descendance $F_1$ du premier croisement est homogène quel que soit le sens du croisement. On peut en déduire que les gènes contrôlant les deux caractères considérés sont autosomaux et que les phénotypes «ailes normales» et «tarses normaux» sont déterminés par les allèles dominants qui se sont exprimés chez les individus $F_1$.

L'allèle t+→ [t+] = ailes longues domine l'allèle t → [t] = ailes tronquées et l'allèle c+→[c+] = tarses normaux domine l'allèle c→[c] = tarses courts

2- Liaison entre les gènes

Tous les descendants de ce croisement possèdent les allèles récessifs t et c hérités de leur père. Leur phénotype ne dépend que des allèles apportés par le gamète maternel.

Si les 2 gènes étaient indépendants, les mères hybrides auraient produit, par brassage interchromosomique 4 types de gamètes équiprobables.

Cela aurait donné naissance à 4 types de descendants dans les mêmes proportions (1/4, 1/4, 1/4, 1/4). Ce qui n'est pas le cas, les 2 gènes sont donc liés, portés par le même chromosome.

L'apparition des phénotypes recombinés dans la descendance de ce test-cross s'explique par un brassage intrachromosomique des allèles grâce au crossing-over lors de la formation des gamètes de l'hybride $F_1$.

Le % recombinaison: 90 + 90 x 100 / 1000 =18 % des méioses chez les femelles $F_1$.

Echiquier de rencontre des gamètes

| | 41% $t^+c^+$ | tc 41% | 9% $t^+c$ | 9% $t\,c^+$ |
|---|---|---|---|---|
| 100 % t c | 41% [t+c+] $\frac{t^+\ c^+}{t\ \ c}$ | $\frac{t\ \ c}{t\ \ c}$[tc] 41% | $\frac{t^+\ c}{t\ \ c}$[t+c] 9% | $\frac{t\ \ c^+}{t\ \ c}$ [$^+$t c] 9% |

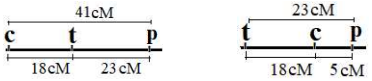
Les résultats expérimentaux concordent avec les résultats théoriques et s'expliquent donc par l'intervention de deux couples d'allèles partiellement liés.

3 -

Puisqu'il y a eu recombinaison entre le gène « taille des tarses » et le gène «couleur des yeux», ces 2 gènes sont liés et donc portés par le même chromosome que le gène «taille des ailes».

Le pourcentage de recombinaison entre deux gènes étant proportionnel à la distance qui les sépare, on peut représenter la localisation relative des 3 gènes considérés sur le chromosome.

2 cartes génétiques possibles




4- Pour trancher entre les deux cartes génétiques possibles, on peut connaître la distance relative entre le gène $p^+/p$ et le gène $c^+/c$.

Pour cela on pourrait calculer le pourcentage de recombinaison entre ces 2 gènes à partir de la descendance d'un test cross réalisé entre des drosophiles hybrides pour les caractères «couleur des yeux» et «longueur des ailes» et des drosophiles mâles récessives pour ces 2 caractères soit

♀hybrides $[c^+p^+]$ $\frac{C^+\ P^+}{C\ P}$ X ♂ récessifs = $[cp]$ $\frac{C\ P}{C\ P}$

Si on obtient dans la descendance 5% de recombinés $[c^+p]$ et $[cp^+]$, la distance entre les gènes $(c^+c)$ et $(p^+p)$ est de 5 cM et le gène $(c^+c)$ serait localisé entre les 2 autres gènes ($1^{ére}$ carte génétique). Si on obtient dans la descendance du test cross 41% de recombinés, on peut déduire que c'est le gène $(t^+t)$ qui se trouve entre les gènes $(c^+c)$ et $(p^+p)$ : ($2^{é}$ carte génétique).

## Corrigé 38

1- Femelle de drosophile de race pure Soies courtes et corps gris X Mâle de drosophile de race pure Soies normales et corps noir

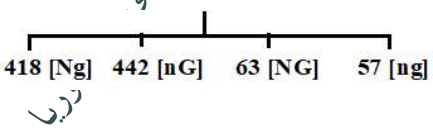
$F_1$ à Soies Normales et corps gris

On déduit que : - soies normales dominent soies courtes et corps gris domine corps noir.

- autosomiques

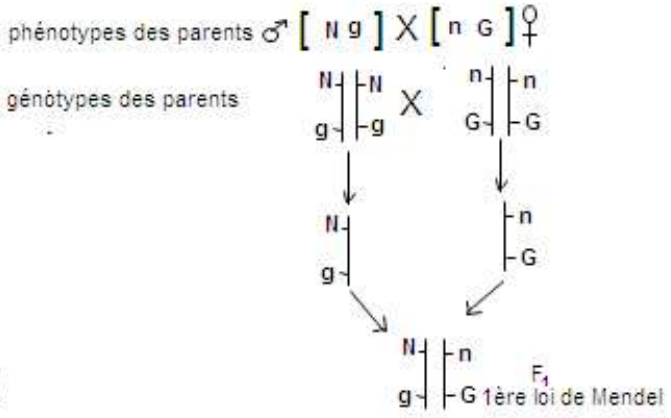
On note : N= normale ; n= courte ; G= gris ; g= noir.

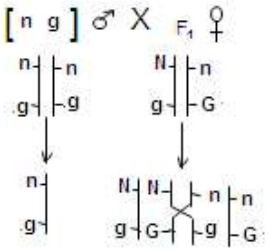
2- Femelle $F_1$ x mâle [ng]




Ces résultats montrent que la $F_1$ à formé 4 types de gamètes à proportions égales 2 à 2, ce qui caractérise un crossingover (linkage partiel)

D'où les croisements :

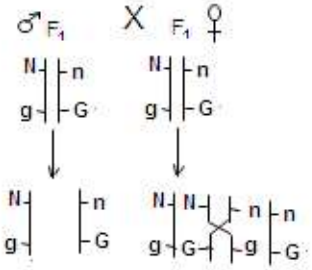



voir échiquier

| ♂ \ ♀ | N 1-P / g 2 | n P / g 2 | N P / G 2 | 1-P / 2 n / G |
|---|---|---|---|---|
| n / g | N / g | n / g | N / G | n / G |

التعليم الثانوي و التكوين




السبيل الى الباكلوريا

voir échiquier

| ♂ \ ♀ | N 1-P / g 2 | n P / g 2 | N P / G 2 | 1-P / 2 n / G |
|---|---|---|---|---|
| 1/2 N / g | N N 1-P / g 4 | N n P / g 4 | N N P / G 4 | 1-P / 4 N n / G |
| 1/2 n / G | n N 1-P / g 4 | n n P / g 4 | n N P / G 4 | 1-P / 4 n n / G |

$$[\,N\ g\,] = \frac{1-P}{4} + \frac{P}{4} = \frac{1}{4} = 450$$

$$[\,n\ G\,] = \frac{1-P}{4} + \frac{P}{4} = \frac{1}{4} = 450$$

$$[\,N\ G\,] = \frac{1-P}{4} + \frac{P}{4} + \frac{1-P}{4} + \frac{P}{4} = \frac{1}{2} = 900$$

# Corrigé 39

1-Valeur de X et Y :

-Le croisement (1) est un test cross donc la valeur 42% = ( (1-P)/2) soit 8% = P/2.

Ainsi P = 16%,

Donc X = 16 cM.

-Le croisement (2) est un auto-croisement donc la valeur 3% = P/2 soit P = 6%.

$(P/2-P^2/4)$= 3% et dans ce cas $P^2/4$ tend vers 0 donc ($P^2/4$ =O) on revient à P/2 = 3%. Ainsi Y = 6 cM.

2-les gamètes formés par les individus :

L'individu hybride = 4 types de gamètes




L'individu récessif 1 type de gamètes



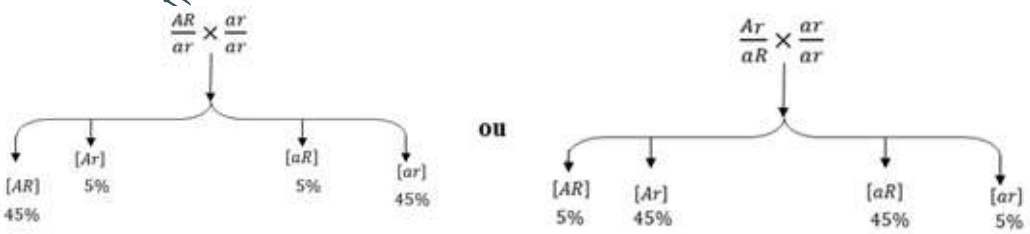

3-La suggestion de Mohamed est justifiée car A/a et B/b sont liés, B/b et R/r sont liés, donc A/a et R/r sont liés (les trois gènes sont sur le même chromosome).

4- Représentation

Hypothèse1 : Sidi Hypothèse 2 : Niang




5- L'annonce de Camara est confirmée par le croisement qui précise la distance entre A/a et R/r soit



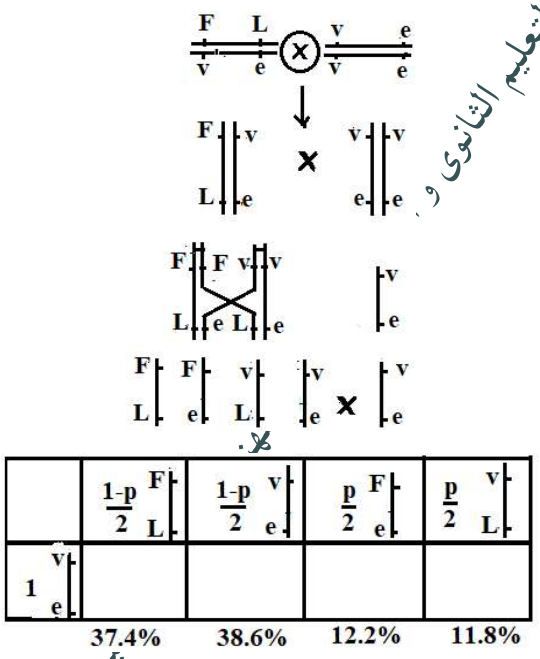

NB : l'élève peut considérer l'hypothèse 2 comme celle de Sidi et dans ce cas chaque phénotype recombiné sera de 11%

# Corrigé 40

1-Le 1er test-cross a donné une descendance hétérogène donc les caractères de la plante de race pure sont récessifs : Vert foncé (F) domine vert clair (v).
Large (L) domine étroite (e).
De même le 2e test-cross montre que : Violette (T) domine orangée (t)
2-a-Le 1er test-cross a donné 4 phénotypes égaux deux à deux donc les 2 gènes $G_1$ et $G_2$ sont liés (Résultats d'un linkage partiel)

b-

Plante hybride à feuilles vert foncé et larges [FL] × Plante pure à feuilles vert clair et étroites [ve]



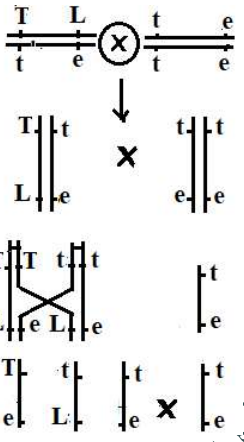

c- P= 12.2% +11.8% =24%

La distance entre $G_1$ et $G_2$ =24 cM

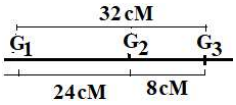
3-Le 2e test-cross a donné 4 phénotypes égaux deux à deux donc les 2 gènes $G_2$ et $G_3$ sont liées partiellement (Linkage partiel)

$$P = \frac{19 + 17}{19 + 17 + 204 + 210} \times 100 = 8\%$$

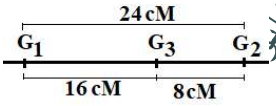
La distance entre $G_2$ et $G_3$ = 8 cM



4- 1er cas

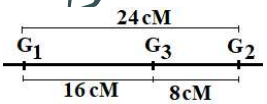



2e cas




5- P/2 = 8% donc P = 16%

La distance entre $G_1$ et $G_3$ = 16 cM




## Corrigé 41

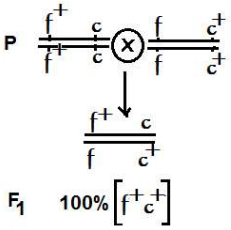
1- les parents sont de races pures.

2- a- Dihybridisme qui présente en $F_2$ trois phénotypes (1/4 - 1/2 - 1/4) indique que les gènes sont liés.

b- La présence de 1/2 (majeure partie) des plantes à grains lisses et gris indique qu'il y a une double dominance : Lisse domine ridé $f^+ > f$

Gris domine blanc $c^+ > c$

3- Génotypes



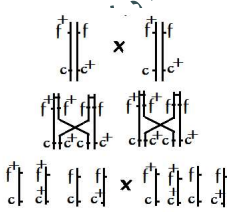
$F_1 \times F_1 \longrightarrow F_2$

| G | $\frac{1}{2}$ $f^+$ $c$ | $\frac{1}{2}$ $f$ $c^+$ |
|---|---|---|
| $\frac{1}{2}$ $f^+$ $c$ | $f^+ c // f c^+$ $\left[f^+ c\right]$ $\frac{1}{4}$ | $f^+ c // f c^+$ $\left[f^+ c^+\right]$ $\frac{1}{4}$ |
| $\frac{1}{2}$ $f$ $c^+$ | $f^+ c // f c^+$ $\left[f^+ c^+\right]$ $\frac{1}{4}$ | $f c^+ // f c^+$ $\left[f c^+\right]$ $\frac{1}{4}$ |

$F_2$ : $\frac{1}{4}\left[f^+ c\right]$ ; $\frac{1}{2}\left[f^+ c^+\right]$ ; $\frac{1}{4}\left[f c^+\right]$

4- a- L'apparition de grains ridés et blancs s'explique par un crossing-over au niveau des deux parents.

| | $\frac{1-P}{2}$ $f^+ c$ | $\frac{1-P}{2}$ $f c^+$ | $\frac{P}{2}$ $f^+ c^+$ | $\frac{P}{2}$ $f c$ |
|---|---|---|---|---|
| $\frac{1-P}{2}$ $f^+ c$ | | | | |
| $\frac{1-P}{2}$ $f c^+$ | | | | |
| $\frac{P}{2}$ $f^+ c^+$ | | | | |
| $\frac{P}{2}$ $f c$ | | | | $\frac{P^2}{4}$ $f c // f c$ |

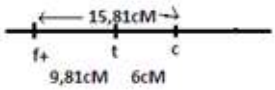


b- Calcul de pourcentage de recombinaison (P)

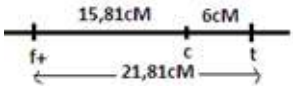
$[fc] = P^2/4 = 2/320$ donc $P = 0{,}1581 = 15{,}81\%$

La distance entre les gènes est d =15,81cM

La disposition relative des trois gènes :




ou




السبيل الى الباكلوريا
تشكون الفني و ال

# Corrigé 42

1. IL s'agit d'un cas de dihybridisme : Plante naine à feuilles découpées X Plante normale à feuilles entières

2. La descendance est uniforme de phénotype : taille normale et feuilles découpées

- l'allèle contrôlant la taille normale (N) domine l'allèle contrôlant la taille naine (n)
- l'allèle contrôlant la forme découpée (D) domine l'allèle contrôlant la forme entière (e).

3. La répartition phénotypique au niveau de la descendance $F_2$ montre les proportions suivantes:

| Phénotypes | [N D] | [N e] | [n D] | [n e] |
|---|---|---|---|---|
| Proportions | 9/16 = 914/1611 | 3/16 = 298/1611 | 3/16 = 295/1611 | 1/16 = 104/1611 |

Les proportions 9/16, 3/16, 3/16, 1/16 sont caractéristiques d'un dihybridisme à gènes indépendants. En utilisant les symboles choisis, (N, n) et (D, e), les génotypes demandés sont: P : $\frac{n}{n}\ \frac{D}{D}$ × $\frac{N}{N}\ \frac{e}{e}$

G : nD Ne

$F_1$: $\frac{N}{n}\ \frac{D}{e}$ 100% [ N D ]

$F_1 \times F_1$ : $\frac{N}{n}\ \frac{D}{e}$ × $\frac{N}{n}\ \frac{D}{e}$

| | ND | Ne | nD | ne |
|---|---|---|---|---|
| ND | [ N D ] | [ N D ] | [ N D ] | [ N D ] |
| Ne | [ N D ] | [N e ] | [ N D ] | [N e ] |
| nD | [ N D ] | [ N D ] | [ n D ] | [ n D ] |
| ne | [ N D ] | [N e ] | [ n D ] | [ n e ] |

[ ND ] = 9/16 = 914/1611 ; [ N e ] = 3/16 = 298/1611 ; [ n D ] = 3/16 = 295/1611 ; [ n e ] = 1/16 = 104/1611.

4- P : A [ND] × B [Ne]

En considérant les caractères séparément : A [ N ] × B [ N ]
La descendance comprend : [ N ] : 219 + 207 = 426 soit 3/4 ; [ n ] : 64 + 71 = 135 soit 1/4.
Ces proportions correspondent à celles d'une $F_2$ d'un monohybridisme à dominance absolue : A et B sont hybrides ou hétérozygotes pour le gène en question.

A [ D ] × B [ e ]

La descendance comprend : [ D ] 219 + 64 = 283 soit 1/2 ; [ e ] : 207 + 71 = 278 soit 1/2.

Ces proportions sont comparables au résultat d'un test cross (ou backcross) entre un individu hybride A et un individu homozygote récessif B.

Les génotypes des plantes sont P : A : $\frac{N}{n}\ \frac{D}{e}$; B : $\frac{N}{n}\ \frac{e}{e}$

| | ND | Ne | nD | ne |
|---|---|---|---|---|
| Ne | [ N D ] | [ N e ] | [ N D ] | [ N e ] |
| ne | [ N D ] | [ N e ] | [ n D ] | [ n e ] |

[ N D ] = 3/8 = $\frac{219}{561}$ ; [ N e ] = 3/8 = $\frac{207}{561}$ ; [ n D ] = 1/8 = $\frac{64}{561}$; [ n e ] = 1/8 = $\frac{71}{561}$.

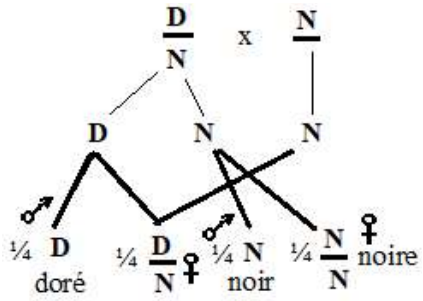
## Corrigé 43

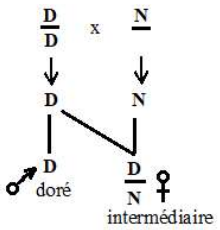
1-Le nombre chromosomique chez le mâle est n=16 Chez l'ouvrière il est 2n=32

2-Le sexe est déterminé à partir du nombre chromosomique

3-a-Monohybridisme avec codominance

b-




c- Mâle intermédiaire parce qu'il est haploïde

4- La reine a été fécondée par deux mâles, l'un doré et l'autre noir.

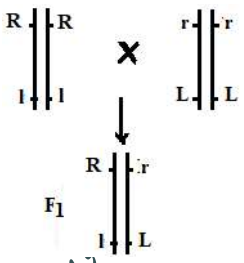
وزارة التعليم الثانوي و التكوين الفني و المهني
السبيل الى الباكلوريا

# Corrigé 44

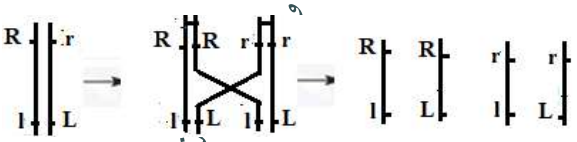
1-a-Le backcross a donné une descendance hétérogène donc le parent est double récessif : coloré domine incolore (R/r) et lisse domine ridé (L/l)

b-Autosomique avec linkage partiel : pas de spécification du sexe et résultats différent de (1-1-1-1)

2- Génotypes des parents et $F_1$




3-Le comportement des chromosomes




4- Explication des résultats du croisement

| | **rL** | **rl** |
|---|---|---|
| **Rl** | $\frac{Rl}{rL}$ $\frac{1}{4}$**[RL]** | $\frac{Rl}{rl}$ $\frac{1}{4}$ **[Rl]** |
| **rl** | $\frac{rL}{rl}$ $\frac{1}{4}$ **[rL]** | $\frac{rl}{rl}$ $\frac{1}{4}$ **[rl]** |

# Corrigé 45

1 - Y = 9/16 X = 1/16

2 - Z = W = 75

3 - Dihybridisme, autosomique, double dominance (B/n), (L/c) et il y a indépendance des gènes

4- a- Back cross.

b-

| G F1 / P | BL | Bc | nL | nc |
|---|---|---|---|---|
| nc | $\frac{B\ L}{n\ c}$ | $\frac{B\ c}{n\ c}$ | $\frac{n\ L}{n\ c}$ | $\frac{n\ c}{n\ c}$ |

1/4 [BL] 1/4 [Bc] 1/4 [nL] 1/4 [nc]

# Corrigé 46

1-« gris » (G) domine jaune (j)

« ailes normalement nervurées » (N) domine « ailes dépourvues de nervures transversales » (n).

Si $F_1$ est uniforme, $F'_1$ issue du croisement réciproque ne l'est pas. Les gènes étudiés sont donc portés par le chromosome sexuel X.

2- ♀ [G N] x ♂[j n] ⟶ $F_1$

XGN XGN x Xjn Y

$F_1$ = 50 % XGN Xjn

50 % XGN Y } soit 100 % [G N]

♂ [G N] x ♀ [j n] ⟶ $F'_1$

XGN Y x Xjn Xjn

$F'_1$ = 50 % Xjn XGN = ♀ [G N]

50% Xjn Y = ♂[j n]

3-a-Gamètes de la Drosophile $F_1$ :

50 % XGN et 50 % Y

b- La femelle $F_1$, hétérozygote pour les deux caractères, produit 4 types de gamètes : XGN, XGn, XjN et Xjn.

Pour calculer les proportions de ces différents types de gamètes, cherchons le pourcentage des individus recombinés obtenus :

p = (254+250)/7493 ×100 = 6.72%

Les proportions des gamètes produits par la femelle F, seront alors :

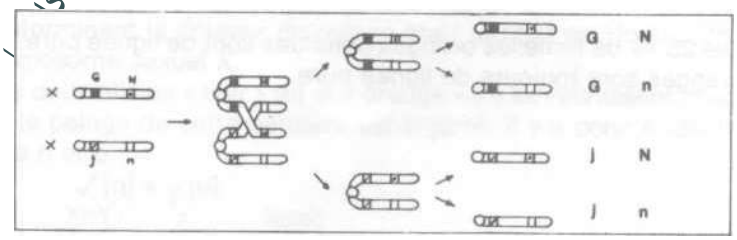
XGN : 1-p/2 = 1-0.072/2 soit 46.64%

XGn : p/2 = 0,0672/2 soit 3,36 %

XjN : p/2 = 0,0672/2 soit 3,36 %

Xjn :1-p/2 1-0,0672/2 soit 46,64 %

c -Comportement chromosomique




وزارة التعليم الثانوي و التكوين المهني و المهني

# Corrigé 47

1- 1-Le pourcentage de chaque phénotype recombiné diffère de 25% : Les gènes sont liés partiellement.

1-2- Génotypes $\frac{R\ N}{r\ n} \times \frac{r\ n}{r\ n}$ $\frac{B\ N}{b\ n} \times \frac{b\ n}{b\ n}$

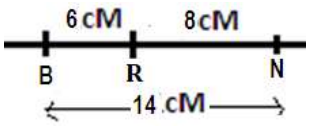
1-3-

| | |
|---|---|
| [BN] 43% | [NR] 46% |
| [bn] 43% | [nr] 46% |
| [Bn] 7% | [Nr] 4% |
| [bN] 7% | [nR] 4% |
| p = 14% | p = 8% |

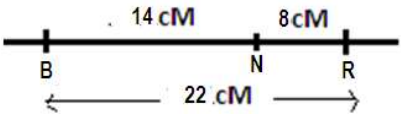
2-

Distance $G_1$-$G_3$= 22cM ou $G_1$-$G_3$= 6cM

3- 1er cas




2e cas




# Corrigé 48

1 et 2 :

| Croisement | 1 | 2 |
|---|---|---|
| Réponse correcte | d | b |
| Vérification | [Gn] = 1 /4 - P/4 = 24% soit P/4 = 1% donc P = 4%<br>Ce % mâle $\frac{G\ N}{g\ n} \times \frac{G\ n}{g\ N}$ femelle | $\frac{B\ d}{b\ d} \times \frac{b\ D}{b\ d}$ |

3-le croisement un mâle [RL] × [RL] femelle donne :

| | [RL] | [Rl] | [rL] | [rl] |
|---|---|---|---|---|
| Mâles | 190 | 10 | 10 | 190 |
| Femelles | 400 | 0 | 0 | 0 |

Ainsi P = (10 +10)/400 × 100 = 5% ou P = ((10 +10)×2)/800 × 100 = 5%

وزارة التعليم الثانوي و التكوين الفني و المهني
السيبال الباكلوريا

# Corrigé 49

1- Non car leur descendance est hétérogène.

2- L'apparition de phénotypes blanc et noir dans la descendance de parents gris et Bleus montre que :

- pour la couleur du corps : gris (G) domine blanc (g) ;
- pour la couleur des ailes : bleu (B) domine noir (b).

3-la couleur du corps : gène autosomique ; car les mâles et femelles possèdent les mêmes phénotypes et à mêmes proportions.

- la couleur des ailes : gène gonosomique porté par Z ; car les femelles possèdent deux phénotypes et les mâles un seul phénotype.

Chez le Bombyx, la femelle est le responsable du déterminisme du sexe : ZZ pour le mâle et ZW pour la femelle.

-Les gènes sont indépendants

4- Génotypes :

Parent mâle : Gg ZBZb ;

Parent femelle : Gg ZBW.

5- Echiquier de croisement :

| ♂ / ♀ | G ZB | G Zb | g ZB | g Zb |
|---|---|---|---|---|
| G ZB | [GB] ♂ | [GB] ♂ | [GB] ♂ | [GB] ♂ |
| g ZB | [GB] ♂ | [GB] ♂ | [gB] ♂ | [gB] ♂ |
| GW | [GB] ♀ | [Gb] ♀ | [GB] ♀ | [Gb] ♀ |
| gW | [GB] ♀ | [Gb] ♀ | [gB] ♀ | [gb] ♀ |

Mâles : : [GB] : 6/8 = 250/333 ; [gB] : 2/8 = 83/333;

Femelles : [GB] : 3/8 = 125/332 ; [gB] : 1/8 = 42/332 ;

[Gb] : 3/8 = 124/332 ; [gb] : 1/8 = 41/332.

# Corrigé 50

1-$F_1$ homogène : corps gris et ailes vestigiales.

-Parents de races pures ;

-Double dominance : gris (G) domine ébène (g) et vestigiale (E) domine enroulée (e) ;

-Gènes autosomiques : mâle à caractères dominants a donné un $F_1$ homogène (♀ et ♂)

2-Génotypes : Il faut deux hypothèses

Hypothèse 1 : gènes indépendants

♂ G/G E/E x ♀ g/g e/e ⟶ $F_1$ G/g E/e



وزارة التعليم الثانوي و التكوين الفني و المهني
الدليل الى البكالوريا

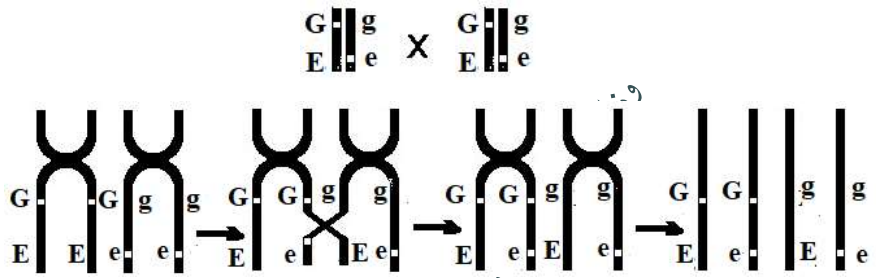
Hypothèse 2 : gènes liés

♂ GE/GE x ♀ ge/ge ⟶ $F_1$ GE/ge

3-a-Oui, car si la 3ère loi de Mendel était respectée, on aurait les proportions 9-3-3-1; ce qui n'est pas le cas.

b- Hypothèse : il y a liaison partielle

L'apparition des deux phénotypes minoritaires s'explique par un crossing-over (brassage intra-chromosomique) en prophase I de la méiose chez la femelle hybride.



4-Echiquier de croisement :

| ♂ \ ♀ | $\frac{1-p}{2}$ G E | $\frac{p}{2}$ G e | $\frac{p}{2}$ g E | $\frac{1-p}{2}$ g e |
|---|---|---|---|---|
| $\frac{1}{2}$ G E | $\frac{1-p}{4}$ G E // G E [GE] | $\frac{p}{4}$ G E // G e [GE] | $\frac{p}{4}$ G E // g E [GE] | $\frac{1-p}{4}$ G E // g e [GE] |
| $\frac{1}{2}$ g e | $\frac{1-p}{4}$ G E // g e [GE] | $\frac{p}{4}$ G e // g e [Ge] | $\frac{p}{4}$ g E // g e [gE] | $\frac{1-p}{4}$ g e // g e [ge] |

[GE] : (3-P)/4 = 143/200 ; [Ge] : P/4 = 5/200 ;

[gE] : P/4 = 5/200 ; [ge] : (1-P)/4 = 47/200.

5-La distance entre les gènes :

d=(10/200 × 100)× 2=10 cM

6-Test-cross :




G/E // g/e x g/e // g/e

| ♂ \ ♀ | $\frac{1-P}{2}$ G E | $\frac{P}{2}$ G e | $\frac{P}{2}$ g E | $\frac{1-P}{2}$ g e |
|---|---|---|---|---|
| 1 g e | $\frac{1-P}{2}$ [GE] | $\frac{P}{2}$ [Ge] | $\frac{P}{2}$ [gE] | $\frac{1-P}{2}$ [ge] |

[GE] : (1-P)/2 =(1-0,1)/2 = 0,45 soit 45% donc : = (1000 x 45)/100 = 450 ;

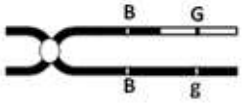
[Ge] : P/2 = 0,1/2= 0,05 soit 5% donc : = (1000 x 5)/100 = 50 ;

[gE] : P/2= 50 ;

[ge] : (1-P)/2 = 450.

## Corrigé 51

1-a-Chromosome homologue




b- Génotype de la femelle $\frac{Bg}{NG}$

c. Gamètes :

| Gamètes | NG | Ng | BG | Bg |
|---|---|---|---|---|
| Proportions | (1-P)/2 | P/2 | P/2 | (1-P)/2 |

2- ♀ [BNG] x ♂ [BNG] ⟶ 6% [Ng]

a. Le phénotype [Ng] doit être de génotype : Ng// Ng

Donc le ♂ doit donner un gamète Ng : il est hybride pour le gène (G,g) donc de génotype :

BG// Ng

b. Le phénotype résulte de l'union de deux gamètes :

-d'un gamète ♀ Ng de proportion p/2

-d'un gamète ♂ Ng de proportion ½

donc [Ng] = p/2 x ½ = p/4 = 6% donc p = 24% = 0,24 ⟶ d = 24 CM

Le ♂ produit 2 types de gamètes : Ng et BG équiprobables au ½

c- Echiquier :

| | Bg 38% | BG 12% | Ng 12% | NG 38% |
|---|---|---|---|---|
| BG ½ | [BG] 19% | % [BG] 6% | [BNG] 6% | [BNG] 19% |
| Ng ½ | [BNg] 19% | [BNG] 6% | [Ng] 6% | [NG] 19% |

وزارة التعليم الثانوي و التكوين المهني و التعليم الأولي

-On obtient sur 500 drosophiles

| Phénotype | [NG] | [Ng] | [BG] | [BNG] | [BNg] |
|---|---|---|---|---|---|
| % | 19% | 6% | 25% | 31% | 19% |
| Sur 500 | 95 | 30 | 125 | 155 | 95 |

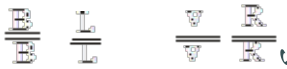
## Corrigé 52

1- 2 gènes autosomaux

Double dominance L > v R > b L : longue v : vestigiale

$F_1$ homogène donc les parents sont purs R : Rouge b : blanc

2- **Cas de gènes indépendants** :

Génotypes des parents 

Gamètes des parents LB vR

Génotypes de $F_1$ :  100% [LR]

**Cas de gènes liés**

Génotypes des parents 

Gamètes des parents Lb vR

Génotypes $F_1$ 

3-Les résultats de $F_2$ sont différents de 9-3-3-1 ; donc les gènes ne sont pas indépendants.

Ce qui confirme qu'ils sont liés.

4- Discussion des hypothèses :

Hypothèse1 : les 2 couples d'allèles sont liés et la liaison est partielle : cette hypothèse est confirmée car l'un des phénotypes parentaux a une proportion de 35 % . D'où 65% de phénotypes parentaux et 35 % de phénotypes recombinés.

Hypothèse 2 : Rejetée

5-a- Tableau de rencontre de gamètes de $F_1 \times F_1$ :

Les gènes sont liés.

Il s'agit de deux gènes liés partiellement ; le mâle fournit deux types de gamètes de proportions égales 1/2 - 1/2.

وزارة التعليم الثانوي و التكوين الفني و المهني
السبيل الى البكالوريا

La femelle fournit 4 types de gamètes de proportions inégales (1-P)/2, (1-P)/2 , P/2 , P/2

1er croisement :

Parents $\frac{L\ b}{L\ b}$ $\frac{v\ R}{v\ R}$

Gamètes Lb vR

Génotypes $F_1$ $\frac{L\ b}{v\ R}$ 100%[LR]

$F_1$ X $F_1$

| Gamètes ♂ \ Gamètes ♀ | Lb $\frac{1-p}{2}$ | vR $\frac{1-p}{2}$ | LR $\frac{p}{2}$ | Vb $\frac{p}{2}$ |
|---|---|---|---|---|
| $\frac{1}{2}$ Lb | $\frac{L\ b}{L\ b}$ $\frac{1-p}{4}$ [L b] | $\frac{L\ b}{v\ R}$ $\frac{1-p}{4}$ [LR] | $\frac{L\ b}{L\ R}$ $\frac{p}{4}$ [LR] | $\frac{L\ b}{v\ b}$ $\frac{p}{4}$ [Lb] |
| $\frac{1}{2}$ vR | $\frac{L\ b}{v\ R}$ $\frac{1-p}{4}$ [LR] | $\frac{v\ R}{v\ R}$ $\frac{1-p}{4}$ [vR] | $\frac{v\ R}{L\ R}$ $\frac{p}{4}$ [LR] | $\frac{v\ R}{v\ b}$ $\frac{p}{4}$ [vR] |

1/4[Lb]= 400 2/4[LR]= 800 1/4[vR]= 400

b-Composition phénotypique de la descendance issue du troisième croisement sur un effectif de 1000 individus :

Il s'agit d'un test-cross femelle de $F_1$ x mâle double récessif

[Lb](1-P)/2 = 35% = (1000×35)/100=350

[vR](1-P)/2 = 35% = (1000×35)/100=350

[LR]P/2 = 15% = (1000×15)/100=150

[vb]P/2 = 15% = (1000×15)/100=150

موقع التعليم و التربية السبيل الى الباكلوريا

وزارة التعليم الثانوي و التكوين الفني و المهني

# Génétique Humaine

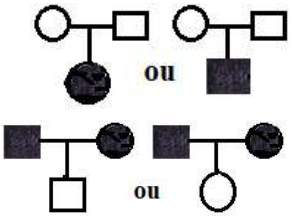
# Enoncé

السبيل الى الباكلوريا

# Rappel de Cours

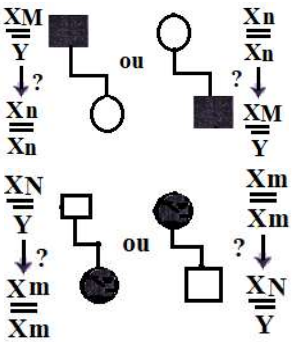
## Génétique humaine

Elle repose sur le pedigree (l'arbre généalogique) ou l'étude de l'ADN.




deux parents sains ayant un enfant malade l'allèle de la maladie est récessif.

deux parents malades ayant un enfant sain l'allèle de la maladie est dominant




Si l'allèle de la maladie est récessif :un père sain ayant une fille malade ou une mère malade ayant un fils sain la maladie est autosomale

Si l'allèle de la maladie est dominant un père malade ayant une fille saine ou une mère saine ayant un fils malade la maladie est autosomale.

$NB_1$: A chaque fois que le gène autosomal n'est pas confirmé par une règle, le gène gonosomal porté par X est plus probable.

$NB_2$ : Un gène gonosomal porté par Y est rejeté par :

-Une femelle malade

-Un père et son fils ayant 2 phénotypes différents

**Le diagnostic prénatal** :

Le diagnostic prénatal permet de savoir chez les couples à risques, si le fœtus réserve ou non de mauvaises surprises. Le diagnostic repose sur des analyses faites sur des cellules embryonnaires prélevées le plus tôt possibles (amniocentèse- sang fœtal - villosités choriales).

**Diagnostic des aberrations chromosomiques** :

Ce diagnostic repose sur la réalisation d'un caryotype fœtale principalement chez les mères âgées (augmentation des risques).

**Diagnostic des maladies géniques (héréditaires)** :

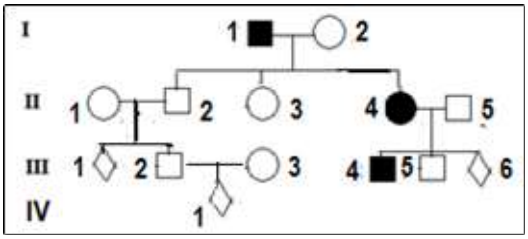
Ce diagnostic est réalisé principalement en cas de mariage consanguin ou une tare est déclarée dans la famille. Sur les cellules fœtales prélevées, on détecte les maladies géniques par deux moyens :

- Analyse des protéines comme l'hémoglobine.
- Analyse de l'ADN par l'utilisation de « sonde » radioactives se fixant spécifiquement sur le gène de la maladie.

وزارة التعليم الثانوي التكوين الفني و المهني

# Exercice 1

Le pédigrée ci-contre est celui d'une famille dont certains membres sont atteints d'une maladie grave.




1-Discutez chacune des hypothèses suivantes concernant le mode de transmission de l'allèle responsable de la maladie.

Hypothèse 1 : allèle dominant porté par le chromosome X.

Hypothèse 2 : allèle récessif porté par le chromosome X.

Hypothèse 3 : allèle dominant, autosomique.

Hypothèse 4 : allèle récessif, autosomique.

Hypothèse 5: allèle porté par le chromosome Y.

Le couple $II_1$ et $II_2$, s'est inquiété quant à l'état de la santé de son futur enfant $III_1$. Pour répondre à cette inquiétude, on analyse, par la technique de l'électrophorèse, l'ADN de la mère ($II_1$) et de son fœtus ($III_1$): le résultat obtenu est indiqué dans le tableau.

| | $II_1$ | $III_1$ |
|---|---|---|
| ADN normal | ▬ | |
| ADN muté | ▬ | ▬ |

2. Quelle(s) précision(s) apporte ce résultat?

3. Ecrire les génotypes des individus: $I_1$, $II_1$, $III_1$, $III_2$

4- Quelle est le risque pour que:

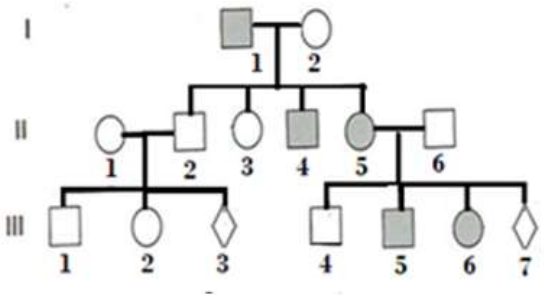
a- l'individu $III_6$ soit un garçon malade?

b- l'individu $IV_1$ soit un enfant malade?

On note:allèle muté (M ou m); allèle normal (N ou n)

# Exercice 2

Un médecin a établi l'arbre généalogique d'une famille dont certains membres sont atteints d'une maladie héréditaire.




1- Montrez que l'allèle de la tare peut-être:

a- dominant?

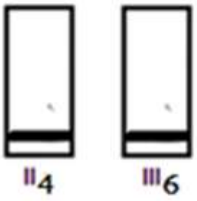
b- récessif?

2- Pour trancher entre les deux hypothèses on réalise les zymogrammes des individus $II_4$ et $III_6$. Analysez ce document pour confirmer l'une des hypothèses.

وزارة التعليم الثانوي التكوين الفني و المهني
السبيل الى الباكالوريا

3-Précisez la localisation du gène responsable de la maladie.

4-Utilisez ces résultats pour écrire le(s) génotype(s) des sujets: $I_1$, $I_2$, $II_3$, et $III_4$.



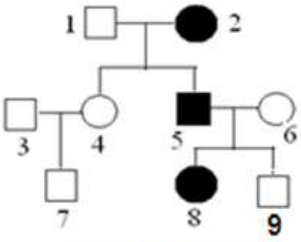

5-Un dépistage systématique dans certaines régions du monde a montré l'existence de 15% des individus hybrides.

5-1 – En utilisant cette donnée, calculez la probabilité, pour un couple pris au hasard (phénotypiquement sain), d'avoir un enfant malade.

5-2-Que devient ce risque pour les enfants: $III_3$ et $III_7$?

## Exercice 3

La transmission d'une maladie héréditaire a été étudiée dans une famille dont l'arbre généalogique est présenté par le document 1.



document 1

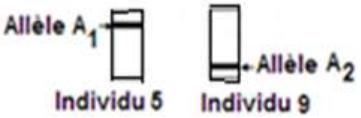
1. L'allèle responsable de cette maladie est-il dominant ou récessif?

2. Sachant que l'individu 2 est homozygote, que pouvez-vous en déduire?

3. L'allèle de la maladie est-il porté par un autosome ou par un chromosome sexuel (X ou Y)?

4- Pour déterminer la localisation chromosomique de ce gène, on analyse par la technique de l'électrophorèse, des fragments d'ADN correspondant aux allèles $A_1$ et $A_2$ du gène impliqué dans l'anomalie. Le document 2 montre les résultats obtenus chez les individus 5 et 9.

A partir de l'exploitation des documents 1 et 2 :



document 2

a- Identifiez parmi les allèles $A_1$ et $A_2$ celui qui est responsable de l'anomalie.

b- Que peut-on déduire concernant la localisation du gène.

c- Ecrivez le(s) génotype(s) des individus 1, 2, 4 et 5 (utilisez les lettres $A_1$ et $A_2$).

## Exercice 4

Soit une enzyme E existant chez l'Homme sous deux formes $F_1$ et $F_2$, contrôlées par un même gène.

Le tableau montre les phénotypes des membres d'une famille

وزارة التعليم الثانوي والتكوين الفني والمهني
السبيل في البكالوريا

| | individus | phénotypes | sexe |
|---|---|---|---|
| parents | 1 | $F_1$ | ? |
| | 2 | $F_2$ | ? |
| Enfants | 3 | $F_1$ | Mâle |
| | 4 | $F_1F_2$ | Femelle |
| | 5 | $F_1F_2$ | Mâle |

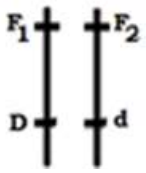
1-Ce gène est-il autosomal ou gonosomal? Justifiez

2-Ecrivez le génotype des individus normaux 3 et 4 et déduisez celui de chaque parent.

3- l'individu 5 présente une anomalie chromosomique, laquelle? Donnez sa formule chromosomique.

4-Quelle est l'origine de cette anomalie? Pendant quelle phase de la méiose s'est-elle déroulée?

5-D'autre part des études statistiques portées uniquement sur les mâles descendant des mères de génotype illustré par le document ci-contre, donnent 3% seulement des garçons de phénotype .




a- Expliquez par un échiquier de croisement l'apparition de ces garçons.

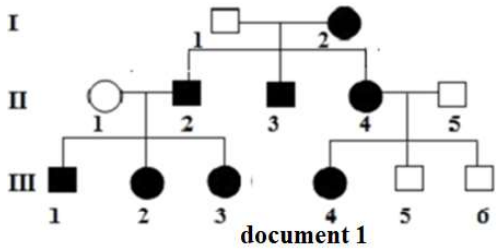
b- Représentez la carte factorielle.

## Exercice 5

On se propose d'étudier la transmission de deux formes (A et B) d'une maladie héréditaire.

A- Le document 1 représente l'arbre généalogique d'une famille où la forme A de la maladie s'est déclarée.

L'individu $I_1$ est sans antécédents pour cette forme de la maladie.



document 1

1. En vous basant sur les données précédentes,

a-Indiquez si l'allèle de la maladie est récessif ou dominant. Justifier

b-Discutez la localisation du gène responsable de la maladie.

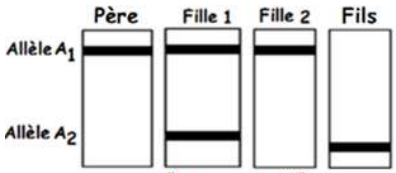
2- Précisez le génotype de chacun des individus $II_1$, $II_2$, $III_1$ et $III_4$

3-Le jeune $III_1$ désire épouser $III_4$,

a-Quel est le risque pour ce couple d'avoir un garçon malade ?

b-Ce mariage augmente-t-il le risque de transmission de cette maladie ?

B- Le document 2 représente le résultat de l'électrophorèse de l'ADN de certains membres d'une famille $F_2$ présentant la forme B de cette maladie.



document 2

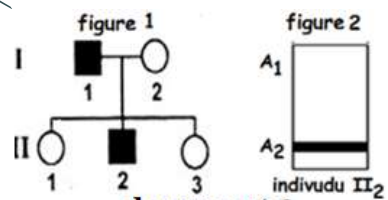
Sachant que la mère de cette famille est saine, exploitez les données du document 2 en vue de préciser si l'allèle de la maladie est :

1-dominant ou récessif.

2-autosomique ou gonosomique.

La figure 1 du document 3 montre l'arbre généalogique d'une famille $F_3$ présentant la même maladie (forme B).

La figure 2 du même document représente l'électrophorèse de l'ADN de l'individu $II_2$.



document 3

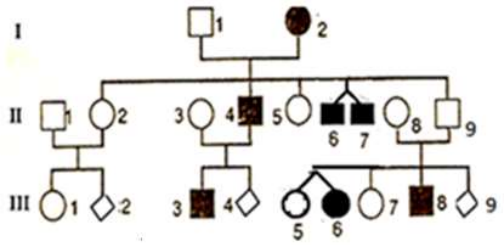
3-Exploitez les données du document 3 en vue de :

a-préciser l'allèle déterminant le phénotype malade.

b-écrire les génotypes et les phénotypes des individus de la famille $F_3$.

## Exercice 6

L'arbre généalogique ci-contre est celui d'une famille dont certains membres sont atteints d'une maladie héréditaire.




1- L'allèle de la maladie est-il dominant ou récessif ? Justifiez

2- L'allèle de cette maladie est-il porté par Y, X ou par un autosome ? Envisagez et discutez chaque éventualité.

3- Donnez le génotype des individus : $II_1$, $II_2$, $II_6$ et $II_8$

4-Comment expliquer que $III_5$ n'est pas malade comme sa sœur jumelle $III_6$ ?

5- Que pouvez-vous dire des jumeaux ($II_6$ et $II_7$)?

6- La maladie est relativement peu fréquente dans une population d'une localité. On estime qu'une personne sur 50 (1/50) a le génotype de $I_1$.

En utilisant cette information, calculez la probabilité pour que ;

a- $III_2$ soit un enfant malade ;

b- $III_4$ soit un garçon malade.

c- $III_9$ soit une fille saine.

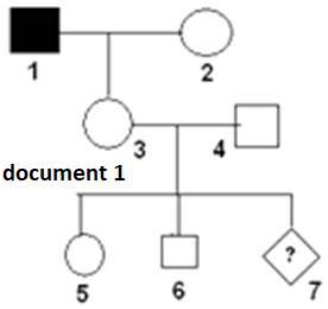
On note : Allèle normal (N ou n) ; Allèle muté (M ou m)

## Exercice 7

L'hémophilie B se caractérise par une absence de coagulation du sang pouvant entraîner une hémorragie importante. Elle est liée à l'absence d'un facteur de coagulation, le facteur IX, dont la synthèse est gouvernée par un gène situé sur la partie propre du chromosome X. Cette anomalie touche les garçons et non pas les filles.

1- Expliquer l'absence de l'anomalie chez les filles.

Le document 1 montre l'arbre généalogique d'une famille dont un membre est atteint par cette anomalie.



document 1

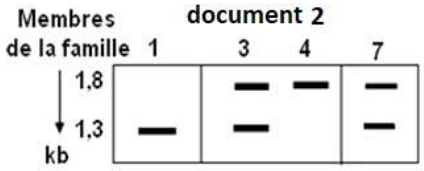
2- Montrer que cette anomalie est récessive.

3- Déterminer le risque pour que ce fœtus soit hémophile.

Une échographie est pratiquée pour déterminer le sexe du fœtus, elle révèle que c'est un garçon. Le médecin prescrit alors une analyse de l'ADN par la méthode de Southern blot. La sonde utilisée permet de différencier les formes mutées ou normales du gène impliqué. Les résultats obtenus figurent dans le document 2.

4- Préciser la bande qui correspond à l'allèle défectueux. Justifier la réponse.

5- Identifier, à partir de l'analyse de l'ADN, le problème de l'enfant à naître.



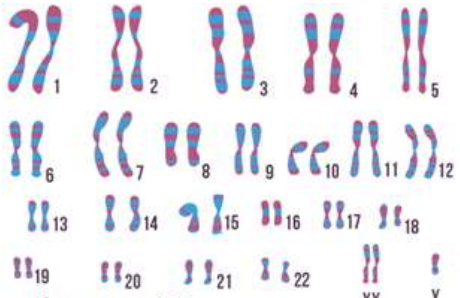
document 2

Le médecin complète le diagnostic par l'établissement du caryotype de ce fœtus, document 3.

6- Etablir le diagnostic de ce fœtus à partir des documents 2 et 3.

7- Préciser à quelle étape de la méiose cette anomalie a eu lieu. Justifier la réponse.

8- Schématiser le comportement des chromosomes à l'origine de cette anomalie.



document 3

وزارة التعليم الثانوي والتكوين المهني
السيد المدير الكوني

# Exercice 8

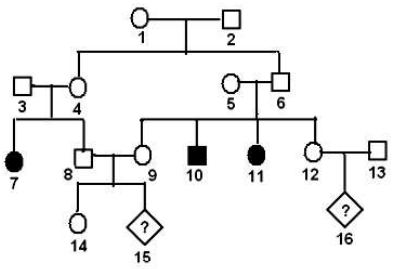
La phénylcétonurie, maladie récessive, touche 1/10000 enfants à la naissance dans le monde et se transmet selon le mode autosomal. Cette maladie est liée à un déficit en une enzyme, la PAH. Dans les conditions normales, cette enzyme métabolise, en présence d'un co-facteur, le DHBP, la phénylalanine en tyrosine. Ce déficit entraîne une élévation du taux de phénylalanine dans le sang qui s'accompagne de troubles graves.

Une étude réalisée sur 1200 enfants appartenant à une communauté isolée, a permis d'identifier 30 enfants hétérozygotes pour la PAH.

1-Calculer la proportion d'enfants hétérozygotes dans cette communauté et déterminer le risque d'avoir un enfant atteint de phénylcétonurie.

2-Comparer le risque obtenu au risque mondial. Formuler une hypothèse expliquant la différence entre ces deux risques.

Pour vérifier l'hypothèse formulée, une étude a été réalisée sur une famille de cette communauté, dont le pedigree figure dans le document ci-contre.




3-Justifier, d'après le pedigree, que la maladie est récessive et se transmet selon le mode autosomal.

4-Déterminer, pour chacun des fœtus 15 et 16, le risque d'être atteint.

5-Les résultats obtenus confirment-ils l'hypothèse formulée ? Justifier la réponse.

La fille 7 se marie avec un homme atteint. Leur premier enfant est normal. Tous les tests réalisés confirment que l'enfant est légitime et que le mari, contrairement à sa femme, a un taux de PAH normal.

6-Déterminer la cause probable de la maladie chez le mari de la fille 7.

7-Justifier génétiquement la naissance d'un enfant normal chez ce couple.

# Exercice 9

Le daltonisme est une maladie héréditaire. L'allèle responsable de cette maladie est récessif et porté par le chromosome X.

Madame Aicha distingue parfaitement les couleurs, contrairement à son mari. Leur fils Sidi est daltonien ainsi que l'une de ses deux sœurs. Fatou, la sœur daltonienne de Sidi, a 3 enfants dont 2 garçons daltoniens et une fille qui distingue les couleurs. La fille de Sidi a épousé un homme daltonien, ce couple a eu un garçon et 2 filles qui distinguent les couleurs.

وزارة التعليم الأولي والتكوين الفني والمهني
السبيل الى الباكالوريا

1- Construire le pedigree de cette famille.

2- Quel est le génotype de Aicha ?

3- Quel est le génotype du père des enfants de Fatou ?

4- Donner le génotype de la femme de Sidi et celui de sa fille.

5- La Femme de Sidi attend un deuxième enfant :

a-Quel est le risque pour que cet enfant soit malade ?

b-Ce risque augmentera-t-il si l'enfant est une fille ?

On note : Allèle normal D

Allèle muté d

## Exercice 10

Chez une famille on réalise une électrophorèse des allèles (fragments d'ADN) du gène responsable d'une maladie Les résultats sont consignés dans le tableau suivant.

| Individus | $P_1$ | $P_2$ | $E_1$ | $E_2$ | $E_3$ |
|---|---|---|---|---|---|
| ADN A | + | + | + | - | + |
| ADN B | + | - | + | + | + |
| Phénotypes | **Sain** | **Sain** | **?** | **?** | **?** |

1- Quel est l'allèle responsable de cette maladie ? Pourquoi ?

2- S'agit-il d'une maladie :

a- récessive ou dominante ? Justifiez

b- liée au sexe ou autosomale ? Pourquoi ?

3-Préciser les phénotypes des enfants $E_1$ et $E_2$

4- Donner les génotypes des parents $P_1$, $P_2$ et $E_2$

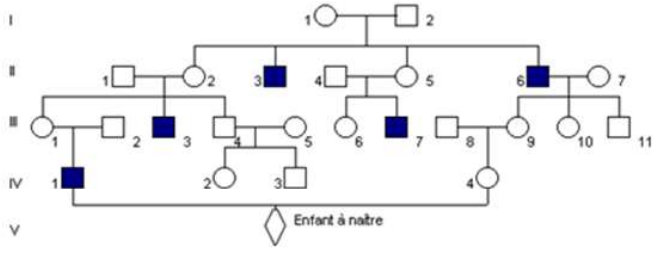
5-Sachant que l'enfant $E_3$ est un garçon :

a-Ecrire le génotype de $E_3$.

b-Proposer une explication pour ce génotype.

## Exercice 11

La maladie de Burton est une maladie héréditaire due à l'absence de différenciation des lymphocytes pré-B en lymphocytes B, et donc d'anticorps. L'arbre généalogique suivant présente une famille où cette maladie sévit.




1- L'allèle responsable de la maladie est-il dominant ou récessif ?

2- Le gène responsable de la maladie est-il lié au sexe ou porté par un autosome ? Justifiez votre réponse.

وزارة التعليم الثانوي و التكوين المهني و السبيل الى الباكالوريا

3- Donnez les génotypes des individus : $I_1$, $I_2$, $II_2$, $II_3$, $II_5$, $III_1$.

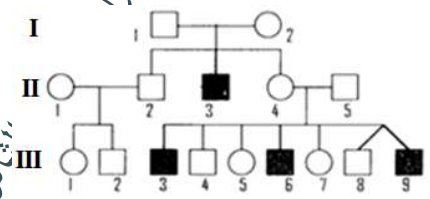
4- Le couple $IV_1$ et $IV_4$ attend un enfant. La consanguinité d'une telle union a-t-elle augmenté la probabilité pour ce couple d'avoir un enfant atteint ? (On considère que la femme $IV_4$ a le même génotype que son arrière-grand-mère $I_1$)

5- Si la réponse à la question précédente a été positive, quelles sont ces probabilités :

- si l'enfant à naître est une fille ?
- si l'enfant à naître est un garçon ?

## Exercice 12

Le document représente l'arbre généalogique d'une famille dont certains individus sont affectés par la myopathie.




A partir d'une analyse rigoureuse de ce pedigree, discutez, si l'allèle de la maladie est :

1. dominant ou récessif par rapport à l'allèle normal.
2. autosomal ou lié au sexe (X ou Y).

Par une technique de biologie moléculaire, on sait distinguer par analyse de l'ADN, l'allèle normal de l'allèle muté à l'origine de la maladie. Le tableau regroupe les résultats d'analyses effectués sur certains sujets.

| Individus | $II_3$ | $I_2$ et $II_4$ | $I_1$ et $II_5$ | $II_2$ | $III_8$ | $III_9$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| alléle normal | 0 | 1 | 1 | 2 | 1 | 0 |
| alléle muté | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |

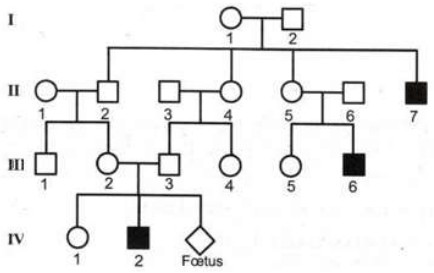
3- Quelle est l'hypothèse confirmée par ces résultats.

4- Déterminer les génotypes des individus indiqués dans le tableau.

5- Pourquoi l'un des deux jumeaux seulement est malade ?

## Exercice 13

Le document représente le pédigrée d'une famille dont certains membres sont atteints d'une maladie héréditaire.




1-Exploitez les données du pédigrée représenté par le document pour :

**a-** préciser si l'allèle responsable de la maladie est récessif ou dominant. Justifiez votre réponse

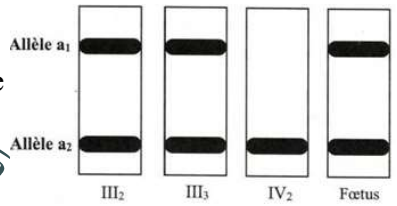
**b-** indiquer si le gène responsable de la maladie est porté par le chromosome sexuel X ou par un autosome. Discutez chacune des deux hypothèses.

2-Une technique appropriée a montré que la femme $II_1$ ne possède pas l'allèle responsable de la maladie,

a- Exploitez cette information afin de préciser la localisation du gène responsable de la maladie.

b- Précisez les génotypes certains ou possibles pour chacun des individus suivants $I_2$, $II_2$, $II_3$, $III_2$, $III_3$, $III_4$ et $IV_1$.

3-La femme $III_2$ est inquiète quant à l'état de santé de son futur enfant (fœtus). Pour se rassurer, elle consulte son médecin. Celui-ci réalise la technique d'électrophorèse de l'ADN correspondant au gène de la maladie de certains membres de la famille. Les résultats sont représentés par le document.



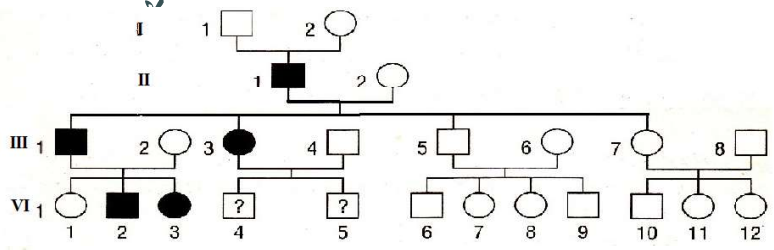

a-Identifiez parmi les allèles $a_1$ et $a_2$ l'allèle normal de l'allèle responsable de la maladie. Justifiez votre réponse.

b- Déterminez le phénotype et le génotype du fœtus.

## Exercice 14

La chorée de Huntington est une maladie neurologique qui apparaît tardivement entre 30 et 50 ans, et qui se caractérise par des mouvements épileptoïdes et de la démence.

Voici l'arbre généalogique d'une famille dont certains membres, figurés en noir; sont atteints.




D'autres données permettent d'affirmer que le sujet $II_2$ est homozygote.

1-Comment se fait la transmission de la maladie ?

a-L 'allèle de la maladie est-il récessif ou dominant ?

b-S 'agit-il d'une hérédité liée au sexe ?

Justifiez vos réponses d'après le pedigree.

2-Comment expliquez-vous la maladie chez $II_1$ ?

3- Les sujets $IV_4$ et $IV_5$ risquent-ils d'être atteints ? Justifiez votre réponse.

4- Si $IV_2$ avait épousé $IV_7$, les risques que ce couple ait des descendant atteints de la maladie auraient-ils été plus grands que dans le cas de la question 3 ?

# Exercice 15

L'albinisme est une anomalie caractérisée par l'absence de pigmentation de la peau et du système pileux.
Considérons l'albinisme comme une mutation récessive d'un gène porté par un autosome.

1- À quelles conditions des parents non albinos peuvent-ils avoir des enfants albinos ?

2- On estime que, dans la population humaine, 1% des individus sont hétérozygotes pour ce caractère.

a-Quelle est la probabilité pour que deux individus non apparentés et non albinos aient leur premier enfant albinos ? Expliquez bien votre réponse.
Si ce même couple a un premier enfant albinos, quelle est la probabilité pour que le deuxième enfant à naître soit albinos ?

b-Une femme et un homme non apparentés attendent leur premier enfant? Sachant que l'un des parents a le phénotype albinos, l'autre le phénotype normal déterminez, dans tous les cas possibles, la probabilité pour que leur premier enfant soit albinos.

En fait, leur premier enfant n'est pas albinos ; quel est le risque pour que le deuxième le soit ?

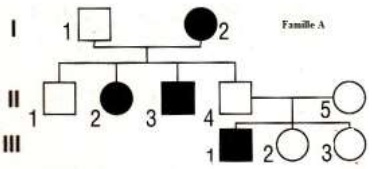
# Exercice 16

L'albinisme est une mutation due à l'absence d'un pigment sombre, la mélanine, dans les cellules épidermiques et notamment dans celles des racines des poils.

1. Le pedigree représente une famille A dont certains membres sont albinos

Par un raisonnement logique, vous déterminerez :

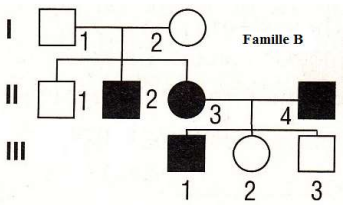
- s'il y a dominance ;
- si la transmission est liée à un chromosome sexuel.




Vous donnerez alors les génotypes possibles ou sûrs des individus $II_4$ et $II_5$ et de leurs trois enfants.

2-Une seconde famille B présente aussi des individus albinos.

Sachant que tous les enfants de cette famille sont, légitimes, est ce que l'analyse de ce pedigree confirme vos résultats précédents ? Quel problème apparaît alors ?




3-Pour résoudre ce problème, des études approfondies sur la synthèse de la mélanine ont montré que ce pigment était dû à deux réactions chimiques successives dans le cytoplasme des cellules.

1ere réaction : Un précurseur chimique P est transformé en tyrosine par une enzyme $E_1$.

2e réaction : La tyrosine est ensuite transformée en mélanine par une seconde enzyme $E_2$.

L'analyse des racines des cheveux des individus $II_3$ et $II_4$ de la famille B a montré la présence normale du précurseur P chez ces deux individus. On plonge alors racine de

quelques cheveux de $II_3$ et $II_4$ dans une solution de tyrosine. La racine des cheveux de $II_3$ devient sombre et l'analyse montre la présence de mélanine mais la racine des cheveux de $II_4$ reste incolore.

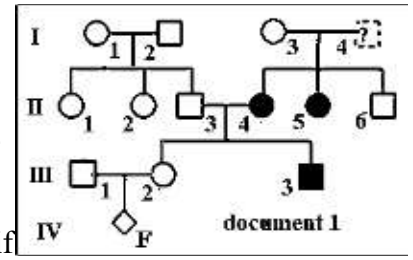
a-Par un raisonnement logique, à partir de ces résultats expérimentaux vous préciserez quel est, ou quel pourrait être, l'équipement enzymatique des cellules de $II_3$ et $II_4$ expliquant l'albinisme de ces deux individus

b- En admettant que chaque enzyme $E_1$ et $E_2$ est synthétisée grâce à l'action d'un gène spécifique (les deux gènes n'étant pas liés), et que la présence d'un seul allèle normal d'un gène suffit à commander la synthèse de l'enzyme correspondante, vous envisagerez tous les génotypes possibles pour $II_3$ et pour $II_4$.

Par contre, on appellera $E_1$ et $E_2$ les allèles normaux des deux gènes concernés, et $O_1$ et $O_2$ les deux allèles mutés de ces mêmes gènes (c'est-à-dire en fait l'absence des allèles normaux.)

## Exercice 17

La généalogie suivante (document1) est celle d'une famille où sévit une maladie héréditaire caractérisée par la production d'une protéine P anormale inactive. Le phénotype de l'individu $I_4$ est inconnu.



document 1

1-Exploitez les données du document 1 pour discuter chacune des hypothèses suivantes : (sans tenir compte de l'individu $I_4$).

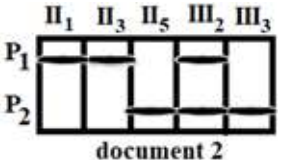
Hypothèse 1 : l'allèle responsable de la maladie est récessif porté par un autosome.

Hypothèse 2 : l'allèle responsable de la maladie est dominant porté par un autosome.

Hypothèse 3 : l'allèle responsable de la maladie est récessif porté par le chromosome sexuel X.

Hypothèse 4 : l'allèle responsable de la maladie est dominant porté par le chromosome sexuel X.

Afin de préciser le déterminisme génétique de cette maladie, on a réalisé l'électrophorèse des protéines de certains individus. Le document 2 montre les protéinogrammes obtenus ($P_1$ et $P_2$).



document 2

2-A partir de l'exploitation des documents 1 et 2 :

a-Reconnaissez la protéine normale et la protéine anormale.

b-Précisez, parmi les hypothèses retenues dans la 1ère question, l'hypothèse confirmée.

3-Ecrivez les génotypes des individus $II_1$, $II_4$ et $III_1$.

4-Donnez le(s) phénotype(s) et le(s) génotype(s) de l'individu $I_4$ ? Justifiez.

وزارة التربية والتعليم والتعليم الثانوي والتكوين المهني والبحث العلمي
السجل الوطني للكتاب

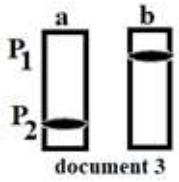
5-La femme $III_2$ enceinte, s'inquiète quant à l'état de santé de son futur enfant (fœtus). Pour se rassurer, elle consulte son médecin. Celui–ci a réalisé le protéinogramme et le caryotype du fœtus.

Le protéinogramme a été mélangé avec un autre protéinogramme. Le document 3 présente alors deux protéinogrammes (a) et (b), dont l'un correspond à celui du fœtus.

a-Reconnaissez le protéinogramme du fœtus ; sachant qu'il possède 23 paires de chromosomes homologues.

b-Précisez son génotype et son état de santé en le justifiant.

NB : Utilisez les symboles S ou s = sain ; M ou m = malade

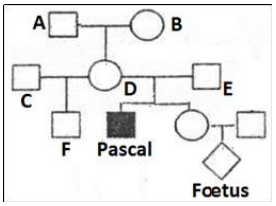


document 3

## Exercice 18

Pascal est atteint de la maladie de Gaucher qui se caractérise par un déficit enzymatique.

L'arbre généalogique ci-contre représente celui de la famille de Pascal.




1-l'allèle de cette maladie est-il :

a- dominant ou récessif ?

b- autosomal ou gonosomal (X ou Y) ?

2-La mesure de l'activité enzymatique dans les cellules issues des certains sujets de la famille de Pascal donne les résultats suivants :

A , C et F=100 %

B , D et E =50 % Pascal =0%

a-Quels renseignements, concernant la maladie, cette expérience fournit-elle ? Justifiez

b-Donnez le génotype des individus : A, D, F, et celui de Pascal.

3-En France les individus qui ont le même génotype que l'individu B ont une fréquence de 1/20

a-Quel est le risque de trouver un individu malade à partir de deux individus sains non apparentés ?

b- Que devient ce risque pour que le fœtus de la sœur de Pascal soit malade ?

## Exercice 19

Le daltonisme est une maladie héréditaire. L'allèle responsable de cette maladie est récessif et porté par le chromosome X.

Madame Aicha distingue parfaitement les couleurs, contrairement à son mari. Leur fils Sidi est daltonien ainsi que l'une de ses deux sœurs. Fatou, la sœur daltonienne de Sidi, a 3 enfants dont 2 garçons daltoniens et une fille qui distingue les couleurs. La fille de Sidi a épousé un homme daltonien, ce couple a eu un garçon et 2 filles qui distinguent les couleurs.

وزارة التعليم الثانوي و التكوين المهني و البحث العلمي
السبيل إلى الباكلوريا

1- Construire le pedigree de cette famille.

2- Quel est le génotype de Aicha ?

3- Quel est le génotype du père des enfants de Fatou ?

4- Donner le génotype de la femme de Sidi et celui de sa fille.

5- La Femme de Sidi attend un deuxième enfant :

a-Quel est le risque pour que cet enfant soit malade ?

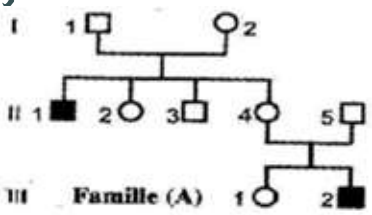
b-Ce risque augmentera-t-il si l'enfant est une fille ?

On note : Allèle normal D

Allèle muté d

## Exercice 20

On se propose d'étudier le mode de transmission d'une maladie héréditaire. On a établi l'arbre généalogique d'une famille (A) dont certains membres sont atteints par cette maladie

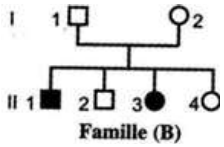



1-L'allèle responsable de cette maladie est-il dominant ou récessif ?

2-L'allèle responsable de cette maladie est-il porté par un chromosome sexuel (X ou Y) ou par un autosome ? Discutez chaque hypothèse.

3-Chez une autre famille (B), on observe la même maladie. Quelle est alors l'hypothèse confirmée par l'étude du pedigree de la famille (B) ? Justifiez votre réponse

4- Quels sont, suivant l'hypothèse confirmée, les génotypes certains ou probables des individus




Famille (A) : $II_1$, $II_4$, $II_5$, $III_1$ Famille (B) : $II_2$, $II_3$

5- L'individu $II_2$ de la famille (B) veut épouser l'individu $III_1$, de la famille (A), mais il a peur d'avoir des enfants malades. A-t-il raison ? Justifiez.

## Exercice 21

Une femme, Marième atteinte d'une Maladie héréditaire, décrit les membres de sa famille :

«... Mon père est normal, mais ma mère et mes deux frères, comme moi, souffrent de la même maladie.

Ma sœur, Khadija, était saine contrairement à sa jumelle Aicha, qui est malade. Mon mari est normal alors que mon fils et ma fille sont comme moi. Ma mère a deux frères jumeaux malades.

Fatou, la femme de mon premier frère Sidi, est normale, et le couple a une fille, Lalla malade ; je n'oublie pas de vous dire que Fatou est enceinte. Mon deuxième frère Ali, a deux filles saines...»

وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم الثانوي
السبيل الى الباكالوريا

1- Etablir l'arbre généalogique de la famille de Marième.

2- Discuter le mode de transmission de cette maladie ; est-elle gouvernée par :

a- un allèle dominant autosomal ?

b- un allèle dominant lié au chromosome (X) ?

c- un allèle récessif lié au chromosome (X) ?

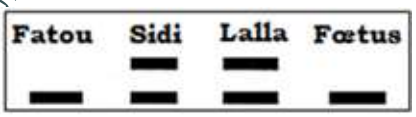
d- un allèle récessif autosomal ?

3- Marieme ajoute dans son texte concernant sa famille : « Comme je vous l'ai dit plus haut, Fatou, la femme de mon premier frère est enceinte et le couple craignant d'avoir un enfant malade, a eu recours au diagnostic prénatal. J'étais allée moi-même chercher les résultats de cette étude médicale «.

3-1- Définir le diagnostic prénatal.

3-2- Citer les techniques utilisées dans le diagnostic prénatal.

4- Le document ci-contre rend compte des résultats de ce diagnostic.




4-1- Etudier le document pour préciser le mode de transmission de cette maladie.

4-2- Que dire du phénotype et du génotype de la femme de Ali?

4-3- Comment expliquer que Khadija n'était pas malade comme sa sœur jumelle Aicha.

## Exercice 22

On se propose d'étudier le mode de transmission d'une maladie héréditaire. Le tableau présente les résultats de l'électrophorèse de l'ADN de deux parents sains ($P_1$ et $P_2$) dont l'un de leurs enfants ($E_1$ et $E_2$) est malade.

| | $P_1$ | $P_2$ | $E_1$ | $E_2$ |
|---|---|---|---|---|
| ADN A | + | + | + | - |
| ADN B | - | + | - | + |

1-Identifiez parmi les allèles A et B, l'allèle normal et l'allèle muté. Justifiez.

2-Analysez ces résultats afin de préciser :

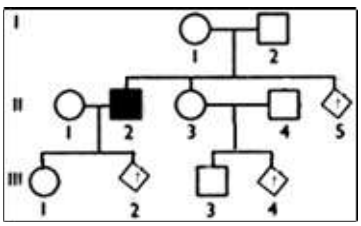
a-Si l'allèle de la maladie est dominant ou récessif ?

b-Si le gène en question est porté par un autosome ou un gonosome ?

3-Ecrivez les génotypes des individus $E_1$, $E_2$, $P_1$ et $P_2$, sachant qu'ils ne présentent aucune anomalie chromosomique.

On note : Allèle normal (N ou n) ;

Allèle de la maladie (M ou m)




4-Dans une autre famille (voir pédigrée) présentant la même maladie, des couples s'interrogent sur l'état de leur futur bébé.

Sachant que la fréquence des hybrides dans leur Moughataa est 5/100, calculez le risque pour que le fœtus :

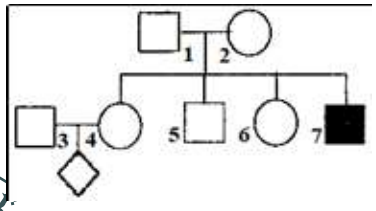
a-$II_5$ soit malade.

b-$III_2$ soit malade s'il est une fille.

c-$III_4$ soit malade s'il est garçon.

## Exercice 23

L'arbre généalogique ci-contre est celui d'une famille dont certains membres sont atteints d'une maladie héréditaire.




1- Discutez le mode de transmission de cette maladie.

2- En réalité cette maladie est présente sous deux formes différentes : mineure (légère) et majeure, cette dernière tue avant la puberté.

Le tableau montre l'état de santé de certains individus de cette famille.

| Individu | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|
| Etat de santé | Atteint de la forme mineure | Sain | Atteint de la forme majeure |

a- Expliquez l'état de santé de l'individu 5.

b-Qu'apportent ces données en ce qui concerne le mode de transmission de cette maladie ?

c-Déduisez le(s) génotype(s) des individus 1, 4 et 7.

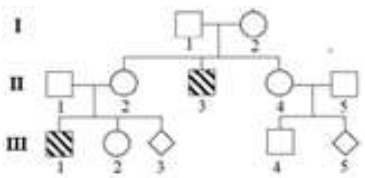
3-Un dépistage systématique dans certaines régions a montré l'existence de 20% d'individus atteints de la forme mineure.

a- Calculez le risque pour qu'un couple pris au hasard, ait un enfant atteint de la forme majeure.

b- Que devient ce risque si le père ou la mère a un frère atteint de la forme majeure ?

## Exercice 24

L'arbre généalogique ci-contre est celui d'une famille dont certains sujets sont atteints d'une maladie héréditaire.




1- Exploitez les données du pédigrée en vue de :

a- préciser si l'allèle responsable de la maladie est dominant ou récessif.

b- déterminer s'il s'agit d'un cas d'hérédité autosomique ou liée au sexe (X ou Y)?

Afin de lever l'ambiguïté posée dans la 1ére question et de déterminer le génotype du fœtus $III_3$, on procède à la technique de l'électrophorèse. Les résultats obtenus pour le couple ($II_1$ et $II_2$) et leurs enfants sont donnés en désordre par le tableau.

| | A | B | C | D | E |
|---|---|---|---|---|---|
| Nombre d'allèles $a_1$ | 1 | 2 | 1 | 0 | 1 |
| Nombre d'allèles $a_2$ | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |

2-Exploitez ces données en vue de :

a- préciser l'hypothèse confirmée.

b- préciser l'allèle normal et l'allèle muté parmi $a_1$ et $a_2$.

c- Faire correspondre les résultats A, B, C, D et E aux individus $II_1$, $II_2$, $III_1$, $III_2$ et $III_3$ en précisant le phénotype et le génotype.

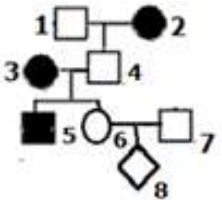
3-Calculez le risque pourque le fœtus $III_5$ soit malade ?

4- Que devient ce risque si $III_5$ est : a- Un garçon ?

b- Une fille ?

## Exercice 25

L'arbre généalogique ci-contre est celui d'une famille dont certains membres sont atteints d'une maladie héréditaire.




1-Discutez le mode de transmission de cette maladie :

Hypothèse 1 : L'allèle de la maladie est dominant, porté par X

Hypothèse 2 : L'allèle de la maladie est dominant, autosomique

Hypothèse 3 : L'allèle de la maladie est récessif porté par X

Hypothèse 4 : L'allèle de la maladie est récessif, autosomique

Des études génétiques et physiologiques précisent que l'absence de l'allèle normal est létale avant la naissance, car le développement du fœtus exige la protéine fonctionnelle que le gène muté ne peut fournir.

2-Qu'apporte cette information ?

3-D'autres études statistiques ont confirmé que cette maladie affecte seulement les femmes.

a-Que concluez-vous?

b-Donnez les génotypes des individus 1, 2 et 6.

4-Quel est le risque de la maladie chez le fœtus 8 ?

5-Le garçon 5 âgé de trois ans est une exception aux études statistiques.

Proposez une hypothèse afin d'expliquer son phénotype.

NB : Notez N ou n pour l'allèle normal et M ou m pour l'allèle responsable de la maladie.

وزارة التعليم الثانوي والتكوين المهني
السلسل في البكالوريا

## Exercice 26

Le tableau ci-contre est le résultat d'une électrophorèse réalisée sur l'ADN des membres d'une famille dont certains sont atteints par une maladie héréditaire.

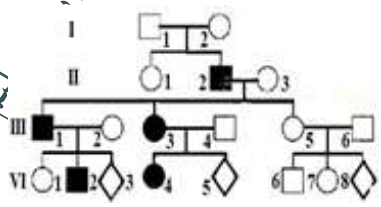
| | Père | Mère | Fille | Fils |
|---|---|---|---|---|
| A | ▬ | ▬ | ▬ | |
| B | | ▬ | | ▬ |
| | Sains | | | Malade |

Ecrire les génotypes des membres de cette famille.

## Exercice 27

L'arbre généalogique suivant est celui d'une famille dont certains membres sont atteints d'une maladie héréditaire qui apparaît tardivement entre 30 et 50 ans.

D'autres données permettent d'affirmer que le sujet $II_3$ est homozygote.




1-En justifiant vos réponses, précisez si l'allèle de la maladie est :

a- récessif ou dominant.

b-autosomique ou gonosomique.

2-Comment expliquez-vous la maladie chez $II_2$ ?

3-Donnez les génotypes des individus $III_1$ et $III_2$.

4- Quel est le risque pour que :

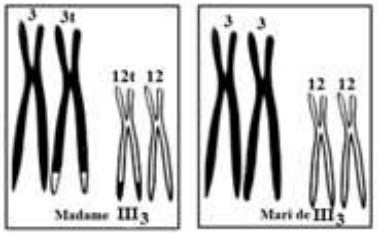
a-$IV_3$ soit malade.

b- $IV_5$ soit une fille malade.

c- $IV_8$ soit un garçon malade.

5- $IV_2$ désire épouser $IV_7$. Les risques que ce couple ait des descendants atteints de la maladie auraient-ils été plus grands que dans le cas de la question 4a ?

La femme $III_3$ victime de plusieurs avortements spontanés, fait réaliser un caryotype pour elle et son conjoint, seules les paires 3 et 12 ont été representées (voir document ci-contre).




6-Dites pourquoi l'anomalie dont cette femme est porteuse n'a pas été pressentie avant les avortements ?

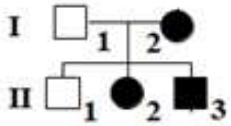
7-Quelle est la probabilité pour elle de mener à terme une prochaine grossesse ?

Pour répondre à cette question, vous indiquerez les chromosomes 3 et 12 possibles dans les gamètes, puis les caryotypes qui en résulteraient pour l'enfant, avec la probabilité, qu'ils se réalisent, et enfin si l'enfant n'est pas viable, vous direz pourquoi ?

وزارة التربية و التعليم الثانوي و التكوين التقني و المهني
السبيل الى الباكالوريا

# Exercice 28

Le pédigré suivant est celui d'une famille dont certains membres sont atteints de l'albinisme.




1-Sachant que l'individu $I_2$ ne présente pas l'allèle normal, montrez si l'allèle de la maladie est :

a-dominant ou récessif.

b-autosomique ou gonosomique.

2-Dans une population, la fréquence des individus de même génotype que $I_1$ est 1/60, quel est le risque pour un couple phénotypiquement sain pris au hasard d'avoir :

a) un premier enfant albinos ?

b) un deuxième enfant albinos, si le premier était malade ?

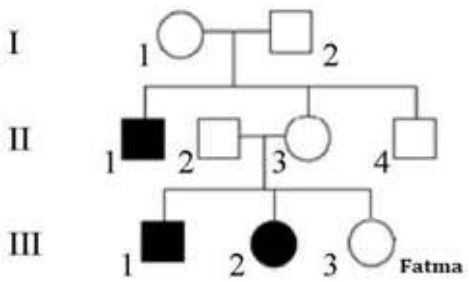
c) successivement deux enfants albinos, si le premier était malade ?

d) successivement trois enfants normaux, si le premier était malade ?

# Exercice 29

Fatma et Taleb désirent se marier. Fatma est membre d'une famille où certains individus sont atteints d'albinisme, alors que Taleb a dans sa famille des cousins atteints d'une autre anomalie, le daltonisme. Ce couple consulte un médecin afin de connaitre le risque d'avoir des enfants atteints des deux anomalies concernées.

Le document 1 représente l'arbre généalogique de la famille de Fatma.




1-Indiquer si l'allèle de l'albinisme est dominant ou récessif. Justifier la réponse.

2-Déterminer la localisation chromosomique du gène responsable de cette anomalie.

Le gène du daltonisme est localisé sur la partie propre du chromosome X et il existe sous deux formes alléliques, l'une normale et l'autre mutée responsable du daltonisme.

Le document 2 montre les résultats obtenus de l'électrophorèse sur les deux allèles du gène du daltonisme chez Taleb et ses parents, tous de phénotype non daltonien.

| | | Fatma | Taleb |
|---|---|---|---|
| Gène de l'albinisme | Allèle normal | — | — |
| | Allèle muté | — | — |
| Gène du daltonisme | Allèle normal | — | — |
| | Allèle muté | — | |

3-Montrer que l'allèle responsable du daltonisme est récessif.

4-Préciser lequel des deux allèles, 1 ou 2, est responsable de cette anomalie.

| | Taleb | Père | Mère |
|---|---|---|---|
| Allèle 1 | — | — | |
| Allèle 2 | | | — |

Le médecin demande plusieurs tests pour détecter la présence de l'allèle muté de l'albinisme et de celui du daltonisme chez Fatma et Taleb. Les résultats sont représentés dans le document 3

وزارة التعليم الثانوي والتكوين المهني
السبيل الى الباكالوريا

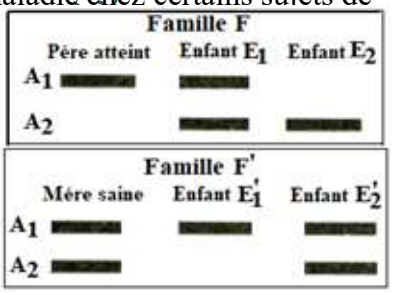
5-Ecrire, en se référant au document 3, le génotype de Fatma et celui de Taleb pour les deux gènes étudiés.

6-Indiquer les gamètes produits par Fatma et ceux produits par Taleb.

7-Vérifier si ce couple pourrait avoir un enfant atteint à la fois des deux anomalies étudiées.

## Exercice 30

On cherche à déterminer le mode de transmission d'une maladie héréditaire. Pour cela, une électrophorèse de l'ADN du gène responsable de la maladie chez certains suiets de deux familles F et F' a été réalisée. Les résultats obtenus chez les deux familles F et F' sont représentés dans le document suivant




1- Exploitez les données du document en vue de préciser

a- l'allèle responsable de la maladie et l'allèle normal,

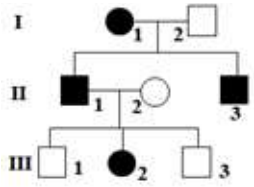
b- la relation de dominance entre les deux allèles $A_1$ et $A_2$,

c- la localisation chromosomique du gène en question (autosomique ou porté par le chromosome sexuel X).

2- Ecrivez les génotypes et déduisez les phénotypes des enfants $E_1$, $E_2$, $E'_1$ et $E'_2$.

3- Déterminez, en justifiant votre réponse, les génotypes du père de la famille F et de la mère de la famille F'.

## Exercice 31




Le document représente l'arbre généalogique d'une famille dont certains membres sont atteints d'une anomalie héréditaire.

1- Exploitez les données du document en vue de discuter les deux hypothèses suivantes :

Hypothèse 1 : l'allèle de l'anomalie est dominant porté par un autosome.

Hypothèse 2 : l'allèle de l'anomalie est dominant porté par X.

Afin de préciser la localisation du gène en question, on a procédé à l'analyse des fragments d'ADN du gène étudié, chez le sujet $III_3$. Le résultat obtenu est représenté dans le tableau

| | Sujet $III_3$ |
|---|---|
| Nombre de séquences d'ADN correspondant à l'allèle $A_1$ | 0 |
| Nombre de séquences d'ADN correspondant à l'allèle $A_2$ | 1 |

2- Exploitez les données du tableau en vue :

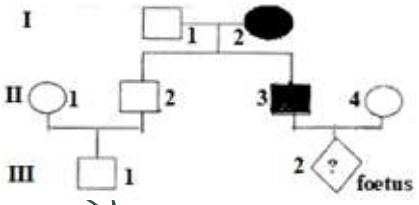
a- d'identifier l'allèle responsable de l'anomalie.

b- de préciser la localisation du gène en question.

3- Ecrivez les génotypes des individus $I_1$, $II_1$ et $II_2$.

## Exercice 32

L'arbre généalogique ci-contre est celui d'une famille dont certains individus sont atteints par une maladie héréditaire




1- Discuter les hypothèses suivantes concernant le mode de transmission de l'allèle responsable de la maladie.

a-Hypothèse 1 : allèle dominant autosomal.

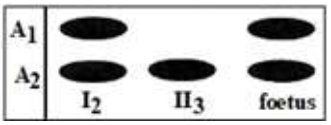
b-Hypothèse 2 : allèle dominant porté par X

c-Hypothèse 3 : allèle récessif portée par X

d-Hypothèse 4: allèle récessif autosomal

Par une technique de biologie moléculaire, on peut isoler le gène responsable de cette maladie et l'analyser.

Le document ci-contre montre les résultats de l'analyse des fragments correspondant au gène en question, chez certains individus de cette famille




$I_2$ et $II_3$ individus testés. $A_1$ et $A_2$ les allèles du gène étudié

2-Quelle est l'hypothèse confirmée par ces données ?

3- En vous basant toujours sur l'analyse de l'arbre généalogique et sur le document , justifier si le fœtus $III_2$ est :

a- Une fille ou un garçon.

b- Normal (e) ou malade.

وزارة التعليم الثانوي و التكوين المهني و التهذيب
السبيل الى الباكلوريا

# QCM :

Pour chacun des items suivants, il y a une ou deux affirmation (s) exacte (s). Relevez le numéro de la question et la (ou les) lettre(s) qui correspond (ent) à la (ou aux) affirmation (s) exacte (s).

1- Dans le cas d'une maladie récessive autosomale :
a- tout individu sain est homozygote.
b- un couple de phénotype sain doit être hétérozygote.
c- un garçon atteint n'hérite la maladie que de son père.
d- le mariage consanguin augmente le risque d'apparition de la maladie chez les descendants.

2- Dans le cas d'une maladie dominante autosomale :
a- des filles saines ayant un père atteint doivent avoir une mère saine.
b- des enfants sains peuvent avoir deux parents atteints.
c- deux parents sains peuvent avoir un enfant atteint.
d- les enfants d'un père atteint homozygote sont tous atteints.

3- Dans le cas d'une maladie récessive liée au chromosome sexuel X :
a- toutes les filles d'une mère atteinte sont atteintes.
b- tous les fils d'une mère atteinte sont atteints.
c- le père d'une fille atteinte est atteint
d- le père d'une fille atteinte peut être sain

4- Dans le cas d'une maladie dominante liée au chromosome sexuel X, le mariage entre un homme atteint et une femme saine donne :
a- des filles saines et des fils atteints.
b- des filles atteintes et des fils sains.
c- des filles toutes atteintes, des fils sains et des fils atteints.
d- des enfants sains des deux sexes et des enfants atteints des deux sexes.

5- La formule chromosomique d'un garçon atteint du syndrome de Down est :
a- 44 Autosomes + XY.
b- 45 Autosomes + XY.
c- 45 Autosomes + XX.
d- 44 Autosomes + X.

6-Un individu de phénotype [AB] est croisé avec un individu [ab]. La descendance comprend :
- X [AB]
-X [ab] avec X ≠ Y
- Y [Ab]
- Y [aB]

On peut affirmer que l'individu [AB] :
a- est double hybride.
b- est de génotype A//a B//b.
c- est de génotype AB//ab si X < Y.
d- est de génotype Ab//aB si X < Y.

وزارة التعليم الثانوي والتكوين الفني و المهني
السبيل الى الكلوريا

7-Le brassage interchromosomique :
a- aboutit à des gamètes recombinés.
b- aboutit, avec la fécondation, à une diversité phénotypique.
c- dépend du brassage intrachromosomique.
d- peut s'effectuer lors de la division équationnelle.

8- Dans une F2 de dihybridisme à dominance absolue et à gènes indépendants :
a. les phénotypes recombinés résultent d'un brassage interchromosomique.
b. les phénotypes recombinés résultent d'un brassage intrachromosomique.
c. les phénotypes parentaux sont toujours équiprobables.
d. les phénotypes recombinés sont toujours équiprobables.

9- Un test cross est toujours un croisement entre :
a. un individu hybride et un individu récessif.
b. deux individus hybrides.
c. un individu de génotype inconnu et un individu récessif pour les caractères étudiés.
d. deux individus homozygotes.

10- Dans un test cross, on a obtenu 4 phénotypes différents, on peut dire que :
a. les deux gènes sont indépendants si les 4 phénotypes sont équiprobables.
b. les deux gènes sont liés s'il y a 40% de phénotypes parentaux.
c. l'individu testé est hybride pour les deux caractères.
d. les deux gènes sont totalement liés.

11- Le résultat d'analyse d'ADN d'un homme malade montre deux types d'ADN :
a. le gène de la maladie peut être lié au chromosome X.
b. la maladie est contrôlée par un gène dominant.
c. cet homme donne des filles toutes malades.
d. le gène de la maladie est autosomal.

12- Deux parents sains ont donné une fille malade, dans ce cas :
a. la maladie est récessive autosomale.
b. la fille est homozygote.
c. la maladie est récessive liée à X.
d. les parents sont homozygotes.

13- Le 2ème globule polaire provient :
a. du 1er globule polaire.
b. de l'ovotide.
c. de l'ovocyte II.
d. de l'ovocyte I.

14- Le brassage intrachromosomique se produit dans :
a- le spermatocyte I.
b- l'ovocyte II.
c- le spermatocyte II.
d- l'ovocyte I.

وزارة التعليم الثانوي التكوين الفني والتعليم العالي والبحث العلمي

15- Si le 1er globule polaire contient 8,4 pg d'ADN, alors :
a. le 2ème globule polaire contient aussi 8,4 pg d'ADN.
b. le pronucléus femelle contient au moment de sa formation seulement 4,2 pg d'ADN.
c. le matériel génétique de l'ovocyte II contient 4,2 pg d'ADN.
d. le spermatozoïde contient 2,1 pg d'ADN.

16- Au cours de la 2ème division de la méiose :
a. les chromosomes homologues se séparent.
b. les 2 cellules résultantes de cette division sont toujours génétiquement identiques.
c. le taux d'ADN de chaque cellule fille est égal au ¼ de celui de la cellule mère en phase G2 de l'interphase.
d. il y a échange du matériel chromosomique entre les chromatides.

17- En dihybridisme, le croisement entre un individu double homozygote récessif et un individu double hétérozygote donnera :
a. 4 phénotypes en quantités équiprobables si les gènes sont liés.
b. une descendance homogène.
c. toujours 2 phénotypes que les gènes soient liés ou indépendants.
d. 4 phénotypes en quantités équiprobables si les gènes sont indépendants.

18- Le croisement $P_1$ : [a B] x P2 : [A B] donne la descendance :
37,5 % [A B], 37,5 % [a B], 12,5 % [a b] et 12,5 % [Ab]. On peut déduire que :
a. le parent $P_1$ est hybride pour le couple d'allèles (B, b).
b. les loci des deux gènes sont distants de 25 CM.
c. les deux couples d'allèles sont indépendants.
d. les deux couples d'allèles sont liés.

19- Une femme hétérozygote est :
a- malade si l'allèle de la maladie est récessif.
b- saine si l'allèle de la maladie est dominant
c- malade si l'allèle de la maladie est dominant.
d- saine si l'allèle de la maladie est récessif.

20- Le diagnostic prénatal basé sur l'amniocentèse :
a- s'effectue à la 8ème semaine de grossesse.
b- s'effectue à partir de la 17ème semaine de grossesse.
c- consiste à prélever des cellules placentaires.
d- permet de pratiquer une analyse biochimique des protéines.

21- Un homme malade est hétérozygote, dans ce cas, l'allèle de la maladie est :
a- récessif.
b- dominant.
c- localisé sur un autosome.
d- localisé sur le chromosome sexuel X.

22- Dans le pédigrée ci-contre, l'allèle de la maladie est :
a- porté par un autosome.
b- récessif.
c- dominant.
d- porté par X.

23- L'étude de l'ADN fœtal nécessite :
a- l'utilisation des enzymes ligases.
b- l'utilisation des enzymes de restriction.
c- l'utilisation des enzymes de réplication.
d- la connaissance de la séquence du gène de la maladie.

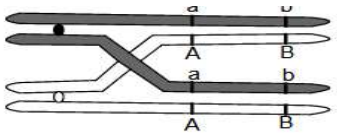
24- Un individu atteint de trisomie 21, possède 3 allèles A. Ses parents sont hétérozygotes pour le gène (A, a). L'anomalie est due peut-être à une erreur en :
a- Anaphase II de la méiose de la spermatogenèse.
b- Anaphase I de la méiose de la spermatogenèse.
c- Anaphase I de la méiose de l'ovogenèse.
d- Anaphase II de la méiose de l'ovogenèse.

25- Le passage du caryotype de la drosophile de 2n = 12 à 2n = 8 est dû à la fusion de :
a- 2 paires de chromosomes en une seule.
b- 8 chromosomes homologues 2 à 2 en 4 chromosomes homologues 2 à 2.
c- 4 paires de chromosomes en 2 paires.
d- 8 chromosomes en deux.

26- Les mutations chromosomiques :
a- peuvent s'effectuer par fusion des chromosomes.
b- peuvent être dues à des délétions de bases azotées.
c- peuvent conduire à des caryotypes à 4n chromosomes.
d- conduisent toujours à la modification de la structure des chromosomes.

27- Le brassage interchromosomique qui se produit dans des spermatocytes I à 2n = 8 est à l'origine de l'obtention de :
a- 4 types de spermatozoïdes génétiquement différents,
b- 8 types de spermatozoïdes génétiquement différents,
c- 16 types de spermatozoïdes génétiquement différents,
d- 32 types de spermatozoïdes génétiquement différents.

28- Le crossing-over comme représenté dans la figure ci-contre:
a- se produit en anaphase I.
b- se produit en prophase II.
c- conduit à la formation de gamètes de type Ab et aB.
d- conduit à la formation de gamètes de type ab et AB




29- Le pronucléus femelle observé au centre de l'ovule :
a- est à 2n chromosomes à une chromatide.
b- est à n chromosomes à deux chromatides.
c- est à n chromosomes à une chromatide.
d- est à 2n chromosomes à deux chromatides.

وزارة التعليم الثانوي و التكوين المهني و التعليم العالي

30- La cellule germinale représentée par le schéma ci-contre et qui provient d'une cellule mère à 2n = 8 évolue en :



a- 2 spermatides
b- 2 spermatogonies,
c- 2 spermatocytes II.
d- un ovocyte II et un premier globule polaire.

31 L'ovocyte II et le premier globule polaire ont en commun :
a- les deux cellules sont issues de la division équationnelle.
b- les deux cellules sont issues de la division réductionnelle.
c- les deux cellules comportent n chromosomes dupliqués.
d- les deux cellules comportent 2n chromosomes dupliqués.

32- L'ovogenèse diffère de la spermatogenèse par :
a- la position du fuseau de division ;
b- le nombre de gamètes produits ;
c- l'absence d une phase de différenciation ;
d- sa continuité.

وزارة التعليم الثانوي و التكوين الفني و المهني
السبيل الى الباكلوريا

وزارة التعليم الثانوي و التكوين الفني و المهني

# Génétique Humaine

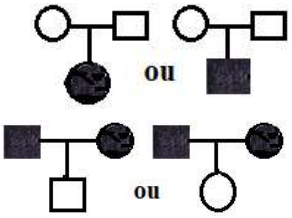
# Enoncé

السبيل الى الباكلوريا

# Rappel de Cours

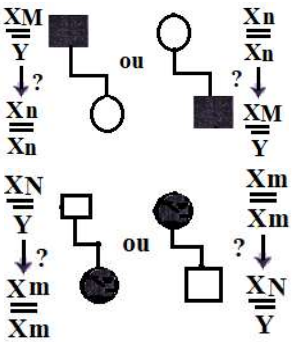
## Génétique humaine

Elle repose sur le pedigree (l'arbre généalogique) ou l'étude de l'ADN.




deux parents sains ayant un enfant malade l'allèle de la maladie est récessif.

deux parents malades ayant un enfant sain l'allèle de la maladie est dominant




Si l'allèle de la maladie est récessif :un père sain ayant une fille malade ou une mère malade ayant un fils sain la maladie est autosomale

Si l'allèle de la maladie est dominant un père malade ayant une fille saine ou une mère saine ayant un fils malade la maladie est autosomale.

$NB_1$: A chaque fois que le gène autosomal n'est pas confirmé par une règle, le gène gonosomal porté par X est plus probable.

$NB_2$ : Un gène gonosomal porté par Y est rejeté par :

-Une femelle malade

-Un père et son fils ayant 2 phénotypes différents

**Le diagnostic prénatal** :

Le diagnostic prénatal permet de savoir chez les couples à risques, si le fœtus réserve ou non de mauvaises surprises. Le diagnostic repose sur des analyses faites sur des cellules embryonnaires prélevées le plus tôt possibles (amniocentèse- sang fœtal - villosités choriales).

**Diagnostic des aberrations chromosomiques** :

Ce diagnostic repose sur la réalisation d'un caryotype fœtale principalement chez les mères âgées (augmentation des risques).

**Diagnostic des maladies géniques (héréditaires)** :

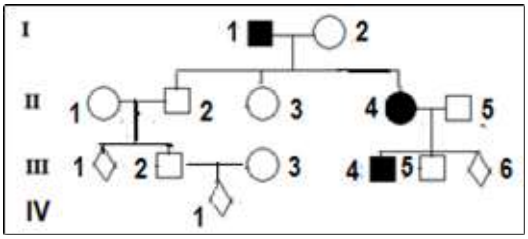
Ce diagnostic est réalisé principalement en cas de mariage consanguin ou une tare est déclarée dans la famille. Sur les cellules fœtales prélevées, on détecte les maladies géniques par deux moyens :

- Analyse des protéines comme l'hémoglobine.
- Analyse de l'ADN par l'utilisation de « sonde » radioactives se fixant spécifiquement sur le gène de la maladie.

وزارة التعليم الثانوي التكوين الفني و المهني

# Exercice 1

Le pédigrée ci-contre est celui d'une famille dont certains membres sont atteints d'une maladie grave.




1-Discutez chacune des hypothèses suivantes concernant le mode de transmission de l'allèle responsable de la maladie.

Hypothèse 1 : allèle dominant porté par le chromosome X.

Hypothèse 2 : allèle récessif porté par le chromosome X.

Hypothèse 3 : allèle dominant, autosomique.

Hypothèse 4 : allèle récessif, autosomique.

Hypothèse 5: allèle porté par le chromosome Y.

Le couple $II_1$ et $II_2$, s'est inquiété quant à l'état de la santé de son futur enfant $III_1$. Pour répondre à cette inquiétude, on analyse, par la technique de l'électrophorèse, l'ADN de la mère ($II_1$) et de son fœtus ($III_1$): le résultat obtenu est indiqué dans le tableau.

| | $II_1$ | $III_1$ |
|---|---|---|
| ADN normal | ▬ | |
| ADN muté | ▬ | ▬ |

2. Quelle(s) précision(s) apporte ce résultat?

3. Ecrire les génotypes des individus: $I_1$, $II_1$, $III_1$, $III_2$

4- Quelle est le risque pour que:

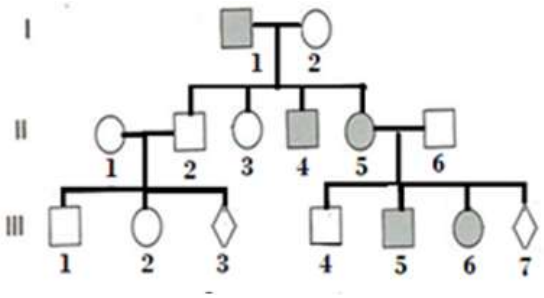
a- l'individu $III_6$ soit un garçon malade?

b- l'individu $IV_1$ soit un enfant malade?

On note:allèle muté (M ou m); allèle normal (N ou n)

# Exercice 2

Un médecin a établi l'arbre généalogique d'une famille dont certains membres sont atteints d'une maladie héréditaire.




1- Montrez que l'allèle de la tare peut-être:

a- dominant?

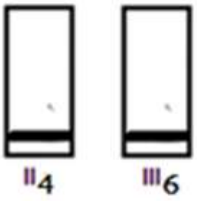
b- récessif?

2- Pour trancher entre les deux hypothèses on réalise les zymogrammes des individus $II_4$ et $III_6$. Analysez ce document pour confirmer l'une des hypothèses.

وزارة التعليم الثانوي التكوين الفني و المهني
السبيل الى الباكالوريا

3-Précisez la localisation du gène responsable de la maladie.

4-Utilisez ces résultats pour écrire le(s) génotype(s) des sujets: $I_1$, $I_2$, $II_3$, et $III_4$.



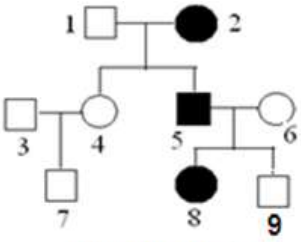

5-Un dépistage systématique dans certaines régions du monde a montré l'existence de 15% des individus hybrides.

5-1 – En utilisant cette donnée, calculez la probabilité, pour un couple pris au hasard (phénotypiquement sain), d'avoir un enfant malade.

5-2-Que devient ce risque pour les enfants: $III_3$ et $III_7$?

## Exercice 3

La transmission d'une maladie héréditaire a été étudiée dans une famille dont l'arbre généalogique est présenté par le document 1.



document 1

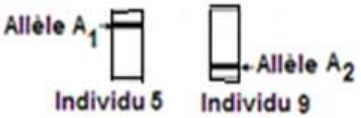
1. L'allèle responsable de cette maladie est-il dominant ou récessif?

2. Sachant que l'individu 2 est homozygote, que pouvez-vous en déduire?

3. L'allèle de la maladie est-il porté par un autosome ou par un chromosome sexuel (X ou Y)?

4- Pour déterminer la localisation chromosomique de ce gène, on analyse par la technique de l'électrophorèse, des fragments d'ADN correspondant aux allèles $A_1$ et $A_2$ du gène impliqué dans l'anomalie. Le document 2 montre les résultats obtenus chez les individus 5 et 9.

A partir de l'exploitation des documents 1 et 2 :



document 2

a- Identifiez parmi les allèles $A_1$ et $A_2$ celui qui est responsable de l'anomalie.

b- Que peut-on déduire concernant la localisation du gène.

c- Ecrivez le(s) génotype(s) des individus 1, 2, 4 et 5 (utilisez les lettres $A_1$ et $A_2$).

## Exercice 4

Soit une enzyme E existant chez l'Homme sous deux formes $F_1$ et $F_2$, contrôlées par un même gène.

Le tableau montre les phénotypes des membres d'une famille

وزارة التعليم الثانوي والتكوين الفني والمهني
السبيل في البكالوريا

| | individus | phénotypes | sexe |
|---|---|---|---|
| parents | 1 | $F_1$ | ? |
| | 2 | $F_2$ | ? |
| Enfants | 3 | $F_1$ | Mâle |
| | 4 | $F_1F_2$ | Femelle |
| | 5 | $F_1F_2$ | Mâle |

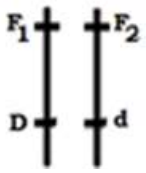
1-Ce gène est-il autosomal ou gonosomal? Justifiez

2-Ecrivez le génotype des individus normaux 3 et 4 et déduisez celui de chaque parent.

3- l'individu 5 présente une anomalie chromosomique, laquelle? Donnez sa formule chromosomique.

4-Quelle est l'origine de cette anomalie? Pendant quelle phase de la méiose s'est-elle déroulée?

5-D'autre part des études statistiques portées uniquement sur les mâles descendant des mères de génotype illustré par le document ci-contre, donnent 3% seulement des garçons de phénotype .




a- Expliquez par un échiquier de croisement l'apparition de ces garçons.

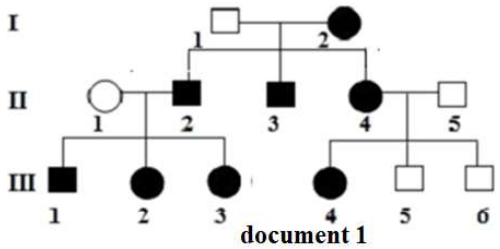
b- Représentez la carte factorielle.

## Exercice 5

On se propose d'étudier la transmission de deux formes (A et B) d'une maladie héréditaire.

A- Le document 1 représente l'arbre généalogique d'une famille où la forme A de la maladie s'est déclarée.

L'individu $I_1$ est sans antécédents pour cette forme de la maladie.



document 1

1. En vous basant sur les données précédentes,

a-Indiquez si l'allèle de la maladie est récessif ou dominant. Justifier

b-Discutez la localisation du gène responsable de la maladie.

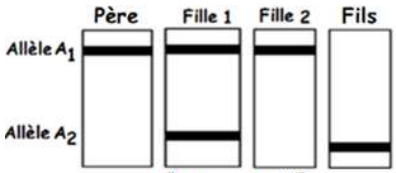
2- Précisez le génotype de chacun des individus $II_1$, $II_2$, $III_1$ et $III_4$

3-Le jeune $III_1$ désire épouser $III_4$,

a-Quel est le risque pour ce couple d'avoir un garçon malade ?

b-Ce mariage augmente-t-il le risque de transmission de cette maladie ?

B- Le document 2 représente le résultat de l'électrophorèse de l'ADN de certains membres d'une famille $F_2$ présentant la forme B de cette maladie.



document 2

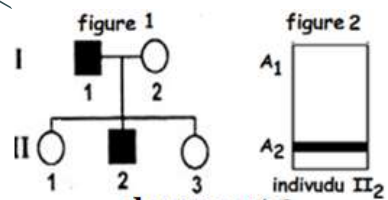
Sachant que la mère de cette famille est saine, exploitez les données du document 2 en vue de préciser si l'allèle de la maladie est :

1-dominant ou récessif.

2-autosomique ou gonosomique.

La figure 1 du document 3 montre l'arbre généalogique d'une famille $F_3$ présentant la même maladie (forme B).

La figure 2 du même document représente l'électrophorèse de l'ADN de l'individu $II_2$.



document 3

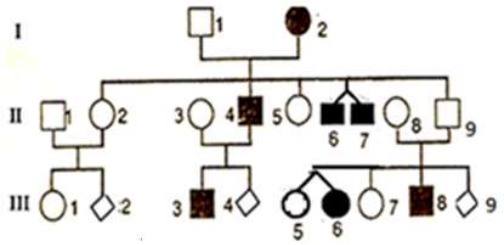
3-Exploitez les données du document 3 en vue de :

a-préciser l'allèle déterminant le phénotype malade.

b-écrire les génotypes et les phénotypes des individus de la famille $F_3$.

## Exercice 6

L'arbre généalogique ci-contre est celui d'une famille dont certains membres sont atteints d'une maladie héréditaire.




1- L'allèle de la maladie est-il dominant ou récessif ? Justifiez

2- L'allèle de cette maladie est-il porté par Y, X ou par un autosome ? Envisagez et discutez chaque éventualité.

3- Donnez le génotype des individus : $II_1$, $II_2$, $II_6$ et $II_8$

4-Comment expliquer que $III_5$ n'est pas malade comme sa sœur jumelle $III_6$ ?

5- Que pouvez-vous dire des jumeaux ($II_6$ et $II_7$)?

6- La maladie est relativement peu fréquente dans une population d'une localité. On estime qu'une personne sur 50 (1/50) a le génotype de $I_1$.

En utilisant cette information, calculez la probabilité pour que ;

a- $III_2$ soit un enfant malade ;

b- $III_4$ soit un garçon malade.

c- $III_9$ soit une fille saine.

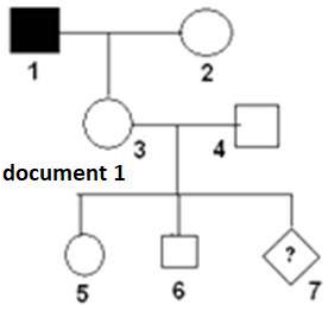
On note : Allèle normal (N ou n) ; Allèle muté (M ou m)

## Exercice 7

L'hémophilie B se caractérise par une absence de coagulation du sang pouvant entraîner une hémorragie importante. Elle est liée à l'absence d'un facteur de coagulation, le facteur IX, dont la synthèse est gouvernée par un gène situé sur la partie propre du chromosome X. Cette anomalie touche les garçons et non pas les filles.

1- Expliquer l'absence de l'anomalie chez les filles.

Le document 1 montre l'arbre généalogique d'une famille dont un membre est atteint par cette anomalie.



document 1

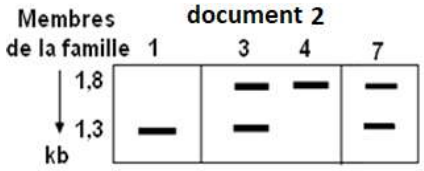
2- Montrer que cette anomalie est récessive.

3- Déterminer le risque pour que ce fœtus soit hémophile.

Une échographie est pratiquée pour déterminer le sexe du fœtus, elle révèle que c'est un garçon. Le médecin prescrit alors une analyse de l'ADN par la méthode de Southern blot. La sonde utilisée permet de différencier les formes mutées ou normales du gène impliqué. Les résultats obtenus figurent dans le document 2.

4- Préciser la bande qui correspond à l'allèle défectueux. Justifier la réponse.

5- Identifier, à partir de l'analyse de l'ADN, le problème de l'enfant à naître.



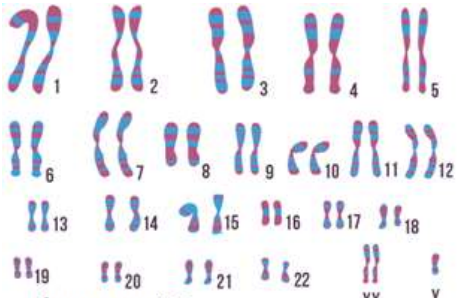
document 2

Le médecin complète le diagnostic par l'établissement du caryotype de ce fœtus, document 3.

6- Etablir le diagnostic de ce fœtus à partir des documents 2 et 3.

7- Préciser à quelle étape de la méiose cette anomalie a eu lieu. Justifier la réponse.

8- Schématiser le comportement des chromosomes à l'origine de cette anomalie.



document 3

وزارة التعليم الثانوي والتكوين المهني
السيد المدير الكوني

# Exercice 8

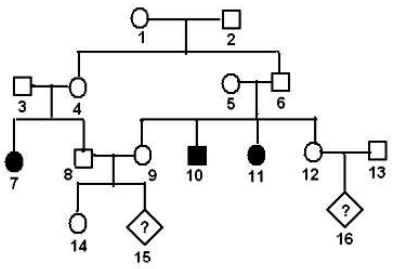
La phénylcétonurie, maladie récessive, touche 1/10000 enfants à la naissance dans le monde et se transmet selon le mode autosomal. Cette maladie est liée à un déficit en une enzyme, la PAH. Dans les conditions normales, cette enzyme métabolise, en présence d'un co-facteur, le DHBP, la phénylalanine en tyrosine. Ce déficit entraîne une élévation du taux de phénylalanine dans le sang qui s'accompagne de troubles graves.

Une étude réalisée sur 1200 enfants appartenant à une communauté isolée, a permis d'identifier 30 enfants hétérozygotes pour la PAH.

1-Calculer la proportion d'enfants hétérozygotes dans cette communauté et déterminer le risque d'avoir un enfant atteint de phénylcétonurie.

2-Comparer le risque obtenu au risque mondial. Formuler une hypothèse expliquant la différence entre ces deux risques.

Pour vérifier l'hypothèse formulée, une étude a été réalisée sur une famille de cette communauté, dont le pedigree figure dans le document ci-contre.




3-Justifier, d'après le pedigree, que la maladie est récessive et se transmet selon le mode autosomal.

4-Déterminer, pour chacun des fœtus 15 et 16, le risque d'être atteint.

5-Les résultats obtenus confirment-ils l'hypothèse formulée ? Justifier la réponse.

La fille 7 se marie avec un homme atteint. Leur premier enfant est normal. Tous les tests réalisés confirment que l'enfant est légitime et que le mari, contrairement à sa femme, a un taux de PAH normal.

6-Déterminer la cause probable de la maladie chez le mari de la fille 7.

7-Justifier génétiquement la naissance d'un enfant normal chez ce couple.

# Exercice 9

Le daltonisme est une maladie héréditaire. L'allèle responsable de cette maladie est récessif et porté par le chromosome X.

Madame Aicha distingue parfaitement les couleurs, contrairement à son mari. Leur fils Sidi est daltonien ainsi que l'une de ses deux sœurs. Fatou, la sœur daltonienne de Sidi, a 3 enfants dont 2 garçons daltoniens et une fille qui distingue les couleurs. La fille de Sidi a épousé un homme daltonien, ce couple a eu un garçon et 2 filles qui distinguent les couleurs.

وزارة التعليم الأولي والتكوين الفني والمهني
السبيل الى الباكالوريا

1- Construire le pedigree de cette famille.

2- Quel est le génotype de Aicha ?

3- Quel est le génotype du père des enfants de Fatou ?

4- Donner le génotype de la femme de Sidi et celui de sa fille.

5- La Femme de Sidi attend un deuxième enfant :

a-Quel est le risque pour que cet enfant soit malade ?

b-Ce risque augmentera-t-il si l'enfant est une fille ?

On note : Allèle normal D

Allèle muté d

## Exercice 10

Chez une famille on réalise une électrophorèse des allèles (fragments d'ADN) du gène responsable d'une maladie Les résultats sont consignés dans le tableau suivant.

| Individus | $P_1$ | $P_2$ | $E_1$ | $E_2$ | $E_3$ |
|---|---|---|---|---|---|
| ADN A | + | + | + | - | + |
| ADN B | + | - | + | + | + |
| Phénotypes | **Sain** | **Sain** | **?** | **?** | **?** |

1- Quel est l'allèle responsable de cette maladie ? Pourquoi ?

2- S'agit-il d'une maladie :

a- récessive ou dominante ? Justifiez

b- liée au sexe ou autosomale ? Pourquoi ?

3-Préciser les phénotypes des enfants $E_1$ et $E_2$

4- Donner les génotypes des parents $P_1$, $P_2$ et $E_2$

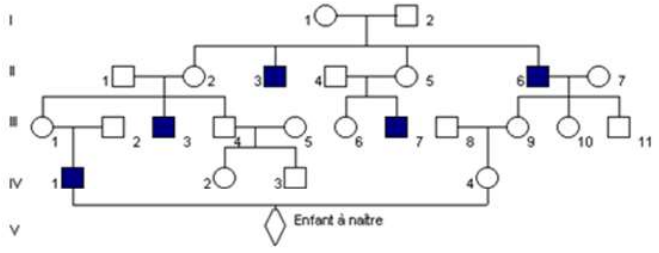
5-Sachant que l'enfant $E_3$ est un garçon :

a-Ecrire le génotype de $E_3$.

b-Proposer une explication pour ce génotype.

## Exercice 11

La maladie de Burton est une maladie héréditaire due à l'absence de différenciation des lymphocytes pré-B en lymphocytes B, et donc d'anticorps. L'arbre généalogique suivant présente une famille où cette maladie sévit.




1- L'allèle responsable de la maladie est-il dominant ou récessif ?

2- Le gène responsable de la maladie est-il lié au sexe ou porté par un autosome ? Justifiez votre réponse.

وزارة التعليم الثانوي و التكوين المهني و السبيل الى الباكالوريا

3- Donnez les génotypes des individus : $I_1$, $I_2$, $II_2$, $II_3$, $II_5$, $III_1$.

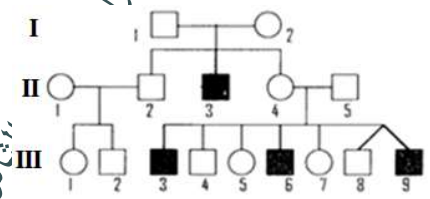
4- Le couple $IV_1$ et $IV_4$ attend un enfant. La consanguinité d'une telle union a-t-elle augmenté la probabilité pour ce couple d'avoir un enfant atteint ? (On considère que la femme $IV_4$ a le même génotype que son arrière-grand-mère $I_1$)

5- Si la réponse à la question précédente a été positive, quelles sont ces probabilités :

- si l'enfant à naître est une fille ?
- si l'enfant à naître est un garçon ?

## Exercice 12

Le document représente l'arbre généalogique d'une famille dont certains individus sont affectés par la myopathie.




A partir d'une analyse rigoureuse de ce pedigree, discutez, si l'allèle de la maladie est :

1. dominant ou récessif par rapport à l'allèle normal.
2. autosomal ou lié au sexe (X ou Y).

Par une technique de biologie moléculaire, on sait distinguer par analyse de l'ADN, l'allèle normal de l'allèle muté à l'origine de la maladie. Le tableau regroupe les résultats d'analyses effectués sur certains sujets.

| Individus | $II_3$ | $I_2$ et $II_4$ | $I_1$ et $II_5$ | $II_2$ | $III_8$ | $III_9$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| alléle normal | 0 | 1 | 1 | 2 | 1 | 0 |
| alléle muté | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |

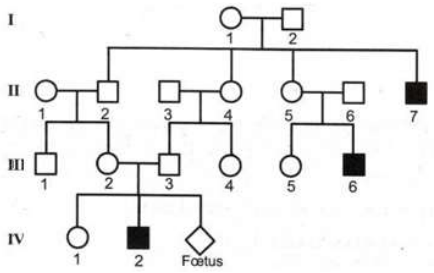
3- Quelle est l'hypothèse confirmée par ces résultats.

4- Déterminer les génotypes des individus indiqués dans le tableau.

5- Pourquoi l'un des deux jumeaux seulement est malade ?

## Exercice 13

Le document représente le pédigrée d'une famille dont certains membres sont atteints d'une maladie héréditaire.




1-Exploitez les données du pédigrée représenté par le document pour :

**a-** préciser si l'allèle responsable de la maladie est récessif ou dominant. Justifiez votre réponse

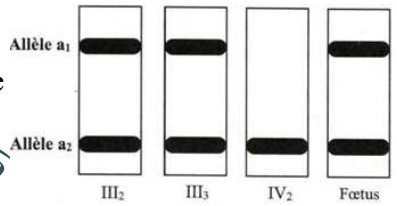
**b-** indiquer si le gène responsable de la maladie est porté par le chromosome sexuel X ou par un autosome. Discutez chacune des deux hypothèses.

2-Une technique appropriée a montré que la femme $II_1$ ne possède pas l'allèle responsable de la maladie,

a- Exploitez cette information afin de préciser la localisation du gène responsable de la maladie.

b- Précisez les génotypes certains ou possibles pour chacun des individus suivants $I_2$, $II_2$, $II_3$, $III_2$, $III_3$, $III_4$ et $IV_1$.

3-La femme $III_2$ est inquiète quant à l'état de santé de son futur enfant (fœtus). Pour se rassurer, elle consulte son médecin. Celui-ci réalise la technique d'électrophorèse de l'ADN correspondant au gène de la maladie de certains membres de la famille. Les résultats sont représentés par le document.



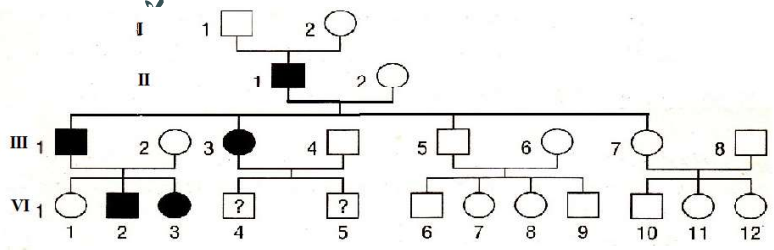

a-Identifiez parmi les allèles $a_1$ et $a_2$ l'allèle normal de l'allèle responsable de la maladie. Justifiez votre réponse.

b- Déterminez le phénotype et le génotype du fœtus.

## Exercice 14

La chorée de Huntington est une maladie neurologique qui apparaît tardivement entre 30 et 50 ans, et qui se caractérise par des mouvements épileptoïdes et de la démence.

Voici l'arbre généalogique d'une famille dont certains membres, figurés en noir; sont atteints.




D'autres données permettent d'affirmer que le sujet $II_2$ est homozygote.

1-Comment se fait la transmission de la maladie ?

a-L 'allèle de la maladie est-il récessif ou dominant ?

b-S 'agit-il d'une hérédité liée au sexe ?

Justifiez vos réponses d'après le pedigree.

2-Comment expliquez-vous la maladie chez $II_1$ ?

3- Les sujets $IV_4$ et $IV_5$ risquent-ils d'être atteints ? Justifiez votre réponse.

4- Si $IV_2$ avait épousé $IV_7$, les risques que ce couple ait des descendant atteints de la maladie auraient-ils été plus grands que dans le cas de la question 3 ?

# Exercice 15

L'albinisme est une anomalie caractérisée par l'absence de pigmentation de la peau et du système pileux.
Considérons l'albinisme comme une mutation récessive d'un gène porté par un autosome.

1- À quelles conditions des parents non albinos peuvent-ils avoir des enfants albinos ?

2- On estime que, dans la population humaine, 1% des individus sont hétérozygotes pour ce caractère.

a-Quelle est la probabilité pour que deux individus non apparentés et non albinos aient leur premier enfant albinos ? Expliquez bien votre réponse.
Si ce même couple a un premier enfant albinos, quelle est la probabilité pour que le deuxième enfant à naître soit albinos ?

b-Une femme et un homme non apparentés attendent leur premier enfant? Sachant que l'un des parents a le phénotype albinos, l'autre le phénotype normal déterminez, dans tous les cas possibles, la probabilité pour que leur premier enfant soit albinos.

En fait, leur premier enfant n'est pas albinos ; quel est le risque pour que le deuxième le soit ?

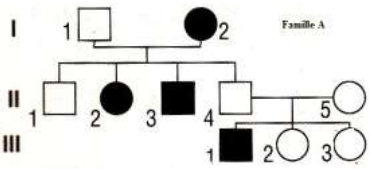
# Exercice 16

L'albinisme est une mutation due à l'absence d'un pigment sombre, la mélanine, dans les cellules épidermiques et notamment dans celles des racines des poils.

1. Le pedigree représente une famille A dont certains membres sont albinos

Par un raisonnement logique, vous déterminerez :

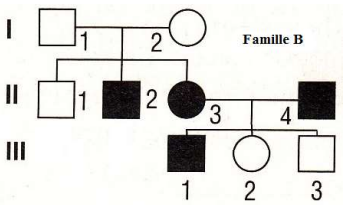
- s'il y a dominance ;
- si la transmission est liée à un chromosome sexuel.




Vous donnerez alors les génotypes possibles ou sûrs des individus $II_4$ et $II_5$ et de leurs trois enfants.

2-Une seconde famille B présente aussi des individus albinos.

Sachant que tous les enfants de cette famille sont, légitimes, est ce que l'analyse de ce pedigree confirme vos résultats précédents ? Quel problème apparaît alors ?




3-Pour résoudre ce problème, des études approfondies sur la synthèse de la mélanine ont montré que ce pigment était dû à deux réactions chimiques successives dans le cytoplasme des cellules.

1ere réaction : Un précurseur chimique P est transformé en tyrosine par une enzyme $E_1$.

2e réaction : La tyrosine est ensuite transformée en mélanine par une seconde enzyme $E_2$.

L'analyse des racines des cheveux des individus $II_3$ et $II_4$ de la famille B a montré la présence normale du précurseur P chez ces deux individus. On plonge alors racine de

quelques cheveux de $II_3$ et $II_4$ dans une solution de tyrosine. La racine des cheveux de $II_3$ devient sombre et l'analyse montre la présence de mélanine mais la racine des cheveux de $II_4$ reste incolore.

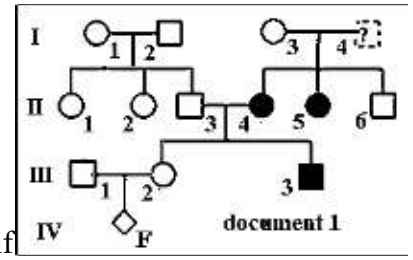
a-Par un raisonnement logique, à partir de ces résultats expérimentaux vous préciserez quel est, ou quel pourrait être, l'équipement enzymatique des cellules de $II_3$ et $II_4$ expliquant l'albinisme de ces deux individus

b- En admettant que chaque enzyme $E_1$ et $E_2$ est synthétisée grâce à l'action d'un gène spécifique (les deux gènes n'étant pas liés), et que la présence d'un seul allèle normal d'un gène suffit à commander la synthèse de l'enzyme correspondante, vous envisagerez tous les génotypes possibles pour $II_3$ et pour $II_4$.

Par contre, on appellera $E_1$ et $E_2$ les allèles normaux des deux gènes concernés, et $O_1$ et $O_2$ les deux allèles mutés de ces mêmes gènes (c'est-à-dire en fait l'absence des allèles normaux.)

## Exercice 17

La généalogie suivante (document1) est celle d'une famille où sévit une maladie héréditaire caractérisée par la production d'une protéine P anormale inactive. Le phénotype de l'individu $I_4$ est inconnu.



document 1

1-Exploitez les données du document 1 pour discuter chacune des hypothèses suivantes : (sans tenir compte de l'individu $I_4$).

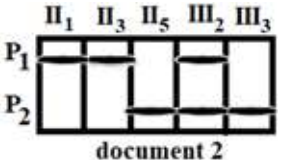
Hypothèse 1 : l'allèle responsable de la maladie est récessif porté par un autosome.

Hypothèse 2 : l'allèle responsable de la maladie est dominant porté par un autosome.

Hypothèse 3 : l'allèle responsable de la maladie est récessif porté par le chromosome sexuel X.

Hypothèse 4 : l'allèle responsable de la maladie est dominant porté par le chromosome sexuel X.

Afin de préciser le déterminisme génétique de cette maladie, on a réalisé l'électrophorèse des protéines de certains individus. Le document 2 montre les protéinogrammes obtenus ($P_1$ et $P_2$).



document 2

2-A partir de l'exploitation des documents 1 et 2 :

a-Reconnaissez la protéine normale et la protéine anormale.

b-Précisez, parmi les hypothèses retenues dans la 1ère question, l'hypothèse confirmée.

3-Ecrivez les génotypes des individus $II_1$, $II_4$ et $III_1$.

4-Donnez le(s) phénotype(s) et le(s) génotype(s) de l'individu $I_4$ ? Justifiez.

وزارة التربية والتعليم والتعليم الثانوي والتكوين المهني والبحث العلمي
السجل الوطني للكتاب

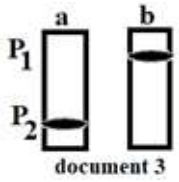
5-La femme $III_2$ enceinte, s'inquiète quant à l'état de santé de son futur enfant (fœtus). Pour se rassurer, elle consulte son médecin. Celui–ci a réalisé le protéinogramme et le caryotype du fœtus.

Le protéinogramme a été mélangé avec un autre protéinogramme. Le document 3 présente alors deux protéinogrammes (a) et (b), dont l'un correspond à celui du fœtus.

a-Reconnaissez le protéinogramme du fœtus ; sachant qu'il possède 23 paires de chromosomes homologues.

b-Précisez son génotype et son état de santé en le justifiant.

NB : Utilisez les symboles S ou s = sain ; M ou m = malade

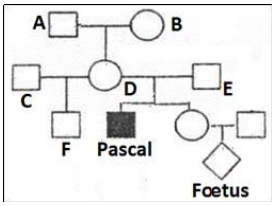


document 3

## Exercice 18

Pascal est atteint de la maladie de Gaucher qui se caractérise par un déficit enzymatique.

L'arbre généalogique ci-contre représente celui de la famille de Pascal.




1-l'allèle de cette maladie est-il :

a- dominant ou récessif ?

b- autosomal ou gonosomal (X ou Y) ?

2-La mesure de l'activité enzymatique dans les cellules issues des certains sujets de la famille de Pascal donne les résultats suivants :

A , C et F=100 %

B , D et E =50 % Pascal =0%

a-Quels renseignements, concernant la maladie, cette expérience fournit-elle ? Justifiez

b-Donnez le génotype des individus : A, D, F, et celui de Pascal.

3-En France les individus qui ont le même génotype que l'individu B ont une fréquence de 1/20

a-Quel est le risque de trouver un individu malade à partir de deux individus sains non apparentés ?

b- Que devient ce risque pour que le fœtus de la sœur de Pascal soit malade ?

## Exercice 19

Le daltonisme est une maladie héréditaire. L'allèle responsable de cette maladie est récessif et porté par le chromosome X.

Madame Aicha distingue parfaitement les couleurs, contrairement à son mari. Leur fils Sidi est daltonien ainsi que l'une de ses deux sœurs. Fatou, la sœur daltonienne de Sidi, a 3 enfants dont 2 garçons daltoniens et une fille qui distingue les couleurs. La fille de Sidi a épousé un homme daltonien, ce couple a eu un garçon et 2 filles qui distinguent les couleurs.

وزارة التعليم الثانوي و التكوين المهني و البحث العلمي
السبيل إلى الباكلوريا

1- Construire le pedigree de cette famille.

2- Quel est le génotype de Aicha ?

3- Quel est le génotype du père des enfants de Fatou ?

4- Donner le génotype de la femme de Sidi et celui de sa fille.

5- La Femme de Sidi attend un deuxième enfant :

a-Quel est le risque pour que cet enfant soit malade ?

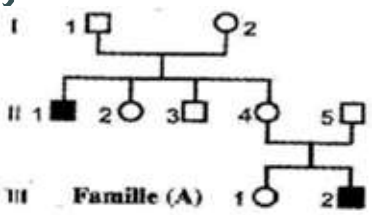
b-Ce risque augmentera-t-il si l'enfant est une fille ?

On note : Allèle normal D

Allèle muté d

## Exercice 20

On se propose d'étudier le mode de transmission d'une maladie héréditaire. On a établi l'arbre généalogique d'une famille (A) dont certains membres sont atteints par cette maladie

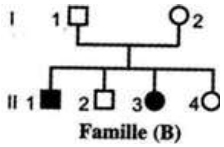



1-L'allèle responsable de cette maladie est-il dominant ou récessif ?

2-L'allèle responsable de cette maladie est-il porté par un chromosome sexuel (X ou Y) ou par un autosome ? Discutez chaque hypothèse.

3-Chez une autre famille (B), on observe la même maladie. Quelle est alors l'hypothèse confirmée par l'étude du pedigree de la famille (B) ? Justifiez votre réponse

4- Quels sont, suivant l'hypothèse confirmée, les génotypes certains ou probables des individus




Famille (A) : $II_1$, $II_4$, $II_5$, $III_1$ Famille (B) : $II_2$, $II_3$

5- L'individu $II_2$ de la famille (B) veut épouser l'individu $III_1$, de la famille (A), mais il a peur d'avoir des enfants malades. A-t-il raison ? Justifiez.

## Exercice 21

Une femme, Marième atteinte d'une Maladie héréditaire, décrit les membres de sa famille :

«... Mon père est normal, mais ma mère et mes deux frères, comme moi, souffrent de la même maladie.

Ma sœur, Khadija, était saine contrairement à sa jumelle Aicha, qui est malade. Mon mari est normal alors que mon fils et ma fille sont comme moi. Ma mère a deux frères jumeaux malades.

Fatou, la femme de mon premier frère Sidi, est normale, et le couple a une fille, Lalla malade ; je n'oublie pas de vous dire que Fatou est enceinte. Mon deuxième frère Ali, a deux filles saines...»

وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم الثانوي
السبيل الى الباكالوريا

1- Etablir l'arbre généalogique de la famille de Marième.

2- Discuter le mode de transmission de cette maladie ; est-elle gouvernée par :

a- un allèle dominant autosomal ?

b- un allèle dominant lié au chromosome (X) ?

c- un allèle récessif lié au chromosome (X) ?

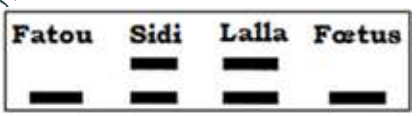
d- un allèle récessif autosomal ?

3- Marieme ajoute dans son texte concernant sa famille : « Comme je vous l'ai dit plus haut, Fatou, la femme de mon premier frère est enceinte et le couple craignant d'avoir un enfant malade, a eu recours au diagnostic prénatal. J'étais allée moi-même chercher les résultats de cette étude médicale «.

3-1- Définir le diagnostic prénatal.

3-2- Citer les techniques utilisées dans le diagnostic prénatal.

4- Le document ci-contre rend compte des résultats de ce diagnostic.




4-1- Etudier le document pour préciser le mode de transmission de cette maladie.

4-2- Que dire du phénotype et du génotype de la femme de Ali?

4-3- Comment expliquer que Khadija n'était pas malade comme sa sœur jumelle Aicha.

## Exercice 22

On se propose d'étudier le mode de transmission d'une maladie héréditaire. Le tableau présente les résultats de l'électrophorèse de l'ADN de deux parents sains ($P_1$ et $P_2$) dont l'un de leurs enfants ($E_1$ et $E_2$) est malade.

| | $P_1$ | $P_2$ | $E_1$ | $E_2$ |
|---|---|---|---|---|
| ADN A | + | + | + | - |
| ADN B | - | + | - | + |

1-Identifiez parmi les allèles A et B, l'allèle normal et l'allèle muté. Justifiez.

2-Analysez ces résultats afin de préciser :

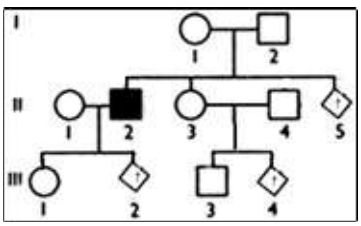
a-Si l'allèle de la maladie est dominant ou récessif ?

b-Si le gène en question est porté par un autosome ou un gonosome ?

3-Ecrivez les génotypes des individus $E_1$, $E_2$, $P_1$ et $P_2$, sachant qu'ils ne présentent aucune anomalie chromosomique.

On note : Allèle normal (N ou n) ;

Allèle de la maladie (M ou m)




4-Dans une autre famille (voir pédigrée) présentant la même maladie, des couples s'interrogent sur l'état de leur futur bébé.

Sachant que la fréquence des hybrides dans leur Moughataa est 5/100, calculez le risque pour que le fœtus :

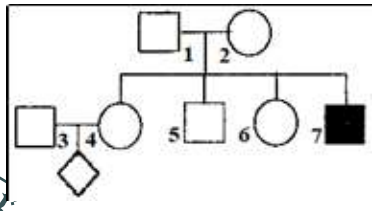
a-$II_5$ soit malade.

b-$III_2$ soit malade s'il est une fille.

c-$III_4$ soit malade s'il est garçon.

## Exercice 23

L'arbre généalogique ci-contre est celui d'une famille dont certains membres sont atteints d'une maladie héréditaire.




1- Discutez le mode de transmission de cette maladie.

2- En réalité cette maladie est présente sous deux formes différentes : mineure (légère) et majeure, cette dernière tue avant la puberté.

Le tableau montre l'état de santé de certains individus de cette famille.

| Individu | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|
| Etat de santé | Atteint de la forme mineure | Sain | Atteint de la forme majeure |

a- Expliquez l'état de santé de l'individu 5.

b-Qu'apportent ces données en ce qui concerne le mode de transmission de cette maladie ?

c-Déduisez le(s) génotype(s) des individus 1, 4 et 7.

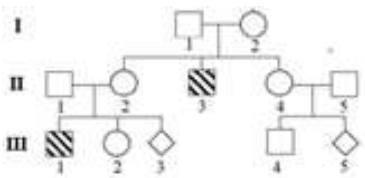
3-Un dépistage systématique dans certaines régions a montré l'existence de 20% d'individus atteints de la forme mineure.

a- Calculez le risque pour qu'un couple pris au hasard, ait un enfant atteint de la forme majeure.

b- Que devient ce risque si le père ou la mère a un frère atteint de la forme majeure ?

## Exercice 24

L'arbre généalogique ci-contre est celui d'une famille dont certains sujets sont atteints d'une maladie héréditaire.




1- Exploitez les données du pédigrée en vue de :

a- préciser si l'allèle responsable de la maladie est dominant ou récessif.

b- déterminer s'il s'agit d'un cas d'hérédité autosomique ou liée au sexe (X ou Y)?

Afin de lever l'ambiguïté posée dans la 1ére question et de déterminer le génotype du fœtus $III_3$, on procède à la technique de l'électrophorèse. Les résultats obtenus pour le couple ($II_1$ et $II_2$) et leurs enfants sont donnés en désordre par le tableau.

| | A | B | C | D | E |
|---|---|---|---|---|---|
| Nombre d'allèles $a_1$ | 1 | 2 | 1 | 0 | 1 |
| Nombre d'allèles $a_2$ | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |

2-Exploitez ces données en vue de :

a- préciser l'hypothèse confirmée.

b- préciser l'allèle normal et l'allèle muté parmi $a_1$ et $a_2$.

c- Faire correspondre les résultats A, B, C, D et E aux individus $II_1$, $II_2$, $III_1$, $III_2$ et $III_3$ en précisant le phénotype et le génotype.

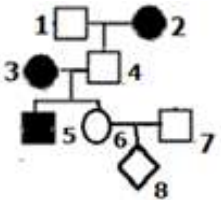
3-Calculez le risque pourque le fœtus $III_5$ soit malade ?

4- Que devient ce risque si $III_5$ est : a- Un garçon ?

b- Une fille ?

## Exercice 25

L'arbre généalogique ci-contre est celui d'une famille dont certains membres sont atteints d'une maladie héréditaire.




1-Discutez le mode de transmission de cette maladie :

Hypothèse 1 : L'allèle de la maladie est dominant, porté par X

Hypothèse 2 : L'allèle de la maladie est dominant, autosomique

Hypothèse 3 : L'allèle de la maladie est récessif porté par X

Hypothèse 4 : L'allèle de la maladie est récessif, autosomique

Des études génétiques et physiologiques précisent que l'absence de l'allèle normal est létale avant la naissance, car le développement du fœtus exige la protéine fonctionnelle que le gène muté ne peut fournir.

2-Qu'apporte cette information ?

3-D'autres études statistiques ont confirmé que cette maladie affecte seulement les femmes.

a-Que concluez-vous?

b-Donnez les génotypes des individus 1, 2 et 6.

4-Quel est le risque de la maladie chez le fœtus 8 ?

5-Le garçon 5 âgé de trois ans est une exception aux études statistiques.

Proposez une hypothèse afin d'expliquer son phénotype.

NB : Notez N ou n pour l'allèle normal et M ou m pour l'allèle responsable de la maladie.

وزارة التعليم الثانوي والتكوين المهني
السلسل في البكالوريا

## Exercice 26

Le tableau ci-contre est le résultat d'une électrophorèse réalisée sur l'ADN des membres d'une famille dont certains sont atteints par une maladie héréditaire.

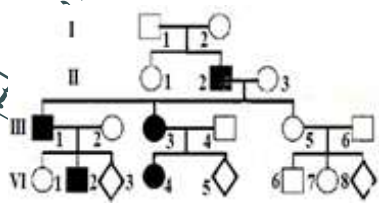
| | Père | Mère | Fille | Fils |
|---|---|---|---|---|
| A | ▬ | ▬ | ▬ | |
| B | | ▬ | | ▬ |
| | Sains | | | Malade |

Ecrire les génotypes des membres de cette famille.

## Exercice 27

L'arbre généalogique suivant est celui d'une famille dont certains membres sont atteints d'une maladie héréditaire qui apparaît tardivement entre 30 et 50 ans.

D'autres données permettent d'affirmer que le sujet $II_3$ est homozygote.




1-En justifiant vos réponses, précisez si l'allèle de la maladie est :

a- récessif ou dominant.

b-autosomique ou gonosomique.

2-Comment expliquez-vous la maladie chez $II_2$ ?

3-Donnez les génotypes des individus $III_1$ et $III_2$.

4- Quel est le risque pour que :

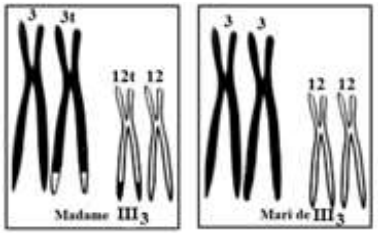
a-$IV_3$ soit malade.

b- $IV_5$ soit une fille malade.

c- $IV_8$ soit un garçon malade.

5- $IV_2$ désire épouser $IV_7$. Les risques que ce couple ait des descendants atteints de la maladie auraient-ils été plus grands que dans le cas de la question 4a ?

La femme $III_3$ victime de plusieurs avortements spontanés, fait réaliser un caryotype pour elle et son conjoint, seules les paires 3 et 12 ont été representées (voir document ci-contre).




6-Dites pourquoi l'anomalie dont cette femme est porteuse n'a pas été pressentie avant les avortements ?

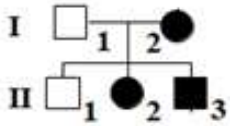
7-Quelle est la probabilité pour elle de mener à terme une prochaine grossesse ?

Pour répondre à cette question, vous indiquerez les chromosomes 3 et 12 possibles dans les gamètes, puis les caryotypes qui en résulteraient pour l'enfant, avec la probabilité, qu'ils se réalisent, et enfin si l'enfant n'est pas viable, vous direz pourquoi ?

وزارة التربية و التعليم الثانوي و التكوين التقني و المهني
السبيل الى الباكالوريا

# Exercice 28

Le pédigré suivant est celui d'une famille dont certains membres sont atteints de l'albinisme.




1-Sachant que l'individu $I_2$ ne présente pas l'allèle normal, montrez si l'allèle de la maladie est :

a-dominant ou récessif.

b-autosomique ou gonosomique.

2-Dans une population, la fréquence des individus de même génotype que $I_1$ est 1/60, quel est le risque pour un couple phénotypiquement sain pris au hasard d'avoir :

a) un premier enfant albinos ?

b) un deuxième enfant albinos, si le premier était malade ?

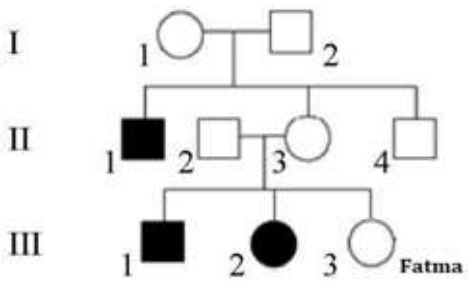
c) successivement deux enfants albinos, si le premier était malade ?

d) successivement trois enfants normaux, si le premier était malade ?

# Exercice 29

Fatma et Taleb désirent se marier. Fatma est membre d'une famille où certains individus sont atteints d'albinisme, alors que Taleb a dans sa famille des cousins atteints d'une autre anomalie, le daltonisme. Ce couple consulte un médecin afin de connaitre le risque d'avoir des enfants atteints des deux anomalies concernées.

Le document 1 représente l'arbre généalogique de la famille de Fatma.




1-Indiquer si l'allèle de l'albinisme est dominant ou récessif. Justifier la réponse.

2-Déterminer la localisation chromosomique du gène responsable de cette anomalie.

Le gène du daltonisme est localisé sur la partie propre du chromosome X et il existe sous deux formes alléliques, l'une normale et l'autre mutée responsable du daltonisme.

Le document 2 montre les résultats obtenus de l'électrophorèse sur les deux allèles du gène du daltonisme chez Taleb et ses parents, tous de phénotype non daltonien.

| | | Fatma | Taleb |
|---|---|---|---|
| Gène de l'albinisme | Allèle normal | — | — |
| | Allèle muté | — | — |
| Gène du daltonisme | Allèle normal | — | — |
| | Allèle muté | — | |

3-Montrer que l'allèle responsable du daltonisme est récessif.

4-Préciser lequel des deux allèles, 1 ou 2, est responsable de cette anomalie.

| | Taleb | Père | Mère |
|---|---|---|---|
| Allèle 1 | — | — | |
| Allèle 2 | | | — |

Le médecin demande plusieurs tests pour détecter la présence de l'allèle muté de l'albinisme et de celui du daltonisme chez Fatma et Taleb. Les résultats sont représentés dans le document 3

وزارة التعليم الثانوي والتكوين المهني
السبيل الى الباكالوريا

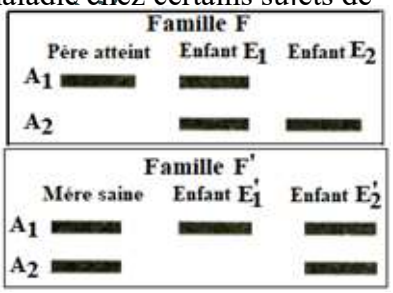
5-Ecrire, en se référant au document 3, le génotype de Fatma et celui de Taleb pour les deux gènes étudiés.

6-Indiquer les gamètes produits par Fatma et ceux produits par Taleb.

7-Vérifier si ce couple pourrait avoir un enfant atteint à la fois des deux anomalies étudiées.

## Exercice 30

On cherche à déterminer le mode de transmission d'une maladie héréditaire. Pour cela, une électrophorèse de l'ADN du gène responsable de la maladie chez certains suiets de deux familles F et F' a été réalisée. Les résultats obtenus chez les deux familles F et F' sont représentés dans le document suivant




1- Exploitez les données du document en vue de préciser

a- l'allèle responsable de la maladie et l'allèle normal,

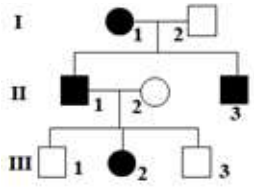
b- la relation de dominance entre les deux allèles $A_1$ et $A_2$,

c- la localisation chromosomique du gène en question (autosomique ou porté par le chromosome sexuel X).

2- Ecrivez les génotypes et déduisez les phénotypes des enfants $E_1$, $E_2$, $E'_1$ et $E'_2$.

3- Déterminez, en justifiant votre réponse, les génotypes du père de la famille F et de la mère de la famille F'.

## Exercice 31




Le document représente l'arbre généalogique d'une famille dont certains membres sont atteints d'une anomalie héréditaire.

1- Exploitez les données du document en vue de discuter les deux hypothèses suivantes :

Hypothèse 1 : l'allèle de l'anomalie est dominant porté par un autosome.

Hypothèse 2 : l'allèle de l'anomalie est dominant porté par X.

Afin de préciser la localisation du gène en question, on a procédé à l'analyse des fragments d'ADN du gène étudié, chez le sujet $III_3$. Le résultat obtenu est représenté dans le tableau

| | Sujet $III_3$ |
|---|---|
| Nombre de séquences d'ADN correspondant à l'allèle $A_1$ | 0 |
| Nombre de séquences d'ADN correspondant à l'allèle $A_2$ | 1 |

2- Exploitez les données du tableau en vue :

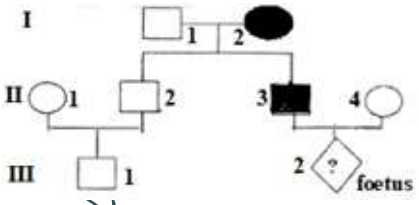
a- d'identifier l'allèle responsable de l'anomalie.

b- de préciser la localisation du gène en question.

3- Ecrivez les génotypes des individus $I_1$, $II_1$ et $II_2$.

## Exercice 32

L'arbre généalogique ci-contre est celui d'une famille dont certains individus sont atteints par une maladie héréditaire




1- Discuter les hypothèses suivantes concernant le mode de transmission de l'allèle responsable de la maladie.

a-Hypothèse 1 : allèle dominant autosomal.

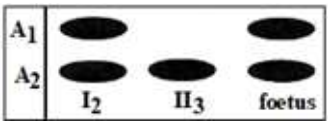
b-Hypothèse 2 : allèle dominant porté par X

c-Hypothèse 3 : allèle récessif portée par X

d-Hypothèse 4: allèle récessif autosomal

Par une technique de biologie moléculaire, on peut isoler le gène responsable de cette maladie et l'analyser.

Le document ci-contre montre les résultats de l'analyse des fragments correspondant au gène en question, chez certains individus de cette famille




$I_2$ et $II_3$ individus testés. $A_1$ et $A_2$ les allèles du gène étudié

2-Quelle est l'hypothèse confirmée par ces données ?

3- En vous basant toujours sur l'analyse de l'arbre généalogique et sur le document , justifier si le fœtus $III_2$ est :

a- Une fille ou un garçon.

b- Normal (e) ou malade.

وزارة التعليم الثانوي و التكوين المهني و التهذيب
السبيل الى الباكلوريا

# QCM :

Pour chacun des items suivants, il y a une ou deux affirmation (s) exacte (s). Relevez le numéro de la question et la (ou les) lettre(s) qui correspond (ent) à la (ou aux) affirmation (s) exacte (s).

1- Dans le cas d'une maladie récessive autosomale :
a- tout individu sain est homozygote.
b- un couple de phénotype sain doit être hétérozygote.
c- un garçon atteint n'hérite la maladie que de son père.
d- le mariage consanguin augmente le risque d'apparition de la maladie chez les descendants.

2- Dans le cas d'une maladie dominante autosomale :
a- des filles saines ayant un père atteint doivent avoir une mère saine.
b- des enfants sains peuvent avoir deux parents atteints.
c- deux parents sains peuvent avoir un enfant atteint.
d- les enfants d'un père atteint homozygote sont tous atteints.

3- Dans le cas d'une maladie récessive liée au chromosome sexuel X :
a- toutes les filles d'une mère atteinte sont atteintes.
b- tous les fils d'une mère atteinte sont atteints.
c- le père d'une fille atteinte est atteint
d- le père d'une fille atteinte peut être sain

4- Dans le cas d'une maladie dominante liée au chromosome sexuel X, le mariage entre un homme atteint et une femme saine donne :
a- des filles saines et des fils atteints.
b- des filles atteintes et des fils sains.
c- des filles toutes atteintes, des fils sains et des fils atteints.
d- des enfants sains des deux sexes et des enfants atteints des deux sexes.

5- La formule chromosomique d'un garçon atteint du syndrome de Down est :
a- 44 Autosomes + XY.
b- 45 Autosomes + XY.
c- 45 Autosomes + XX.
d- 44 Autosomes + X.

6-Un individu de phénotype [AB] est croisé avec un individu [ab]. La descendance comprend :
- X [AB]
-X [ab] avec X ≠ Y
- Y [Ab]
- Y [aB]

On peut affirmer que l'individu [AB] :
a- est double hybride.
b- est de génotype A//a B//b.
c- est de génotype AB//ab si X < Y.
d- est de génotype Ab//aB si X < Y.

وزارة التعليم الثانوي والتكوين الفني و المهني
السبيل الى الكلوريا

7-Le brassage interchromosomique :
a- aboutit à des gamètes recombinés.
b- aboutit, avec la fécondation, à une diversité phénotypique.
c- dépend du brassage intrachromosomique.
d- peut s'effectuer lors de la division équationnelle.

8- Dans une F2 de dihybridisme à dominance absolue et à gènes indépendants :
a. les phénotypes recombinés résultent d'un brassage interchromosomique.
b. les phénotypes recombinés résultent d'un brassage intrachromosomique.
c. les phénotypes parentaux sont toujours équiprobables.
d. les phénotypes recombinés sont toujours équiprobables.

9- Un test cross est toujours un croisement entre :
a. un individu hybride et un individu récessif.
b. deux individus hybrides.
c. un individu de génotype inconnu et un individu récessif pour les caractères étudiés.
d. deux individus homozygotes.

10- Dans un test cross, on a obtenu 4 phénotypes différents, on peut dire que :
a. les deux gènes sont indépendants si les 4 phénotypes sont équiprobables.
b. les deux gènes sont liés s'il y a 40% de phénotypes parentaux.
c. l'individu testé est hybride pour les deux caractères.
d. les deux gènes sont totalement liés.

11- Le résultat d'analyse d'ADN d'un homme malade montre deux types d'ADN :
a. le gène de la maladie peut être lié au chromosome X.
b. la maladie est contrôlée par un gène dominant.
c. cet homme donne des filles toutes malades.
d. le gène de la maladie est autosomal.

12- Deux parents sains ont donné une fille malade, dans ce cas :
a. la maladie est récessive autosomale.
b. la fille est homozygote.
c. la maladie est récessive liée à X.
d. les parents sont homozygotes.

13- Le 2ème globule polaire provient :
a. du 1er globule polaire.
b. de l'ovotide.
c. de l'ovocyte II.
d. de l'ovocyte I.

14- Le brassage intrachromosomique se produit dans :
a- le spermatocyte I.
b- l'ovocyte II.
c- le spermatocyte II.
d- l'ovocyte I.

وزارة التعليم الثانوي التكوين الفني والتعليم العالي والبحث العلمي

15- Si le 1er globule polaire contient 8,4 pg d'ADN, alors :
a. le 2ème globule polaire contient aussi 8,4 pg d'ADN.
b. le pronucléus femelle contient au moment de sa formation seulement 4,2 pg d'ADN.
c. le matériel génétique de l'ovocyte II contient 4,2 pg d'ADN.
d. le spermatozoïde contient 2,1 pg d'ADN.

16- Au cours de la 2ème division de la méiose :
a. les chromosomes homologues se séparent.
b. les 2 cellules résultantes de cette division sont toujours génétiquement identiques.
c. le taux d'ADN de chaque cellule fille est égal au ¼ de celui de la cellule mère en phase G2 de l'interphase.
d. il y a échange du matériel chromosomique entre les chromatides.

17- En dihybridisme, le croisement entre un individu double homozygote récessif et un individu double hétérozygote donnera :
a. 4 phénotypes en quantités équiprobables si les gènes sont liés.
b. une descendance homogène.
c. toujours 2 phénotypes que les gènes soient liés ou indépendants.
d. 4 phénotypes en quantités équiprobables si les gènes sont indépendants.

18- Le croisement $P_1$ : [a B] x P2 : [A B] donne la descendance :
37,5 % [A B], 37,5 % [a B], 12,5 % [a b] et 12,5 % [Ab]. On peut déduire que :
a. le parent $P_1$ est hybride pour le couple d'allèles (B, b).
b. les loci des deux gènes sont distants de 25 CM.
c. les deux couples d'allèles sont indépendants.
d. les deux couples d'allèles sont liés.

19- Une femme hétérozygote est :
a- malade si l'allèle de la maladie est récessif.
b- saine si l'allèle de la maladie est dominant
c- malade si l'allèle de la maladie est dominant.
d- saine si l'allèle de la maladie est récessif.

20- Le diagnostic prénatal basé sur l'amniocentèse :
a- s'effectue à la 8ème semaine de grossesse.
b- s'effectue à partir de la 17ème semaine de grossesse.
c- consiste à prélever des cellules placentaires.
d- permet de pratiquer une analyse biochimique des protéines.

21- Un homme malade est hétérozygote, dans ce cas, l'allèle de la maladie est :
a- récessif.
b- dominant.
c- localisé sur un autosome.
d- localisé sur le chromosome sexuel X.

22- Dans le pédigrée ci-contre, l'allèle de la maladie est :
a- porté par un autosome.
b- récessif.
c- dominant.
d- porté par X.

23- L'étude de l'ADN fœtal nécessite :
a- l'utilisation des enzymes ligases.
b- l'utilisation des enzymes de restriction.
c- l'utilisation des enzymes de réplication.
d- la connaissance de la séquence du gène de la maladie.

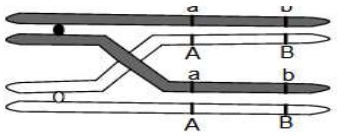
24- Un individu atteint de trisomie 21, possède 3 allèles A. Ses parents sont hétérozygotes pour le gène (A, a). L'anomalie est due peut-être à une erreur en :
a- Anaphase II de la méiose de la spermatogenèse.
b- Anaphase I de la méiose de la spermatogenèse.
c- Anaphase I de la méiose de l'ovogenèse.
d- Anaphase II de la méiose de l'ovogenèse.

25- Le passage du caryotype de la drosophile de 2n = 12 à 2n = 8 est dû à la fusion de :
a- 2 paires de chromosomes en une seule.
b- 8 chromosomes homologues 2 à 2 en 4 chromosomes homologues 2 à 2.
c- 4 paires de chromosomes en 2 paires.
d- 8 chromosomes en deux.

26- Les mutations chromosomiques :
a- peuvent s'effectuer par fusion des chromosomes.
b- peuvent être dues à des délétions de bases azotées.
c- peuvent conduire à des caryotypes à 4n chromosomes.
d- conduisent toujours à la modification de la structure des chromosomes.

27- Le brassage interchromosomique qui se produit dans des spermatocytes I à 2n = 8 est à l'origine de l'obtention de :
a- 4 types de spermatozoïdes génétiquement différents,
b- 8 types de spermatozoïdes génétiquement différents,
c- 16 types de spermatozoïdes génétiquement différents,
d- 32 types de spermatozoïdes génétiquement différents.

28- Le crossing-over comme représenté dans la figure ci-contre:
a- se produit en anaphase I.
b- se produit en prophase II.
c- conduit à la formation de gamètes de type Ab et aB.
d- conduit à la formation de gamètes de type ab et AB




29- Le pronucléus femelle observé au centre de l'ovule :
a- est à 2n chromosomes à une chromatide.
b- est à n chromosomes à deux chromatides.
c- est à n chromosomes à une chromatide.
d- est à 2n chromosomes à deux chromatides.

وزارة التعليم الثانوي و التكوين المهني و التعليم العالي

30- La cellule germinale représentée par le schéma ci-contre et qui provient d'une cellule mère à 2n = 8 évolue en :



a- 2 spermatides
b- 2 spermatogonies,
c- 2 spermatocytes II.
d- un ovocyte II et un premier globule polaire.

31 L'ovocyte II et le premier globule polaire ont en commun :
a- les deux cellules sont issues de la division équationnelle.
b- les deux cellules sont issues de la division réductionnelle.
c- les deux cellules comportent n chromosomes dupliqués.
d- les deux cellules comportent 2n chromosomes dupliqués.

32- L'ovogenèse diffère de la spermatogenèse par :
a- la position du fuseau de division ;
b- le nombre de gamètes produits ;
c- l'absence d une phase de différenciation ;
d- sa continuité.

وزارة التعليم الثانوي و التكوين الفني و المهني
السبيل الى الباكلوريا

# Physique

## Les bases fondamentales de la dynamique

- **Un système est un ensemble de points matériels.**
- **Un système peut être déformable ou indéformable.**
- **Une force intérieure est une force exercée par une partie du système sur une autre partie de ce système.**
- **Une force extérieure est une force exercée par l'extérieur sur le système.**
- **La relation fondamentale de la dynamique R.F.D:**
- **L'ensemble des forces appliquées à un point matériel de masse m provoque une variation de sa vitesse :** $\sum \vec{F} = m\vec{a}$
- **Le théorème de l'énergie cinétique :**

**La variation de l'énergie cinétique d'un solide entre deux instants est égale à la somme algébrique des travaux de toutes les forces appliquées au solide entre ces deux instants :** $\Delta E_C = \sum W_{\vec{F}}$ ,

- **Le théorème de l'énergie mécanique :**
  **La variation de l'énergie mécanique d'un système entre deux instants est égale à la somme algébrique des travaux des forces extérieures et des forces intérieures dissipatives qui s'exercent sur le système entre ces deux instants :**

$$\Delta E_m = \sum W_{\vec{F}ext} + \sum W_{\vec{F}int}(\text{dissipatives}) ,$$

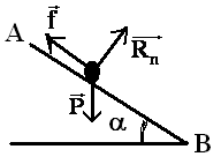
## Les applications de la RFD

### 1. Glissement sur un plan incliné faisant un angle $\alpha$ avec l'horizontale :

- **Nature du mouvement:**

$$a = g\sin\alpha - \frac{f}{m}$$

**( m.r.u.v).**



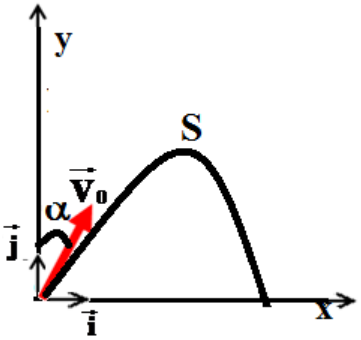

- **Expression de R:** $R = \sqrt{(mg\cos\alpha)^2 + f^2}$
- **Si f =0: a = g sin α et $R_n$= mg cos α**

### 2. Cas d'un projectile :

- **Les vecteurs accélération $\vec{a}$ , vitesse $\vec{V}$ et position $\overrightarrow{OM}$**

$$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases} \Rightarrow \vec{V}\begin{cases} V_x = V_0\cos\alpha \\ V_y = -gt + V_0\sin\alpha \end{cases}$$

$$\Rightarrow \vec{OM}\begin{cases} x = V_0\cos\alpha\, t & (1) \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0\sin\alpha\, t & (2) \end{cases}$$




- **Equation de la trajectoire:**

$$Y = -\frac{gx^2}{2V_0^2\cos^2\alpha} + x\,tg\alpha$$

- **La portée : C'est la distance entre le**

**point de tir O du projectile et son point de chute P sur le plan horizontal.**

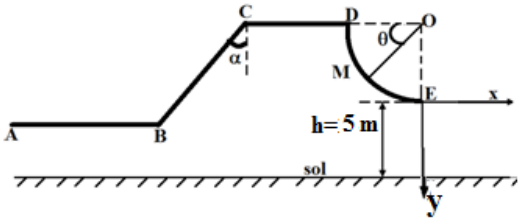
$$x_p = \frac{V_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$

- **La flèche : Elle correspond à la hauteur maximale atteinte par le projectile au dessus du plan horizontal (ordonnée du sommet S de la trajectoire).** $Y_S = \frac{V_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$

## Exercice 1

***On néglige les frottements et on prendra g=10m/s²***

**Un skieur de masse totale m=80kg aborde une piste verglacée A, B, C, D et E. (voir fig).**




**Dans cet Exercice le skieur sera assimilé à un point matériel confondu avec son centre d'inertie G.**

**1 Partant sans vitesse du point A il est poussé sur le parcours AB par une force $\vec{F}$ parallèle à la piste pour arriver en B avec une vitesse $\vec{V}_B$ .Cette vitesse $\vec{V}_B$ lui permet d'atteindre le point C. AB=*l*=20m; BC=*l'*=40m; g=10m/s² et $\alpha$=60°.**

**1.1 Calculer la valeur de la vitesse $\vec{V}_B$ pour laquelle le skieur arrive en C avec une vitesse nulle.**

**1.2 Calculer alors la valeur supposée constante de la force $\vec{F}$ .**

**1.3 Déterminer la nature du mouvement du skieur entre B et C sachant que $\vec{F}$ ne s'exerce qu'entre A et B.**

**2 En arrivant en C le skieur s'aide de ses bâtons pour repartir sur CD, horizontale, et acquérir au point D une vitesse de valeur $V_D$=10m/s avec la quelle il entame le tronçon circulaire $\overset{\frown}{DE}$ de rayon r=OD=OE=2,2m.**

**2.1 Exprimer:**

**2.1.1 La valeur $V_M$ de la vitesse du skieur au point M en fonction de $V_D$, r, g et de l'angle $\theta$ et en déduire sa valeur au point E.**

**2.1.2 La valeur R de la réaction exercée par la piste sur le skieur au point M en fonction de m, $V_D$, r, g et de l'angle $\theta$.**

**2.2 Le skieur quitte la piste au point E pour arriver au point P situé sur le sol.**

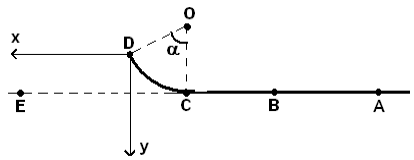
**2.2.1 Calculer l'équation de la trajectoire dans le repère (E, x, y).**

**2.2.2 Calculer l'abscisse du point P de chute.**

## Exercice 2

***Dans l'Exercice on négligera les frottements et l'action de l'air et on donne g = 10m/s²*.**

**Un rail ABCD contenu dans un plan vertical comporte une partie ABC rectiligne posée sur le sol horizontal et une partie CD qui a la forme d'un arc de cercle de centre O, de rayon r =0,5m et d'angle au centre $\alpha$ = 60° (voir fig1).**




**1 Un solide S de masse m = 0,1 Kg assimilable à un point matériel, est initialement au repos en A. Il est soumis sur la portion AB du rail à une force $\vec{F}$ parallèle au rail, dirigée de A vers B et d'intensité constante. Un dispositif a permis d'enregistrer la position du solide toute les $2.10^{-2}$ s.**

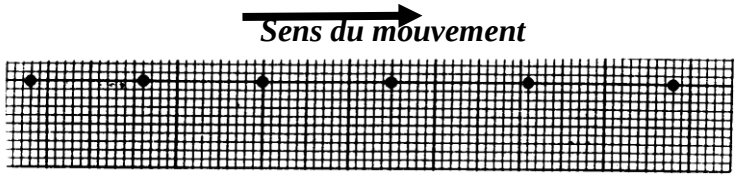



**fig 2**

**La figure 2 représente, en vraie grandeur, une partie de l'enregistrement.**

**1-1 Déduire de cet enregistrement la nature du mouvement de S et calculer son accélération.**

**1-2 Calculer l'intensité F de la force.**

**2-La force $\vec{F}$ cesse d'agir lorsque S atteint le point B, la vitesse du solide vaut alors 3m/s.**

**2-1 Déterminer la vitesse v du solide au point C.**

**2-2 Avec la vitesse calculée, le solide S aborde la partie CD du rail. Déterminer au point D les caractéristiques :**

**1.2.1 du vecteur vitesse $\vec{V}_D$ du solide.**

**1.2.2 de la force $\vec{R}_D$ exercée par le rail sur le solide S.**

**3- en D le solide S quitte le rail avec la vitesse $V_D$ et effectue alors un mouvement aérien.**

**3.1 Etablir l'équation de la trajectoire du mouvement du solide S dans le plan (D,x,y).**

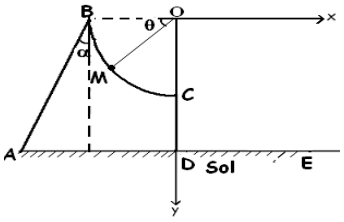
**3.2 Déterminer les coordonnées du sommet de la trajectoire.**

**3.3 Calculer l'abscisse du point de chute E sur le sol.**

**3.4 En utilisant la conservation de l'énergie mécanique entre les points D et E, calculer la vitesse du solide S à son arrivée en E.**

## Exercice 3

**Une piste ABCD est formée d'une partie AB rectiligne qui fait un angle $\alpha$ avec la verticale, une partie BC ayant la forme d'un arc de cercle de centre O et de rayon r et en fin une partie CD verticale (voir fig ).**




**Données : $\alpha = 60°$, $g = 10m/s^2$, $BO = CO = r = 1m$, $OD = 2m$**

**Un solide S de masse $m = 200g$ est lancé de A vers B avec une vitesse $V_A$.**

**1 Déterminer la nature du mouvement de A à B.**

**Les frottements sont assimilables à une force $f = \frac{mg}{4}$**

**(les frottements n'existent qu'entre A et B seulement.)**

**2 Calculer la vitesse minimale avec la quelle il faut lancer le solide S du point A pour qu'il arrive en B avec une vitesse nulle.**

**3 Le solide S descend de B vers C sans vitesse initiale.**

**3.1 Donner l'expression de sa vitesse en M en fonction de g, r et $\theta$. A. N: $\theta = 30°$**

**3.2 Trouver l'expression de la réaction en M de la piste sur S en fonction de g, m et $\theta$ La calculer.**

**4 Donner les caractéristiques de la vitesse du solide S en C.**

**5 Le solide S quitte la piste à t=0 au point C et arrive au sol au point E.**

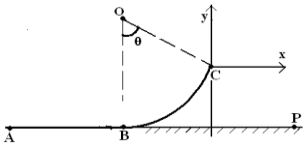
**5.1. Donner l'équation de la trajectoire du solide dans le repère $(O; x; y)$.**

**5.2. Déterminer l'abscisse du point de chute E.**

## Exercice 4

***Les frottements sont négligeables et on donne m=200g, g=10m/s²*** **$\theta = 60^0$**

**Une piste de lancement est formée de deux parties :**




- **Une partie horizontale AB de longueur *l*=3,5m .**
- **Une partie circulaire BC de rayon r=1,3m.**

**Un solide ponctuel S de masse m est lancé du point A avec une vitesse horizontale $\overrightarrow{V_A}$.**

**1 Montrer que, sur la partie AB le mouvement du solide S est uniforme. Calculer la vitesse $V_A$ si la durée du trajet AB est t=0,5s.**

**2 Le solide S aborde en suite la partie circulaire BC.**

**2.1 Donner les caractéristiques du vecteur vitesse du solide S au point C.**

**2.2 Trouver l'expression de la réaction de la piste sur le solide au point C et calculer sa valeur.**

**3 Le solide S quitte la piste au point C.**

**3.1 Donner l'équation de la trajectoire du mouvement du solide après C dans le repère $(C; x; y)$**

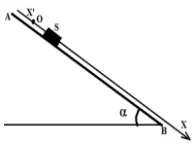
**3.2 Déterminer les coordonnées du sommet de la trajectoire et la valeur de la vitesse en ce point.**

**3.3 Calculer le temps mis par le solide S pour partir de C jusqu'au point P situé sur le sol.**

## Exercice 5

***Dans l'Exercice on prendra g=10m/s***

**Un solide S de masse m=500g, abandonné sans vitesse initiale, glisse sur un plan incliné d'un angle $\alpha$=30° par rapport au plan horizontal. On suppose que le solide S est soumis à une force de frottement constante $\vec{f}$ parallèle à la trajectoire de son centre de gravité G.**




**1.1 Etablir l'expression de l'accélération $a_1$ de son centre d'inertie G. En déduire la nature du mouvement.**

**1.2 Dans le repère (x'Ox), établir en fonction de $a_1$, l'équation horaire du mouvement du centre d'inertie G en prenant comme origine des dates l'instant où le solide S est lâché sans vitesse et comme origine des abscisses la position O.**

**1.3 Calculer la valeur de l'accélération $a_1$ dans le cas où les frottements sont négligeables.**

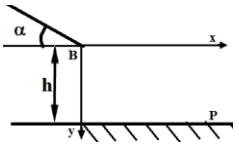
**2 Un dispositif expérimental approprié permet d'enregistrer les positions du centre de gravité G de S à des instants régulièrement espacés de $\tau$= 60ms. Les résultats expérimentaux ont permis d'établir le tableau suivant :**

| $x_i$(mm) | 0 | 8,5 | 33,5 | 75 | 133 | 207,5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $t_i$(s) | 0 | 0,06 | 0,12 | 0,18 | 0,24 | 0,30 |

**2.1 Montrer que les distances parcourues pendant les mêmes intervalles de temps $\tau$ constituent une suite arithmétique de raison r et en déduire la valeur $a_2$ de l'accélération $\vec{a}$ du mouvement.**

**2.2 Au cours de cette expérience existe-t-il des frottements ? si oui calculer la valeur de $\vec{f}$ .**

**3 Calculer la valeur de la vitesse à la date $t=3\tau$.**




**4 Au point B le solide S quitte le plan AB situé à une hauteur h=2m du sol.**

**4.1 Etablir les équations horaires x(t) et y(t) du mouvement de S dans le repère (B ;x ;y). En déduire l'équation de la trajectoire. On prendra pour origine des instants l'instant de passage par B et pour vitesse au point B : $V_B$=1m/s.**

**4.2 Trouver l'abscisse $x_P$ du point de chute P sur le sol.**

**Trouver la valeur $V_P$ de la vitesse de S au point P.**

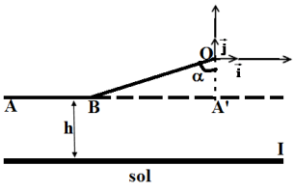
## Exercice 6

***On suppose que les frottements sont négligeables.***

**Une piste est formée de deux parties rectilignes :**

**-AB horizontale**

**- BO incliné d'un angle $\alpha$=60° par rapport à la verticale et de longueur L=3,6m.**




**1 Un solide S ponctuel de masse m est lancé du point A avec une vitesse initiale $\vec{V}_A$ .**

**1.1 Déterminer la nature du mouvement du solide S sur AB.**

**1.2 Etudier le mouvement de S sur la partie BO et donner l'expression de son accélération.**

**1.3 Calculer la valeur minimale que doit avoir $V_A$ pour que la vitesse de S s'annule en O.**

**2 Le solide S arrive en O avec une vitesse $\vec{V}_0$ de module $V_0$=8m/s. Calculer $V_A$.**

**3 Arrivé en O, le solide quitte le plan incliné avec la vitesse $\vec{V}_0$.**

**3.1. Représenter le vecteur $\vec{V}_0$ puis établir dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$, l'équation de la trajectoire de S. Conclure.**

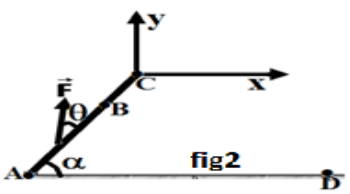
**3.2 Le solide S touche le sol au point I, sachant que le plan AB se trouve à une hauteur h=1,2m du sol. Déterminer les coordonnées du point I dans le repère.**

**3.3 Quelle est la durée de cette chute.**

**3.4 Déterminer les coordonnées du point S où la vitesse du solide est horizontale.**

## Exercice 7

**Sur un tremplin de surface parfaitement lisse incliné d'un angle $\alpha$ =30°par rapport à l'horizontale, un jouet S d'enfant constitué d'une petite voiture en partie cassable**



**initialement au repos au point A, est tiré par une force constante $\vec{F}$ , inclinée d'un angle $\alpha$ par rapport au plan du tremplin. Ce jouet S a une masse m=100g. (Voir fig2)**

**On donne $\cos\theta$ = 0,8 ; AB = 2m ; AC=2,7m.**

**1. La vitesse atteinte par S au point B après le parcours rectiligne AB est égale à $V_B$=4 $m.s^{-1}$.**

**1.1. Calculer la valeur de $\vec{F}$ .**

**1.2. Déterminer la nature du mouvement de S sur le trajet AB.**

**1.3. Au point B, l'action de la force $\vec{F}$ cesse, le solide poursuit son mouvement rectiligne jusqu'au sommet C du tremplin. Déterminer la nature du mouvement de S sur le trajet BC. Calculer la vitesse de S au point C.**

**2. Le solide quitte le tremplin au point C, origine du repère $(C, \vec{i}, \vec{j})$ avec la vitesse $V_C$=3m/s**

**2.1. Déterminer l'équation cartésienne de la trajectoire de S dans le repère $(C, \vec{i}, \vec{j})$. L'instant de passage de S en C est considéré comme origine des dates.**

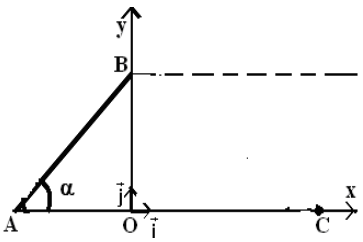
**2.2. S atteint le sol au point d'impact D.**

**2.2.1. Calculer les coordonnées du point D.**

**2.2.2. Sachant que le solide est brisé s'il touche le sol avec une vitesse supérieure à 5m/s. Dans quel état se trouve S après la chute.**

## Exercice 8

**On lance un solide S de masse m=400g à partir d'un pont A avec la vitesse $V_A$=4m/s sur un plan AB incliné d'un angle $\alpha$=30°. On prendra g=10m/s² ; AB=0,7m**




**1 On néglige les frottements sur AB.**

**1.1 Donner l'expression de l'accélération du solide S et calculer sa valeur.**

**1.2 Calculer la vitesse au point B.**

**1.3 Calculer le temps mis entre A et B.**

**2 On considère que les frottements sur AB équivalent à une force $\vec{f}$ tangente à la trajectoire et de sens opposé au mouvement. Le solide S arrive au point B avec la vitesse $V_B$=2m/s.**

**2.1 Déterminer la valeur de la force de frottement.**

**2.2 Déterminer la valeur de la réaction R exercée par le plan AB sur le solide.**

**3 Le solide quitte le plan incliné AB au point B avec la vitesse $V_B$=2m/s et effectue un mouvement aérien pour tomber au point C.**

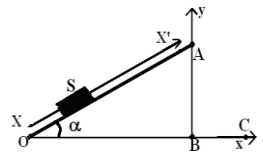
**3.1 Ecrire dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$ l'équation de la trajectoire du saut entre B et C.**

**3.2 Déterminer les coordonnées du sommet de la trajectoire du saut.**

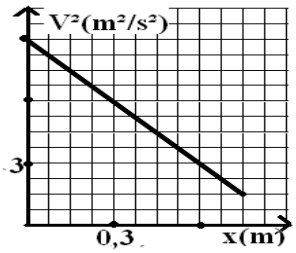
**3.3 Déterminer les coordonnées du point C et en déduire la valeur de la distance BC.**
**3.4 Déterminer la vitesse du projectile au point C.**

## Exercice 9

**On lance un solide S de masse m=100g avec une vitesse initiale $V_0$ à partir du point O origine des abscisses de l'axe XX' confondu avec la ligne de plus grande pente d'un plan OA incliné d'un angle $\alpha$ par rapport à l'horizontale.**



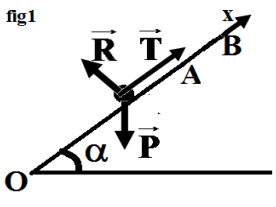

**Un dispositif permet de mesurer les vitesses V à différentes positions d'abscisses x lors du mouvement du solide.**
**1 La courbe représente les variations $V^2$=f(x) lorsque les frottements sont négligeables.**




**1.1 Etudier le mouvement du solide S sur le plan OA.**
**1.2 Ecrire la relation théorique liant $V^2$ et l'abscisse x.**
**1.3 En utilisant la courbe, en déduire :**
**1.3.1 La valeur de l'angle$\alpha$.**
**1.3.2 La valeur de la vitesse initiale $V_0$.**
**2 Les frottements équivalent à une force constante et opposée au sens du mouvement.**
**2.1 Etablir la nouvelle expression de l'accélération a' du centre d'inertie du mobile.**
**2.2 Calculer l'intensité de la force de frottement sachant que l'énergie cinétique du solide est 0,2j quand il parcourt la distance x=OA=0,4m.**
**3 Arrivé au point A, le mobile continue son mouvement dans le vide.**
**3.1 Ecrire dans le repère (B;x;y) l'équation de la trajectoire du mouvement du mobile à partir du point A.**
**3.2 Calculer les coordonnées du point C de chute.**

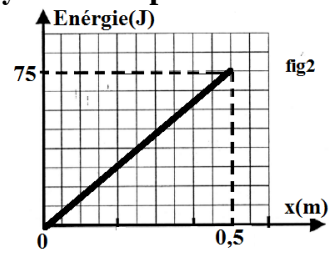
## Exercice 10

***On néglige les frottements et on prendra g=10m/s²***
**On se propose d'étudier le mouvement d'un solide de masse m=5kg assujetti à se déplacer le long de la plus grande pente d'un plan incliné d'un angle $\alpha$=30° ave l'horizontale (fig1).**
**On désigne par Ox l'axe parallèle à la ligne de plus grande pente.**




**Une force de traction $\vec{T}$ supposée constante et parallèle à l'axe Ox, s'exerce sur le solide le long de OA. Mis en mouvement à partir de sa position de repos O, le solide atteint la position A d'abscisse $x_A$ =0 ,5m avec une vitesse $\vec{V}_A$.**

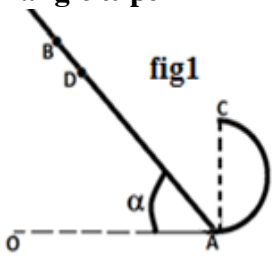
**1. A partir de A, la force T est supprimée et le solide continue son mouvement jusqu'à l'arrêt au point B.**
**Sur la fig 1 sont représentées les forces que nous supposons être appliquées au centre d'inertie G du solide au cours de son mouvement entre O et A.**
**1.1 Montrer que pour une position d'abscisse x entre O et A, l'énergie mécanique E(x) du système {solide+Terre} s'écrit E(x)=T.x**
**On suppose que l'origine des énergies potentielles de pesanteur correspond au plan horizontal passant par O.**
**1.2 Le diagramme de l'énergie mécanique E(x) du système est porté sur la fig 2. Déduire la valeur T.**




**2.1 Etablir l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur $E_{PP}(x)$ du système et celle de l'énergie cinétique $E_C(x)$ du solide lorsque ce dernier occupe une position d'abscisse x entre O et A.**
**2.2 Compléter la fig2 en traçant les diagrammes correspondants à $E_{Pp}(x)$ et $E_C(x)$.**
**3En déduire la distance entre A et B.**

## Exercice 11

***0n néglige les frottements sauf dans la question 2***
**Une piste est constituée d'une partie rectiligne inclinée d'un angle $\alpha$ par rapport à l'horizontale telle que la longueur BA= 6m, suivie d'une partie circulaire AC de rayon r = 0,5m.**
**L'ensemble de la piste est situé dans un plan vertical (voir figure 1)**




**1. Le solide (S), de masse 250g, supposé ponctuel, est en mouvement sur le plan incliné. Il est lâché sans vitesse d'un point D situé entre B et A tel que DA = L.**
**On suppose que le changement de pente en A ne provoque pas de variation de la vitesse.**
**1.1 Exprimer la norme de la vitesse $V_C$ du mobile en C en fonction de r,$\alpha$, L et g.**
**1.2 Déterminer l'expression de la réaction R exercée par la piste sur le mobile au point C en fonction de m, L, r, $\alpha$ et g.**
**1.3 Pour quelle valeur de L, le mobile quitte la partie circulaire de la piste en C? On donne sin$\alpha$ = 0,25**
**2 Dans une nouvelle expérience, le solide est lâché sans vitesse initiale. Il passe en B avec la vitesse $V_B$. Il est soumis, le long du trajet BA, à une force de frottement de valeur constante f.**
**A l'aide d'un dispositif approprié, on trace le diagramme de la figure 2 correspondant à la variation de l'énergie**

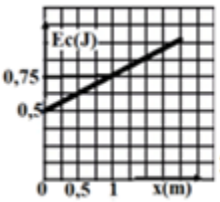



**fig 2**

**cinétique du mobile en fonction de l'abscisse x comptée à partir du point B.**
**2.1 En appliquant le théorème de l'énergie cinétique au mobile, entre la position B et une position M du plan incliné d'abscisse x quelconque, exprimer $E_C$(M) en fonction de m, g, f, x et $E_C$ (B).**
**2.2 En exploitant le diagramme de la figure 3, déterminer les valeurs de la force de frottement et de la vitesse au point B.**

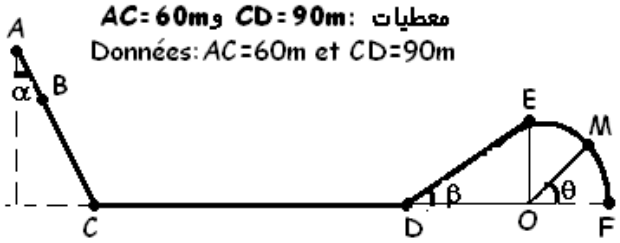
## Exercice 12

***Les forces de frottements ne s'exercent qu'entre*** **B** ***et*** **D** ***.On prendra*** $\mathbf{g = 10m/s^2}$

**Un mobile de masse $m = 500g$ se déplace sur le trajet ayant la forme donnée par la fig1.**

**Le mobile commence sa course au sommet A de la partie rectiligne AC qui fait un angle $\alpha = 60°$ avec la verticale et arrive au point B avec la vitesse $V_B = 10m/s$.**

**Fig1**




**1. Entre les points B et C s'exerce une force de frottement $\vec{f}_1$ qui ralentit le mouvement. Déterminer l'intensité de cette force $f_1$ pour que le mobile arrive en C avec une vitesse de valeur double de $V_B$.**

**2. Déterminer la valeur de la vitesse au point D si la force de frottement s'exerçant sur la partie horizontale CD représente le sixième du poids du mobile.**

**3. Le mobile aborde alors la partie DE qui fait un angle $\beta = 10°$ avec l'horizontale. Déterminer la longueur l de cette partie pour que le mobile arrive en E avec une vitesse pratiquement nulle.**

**4. Arrivé au point E le mobile glisse sans frottement sur le quart du cercle EF de rayon r et de centre O situé sur la même horizontale CDF.**

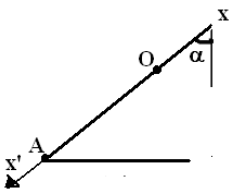
**La position du mobile est repérée par l'angle $\theta = (\vec{OF}, \vec{OM})$ .**

**Exprimer la vitesse au point M en fonction de $\theta$, l, $\beta$ et g**

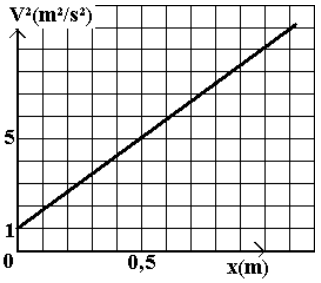
**Exprimer en fonction de $\theta$, m et g la valeur de la réaction de la piste sur le mobile au point M.**

## Exercice 13

**Un solide ponctuel de masse m=200g glisse sur un plan OA incliné d'un angle $\alpha=60^0$ par rapport à la verticale. Il part du point O origine de l'axe orienté X'X avec une vitesse initiale de valeur $V_0$. Au cours de son mouvement, S subit une force de frottement $\vec{f}$. Un dispositif approprié permet de mesurer la vitesse $V$ instantanée du solide pour différentes positions $x$. La courbe représentative de $V^2 = f(x)$ est donné par la fig2**




**1 Déterminer graphiquement l'équation $V^2 = f(x)$.**




**2 En utilisant le théorème de l'énergie cinétique, établir l'expression de $V^2$ en fonction de $x$.**

**3 En déduire les valeurs de la force de frottement $\vec{f}$ et de la vitesse $V_0$.**

**4 Au point d'abscisse $x = 0,5m$, l'énergie mécanique $E$ du système {solide-terre} est égale au double de l'énergie cinétique. En déduire la position adoptée pour le plan de référence de l'énergie potentielle de pesanteur.**

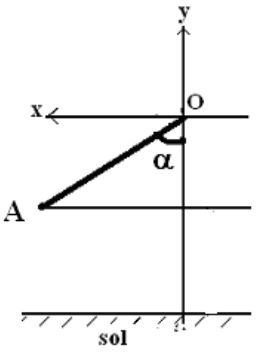
**5**

**5.1 Donner l'expression de l'énergie cinétique $E_C$ et de l'énergie potentielle $E_P$ du système {solide-terre} en fonction de $x$ ; en prenant pour référence de l'énergie potentielle le plan horizontal situé à 0,5 cm en dessous du point O.**

**5.2 Sur un même graphique, représenter les courbes $E_C = f(x)$ et $E_P = g(x)$ pour les valeurs de $x$ telles que $0 \leq x \leq 1m$.**

**5.3 En déduire l'expression de $E$ en fonction de $x$ puis tracer la courbe $E = h(x)$. On donne g=10m/s².**

**5.4 Le solide quitte le plan incliné en A tel que $OA = 3m$.**

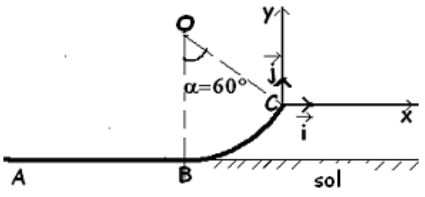



**5.4.1 Donner les caractéristiques du vecteur vitesse du solide en A.**

**5.4.2 Déterminer les équations paramétriques du mouvement du solide S dans le repère $(O; x; y)$ après avoir quitté le plan incliné.**

## Exercice 14

**Un solide S de masse m=200g se déplace sur une piste ABC, constituée d'une partie rectiligne et horizontale AB =1,6m et d'une partie curviligne BC de centre O et de rayon r=0,7m. (fig1)**




**1 Le solide quitte le point A sans vitesse initiale sous l'action d'une force constante $\vec{F}$ qui ne s'exerce qu'entre A et B.**

**On enregistre à des intervalles de temps réguliers $\tau = 20ms$ les positions occupées par le solide et on obtient l'enregistrement de la figure 2 ci-contre :**

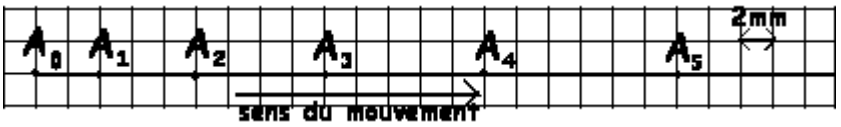



**Fig2**

**1.1 Déterminer la nature du mouvement et calculer la valeur expérimentale de son accélération.**

**1.2 Sachant que la valeur de la force $\vec{F}$ est $F = 2N$ dire est ce que le mouvement se fait sans frottement ou avec frottement. Déterminer la valeur de la réaction exercée par la piste sur le solide ainsi que l'angle $\beta$ qu'elle fait avec la verticale.**

**1.3 Calculer la valeur de la vitesse au point B.**

**2 Le solide continue son mouvement sans frottement sur la partie curviligne BC.**

**2.1 Déterminer les caractéristiques de la vitesse au point C.**

**2.2 Calculer la valeur de la réaction $\vec{R}_C$ qu'exerce la piste sur le solide au point C.**

**3 Le solide quitte la piste au point C avec la vitesse $\vec{V}_C$ et effectue un mouvement aérien avant d'atterrir au point D.**

**3.1 Déterminer l'équation de la trajectoire dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.**

**3.2 déterminer les coordonnées des points le plus haut et le plus bas de la trajectoire.**

## Exercice 15

***Les frottements sont négligeables.***

**On étudie le mouvement d'un solide S sur une piste, constituée d'une partie rectiligne AB= $\ell$ et d'une partie BC représentant la moitié d'un cercle de centre O et de rayon r ( fig 1).**

**On exerce entre A et B sur le solide S, qui était au repos en A, une force $\vec{F}$ horizontale d'intensité constante.**

**1 Déterminer la nature du mouvement entre A et B et exprimer en fonction de F, $\ell$ et m la vitesse $V_B$ du solide au point B.**

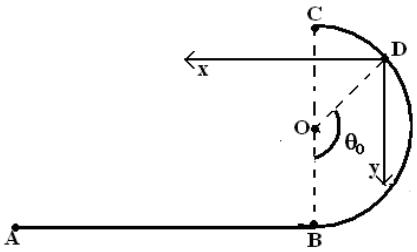
**2 Déterminer en fonction de F, $\ell$ , m, r, g et θ l'expression de la vitesse au point M défini par l'angle $\theta = (\overrightarrow{OB};\overrightarrow{OM})$ .**

**3 Déterminer en fonction de F, $\ell$ , m, r, g et θ l'expression de la réaction R au point M.**

**Calculer la valeur minimale $F_m$ de F qui permet que S atteigne le point C.**

**4 On donne à F la valeur $F_0$=7/3 N.**

**fig 2**



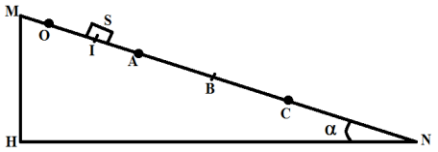

**4.1 Le solide S perd contact avec la piste au point D dont la position est définie par l'angle $\theta_0 = (\overrightarrow{OB};\overrightarrow{OD})$ . Déterminer l'angle $\theta_0$ et calculer la vitesse $V_D$ en ce point D.**

**4.2 Etablir dans le repère (D ; x ;y) de la fig 2 l'équation de la trajectoire du solide S.**

**4.3 Calculer l'abscisse du point I d'impact du solide S sur le plan horizontal**

## Exercice 16

**Un solide S de masse m=500g, abandonné sans vitesse initiale, glisse sur un plan incliné d'un angle α par rapport au plan horizontal. Il part du point O sans vitesse initiale et passe entre deux cellules A et C. Un index I solidaire du solide S, déclenche un chronomètre au passage en A et l'arrête en C.**



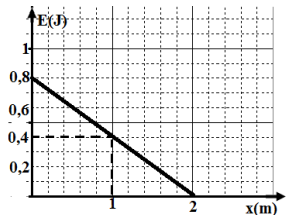

**La durée enregistrée par le chronomètre est Δt=0,05s.**

**On pourra considérer que la mesure de la vitesse entre A et C permet de connaître avec une bonne précision la vitesse instantanée en B milieu de AC (voir fig1). On donne OB=1m ; AC=0,1m, MN=2m ; MH=0,6m.**

**1. Calculer l'angle α.**

**2.1 Calculer la variation de l'énergie cinétique du solide entre A et B puis la somme des travaux des forces appliquées en négligeant les frottements.**

**2.2 Que peut-on affirmer à propos de ce résultat.**




**3. Par application du théorème de l'énergie cinétique, en déduire la valeur de la force de frottement que l'on supposera constante et parallèle à la ligne de plus grande pente du plan incliné.**

**4. Sur la figure 2 on donne la représentation graphique de l'énergie mécanique E du système {solide, terre} en fonction de x.**

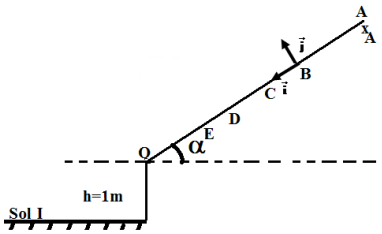
**4.1. Déterminer graphiquement l'expression de E en fonction de x; la retrouver théoriquement.**

**4.2. En déduire la position du plan de référence des énergies potentielles de pesanteur par rapport au point O.**

**4.3. Etablir les expressions analytiques de l'énergie potentielle $E_P$ et de l'énergie cinétique $E_C$ en fonction de x. En déduire la position où l'on a $E_C = E_P$.**

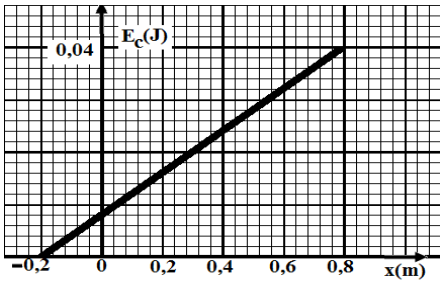
## Exercice 17

**Un solide S de masse m=0,14kg se déplace sur une piste rectiligne inclinée d'un angle $\alpha$=10° par repport à l'horizontale. Le solide S est laché sans vitesse initiale du point A d'abscisse $x_A$ définie relativement au repère $(B;\vec{i};\vec{j})$. Arrivé au point O, il s'engage dans un mouvement de chute parabolique où tout type de frotttement est négligeable et rencontre le sol au point I tel que la différence d'altitude entre les points O et I est h=1m comme l'indique la fig 1.**




**Les frottements auxquels est soumis le solide S au cours de son mouvement entre les points Aet O sont équivalents à une force $\vec{f}$ d'intensité supposée constante**

**A l'aide d'un dispositif approprié on détermine la vitesse instantannée du solide S lors de son passage par les points B, C, D, E et O d'abscisses respectives 0m ; 0,2m ; 0,4m ; 0,6m ; 0,8m. Ceci permet de tracer le diagramme de la fig 2 correspondant à l'énergie cinétique du solide S en fonction de l'abscisse x.**




**1 En appliquant le théorème de l'énergie cinétique au solide entre la position B et une position quelconque M d'abscisse x par rapport au repère $(B;\vec{i})$, montrer que :**

**$E_C(x) = mgx\sin\alpha - fx + E_{CB}$**

**2 En utilisant le diagramme de la fig2 déterminer l'intensité de la force de frottement et la valeur de l'abscisse $x_A$ du point A. On donne g=9,8m/s².**

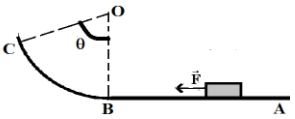
**3 Montrer que l'énergie mécanique $E_m$ du système {terre+S} est conservée au cours du mouvement de chute parabolique.**

**4 Calculer la valeur de $E_m$ sachant que l'énergie potentielle de pesanteur au sol est nulle.**

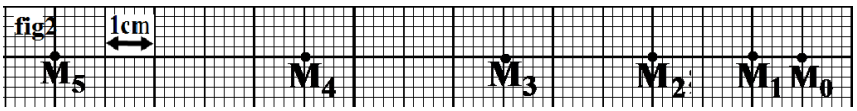
**En déduire la valeur de la vitesse avec laquelle le solide percute le sol en I.**

## Exercice 18

**Un solide ponctuel de masse m=500g glisse sur un trajet constitué d'un plan horizontal AB de longueur L=2m et d'un arc de cercle BC de rayon r = 10cm. (fig1)**




**On enregistre le mouvement de ce solide sur la partie AB pendant des intervalles de temps successifs et égaux τ=50ms. Le document de la fig2 représente cet enregistrement.**




**1 Calculer les vitesses aux points $M_1, M_2, M_3$ et $M_4$.**

**2 Calculer les accélérations aux points $M_2$ et $M_3$ , en déduire la nature de ce mouvement.**

**3 A l'instant t =0, le solide S quitte le point A sans vitesse initiale sous l'action d'une force $\vec{F}$ constante et parallèle au plan horizontal AB.**

**3.1 Donner l'énoncé du théorème de l'énergie cinétique.**

**3.2 Calculer la valeur de la force horizontale $\vec{F}$ sachant que la force de frottement est supposée négligeable.**

**3.3 Les frottements ne sont plus négligeables et sont supposés équivalents à une force $\vec{f}$ unique parallèle au plan AB et de sens opposé à celui du mouvement. Calculer l'intensité f de cette force de frottement $\vec{f}$, si F garde la valeur précédente et si $V_B$ = 2m/s.**

**3.4 Calculer la valeur de la réaction R exercée par le plan AB ainsi que l'angle qu'elle fait avec la normale à ce plan.**

**4. La force $\vec{F}$ ne s'exerce plus sur le solide lors de son déplacement qui se fait sans frottement sur l'arc $\overset{\frown}{BC}$.**

**4.1. Exprimer la vitesse $V_C$ au point C en fonction de $V_B$, r, g et θ.**

**4.2. Calculer sa valeur pour θ =60°.**

## Exercice 19

***0n néglige les frottements sauf dans la question 3***

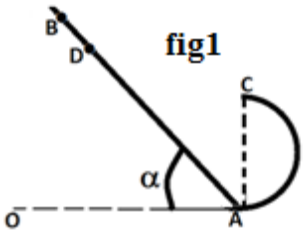


fig1

**Une piste est constituée d'une partie rectiligne inclinée d'un angle $\alpha$ par rapport à l'horizontale telle que la longueur BA= 6m, suivie d'une partie circulaire AC de rayon r = 0,5m.**

**L'ensemble de la piste est situé dans un plan vertical (voir figure 1 )**

**On considère le système : {solide (S), terre}**

**1 Le solide (S), de masse 250g, supposé ponctuel, est en mouvement sur le plan incliné**

**1.1 Ecrire, en fonction de m, g, z et $E_{pp0}$ , l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur $E_{pp}$ du système ($E_{pp0}$ représente la valeur de l'énergie potentielle de pesanteur du système au niveau du plan horizontal passant par O et A).**

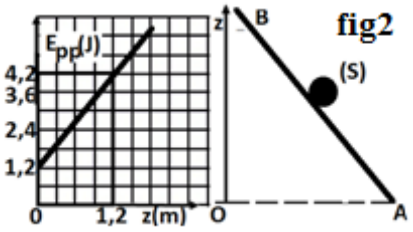


fig2

**1.2 L'étude de la variation de $E_{pp}$ en fonction de l'altitude z, a donné la courbe de la figure 2 qui vérifie l'équation d'une droite: $E_{pp}$= az+b ( $E_{pp}$ en J et z en m). Déduire les valeurs de a et b.**

**1.3 Déduire les valeurs de l'accélération de pesanteur g, de $E_{pp0}$ et de l'altitude $z_0$ qui correspond à $E_{pp}$ = 0.**

**2 Le mobile est lâché maintenant sans vitesse d'un point D situé entre B et A tel que DA = L.**

**On suppose que le changement de pente en A ne provoque pas de variation de la vitesse.**

**2.1 Exprimer la norme de la vitesse $V_C$ du mobile au point C en fonction de r, $\alpha$, L et g.**

**2.2 Déterminer l'expression de la réaction R exercée par la piste sur le mobile au point C en fonction de m, L, r, $\alpha$ et g.**

**2.3 Pour quelle valeur de L, le mobile quitte la partie circulaire de la piste en C? On donne sin$\alpha$ = 0,25**

**3 Dans une nouvelle expérience, le solide est lâché sans vitesse initiale. Il passe en B avec la vitesse $V_B$. Il est soumis, le long du trajet BA, à une force de frottement de valeur constante f.**

**A l'aide d'un dispositif approprié, on trace le diagramme de la figure 3 correspondant à la variation**

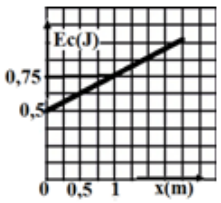


fig3

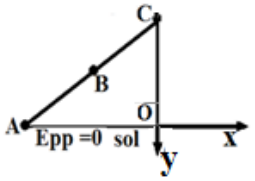
**de l'énergie cinétique du mobile en fonction de l'abscisse x comptée à partir du point B.**

**3.1 En appliquant le théorème de l'énergie cinétique au mobile, entre la position B et une position M du plan incliné d'abscisse x quelconque, exprimer $E_C$(M) en fonction de m, g, f, x et $E_C$ (B).**

**3.2 En exploitant le diagramme de la figure 3, déterminer les valeurs de la force de frottement et de la vitesse au point B.**

## Exercice 20

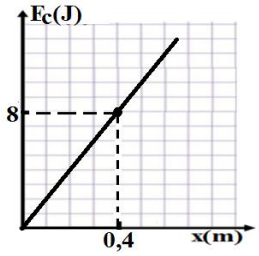
**On considère un solide de masse m=5kg en mouvement sur une piste inclinée d'un angle $\alpha$=60° par rapport à la verticale.**




**Sous l'action d'une force motrice $\vec{F}$ supposée constante et parallèle à la ligne de plus grande pente, le solide quitte la position A avec une vitesse nulle pour atteindre la position B telle que AB =8m avec une vitesse $V_B$.**

**Le solide est soumis constamment lors de son mouvement sur AC à une force de frottement de module f=5N.**

**1 En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, établir l'expression de l'énergie cinétique $E_C$ en un point d'abscisse x situé entre A et B en fonction de l'abscisse x, des forces F et f, de l'angle $\alpha$ de la masse m et de g.**




**2 Le diagramme de la variation de l'énergie cinétique est donné par la courbe $E_C$ = f(x).**

**2.1 Déterminer la valeur de la force motrice F.**

**2.2 Etablir en fonction de x, l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur $E_P$(x) et celle de l'énergie mécanique $E_m$(x) du solide lorsque ce dernier occupe une position d'abscisse x entre A et B.**

**2.3 Compléter la figure en traçant les diagrammes correspondants à $E_P$(x) et $E_m$(x).**

**3 Calculer la valeur de la vitesse au point B.**

**4 Lorsque le solide passe en B la force motrice est supprimée. Il continue alors son mouvement pour atteindre le point C avec une vitesse $V_C$. Montrer que le système {solide + Terre} n'est pas conservatif. En déduire la distance BC si la valeur de la vitesse au point C est $V_C$ =4m/s.**

**5 Arrivé en C, le solide quitte le plan incliné avec la vitesse $\vec{V}_C$.**

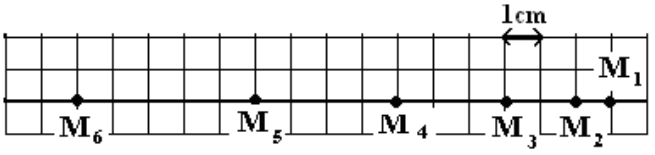
**5.1. Représenter le vecteur $\vec{V}_C$ puis établir dans le repère $(O,x,y)$, l'expression de l'équation de la trajectoire du solide si l'origine des instants est l'instant d'arrivée au point C. Conclure.**

**5.2 Le solide S arrive au point I sur le sol. Calculer la valeur de la vitesse $\vec{V}_I$ d'arrivée au point I ainsi que l'angle $\alpha$ qu'elle fait avec l'axe des abscisses.**

## Exercice 21

***On donne g=10m/s².***

**Un solide ponctuel de masse m=500g glisse sur un plan AO incliné d'un angle$\alpha=30^0$ par rapport à l'horizontale. On enregistre le mouvement de ce solide pendant des intervalles de temps successifs et égaux $\theta$=50ms. Le document de la fig1 représente cet enregistrement.**

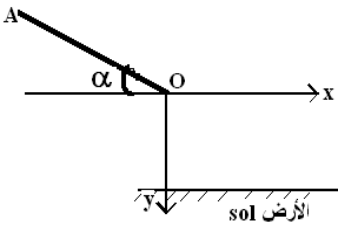



**1 Calculer les vitesses aux points $M_2$; $M_3$ ; $M_4$et $M_5$ .**

**2 Calculer les accélérations aux points $M_3$; $M_4$ , en déduire la nature de son mouvement.**

**3 Le mouvement se fait-il avec frottement ? Si la réponse est positive déterminer la valeur de cette force de frottement f.**

**4 Le solide quitte le plan incliné au point O avec la vitesse $V_0 = 2m.s^{-1}$ et continue son mouvement dans le vide. (voir fig 2)**




**4.1 Préciser la direction et le sens du vecteur $\vec{V}_O$.**

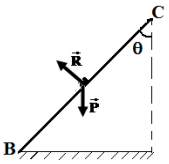
**4.2 Etudier le mouvement du solide S et calculer l'équation de sa trajectoire.**

**4.3 Déterminer les coordonnées du point de chute du solide s'il a mis 0,5s pour effectuer son mouvement dans le vide.**

**4.4 En utilisant la conservation de l'énergie mécanique, trouver la vitesse au point de chute.**

## Corrigé de l'Exercice1

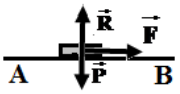
**1.1Calcul de la vitesse $V_B$ .**




$$\frac{1}{2}mV_C^2-\frac{1}{2}mV_B^2=-mgBC\cos\theta \Rightarrow V_B=\sqrt{-2gBC\cos\theta}=20m/s$$

**1.2Calcul de F :**

$$\frac{1}{2}mV_B^2=FAB \Rightarrow F=\frac{mV_B^2}{2AB}=800N$$



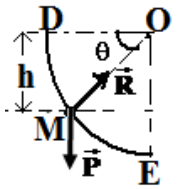

**1.1 Nature du mouvement entre B et C**

**Nature du mouvement :** $\sum\vec{F}_{ext}=m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P}+\vec{R}+\vec{f}=m\vec{a}$

**par projection sur $A\vec{B}$ on obtient :** $-P\cos\alpha=ma \Rightarrow a=-g\cos\theta$ **m.r.u.v**

**2.1.1 Expression de $V_M$ En utilisant le théorème de l'énergie cinétique, on obtient :**

$$\frac{1}{2}mV_M^2-\frac{1}{2}mV_D^2=mgh \text{ avec } h=r\sin\alpha \text{ et}$$




soit $V_M=\sqrt{V_D^2+2gr\sin\theta}$

**Au point E :** $V_E=\sqrt{V_D^2+2gr}$ car $\theta_E=\frac{\pi}{2}$ soit $V_E=12m/s$

**2.1.2 Expression de la réaction.**

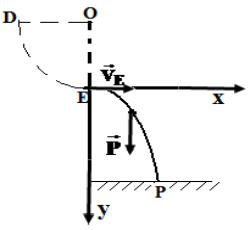
**En appliquant la R.F.D, on obtient :** $\sum\vec{F}_{ext}=m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P}+\vec{R}=m\vec{a}$

**Par projection sur la normale on trouve** $-P\sin\alpha+R=ma_n$ **avec** $a_n=\frac{V_M^2}{r}$ **soit**

$$R=3mg\sin\theta+\frac{mV_D^2}{r}$$

**2.2.1 Etude du mouvement après E :**

**Conditions initiales :** $E\begin{cases}x_0=0\\y_0=0\end{cases}\vec{V}_E\begin{cases}V_{Ex}=V_E\\V_{Ey}=0\end{cases}$




**En appliquant la R.F.D, on obtient :**

$$\sum\vec{F}_{ext}=m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P}=m\vec{a}$$

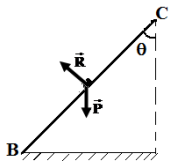
$$\vec{a}\begin{cases}a_x=0\\a_y=g\end{cases}\Rightarrow\vec{V}\begin{cases}V_x=V_E\\V_y=gt\end{cases}\Rightarrow\overrightarrow{EM}\begin{cases}x=V_Et & (1)\\y=\frac{1}{2}gt^2 & (2)\end{cases}$$

**L'équation de la trajectoire :(1) donne** $t=\frac{x}{V_E}$ **en remplaçant dans (2), on trouve :** $y=\frac{g}{2V_E^2}x^2=0,035x^2$ **(3)**

**2.2.2 L'abscisse du point P : au point $y_P$=h en remplaçant dans(3),on trouve :**

$x_P=V_E\sqrt{2\frac{y_P}{g}}$ **avec** $y_P=h=5m$ **A.N : $x_P$=12m**

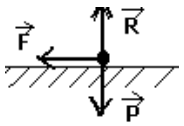
## Corrigé de l'Exercice2




**1.1. Nature du mouvement du solide S :**

**D'après l'enregistrement les distances parcourues forment une progression arithmétique de raison $r=10^{-3}$, le mouvement est donc un m. r. u.v d'accélération $a=r/\theta^2$ où $\theta = 2.10^{-2}$ s est l'intervalle de temps. Soit $a=2.5m/s^2$.**

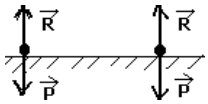
**1.2 Calcul de la force F :**




$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{F} = m\vec{a}$$

$\Rightarrow F=ma$ **A.N : F=0,25N**

**2.1 La vitesse du solide S au point C :**




$$\Delta E_C = \sum W_{\vec{F}} \Leftrightarrow \Delta E_C = 0 \Leftrightarrow V_C = V_B = 3m/s.$$

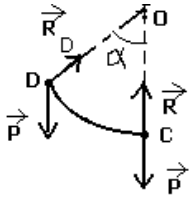
**2.2 Les caractéristiques de $\vec{V}_D$ et de $\vec{R}_D$ :**

❖ **Les caractéristiques de $\vec{V}_D$ :**

- **Direction : elle fait l'angle $\alpha$ avec l'horizontale.**
- **Sens : vers le haut.**
- **Origine : le point D.**
- **Valeur :**

$$\Delta E_C = \sum W_{\vec{F}} \Leftrightarrow E_{cD} - E_{cC} = mgh \text{ avec } h=r(1-\cos\alpha)$$

$$\Rightarrow \quad V_D = \sqrt{V_C^2 - 2gr(1-\cos\alpha)} \quad \text{A.N : } V_D = 2m/s$$




❖ **Les caractéristiques de $\vec{R}_D$**

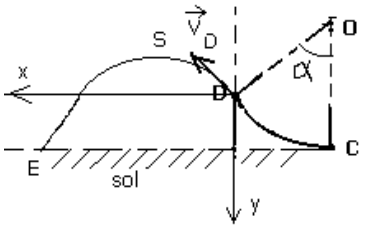
- **Direction : la normale**
- **Sens : centripète**
- **Origine : le point D**
- **Valeur :** $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R}_D = m\vec{a}$

**Par projection suivant la normale on obtient :**

$$R_D - P\cos\alpha = mV_D^2/r$$

$$R_D = mg(3\cos\alpha - 2) + mV_C^2/r \quad \text{A.N : } R_D = 1,3N$$

**3.1 Etude du mouvement dans le vide :**




- **La seule force qui s'exerce est le poids**
- **La RFD :** $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} = m\vec{a}$

**Par projection :**

- **Sur Dx**

$$a_x = 0 \Rightarrow \quad v_x = v_D\cos\alpha \quad \Rightarrow \quad x = v_D\cos\alpha t$$

- **Sur Dy**

$$a_y = g \Rightarrow v_y = gt - v_D\sin\alpha \Rightarrow y = \tfrac{1}{2} gt^2 - v_D\sin\alpha t$$

**Equation de la trajectoire :** $t = x/v_0\cos\alpha$

$$\Rightarrow y = \tfrac{1}{2} gx^2/v_D^2\cos^2\alpha - \tan\alpha.x \quad \text{A.N : } y = 5x^2 - 1,7x$$

**3.2 Les coordonnées du sommet S de la trajectoire :**

**Au sommet dy/dx =0 $\Rightarrow x_S = v_0^2 \sin\alpha\cos\alpha/g$ A .N : $x_S$ =0,17m**

**et $y_S = -v_0^2 \sin^2\alpha/2g$ $y_S$ =-0,15m**

**3.3 L'abscisse du point E de chute sur le sol :**

**L'ordonnée du point E est $y_E = r(1-\cos\alpha)$ en remplaçant dans l'équation de la trajectoire ; on obtient : $x_E$ =0,46m**

**3.4 Calcul de la vitesse du solide S au point E :**

**Au point D : $E_D = \frac{1}{2} mV_D^2 + mgr(1-\cos\alpha)$**

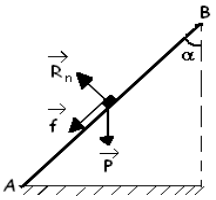
**Au point E : $E_E = \frac{1}{2} mV_E^2$**

**Comme il y'a conservation de l'énergie mécanique, on peut écrire :**

**$\frac{1}{2} mV_E^2 = \frac{1}{2} mV_D^2 + mgr(1-\cos\alpha)$ A.N : $V_E$=3m/s.**

## Corrigé de l'Exercice3

**1 Nature du mouvement :**




$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R} + \vec{f} = m\vec{a}$

**Par projection sur $A\vec{B}$ on obtient : $-P\cos\alpha - f = ma$**

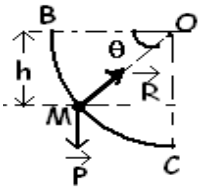
$\Rightarrow a = -g\cos\alpha - \frac{g}{4} = -\frac{3}{4}g$ **m.r.u.v A.N : a=-7,5m/s²**

**2 Calcul de la vitesse de lancement.**

$V_B^2 - V_A^2 = 2a.AB \Rightarrow V_A = \sqrt{-2a.AB}$ **car si $V_B$=0, $V_A$ est minimale or** $AB = \frac{OD}{\cos\alpha}$

**soit** $V_A = \sqrt{\frac{3g.OD}{2\cos\alpha}}$ **A.N :V=7,75m/s.**

**3.1Expression de $V_M$**




**En utilisant le théorème de l'énergie cinétique, on obtient :**

$\frac{1}{2} mV_M^2 - \frac{1}{2} mV_B^2 = mgh$ **avec** $h = r\sin\alpha$ **et** $V_B = 0$ **soit**

$V_M = \sqrt{2gr\sin\alpha} = 3{,}16 m/s$

**3.2Expression de la réaction. En appliquant la R.F.D, on obtient :** $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$

**Par projection sur la normale on trouve**

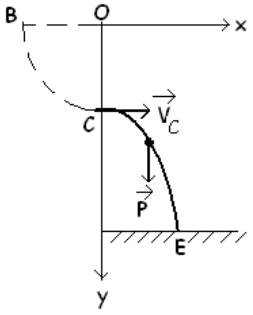
**$-P\sin\alpha + R = ma_n$ avec** $a_n = \frac{V_M^2}{r}$ **soit** $R = 3mg\sin\alpha$ **A.N : R=3N**

**4. Caractéristiques du vecteur $\vec{V}_C$ :**

$\vec{V}_C$ **:**

- **-direction: horizontale Ox**
- **-sens:celui de $O\vec{x}$**
- **-origine: lepointC**
- **-module:** $V_C = \sqrt{2gr}$ **=4,5m/s**

**5.1 Conditions initiales**




$$C\begin{cases}x_0=0\\ y_0=OC=r\end{cases}\quad \vec{V}_C\begin{cases}V_{Cx}=V_C\\ V_{Cy}=0\end{cases}$$

**En appliquant la R.F.D, on obtient :**

$$\sum\vec{F}_{ext}=m\vec{a}\Leftrightarrow\vec{P}=m\vec{a}$$

$$\vec{a}\begin{cases}a_x=0\\ a_y=g\end{cases}\Rightarrow\vec{V}\begin{cases}V_x=V_C\\ V_y=gt\end{cases}\Rightarrow O\vec{M}\begin{cases}x=V_Ct & (1)\\ y=\frac{1}{2}gt^2+r & (2)\end{cases}$$

**L'équation de la trajectoire :(1) donne** $t=\frac{x}{V_C}$ **en remplaçant dans (2), on trouve :** $y=\frac{g}{2V_C^2}x^2+r$ **(3)**

**5.2 L'abscisse du point E :**

**Au point E , on a $y_E$=OD=2r en remplaçant dans(3), on trouve :**

$$x_E=\sqrt{2r\frac{V_C^2}{g}}$$ **A.N :$x_E$=2m**

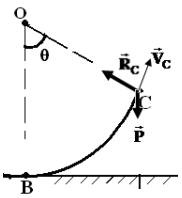
## Corrigé de l'Exercice4

**1 La nature du mouvement**

- **La RFD** $\sum\vec{F}_{ext}=m\vec{a}\Rightarrow\vec{P}+\vec{R}=m\vec{a}$
- **Projection sur l'axe x'x :** $0+0=ma\Rightarrow a=0$

**Donc le mouvement est rectiligne uniforme.**

**Calcul de la vitesse $V_A$ :**




$$x=V_At+x_0\Rightarrow V_A=\frac{x-x_0}{t}$$ **A.N : $V_A$ = 7m/s**

**2.1 Caractéristiques de $\vec{V}_C$ :**

- **Direction : elle fait l'angle θ avec l'horizontale.**
- **Sens : vers le haut.**
- **Origine : le point C.**
- **Valeur :** $\Delta E_c=\sum W_{\vec{F}}$ $\Leftrightarrow E_{cC}-E_{cB}=-mgh$ **avec h=r(1-cosα)**

$\Rightarrow V_C=\sqrt{V_B^2-2gr(1-\cos\theta)}$ **A.N :** $V_C=6m/s$

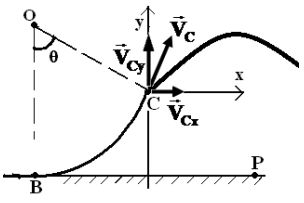
**2.2 Expression de** $R_C$

$\Sigma\vec{F}_{ext}=m\vec{a}\Leftrightarrow\vec{P}+\vec{R}_C=m\vec{a}$

**Par projection sur la normale, on obtient :**

$-mg\cos\theta+R_C=m\frac{V_C^2}{r}$ $R_C=m(g\cos\theta+\frac{V_C^2}{r})$ **A.N :** $R_C=5,5N$

**3.1 Etude du mouvement du solide S dans le vide :**




- **La seule force qui s'exerce est le poids**
- **La RFD :** $\sum\vec{F}_{ext}=m\vec{a}\Leftrightarrow\vec{P}=m\vec{a}$

**En projetant a suivant les axes :**

- **Sur Cx** $a_x=0$ $V_x=V_C\cos\theta$ $x=V_C\cos\theta t$ **(1)**

- **Sur Cy $a_y = -g$ $V_y = -gt + V_C\sin\theta$ $y = -\frac{1}{2}gt^2 + V_C\sin\theta t$ (2)**

**Equation de la trajectoire :**

**(1) $\Rightarrow t = x/v_0\cos\theta \Rightarrow y = -\frac{1}{2}gx^2/V_C^2\cos^2\theta + \tan\theta.x$ A.N : $y=-0,56x^2+1,7x$**

**3.2 Les coordonnées du sommet S de la trajectoire :**

**Au sommet $dy/dx = 0 \Rightarrow x_S = V_C^2\sin\theta\cos\theta/g$ A .N : $x_S = 1,56m$**

**et $y_S = v_0^2\sin^2\theta/2g$ $y_S = 1,35m$**

**La vitesse au point S : $V_S = V_x = V_C\cos\theta = 3m/s$**

**3.3 Durée du mouvement :**

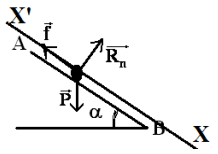
**$Y = -r(1-\cos\theta) = -\frac{1}{2}gt^2 + V_C\sin\theta t \Leftrightarrow -5t^2+5,16t+0,65=0$ $\sqrt{\Delta} = 6,3$ soit $t = 1,14s$**

## Corrigé de l'Exercice5

**1.1 L'expression de l'accélération $a_1$ si f n'est pas négligeable:**

$\sum\vec{F}_{ext} = m\vec{a}_1 \Leftrightarrow \vec{P}+\vec{R}+\vec{f} = m\vec{a}_1$

**par projection sur $\overrightarrow{X'X}$ on obtient :**




$-f + P\sin\alpha = ma_1 \Rightarrow a_1 = g\sin\alpha - \frac{f}{m}$

**1.2. Comme a=cte**

$\Rightarrow m.r.u.v \Rightarrow x = \frac{1}{2}a_1t^2 + \underbrace{v_0t}_{0} + \underbrace{x_0}_{0}$ soit $x = \frac{1}{2}a_1t^2$

**1.3 Déduction de l'accélération $a_2$ si f est négligeable:**

**Si f=0 l'expression de $a_1$ devient : $a_1 = g\sin\alpha = 5m/s^2$**

**2.1 Montrons que les distances parcourues pendant les intervalles de temps forment une suite arithmétique de raison r :**

**Les distances parcourues pendant $\tau$ sont :**

**$d_1$=8,5mm; $d_2$=33,5-8,5=25mm ;**

**$d_3$=75-33,5=41,5mm ; $d_4$=133-75=58mm ; $d_5$=207,133=74,5mm ;**

**La raison : $d_2 - d_1$=16,5mm ; $d_3 - d_2$=16,5mm ; $d_4 - d_3$=16,5mm ; $d_5 - d_4$=16,5mm.**

**Donc ces distantes forment une suite arithmétique de raison r=16,5mm.**

**Déduisons $a_2$ : $r=a\tau^2 \Rightarrow a_2 = \frac{r}{\tau^2} = 4,58m/s^2$**

**2.2 Comme $a_2 < a_1$ il y'a frottement.**

**La valeur de f :**

$a_2 = -\frac{f}{m} + g\sin\alpha \Rightarrow f = mg\sin\alpha - ma_2$ **Soit : f=0,21N.**

**3 Calcul de V :**

$V = a_2t = 3a_2\tau = 0,82m/s$

**4.1 Les équations horaires du mouvement à partir du point B :**

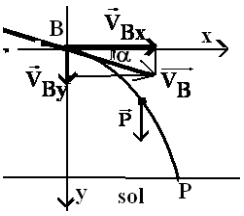
**Conditions initiales :**

$B\begin{cases}x_0 = x_B = 0\\ y_0 = y_B = 0\end{cases}$ $\vec{V}_B\begin{cases}V_{Bx} = V_B\cos\alpha\\ V_{By} = V_B\sin\alpha\end{cases}$

**En appliquant la R.F.D, on obtient :**

$\sum\vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} = m\vec{a}$

$$\vec{a}\begin{cases}a_x=0\\a_y=g\end{cases}\Rightarrow\vec{V}\begin{cases}V_x=V_B\cos\alpha\\V_y=gt+V_B\sin\alpha\end{cases}\Rightarrow\overrightarrow{BM}\begin{cases}x=V_B\cos\alpha t & (1)\\y=\frac{1}{2}gt^2+V_B\sin\alpha t & (2)\end{cases}$$




soit $\overrightarrow{BM}\begin{cases}x=0,87t & (1)\\y=5t^2+0,5t & (2)\end{cases}$

**L'équation de la trajectoire :**

**L'équation (1) donne :** $t=\frac{x}{V_B\cos\alpha}$

**En remplaçant dans (2), on trouve l'équation de la trajectoire :**

$y=\frac{g}{2V_B^2\cos^2\alpha}x^2+x\tan\alpha$ **Soit** $y=6,67x^2+0,58x$ (3)

**4.2 Calcul de l'abscisse du point de chute P :**

**L'équation (3) donne :**

$y_P=6,67x^2+0,58x$ **or** $y_P=h=2\Leftrightarrow 6,68x^2+0,58x-2=0$

$\Delta=(7,32)^2$ **Soit** $x_P\approx 0,6m$

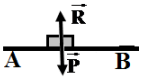
**4.3 Calcul de la vitesse $V_P$:**

**Par application du théorème de l'énergie cinétique entre B et P, on trouve :**

$\Delta E_C=\sum W_{\vec{F}}\Leftrightarrow E_{C_P}-E_{C_B}=W_{\vec{P}}\Leftrightarrow\frac{1}{2}mV_P^2-\frac{1}{2}mV_B^2=mgh\Rightarrow V_P=\sqrt{V_B^2+2gh}$ **Soit** $V_P=6,4m/s$

## Corrigé de l'Exercice6

**1.1 Nature du mouvement sur AB :**

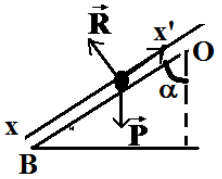



$\sum\vec{F}=m\vec{a}\Leftrightarrow\vec{P}+\vec{R}=m\vec{a}$

**On projette suivant** $\overrightarrow{AB}$

**0+0=ma⇒ a=0 m.r.u**

**1.2 L'expression de l'accélération a :**




$\sum\vec{F}_{ext}=m\vec{a}\Leftrightarrow\vec{P}+\vec{R}=m\vec{a}$

**par projection sur** $\overrightarrow{xx'}$ **on obtient :**

$-P\cos\alpha=ma\Rightarrow a=-g\cos\alpha$

**1.3 La valeur minimale de la vitesse :**

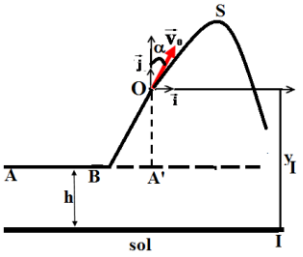
$\Delta E_C=\sum W_{\vec{F}}\Leftrightarrow E_{C_O}-E_{C_B}=W_{\vec{P}}\Leftrightarrow 0-\frac{1}{2}mV_B^2=-mgh\Rightarrow V_A=\sqrt{2gh}$

**car** $V_B=V_A$ **comme** $h=L\cos\alpha$; **il vient** $V_A=\sqrt{2gL\cos\alpha}=6m/s$

**2 Calcul de $V_A$**

$\Delta E_C=\sum W_{\vec{F}}\Leftrightarrow E_{C_0}-E_{C_B}=W_{\vec{P}}\Leftrightarrow\frac{1}{2}mV_0^2-\frac{1}{2}mV_A^2=-mgh$

**Soit** $V_A=\sqrt{V_0^2+2gL\cos\alpha}=10m/s$




**3.1 L'équation de la trajectoire :**

**Conditions initiales :**

$$O\begin{cases}x_0=0\\y_0=0\end{cases} \text{ et } \vec{V}_0\begin{cases}V_{0x}=V_0\sin\alpha\\V_{0y}=V_0\cos\alpha\end{cases}$$

**En appliquant la R.F.D, on obtient :**

$$\sum\vec{F}_{ext}=m\vec{a}\Leftrightarrow\vec{P}=m\vec{a}$$

$$\vec{a}\begin{cases}a_x=0\\a_y=-g\end{cases}\Rightarrow\vec{V}\begin{cases}V_x=V_0\sin\alpha\\V_y=-gt+V_0\cos\alpha\end{cases}\Rightarrow\overrightarrow{OM}\begin{cases}x=V_0\sin\alpha t & (1)\\y=-\frac{1}{2}gt^2+V_0\cos\alpha t & (2)\end{cases}$$

**L'équation de la trajectoire : L'équation (1) donne :** $t=\dfrac{x}{V_0\sin\alpha}$

**en remplaçant dans (2), on trouve l'équation de la trajectoire :**

$$y=-\frac{g}{2V_0^2\sin^2\alpha}x^2+x\cot an\alpha \qquad \text{Soit } y=-0,1x^2+0,58x$$

**3.2 Les coordonnées de I**

**$Y_I$= - A'O - h= -OBcosα-h= -3**

**On remplace dans l'équation de la trajectoire :**

$$-3=-0,1x^2+0,58x\Leftrightarrow-0,1x^2+0,58x+3=0$$

$$\Delta=0,58^2+4.0,1.3\approx1,24^2$$

**Soit $x_I$=9,1m d'où I(9,1 ; - 3)**

**3.3 La durée de la chute**

$$t_I=\frac{x_I}{V_0\sin\alpha}=\frac{9,1}{8.0,87}=1,3s$$

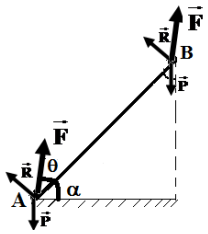
**3.4 Les coordonnées de S**

**Au point S $V_{Sy}$=0 soit** $t_S=\dfrac{V_0\cos\alpha}{g}=0,4s$

$$\text{soit } S\begin{cases}x=8.0,87.0,4=2,78m\\y=-5.0,4^2+8.0,5.0,4=0,8m\end{cases}$$

## Corrigé de l'Exercice7

**1.1 Calcul de F :**




$$\frac{1}{2}mV_B^2=-mgAB\sin\alpha+FAB\cos\theta$$

$$\Rightarrow F=\frac{mV_B^2+2mgAB\sin\alpha}{2AB}=1,125N$$

**1.2. Nature du mouvement entre A et B**

**Nature du mouvement :** $\sum\vec{F}_{ext}=m\vec{a}\Leftrightarrow\vec{P}+\vec{R}+\vec{F}=m\vec{a}$

**par projection sur $\overrightarrow{AB}$ on obtient :**

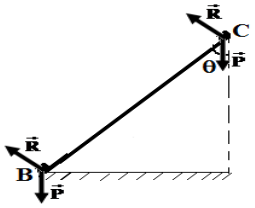
$$-P\sin\alpha + F\cos\theta = ma \Rightarrow a = \frac{-P\sin\alpha + F\cos\theta}{m} = 4m/s^2 \quad \text{m.r.u.v}$$

**1.3.Nature du mouvement :**

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$$

**par projection sur $\overrightarrow{AB}$ on obtient :** $-P\sin\alpha = ma \Rightarrow a = -g\sin\alpha = -5m/s^2$

**Expression de $V_C$ En utilisant le théorème de l'énergie cinétique, on obtient :**




$$\frac{1}{2}mV_C^2 - \frac{1}{2}mV_B^2 = -mgh \quad \text{avec } h = BC\sin\alpha$$

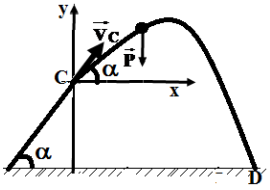
$$\text{Soit } V_C = \sqrt{V_B^2 - 2gBC\sin\alpha} = 3m/s$$

**2.1. Etude du mouvement après C:**

**Conditions initiales :**

$$C\begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases} \vec{V}_C \begin{cases} V_{Cx} = V_C\cos\alpha \\ V_{Cy} = V_C\sin\alpha \end{cases}$$

**En appliquant la R.F.D, on obtient :**




$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} = m\vec{a}$$

$$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases} \Rightarrow \vec{V}\begin{cases} V_x = V_C\cos\alpha \\ V_y = -gt + V_C\sin\alpha \end{cases}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{CM}\begin{cases} x = V_C\cos\alpha\, t \quad (1) \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + V_C\sin\alpha\, t \quad (2) \end{cases}$$

**L'équation de la trajectoire :(1) donne** $t = \frac{x}{V_C\cos\alpha}$ **en remplaçant dans (2), on trouve :** $y = -\frac{g}{2V_C^2\cos^2\alpha}x^2 + x.\tan\alpha \simeq -0,74x^2 + 0,58x \quad (3)$

**2.2. 1.Les coordonnées du point D:**

**Au point D :** $y_D = -h = -AC.\sin\alpha = -1,35m$ **en remplaçant dans(3), on trouve :**

$$-0,74x^2 + 0,58x = -1,35 \Leftrightarrow -0,74x^2 + 0,58x + 1,35 = 0$$

$$\Delta = 0,33 + 4x0,74x1,35 = 3,29 \Leftrightarrow \sqrt{\Delta} = 2,08 \text{ soit } x_D = \frac{-0,58 - 2,08}{2(-0,74)} \simeq 1,8m$$

**2.2. 2. Calcul de $V_D$**

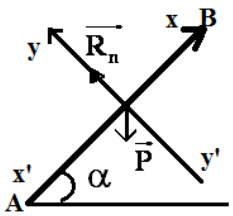
$\frac{1}{2}mV_D^2 - \frac{1}{2}mV_C^2 = mgh$ **avec** $h = AC\sin\alpha = -y_D = 1,35m$

**Soit** $V_D = \sqrt{V_C^2 + 2gAC\sin\alpha} = 6m/s$ **Comme $V_D$> 5m/s le jouet sera brisé**

## Corrigé de l'Exercice8

**1.1 L'expression de l'accélération $a_1$ si f n'est pas négligeable:**

$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$




**par projection sur $\overrightarrow{X'X}$ on obtient :**

$-P\sin\alpha = ma \Rightarrow$
$a = -g\sin\alpha = -5m/s^2$

**1.2 Calcul de $V_B$**

$\Rightarrow$ **m.r.u.v** $V_B^2 - V_A^2 = 2a(x_B - x_A) \Rightarrow V_B = \sqrt{V_A^2 + 2a(AB)} = 3m/s$

**ou bien** $V_B = \sqrt{V_A^2 - 2g\sin\alpha(AB)} = 3m/s$

**1.3 Calcul du temps**

$V_B = at_B + V_A \Rightarrow t_B = \frac{V_B - V_A}{a} = 0,2s$

**2.1 Calcul de la force f:**

**Par application du théorème de l'énergie cinétique entre A et B, on trouve :**

$\Delta E_C = \sum W_{\vec{F}} \Leftrightarrow E_{C_B} - E_{C_A} = W_{\vec{P}} + W_{\vec{R}} + W_{\vec{f}}$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2}mV_B^2 - \frac{1}{2}mV_A^2 = -mgh - fAB \Rightarrow fAB = -mgh - \frac{1}{2}mV_B^2 + \frac{1}{2}mV_A^2$

avec $h = AB\sin\alpha \Leftrightarrow f = -mg\sin\alpha + \frac{m(V_A^2 - V_B^2)}{2AB} = 1,43N$

**2.2 Calcul de $R_n$**

**Par projection sur y'y**

$R_n - P\cos\alpha = 0 \Leftrightarrow R_n = P\cos\alpha = 0,4x10x0,87 = 3,48N$ **Calcul de R**

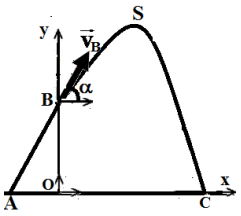
$R = \sqrt{R_n^2 + f^2} = 3,76N$

**3.1 Les équations horaires du mouvement à partir du point B :**

**Conditions initiales :**

$$B\begin{cases} x_0 = x_B = 0 \\ y_0 = y_B = OB = AB\sin\alpha \end{cases}$$

$$\vec{V}_B\begin{cases} V_{Bx} = V_B\cos\alpha \\ V_{By} = V_B\sin\alpha \end{cases}$$




**En appliquant la R.F.D, on obtient :**

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} = m\vec{a}$$

$$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases} \Rightarrow \vec{V}\begin{cases} V_x = V_B\cos\alpha \\ V_y = -gt + V_B\sin\alpha \end{cases}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{BM}\begin{cases} x = V_B\cos\alpha t & (1) \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + V_B\sin\alpha t + AB\sin\alpha & (2) \end{cases}$$

**L'équation de la trajectoire :**

**L'équation (1) donne :** $t = \dfrac{x}{V_B\cos\alpha}$

**en remplaçant dans (2), on trouve l'équation de la trajectoire :**

$$y = -\frac{g}{2V_B^2\cos^2\alpha}x^2 + x\tan\alpha + AB\sin\alpha$$

**Soit $y = -1{,}67x^2 + 0{,}58x + 0{,}35$**

**3.2. Les coordonnées du sommet S**

**Au point S : $V_{Sy}=0$**

$$V_{Sy} = 0 \Leftrightarrow t_S = \frac{V_B\sin\alpha}{g} = 0{,}1s$$

**Calcul de $x_S$**

$$x_S = V_B\cos\alpha t_S = 2x0{,}87x0{,}1 = 0{,}17m$$

**Calcul de $y_S$**

**Soit on remplace $t_S$ dans l'équation (2)**

**$y_S = -5(0{,}1)^2 + 2x0{,}5x(0{,}5) + 0{,}35 = 0{,}4m$**

**Soit on remplace $x_S$ dans l'équation (3)**

**$y_S = -1{,}67(0{,}17)^2 + 0{,}58x0{,}17 + 0{,}35 = 0{,}4m$**

**3.3. Calcul de l'abscisse du point de chute C :**

**$y_C$=0 L'équation (3) donne :**

$$-1{,}67x^2+0{,}58x+0{,}35=0$$

$$\Delta=0{,}58^2+4x1{,}67x0{,}35=2{,}67 \text{ soit} \sqrt{\Delta}=1{,}64$$

$$x_C=\frac{-0{,}58-1{,}63}{2(-1{,}67)}=0{,}66m$$

**3.4 Calcul de la vitesse $V_C$:**

**Par application du théorème de l'énergie cinétique entre B et C, on trouve :**

$$\Delta E_C=\sum W_{\vec{F}} \Leftrightarrow E_{C_C}-E_{C_B}=W_{\vec{P}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}mV_C^2-\frac{1}{2}mV_B^2=mgh \Rightarrow V_C=\sqrt{V_B^2+2gh} \quad \text{avec h=OB=ABsin}\alpha$$

**Soit $V_C$=3,32m/s.**

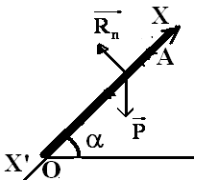
## Corrigé de l'Exercice9

**1.1. L'expression de l'accélération a si f n'est pas négligeable:**

$$\sum \vec{F}_{ext}=m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P}+\vec{R}=m\vec{a}$$

**par projection sur $\overrightarrow{OA}$ on obtient:**

$$-P\sin\alpha=ma \underset{\Rightarrow}{} a=-g\sin\alpha=cte \Rightarrow \text{m.r.u.v}$$




**1.2. La relation théorique entre $V^2$ et x:**

$$V^2-V_0^2=2ax=-2g\sin\alpha.x \Rightarrow V^2=-2g\sin\alpha.x+V_0^2$$

**1.3.1 D'après le graphe $V^2$ =10x +9**

**Par identification entre les expressions théorique et graphique :**

$$-10=-2g\sin\alpha \Rightarrow \sin\alpha=\frac{10}{2g}=0{,}5 \text{ soit } \alpha=30°$$

**1.3.2 La valeur de la vitesse initiale :**

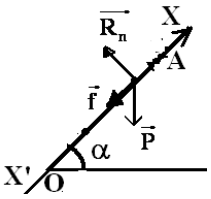
$$V_0^2=9 \Leftrightarrow V_0=3m/s$$

**2.1 Calcul de la nouvelle accélération :**

$$\sum \vec{F}_{ext}=m\vec{a}' \Leftrightarrow \vec{P}+\vec{R}+\vec{f}=m\vec{a}'$$

**par projection sur $\overrightarrow{OA}$ on obtient**

$$a'=-\frac{f}{m}-g\sin\alpha$$



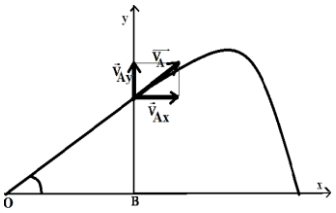

**2.2 En appliquant le théorème**

$$\Delta E_C=\sum W_{\vec{F}}$$

$$E_C-E_0=W_{\vec{P}}+W_{\vec{f}}+\underbrace{W_{\vec{R}_n}}_{0}$$

$$E_{C_A}-\frac{1}{2}mV_0^2=-mgx\sin\alpha-fx \Rightarrow f=-mg\sin\alpha-\frac{E_{C_A}}{x}+\frac{1}{2x}mV_0^2 \quad A.N: f=0{,}125N$$

**3.1 Les équations horaires du mouvement à partir du point A :**




**Conditions initiales :**

$$A\begin{cases} x_0 = x_A = 0 \\ y_0 = yA = AB = x\sin\alpha \end{cases} \quad \vec{V}_A\begin{cases} V_{Ax} = V_A\cos\alpha \\ V_{Ay} = V_A\sin\alpha \end{cases}$$

**En appliquant la R.F.D, on obtient :**

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} = m\vec{a}$$

$$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases} \Rightarrow \vec{V}\begin{cases} V_x = V_A\cos\alpha \\ V_y = -gt + V_A\sin\alpha \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AM}\begin{cases} x = V_A\cos\alpha t & (1) \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + V_A\sin\alpha t + AB & (2) \end{cases}$$

**L'équation de la trajectoire**

$$(1) \Rightarrow t = \frac{x}{V_A\cos\alpha}$$

**On remplac et dans y**

$$y = -\frac{g}{2V_A^2\cos^2\alpha}x^2 + \tan\alpha x + AB$$

**Or** $V_A = \sqrt{\frac{2E_{CA}}{m}} = \sqrt{\frac{2x0,2}{0,1}} = 2m/s$

**soit** $y = -\frac{10}{2x4x\frac{3}{4}}x^2 + 0,58x + 0.2 = -1,67x^2 + 0,58x + 0.2$

**3.2 Calcul des cordonnées du point de chute C :**

**L'équation (2) donne :**

**or** $y_C = 0 \quad -1,67x^2 + 0,58x + 0.2 = 0$

$\Leftrightarrow 5t^2 + 0,24t - 2 = 0$

$\Delta = 1,29$ **soit** $x = \frac{-0,58 + 1,29}{2x1,67} = 0.21m$

## Corrigé de l'Exercice10

**1.1 Expression de E en fonction de T et x**

$\Delta E = \sum \vec{F}_{ext} \Leftrightarrow \Delta E = W_{\vec{T}} + W_{\vec{R}}$

$\Leftrightarrow E(x) - E(0) = T.x \Leftrightarrow E(x) = T.x$

**1.2 Calcul de T**

**L'énergie mécanique est représentée par une droite dont le coefficient directeur correspond à la tension T ; numériquement T=150N.**

**2.1 Expression de $E_{PP}$ en fonction de x**

**$E_{PP}$ (x)=mgz +$E_{P0}$ avec $E_{P0}$=0 et z=xsinα d'où $E_{PP}$ (x)=mgxsinα soit $E_{PP}$(x)=24,5x**

**Expression de $E_C$ en fonction de x**

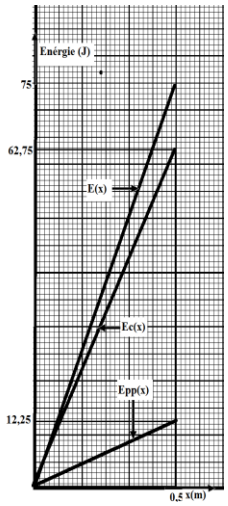
**$E(x) = E_C(x) + E_{PP}(x)$**

**$\Rightarrow E_C(x) = E(x) - E_{PP}(x)$**

**avec $E(x) = 150x$ et $E_{PP}(x) = 24{,}5x$**

**soit $E_C(x) = 125{,}5x$**

**2.2 Voir schéma ci-dessous.**




**3 Montrons que l'énergie mécanique est constante**

**Appliquons le TEM au système (solide-terre) entre A et M**

$\Delta E = \sum \vec{F}_{ext} \Leftrightarrow \Delta E = W_{\vec{R}}$

$\Leftrightarrow E(M) - E(A) = 0 \Leftrightarrow E(M) = E(A) = cte$

**Donc le système conservatif**

**4 Calcul de la distance AB**

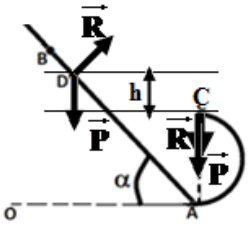
**$E(B) = E(A)$ avec $E(A) = 75J$ car $x_A = 0{,}5m$ et $E(B) = mgx_B\sin\alpha$ soit**

$$x_B = \frac{E(A)}{mg\sin\alpha} = 3{,}06m$$

**$AB = x_B - x_A$ avec $x_A = 0{,}5m$ soit $AB = 2{,}56m$**

## Corrigé de l'Exercice11

**1.1. Expression de $V_C$ en fonction de r, L, g et $\alpha$**




$$\Delta E_C = \sum W_{\vec{F}}$$

$$E_C - E_D = W_{\vec{P}} = \frac{1}{2}mV_C^2 = mgh = mg(L\sin\alpha - 2r)$$

$$\Rightarrow V_C = \sqrt{2g(L\sin\alpha - 2r)}$$

**1.2. Expression de R**

$\Sigma\vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$

**Par projection sur la normale, on obtient :**




$$mg + R = m\frac{V_C^2}{r} \Rightarrow R = \frac{2gm(L\sin\alpha - 2r)}{r} - mg$$

$$\Leftrightarrow \quad R = \frac{2mgL\sin\alpha}{r} - 5mg$$

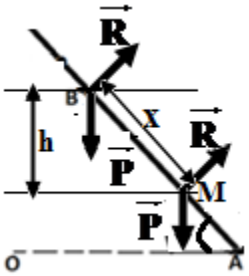
**1.3. La valeur de L pour que le mobile quitte la piste**

$$R = 0 \Leftrightarrow \frac{2mgL\sin\alpha}{r} - 5mg = 0 \Leftrightarrow L = \frac{5r}{2\sin\alpha} = \frac{5x0,5}{2x0,25} = 5m$$

**2.1 Expression de Ec(M) en fonction de Ec(B),m, g, f et x**

$$\Delta E_C = \sum W_{\vec{F}} = mgx\sin\alpha - fx \Leftrightarrow E_C(M) - E_C(B) = (mg\sin\alpha - f)x$$

$$\Rightarrow E_C(M) = (mg\sin\alpha - f)x + E_C(B) = (mg\sin\alpha - f)x + \frac{1}{2}mV_B^2$$




**2.2 Déduction des valeurs de f et de $V_B$**

**Détermination de l'équation de la droite à partir du diagramme**

**Si x=0 $E_C$ =0,5J soit b=0,5**

**Si x=1 ; $E_C$ =0,75J a=0,25**

**Donc $E_C$ =0,25 x + 0,5**

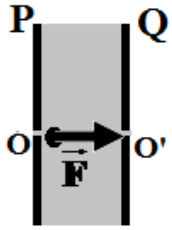
**Par identification entre les deux expressions de $E_c$(M), on obtient :**

$$(mg\sin\alpha - f) = 0,25 \Rightarrow f = mg\sin\alpha - 25 = 0,375N$$

$$\frac{1}{2}mV_B^2 = 0,5 \Rightarrow V_B = \sqrt{\frac{2x0,5}{m}} = 2m/s$$

## Mouvement d'une particule chargée dans un champ électrique uniforme.

### 1. Cas où $\vec{V}_0$ est nulle ou parallèle à $\vec{F}$



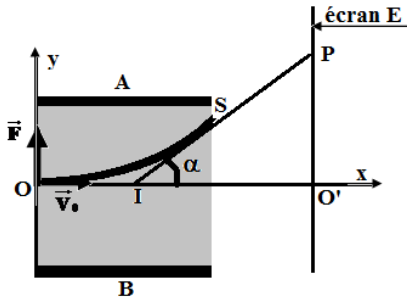

- **Nature du mouvement**

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \Leftrightarrow \text{m.r.u.v}$$

- **Vitesse au point de sortie O'**

$$\Delta E_C = \sum W_{\vec{F}} \Leftrightarrow \frac{1}{2}mV^2 - \frac{1}{2}mV_0^2 = |q|U \Rightarrow V = \sqrt{\frac{2|q|U}{m} + V_0^2}$$

### 2. Cas où $\vec{V}$ est non parallèle à $\vec{F}$




- **Equation de la trajectoire :** $Y = \frac{qEx^2}{2mV_0^2}$

  **Coordonnées du point de sortie S:**

  $x_S = l$ ;

  $Y = \frac{qEl^2}{2mV_0^2}$

- **Expression de $V_S$:**

$$V_S = \sqrt{\left(\frac{qEl}{mV_0}\right)^2 + V_0^2}$$

- **Déviation angulaire électrique:**

$$tg\alpha = \left(\frac{dy}{dx}\right)_S \Leftrightarrow tg\alpha = \frac{qEl}{mV_0^2}$$

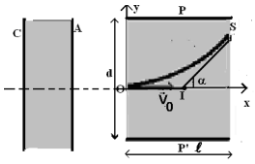
- **Nature du mouvement à la sortie du champ :**

$$\sum \vec{F} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{a} = \vec{0} \\ \vec{V} = \vec{cte} \end{cases} \Leftrightarrow \text{m.r.u}$$

## Exercice 1

**1 On applique une différence de potentielle $U_0$=1140V entre une cathode C et une anode A.**

**Un électron est émis sans vitesse initiale par la cathode et arrive sur l'anode avec la vitesse $\vec{V}_0$. Calculer $V_0$.**




**A.N : e=1,6.$10^{-19}$ C; m=9,1.$10^{-31}$ kg.**

**2 L'électron pénètre au point O avec la vitesse $\vec{V}_0$ précédente entre les plaques P et P' de longueur *l* distante de d telle que (*l* =d). On applique entre les plaques Pet P' une différence de potentiel $U$.**

**2.1 Déterminer les équations horaires du mouvement de l'électron sur les axes Ox et Oy.**

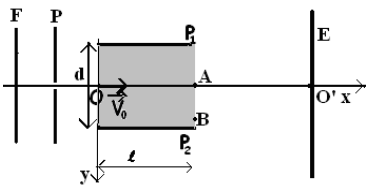
**2.2 Donner l'équation de la trajectoire et montrer qu'elle peut s'écrire sous la forme :** $y = \frac{U}{4dU_0}x^2$

**3 La tangente à la trajectoire au point S fait un angle $\alpha$ avec l'horizontale tel que tan$\alpha$=0,4 ; calculer la différence de potentiel $U$ entre les plaques P et P'.**

## Exercice 2

**Des électrons sont émis avec une vitesse initiale négligeable par un filament F chauffé.**

**1 On établit une tension $U_1 = V_P - V_F$ entre le filament F et une plaque P disposée parallèlement à celui-ci. Il en résulte un champ électrostatique uniforme $\vec{E_1}$ régnant entre F et P. Les électrons arrivent alors en P avec une vitesse $\vec{V}_0$ de module $V_0 = 0,53.10^8$m/s (voir schéma). Préciser le signe de $U_1$ et calculer sa valeur.**




**On donne : $e = 1,6.10^{-19}$C ; $m = 9,1.10^{-31}$kg .**

**2 La plaque P a un trou qui laisse passer les électrons.**

**On dispose deux plaques $P_1$et $P_2$ perpendiculairement au plan xOy (voir schéma). Les électrons pénètrent entre les plaques en O animés de la vitesse $\vec{V}_0$ parallèle à Ox.**

**On applique entre $P_1$ et $P_2$ une tension $U_2=V_{P2}-V_{P1}$=300V et on donne *l* =6cm et d=1,5cm.**

**2.1 Déterminer l'équation de la trajectoire du mouvement d'un électron entre $P_1$ et $P_2$.**

**2.2 Quelle est la déviation linéaire AB des électrons à la sortie des plaques ? Quelle est la valeur de la déviation angulaire $\alpha$ ?**

**2.3 Trouver la nature du mouvement d'un électron après B et déterminer l'équation de sa trajectoire.**

**2.4 Calculer les coordonnées du point d'impact des électrons sur l'écran E parallèle à (Oy) et placé à 46cm de A.**

## Exercice 3

**Une particule $^{4}_{2}He^{2+}$ pénètre dans le champ électrostatique uniforme créé par deux armatures parallèles et horizontales de longueur *l*=10cm et distante d=6cm. La particule pénètre en un point O équidistant des deux armatures avec une vitesse $V_0=3.10^5$ m/s faisant un angle $\alpha=30°$ avec l'horizontale et dirigée vers le haut.**

**1 Faire une figure et préciser les charges des armatures pour que la particule soit déviée vers le bas.**

**2 Etablir l'expression de l'équation cartésienne de la trajectoire entre les armatures. Préciser la nature du mouvement et de la trajectoire.**

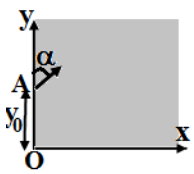
**3 Quelle est la valeur minimale $U_m$ de la tension à appliquer entre les armatures pour que la particule sorte du champ. $e=1,6.10^{-19}C$; $m_P=1,67.10^{-27}kg$**

**4 Déterminer la tension U à appliquer entre les armatures pour que la particule sorte du champ par un point O' se trouvant à la même hauteur que le point O où elle est rentrée.**

**5 Calculer la tension $U_0$ accélératrice qui a été nécessaire pour amener la particule à la vitesse $V_0=30^5$ m/s à partir du repos.**

## Exercice 4

**1Un champ électrique est créé par un condensateur plan constitué de deux plaques parallèles et horizontales $P_1$ et $P_2$ très longues reliées à un générateur de tension constante U=250 V et séparées d'une distance d, comme l'indique la figure ci-contre. Tous les électrons pénètrent dans le champ, supposé uniforme, au point A et sont animés de la même vitesse $\vec{v}_0$ faisant l'angle $\alpha=45°$.**

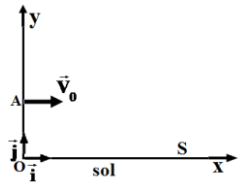



**1.1 Montrer, par un calcul, qu'il est légitime de négliger la force de pesanteur par rapport à la force électrique pour l'électron.**

**1.2 On veut que le faisceau soit dévié vers le bas.**
**Reproduire la figure et représenter (sans souci d'échelle) la force qui s'exerce sur la particule à son entrée dans le champ ainsi que le champ électrique et les signes des plaques.**

**1.3 Etablir l'expression de l'équation cartésienne de la trajectoire.**

**1.4 Déterminer la valeur max de $y_0$ pour que l'électrons ne touche pas la plaque $P_1$**
**A. N : $m=9.10^{-31}kg$ ; $v_0 = 1. 10^7$ m .$s^{-1}$ ; d=0,04m ; $e=1,6.10^{-19}C$.**




**1.5 Déterminer l'abscisse du point P d'impact de l'électron sur la plaque inferieure si $y_0$ prend la valeur calculée précédemment.**

**2 Une bille homogène de masse m est lancée horizontalement avec une vitesse initiale $v_0 = 14$ m .$s^{-1}$. A l'instant initial, son altitude par rapport au sol est comme l'indique la figure**

**2.1 Etablir l'équation cartésienne de la trajectoire.**

**2.2 Au moment du lancement, la bille est au point A au dessus du sol. Elle touche le sol au point S. Quelle est la valeur de la distance OA si OS=7, 67m.**

**3 Dans chaque cas, quelle est l'influence de la masse du corps sur :**

**- La force subie par ce corps ?**

**- L'accélération du mouvement ?**

## Exercice 5

**1. On se propose de déterminer la vitesse d'éjection des particules $^{4}_{2}He^{2+}$ (ou noyaux d'hélium) émis par le radium.**

**On place la substance en S au fond d'un cylindre creux en plomb d'axe x'x et on admettra que les particules émises sortent du cylindre avec un vecteur vitesse $\vec{V}_0$ parallèle à l'axe x'x.**

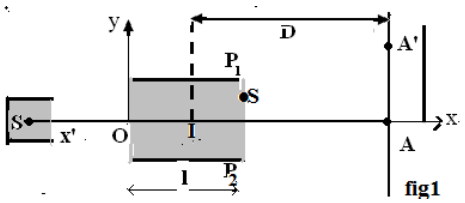


fig1

**Le faisceau pénètre en O dans l'espace vide d'aire entre deux plaques horizontales $P_1$ et $P_2$ d'un condensateur dont la distance est d=10cm et la longueur *l*=15cm. En l'absence de champ électrique entre les plaques on observe, une tache en A, sur une plaque photographique disposée perpendiculairement à x'x à une distance D du centre des plaques.**

**On crée un champ électrique uniforme en appliquant entre $P_1$ et $P_2$ une différence de potentiel constante $U=2{,}05.10^3$ V. On constate que la tache se forme en A'.**

**1.1. Le champ électrique créé $\vec{E}$ va-t-il de $P_1$ vers $P_2$ ou de $P_2$ vers $P_1$ ?**

**1.2. Etudier le mouvement d'une particule entre les plaques du condensateur dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ : équation et nature de la trajectoire.**

**1.3. Que devient ce mouvement lorsque la particule n'est plus soumise au champ électrique $\vec{E}$ ?**

**1.4. Déterminer la vitesse d'éjection $V_0$ des particules si la mesure de la déviation linéaire $AA'=17{,}4.10^{-2}$m.**

**1.5. Déterminer alors l'instant d'arrivée au point S et calculer les composantes du vecteur $\vec{V}_S$ ; déduire la valeur de $V_S$. Montrer que l'angle $\alpha$ que fait ce vecteur avec l'horizontale est de 30° environ.**

**2 On supprime l'écran, et on le remplace par un condensateur constitué de deux armatures horizontales A et B. Le mouvement du faisceau de particules est maintenant étudié lorsqu'il pénètre après sa sortie du premier champ $\vec{E}$ dans le condensateur à la vitesse de valeur $V_S$ dont la direction fait l'angle $\alpha$ avec l'horizontale (voire la figure 2).**

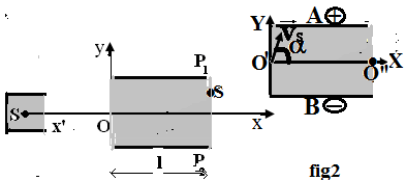


fig2

**La longueur de l'armature est *l'* = 10 cm ; la distance les séparant est d' = 4 cm ; la tension entre les armatures est U'.**

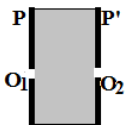
**2.1. Etablir les équations horaires du mouvement entre les armatures du condensateur et établir l'expression de l'équation de la trajectoire entre les armatures du condensateur dans le repère $(O'XY)$.**

**2.2. Déterminer la valeur de U' pour que le faisceau sorte des armatures au point O''.On donne : $e=1,6.10^{-19}C$, D=30cm et $m_P=1,67.10^{-27}kg$**

## Exercice 6

**On étudie le mouvement des ions $^{6}_{3}Li^{+}$ dans différents champs électriques et magnétique.**

**1. Dans une première expérience les ions pénètrent au point $O_1$ sans vitesse initiale dans un champ électrique $\vec{E}_0$ crée entre deux plaques P et P' et sont accélérés par une tension $U_0=U_{PP'}=1252,5V$.**

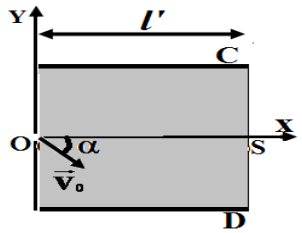



**Montrer que la valeur de la vitesse $V_0$ des ions au point $O_2$ est $V_0=2.10^5 m/s$.**

**On donne : $e=1,6.10^{-19}C$; $m_n= m_P=1,67.10^{-27}kg$.**

**2.Dans une troisième expérience l'ion entre avec une vitesse de valeur $V_0$ dans un champ électrique $\vec{E}$ crée entre les armatures C et D d'un condensateur plan.**

**Soit *l'* la longueur de ces armatures et d leur écartement.**




**3.1. La vitesse $\vec{V}_0$ est contenue dans le plan $(O,\vec{i},\vec{j})$ et fait un angle $\alpha=15°$ avec Ox. Déterminer le sens de la force électrique pour que les ions passent par le point S.**

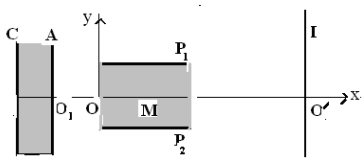
**3.2. Etablir l'expression de l'équation de la trajectoire des ions entre les armatures C et D.**

**3.3. Calculer alors la valeur de $V_0$. On donne : $E=2,5.10^4 V/m$ et *l'*=20cm**

**3.4. Déterminer la distance d entre les armatures C et D si la distance minimale séparant la trajectoire de l'ion et la plaque inferieure est 0,8cm et si le point O est équidistant des armatures.**

## Exercice 7

**1° Un faisceau d'électrons est émis dans le vide avec une vitesse initiale négligeable par une cathode C et est accéléré par une tension $U_0$ appliquée entre l'anode A et la cathode C . La plaque de l'anode est percée d'un trou $O_1$ comme l'indique la fig.**




**a) Exprimer littéralement la vitesse $V_1$ des électrons lorsqu'ils traversent le trou $O_1$ et calculer sa vitesse pour $U_0$ =1000V.**

**b) Quelle est la nature de leur mouvement après la traversée de $O_1$ ?**

**2° Les électrons pénètrent en suite au pt O entre les armatures $P_1$ et $P_2$ d'un condensateur plan de longueur l et distantes de d. La tension entre les armatures est $U_{P1P2} = + 100V$.**

**a) Quelle est la vitesse $V_0$ des électrons à leur entrée dans le condensateur ?**

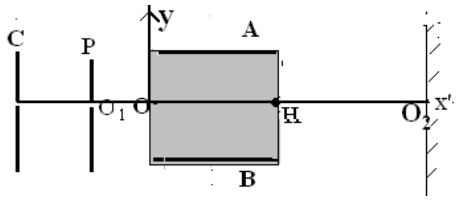
**b) Etudier le mouvement des électrons dans le condensateur plan et en déduire l'équation de la trajectoire des électrons On raisonnera dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$. Représenter sur un schéma la trajectoire des électrons. Vont-ils pouvoir attendre l'écran E sans toucher l'une des plaques $P_1P_2$ ?**

**3° A la sortie du condensateur, le faisceau d'électrons arrive sur un écran fluorescent noté E de centre O', situé à la distance L du pt M milieu de OO' (fig ) .**

**Soit I le pt d'impact de ce faisceau sur l'écran. Quelle est la déviation O'I du spot sur l'écran ? A.N: $q=-e=- 1{,}6.10^{-19}$ C ;$m = 9{,}1.10^{-31}$ kg ; d =2 cm ; l = 6 cm et L = 12 cm.**

## Exercice 8

**La cathode C d'un oscilloscope émet des électrons dont la vitesse à la sortie du métal est négligeable .Ces électrons traverse en suite une anode P, en un pt $O_1$.**




**1° On établie une tension $U_0 = V_P - V_C$**

**a)Déterminer l'expression de la vitesse $v_0$ des électrons à leur passage en $O_1$. A .N :$U_0$=1000V.**

**b) Quelle est la nature du mouvement des électrons après P.**

**2° Les électron constituant un faisceau homocinétique, pénètrent au pt O entre les armatures horizontales A et B d'un condensateur plan. Les armatures distantes de d ont une longueur l .**

**On établit entre ses armatures une tension $U_{AB}$. On étudie le mouvement entre AB.**

**a) Déterminer l'expression de la trajectoire dans le repère(O,x,y).**

**b) Exprimer la condition que doit vérifier $U_{AB}$ pour que les électrons sortent du condensateur.**

**c) On donne d= 2cm, l = 10cm. Faire l'A.N**

**3° Le faisceau arrive en suite sur un écran fluorescent E situé à la distance L =20cm du centre de symétrie I du condensateur.**

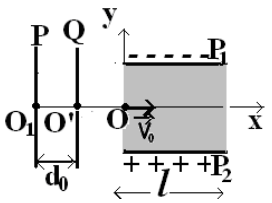
**Montrer que le faisceau forme un pt lumineux (spot) $O_2$ au centre de l'écran quand $U_{AB}$ = 0 et déterminer le déplacement Y = $O_2M$ du spot sur l'écran quand $U_{AB}$ =200V.**

## Exercice 9

**Les ions $^{40}Ca^{2+}$ quittent la chambre d'ionisation au point $O_1$ sans vitesse initiale grâce à un champ électrique $\vec{E}_0$ existant entre deux plaques P et Q telle que $U_0=U_{PQ}=500V$.**

**1.1 Déterminer le sens du champ $\vec{E}_0$ régnant entre P et Q et calculer sa valeur si $d_0$=5cm.**

**1.2 Calculer la vitesse $V_0$ des ions lorsqu'ils arrivent en O'.**




**2 Sachant qu'il n'existe aucun champ entre O' et O, déterminer la nature du mouvement des ions entre ces deux points.**

**3 Les ions pénètrent au point O dans un autre champ électrique $\vec{E}$ crée entre deux plaques $P_1$ et $P_2$ distantes de d et de longueur *l* chacune.**

**3.1 Trouver l'équation de la trajectoire dans le repère (O ; x ; y) et préciser sa nature.**

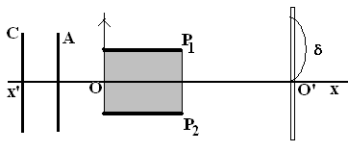
**3.2 Déterminer les coordonnées du point de sortie S.**

**3.3 Déterminer l'instant d'arrivée au point S et calculer les composantes du vecteur $\vec{V}_S$ et en déduire l'angle $\alpha$ que fait ce vecteur avec l'horizontale.**

**e=1,6.$10^{-19}$C ; *l*=10cm ; $m_P$=1,67.$10^{-27}$kg ; E=$10^3$V/m.**

## Exercice 10

**On applique une différence de potentielle $U = V_A - V_C = 101V$ entre une cathode C et une anode A. Un faisceau d'électrons est émis sans vitesse initiale par la cathode et pénètre au point O dans le champ électrique $\vec{E}$. Ce champ est du à un condensateur plan constitué de deux planques $P_1$ et $P_2$ parallèle distante de d=4cm de longueur chacune l=4cm entre les quelles existe une ddp $U_1=V_{P1}-V_{p2}=20V$ . L'écran E est placé à L=52cm du point O situé au milieu de la distance séparant les deux plaques.**



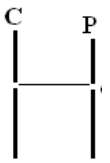

**1 Calculer la valeur de sa vitesse $\vec{V}_0$ à son arrivée sur au point O.**

**2 Etablir l'équation de la trajectoire de l'électron entre les armatures $P_1$ et $P_2$.**

**3 Trouver l'équation de la trajectoire de l'électron après sa sortie du champ et calculer la déviation$\delta$ de l'électron sur l'écran.**

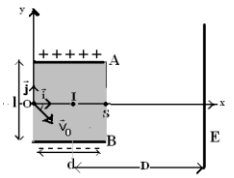
## Exercice 11

**1° Dans un tube sous vide un électrons est émis sans vitesse initiale par une cathode C et est accéléré par une tension U positive appliquée entre la cathode C et une plaque P.**




**Calculer l'énergie cinétique de l'électron à son arrivée sur la plaque P. En déduire la valeur de sa vitesse $\vec{V}_0$ à son arrivée sur la plaque P.**

**2° L'électron pénètre en O avec la vitesse $\vec{V}_0$ dans l'espace séparant les armatures A et B d'un condensateur plan.**




**Soit d la longueur de ces armatures, l leur écartement, D la distance du centre I du condensateur à un écran fluorescent E et U la tension entre les armatures A et B.**

**2.1 La vitesse est contenue dans le plan $(O, \vec{i}, \vec{j})$ et fait un angle $\alpha$ avec Ox comme l'indique la figure. Etablir l'équation de la trajectoire de l'électron entre les armatures A et B.**

**2.2 Etablir la relation qui doit lier l'angle $\alpha$ avec les grandeurs U, U', d et l pour que l'électron passe par le point S. Calculer alors la valeur correspondante de l'angle$\alpha$.**

**3 L'électron pénètre maintenant dans le condensateur avec une vitesse $\vec{V}_0$ parallèle à $\vec{i}$ de même sens. Un écran vertical est placé à la distance D du point d'intersection I entre la tangente et l'axe Ox. Calculer la déviation $y_M$ sur l'écran. U=1000V;U'=120V;q=-e=-1,6.10$^{-19}$C;m = 9,1.10$^{-31}$ kg ; d =6 cm ; l = 2 cm ;D = 30 cm**

## Corrigé de l'exercice1

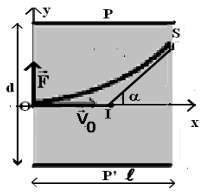
**1° Expression de la vitesse V :**

$\frac{1}{2} mV_0^2 = eU_0 \Rightarrow V_0 = \sqrt{\frac{2eU_0}{m}}$ **A.N : $V_0 = 2.10^7$ m/s**

**2.1 Les équations horaires :**

**Conditions initiales :**

$$C\begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases} \vec{V}_0 \begin{cases} V_{0x} = V_0 \\ V_{0y} = 0 \end{cases}$$




**En appliquant la R.F.D, on obtient :**

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{F} = m\vec{a}$$

$$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = \frac{F}{m} \end{cases} \Rightarrow \vec{V}\begin{cases} V_x = V_0 \\ V_y = \frac{F}{m}t \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{OM}\begin{cases} x = V_0 t & (1) \\ y = \frac{F}{2m}t^2 & (2) \end{cases}$$

**2.2 L'équation de la trajectoire :**

**L'équation (1) donne :** $t = \frac{x}{V_0}$

**en remplaçant dans (2), on trouve l'équation de la trajectoire :**

$$y = \frac{F}{2mV_0^2}x^2 = \frac{eU}{2mdV_0^2}x^2 \qquad \Rightarrow y = \frac{U}{4dU_0}x^2$$

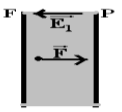
**3 La valeur de la déviation angulaire :**

$\tan\alpha = \left(\frac{dy}{dx}\right)_{x=l} = \frac{U}{2dU_0}l$ **Soit** $\tan\alpha = \frac{U}{2U_0} \Rightarrow U = 2U_0 \tan\alpha$ **car $l$ =d A.N : U = 912V.**

## Corrigé de l'exercice2

**1.1 Le signe de $U_1 = V_P - V_F$ :**

**Les électrons se déplacent de F vers P sous l'action de la force électrique $\vec{F}$. Comme q< 0 le champ électrique $\vec{E}_1$ est dirigé de P vers F c'est-à-dire que $V_P > V_F \Rightarrow V_P - V_P > 0 \Leftrightarrow U_1 > 0$**

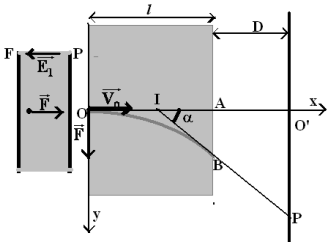



**1.2 Calcul de $U_1$ :**

$\Delta E_C = \sum W_{\vec{F}} \Leftrightarrow \frac{1}{2}mV_0^2 = eU_1 \Rightarrow U_1 = \frac{mV_0^2}{2e}$ **A.N :$U_1$=8.10$^3$V**

**2.1 L'équation de la trajectoire :**

**Conditions initiales :** $O\begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases} \vec{V}_0 \begin{cases} V_{0x} = V_0 \\ V_{0y} = 0 \end{cases}$




**En appliquant la R.F.D, on obtient :**

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{F} = m\vec{a}$$

$$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = \frac{F}{m} \end{cases} \Rightarrow \vec{V}\begin{cases} V_x = V_0 \\ V_y = \frac{F}{m}t \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{OM}\begin{cases} x = V_0 t & (1) \\ y = \frac{F}{2m}t^2 & (2) \end{cases}$$

**L'équation (1) donne :** $t = \frac{x}{V_0}$

**en remplaçant dans (2), on trouve l'équation de la trajectoire :**

$$y = \frac{F}{2mV_0^2}x^2 = \frac{eU_2}{2mdV_0^2}x^2$$

**2.2 La déviation linéaire AB :**

**AB=$y_B$=** $\frac{eU_2}{2mdV_0^2}x_B^2$ **avec** $x_B = l$ **soit** $y_B = \frac{eU_2}{2mdV_0^2}l^2$ **A.N :** $y_B = 0,23.10^{-2}m$

**La valeur de la déviation angulaire :**

$$\tan\alpha = \left(\frac{dy}{dx}\right)_{x=l} = \frac{eU_2}{mdV_0^2}l \text{ soit } \alpha = 4,38^o$$

**Autre méthode** $\tan\alpha = \frac{2AB}{l}$ **soit** $\alpha = 4,38^o$

**2.3 Nature du mouvement de l'électron après B :**

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{0} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \vec{0} \Rightarrow \text{m.r.u}$$

**L'équation de la trajectoire :**

$y = ax + b$ **avec** $\begin{cases} a = \tan\alpha = 0,077 \\ b = y_B - ax_B = -0,23.10^{-2}m \end{cases}$ **d'où** $y = 7,7.10^{-2}x - 0,23.10^{-2}m$

**2.4 Les coordonnées du point d'impact P :**

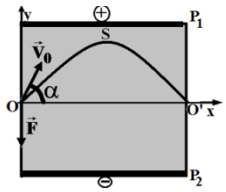
$$P\begin{cases} x_P = l + D = 52.10^{-2}m \\ y_P = (\frac{l}{2} + D)\tan\alpha = 3,77.10^{-2}m \end{cases}$$

## Corrigé de l'exercice3

**1 Signe des plaques**

**Les ions sont chargés positivement, ils se déplacent de $P_1$ vers $P_2$ sous l'action de la force électrique $\vec{F}$ . Les ions sont donc attirés par $P_2$ qui est chargée négativement ; $P_1$ est alors chargée positivement.**

**2 Nature du mouvement**




**Conditions initiales :**

$$O\begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases} \vec{V}_0 \begin{cases} V_{0x} = V_0\cos\alpha \\ V_{0y} = V_0\sin\alpha \end{cases}$$

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

$$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -\frac{F}{m} \end{cases} \quad \vec{V}\begin{cases} V_x = V_0\cos\alpha \\ V_y = -\frac{F}{m}t + V_0\sin\alpha \end{cases}$$

$$\overrightarrow{OG}\begin{cases} x = (V_0\cos\alpha)t & (1) \\ y = -\frac{F}{2m}t^2 + (V_0\sin\alpha)t & (2) \end{cases}$$

**L'équation de la trajectoire :**

**(1) $\Rightarrow$ t= x / ($v_0$cosα) ; en remplaçant t dans (2), on obtient :**

$$y = -\frac{F}{2mV_0^2\cos^2\alpha}x^2 + x\tan\alpha$$

$$y = -\frac{qU}{2mdV_0^2\cos^2\alpha}x^2 + x\tan\alpha$$

**3 L'ordonnée du point S le plus haut de la trajectoire :**

**D'après la relation indépendante du temps :**

$$V_{Sy}^2 - V_{0y}^2 = 2a_y(y_S - y_0)$$

$$\Rightarrow y_S = \frac{-V_{0y}^2}{2a_y} = \frac{-V_0^2\sin^2\alpha}{-2\frac{F}{m}} = \frac{mV_0^2\sin^2\alpha}{2F}$$

**Pour que l'électron ne touche pas la plaque il faut que**

$$y_S < \frac{d}{2} \Leftrightarrow \frac{mV_0^2\sin^2\alpha}{2F} < \frac{d}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{mdV_0^2\sin^2\alpha}{qU} < d \Rightarrow U > \frac{mV_0^2\sin^2\alpha}{q}$$

$$U > \frac{6,68.10^{-27}x(3.10^5)^2x\frac{1}{4}}{2x1,6.10^{-19}} \Leftrightarrow U > 469,675V$$

**La valeur minimale $U_{min}$ pour que l'électron ne touche pas la plaque $P_1$**

**$U_m$ =470V**

**4 A la sortie du champ y=0 et x=*l***

$$0 = -\frac{qU}{2mdV_0^2\cos^2\alpha}l^2 + l\tan\alpha$$

$$\Leftrightarrow U = \frac{mdV_0^2\sin 2\alpha}{ql} = \frac{6,68.10^{-27}x6.10^{-2}x(3.10^5)^2x0,87}{2x1,6.10^{-19}x0,1} \approx 981V$$

**5 La tension accélératrice $U_0$**

$$\Delta E_C = \sum W_{\vec{F}} \Leftrightarrow \frac{1}{2}mV_0^2 = qU_0$$

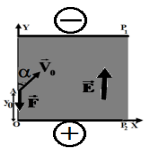
$$U_0 = \frac{mV_0^2}{2q} = \frac{mV_0^2}{4e} = \frac{6,68.10^{-27}x(3.10^5)^2}{4x1,6.10^{-19}} = 939V$$

## Corrigé de l'exercice4

**1.1 Vérification**

**P=mg= $9.10^{-30}$ N. et F=eU/d= $1.10^{-15}$ N.**

$$\frac{F}{P} = \frac{1}{9}.10^{15} \Rightarrow P << F$$




**1.2 Signes des plaques :**

**Les ions étant déviés vers le bas (vers la plaque $P_2$) la force électrique est dirigée vers le bas.**

**Comme $q < 0$ , $\vec{E}$ est opposé à $\vec{F}$ et $\vec{E}$ est dirigé vers les potentiels décroissants c'est-à-dire de la plaque $P_2$ qui est chargée positivement vers la plaque $P_1$ qui est chargée négativement.**

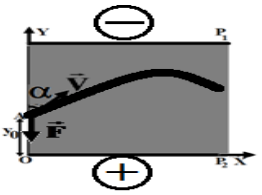
**1.3 Etude du mouvement entre $P_1$ et $P_2$ :**

- **Conditions initiales :**

$$\overrightarrow{OA}\begin{cases} x_A = x_0 = 0 \\ y_A = y_0 \end{cases} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{V_0}\begin{cases} V_{0x} = V_0 \sin\alpha \\ V_{0y} = V_0 \cos\alpha \end{cases}$$

- **Étude dynamique ;**

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$




$$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -\frac{F}{m} = \end{cases} \quad \vec{V}\begin{cases} V_x = V_0 \sin\alpha \\ V_y = -\frac{F}{m}t + V_0 \cos\alpha \end{cases}$$

$$\overrightarrow{OG}\begin{cases} x = (V_0 \sin\alpha)t & (1) \\ y = -\frac{F}{2m}t^2 + (V_0 \cos\alpha)t + y_0 & (2) \end{cases}$$

**L'équation de la trajectoire :**

**(1) ⇨t= x / ($v_0 \sin\alpha$) ; en remplaçant t dans (2), on obtient :**

$$y = -\frac{F}{2mV_0^2 \sin^2\alpha}x^2 + x\cot an\alpha + y_0$$

$$y = -11x^2 + x + y_0$$

**1.4 L'ordonnée du point S le plus haut de la trajectoire :**

**D'après la relation indépendante du temps :**

$$V_{Sy}^2 - V_{0y}^2 = 2a_y(y_S - y_0)$$

$$\Rightarrow y_S = \frac{-V_{0y}^2}{2a_y} + y_0 = \frac{-V_0^2 \cos^2\alpha}{-2\frac{F}{m}} + y_0$$

$$y_S = \frac{mV_0^2 \cos^2\alpha}{2F} + y_0$$

**Pour que l'électron ne touche pas la plaque $P_1$il faut que**

$$y_S < d \Leftrightarrow \frac{mV_0^2 \cos^2\alpha}{2F} + y_0 < d$$

$$\Rightarrow y_0 < d - \frac{mV_0^2 \cos^2\alpha}{2F}$$

$$y_0 < 4.10^{-2} - \frac{9.10^{-31}.(10^7)^2 \frac{1}{2}}{2.10^{-15}} \Leftrightarrow y_0 < 1,75.10^{-2}\text{m}$$

**La valeur max pour que l'électron ne touche pas la plaque $P_1$ est $y_0$=1,75cm**

**1.5 L'abscisse du point d'impact P :**

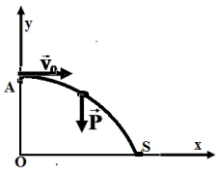
**L'ordonnée du point P est nulle**

$$0 = -11x^2 + x + 1,75.10^{-2}$$

$$\Delta = 1 + 4x1,75.10^{-2}x11 = 1,77 \quad \text{soit } x_P = 0,11\text{m}$$

**2.1 Les équations horaires du mouvement**

**Conditions initiales :**




$$A\begin{cases} x_0 = x_A = 0 \\ y_0 = y_A \end{cases} \quad \vec{V}_0\begin{cases} V_{0x} = V_0 \\ V_{0y} = 0 \end{cases}$$

**En appliquant la R.F.D,on obtient :**

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} = m\vec{a}$$

$$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases} \Rightarrow \vec{V}\begin{cases} V_x = V_0 \\ V_y = -gt \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AM}\begin{cases} x = V_0 t & (1) \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + y_0 & (2) \end{cases}$$

**L'équation de la trajectoire :(1) donne** $t = \frac{x}{V_0}$ **en remplaçant dans (2), on trouve :** $y = -\frac{g}{2V_0^2}x^2 + y_0$ (3)

**2.2L'abscisse du point S : au point $y_S$=0 en remplaçant dans(3),on trouve :**

$$0 = -\frac{g}{2V_0^2}x^2 + y_0 \Rightarrow y_0 = \frac{g}{2V_0^2}x^2 = \frac{10}{2x14^2}7,67^2 = 1,5m$$

**3 L'influence de la masse :**

**-sur la force : la masse n'a pas d'influence sur la force électrique car elle est indépendante de la masse par contre le poids est proportionnelle à la masse.**

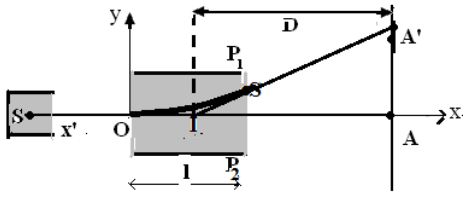
**-sur l'accélération : l'accélération du mouvement dans le champ est inversement proportionnelle à la masse par contre l'accélération dans le champ de pesanteur est indépendante de la masse.**

## Corrigé de l'exercice5

**1.1 Détermination du sens du champ $\vec{E}$ :**

**Comme la déviation se fait vers le haut F est dirigé vers le haut et comme q>0 E a le même sens c'est-à-dire de $P_2$ vers $P_1$.**

**1.2. La déviation étant vers le haut, la force $\vec{F}$ est dirigée vers le haut et $\vec{E}$ est dirigée vers le haut car q>0.**




**Conditions initiales:**

$$O\begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases} \vec{V}_0\begin{cases} V_{0x} = V_0 \\ V_{0y} = 0 \end{cases}$$

**Le PFD (Théorème du centre d'inertie) :**

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{F} = m\vec{a}$$

**On projette sur Ox**

$$0 = ma_x \Rightarrow a_x = 0 \text{ m.r.u} \begin{cases} a_X = 0 \\ V_X = V_0 \\ x = V_0 t (1) \end{cases}$$

**On projette sur Oy**

**$F = ma_y \Rightarrow a_y = F/m$ m.r.u.v**

$$\begin{cases} a_y = \dfrac{F}{m} \\ V_y = \dfrac{F}{m}t \\ y = \dfrac{F}{2m}t^2 \quad (2) \end{cases}$$

**L'équation de la trajectoire :**

**(1) $\Rightarrow$ t= x / $v_0$; en remplaçant t dans (2), on obtient :**

$$y = \frac{F}{2mV_0^2}x^2 = \frac{2eU}{2.4m_p dV_0^2}x^2 = \frac{eU}{4m_p dV_0^2}x^2$$

**1.3. Lorsque le champ est supprimé, il n'y a plus de force :**

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{0} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{a} = \vec{0} \text{ m.r.u}$$

**1.4. Calcul de la vitesse $V_0$**

$$\tan\alpha = \frac{AA'}{AI} \Rightarrow AA' = AI\tan\alpha = D\tan\alpha \quad \text{avec } \tan\alpha = \left(\frac{dy}{dx}\right)_{x=l} = \frac{eUl}{2m_p dV_0^2}$$

$$\Rightarrow AA' = D\frac{eUl}{2m_p dV_0^2} \Rightarrow V_0 = \sqrt{\frac{DeUl}{2m_p dAA'}} = 5.10^5 \text{ m/s}$$

**1.5 La durée du trajet OS**

**$t_S = x_S / V_0 = 3.10^{-7}$s**

**Les cordonnées de $\overrightarrow{V_S}$**

$$\overrightarrow{V_S}\begin{cases} V_{SX} = V_0 = 5.10^5 \text{ m/s} \\ V_{Sy} = \dfrac{F}{m}t_S = \dfrac{2eU}{4m_p d}t_S = \dfrac{eU}{2m_p d}t_S = 2,95.10^5 \text{ m/s} \end{cases}$$

**Déduction de $V_S$ :**

$$V_S = \sqrt{V_{Sx}^2 + V_{Sy}^2} = 5,8.10^5 \text{ m/s}$$

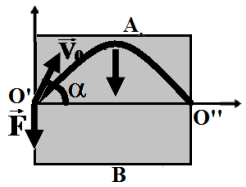
**La déviation angulaire $\alpha$**

$$\tan\alpha = \frac{V_{Sy}}{V_{Sx}} = 0,58 \text{ soit } \alpha \approx 30°$$

**2.1Etude du mouvement entre A et B :**

- **Conditions initiales**

$$O'\begin{cases} x_{O'} = x_0 = 0 \\ y_{O'} = y_0 = 0 \end{cases} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{V_S}\begin{cases} V_{Sx} = V_S\cos\alpha \\ V_{Sy} = V_S\sin\alpha \end{cases}$$




$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

$$\vec{a}\begin{cases} a_X = 0 \\ a_y = -\dfrac{F}{m} \end{cases} \quad \overrightarrow{V}\begin{cases} V_X = V_S\cos\alpha \\ V_y = -\dfrac{F}{m}t + V_S\sin\alpha \end{cases} \quad \overrightarrow{O'G}\begin{cases} x = (V_S\cos\alpha)t & (1) \\ y = -\dfrac{F}{2m}t^2 + (V_S\sin\alpha)t & (2) \end{cases}$$

**L'équation de la trajectoire :**

**(1) t= x / ($V_S$cosα) ; en remplaçant t dans (2), on obtient :**

$$y = -\frac{F}{2mV_S^2\cos^2\alpha}x^2 + x\tan\alpha = -\frac{eU'}{4m_p d' V_S^2\cos^2\alpha}x^2 + x\tan\alpha$$

**2.2Calcul de U' pour que l'électron sorte par le point O''**

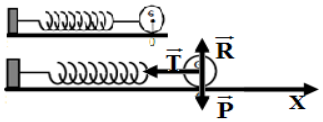
$$0 = -\frac{eU'}{4m_p dV_S^2\cos^2\alpha}l^2 + l\tan\alpha \Leftrightarrow \frac{eU'}{4m_p dV_S^2\cos^2\alpha}l = \tan\alpha$$

$$\Rightarrow U' = \frac{2m_p dV_S^2\sin 2\alpha}{el} = \frac{2x1,67.10^{-27}x4.10^{-2}x(5,8.10^5)^2\sin 60}{1,6.10^{-19}x10^{-1}} \approx\approx 2444V$$

# Oscillateur mécanique:

## 1. Le pendule élastique horizontal:

- ✓ **Equation différentielle:**




- ✓ **Equation horaire:**

$$x = x_m \cos(\omega t + \varphi)$$

- ✓ **Période du mouvement:**

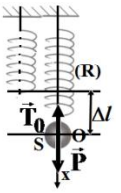
$$T = \frac{2\pi}{\omega} \text{ or } \omega = \sqrt{\frac{K}{m}} \text{ soit } T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$$

- ✓ **Energie mécanique:**

$$E_m = \frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{2}Kx^2 \Leftrightarrow E_m = \frac{1}{2}Kx_m^2$$

## 2. Le pendule élastique vertical:

- ✓ **Condition d'équilibre :**



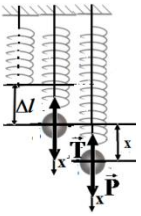

A l'équilibre : $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{T}_0 = \vec{0}$

$\Leftrightarrow P - T_0 = 0 \Leftrightarrow mg = Kx_0$

- ✓ **Equation différentielle:**

$\sum \vec{F} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$

**En projetant suivant l'axe x'x :**




$P - T = ma \Leftrightarrow P - K(\Delta l + x) = ma \Leftrightarrow -kx = ma$

$\Rightarrow a + \frac{K}{m}x = 0$

$x'' + \frac{Kx}{m} = 0 \Leftrightarrow x'' + \omega^2 x = 0 : \text{m.r.s}$

- ✓ **Energie mécanique:**

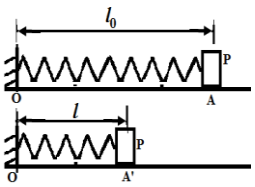
$$E_m = \frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{2}K(x^2 + \Delta l^2)$$

$$= \frac{1}{2}m\omega^2(x_m^2 - x^2) + \frac{1}{2}K(x^2 + \Delta l^2) \text{ avec } m\omega^2 = k$$

$$= \frac{1}{2}k(x_m^2 - x^2) + \frac{1}{2}K(x^2 + \Delta l^2) = \frac{1}{2}K(x_m^2 + \Delta l^2)$$

## Exercice 1

**Un jouet est constitué pour l'essentiel d'un palet P de très petites dimensions, assimilable à un point, de masse m=100g, lancé à l'aide d'un ressort sur un plateau AB horizontal de longueur AB=L=1m sur lequel il peut glisser.**

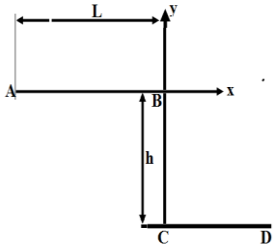



**1 Lorsque P est en A, le ressort a sa longueur naturelle OA=$l_0$=10cm. La raideur du ressort est K=250N/m. On comprime le ressort de telle sorte qu'il ait la longueur OA'=$l$=3,6cm, P restant en contact avec le ressort. Puis on lâche, le palet sans vitesse initiale (fig 1).**

**1.1Quelle est l'énergie mécanique du système palet-ressort au moment où on lâche? Faire l'application numérique.**

**1.2 On néglige les frottements du palet sur le trajet A'A.**
**On peut montrer et on admettra que le ressort reste en contact avec le palet jusqu'au moment où celui-ci arrive en A. Utiliser la conservation de l'énergie pour trouver l'expression de la vitesse $V_A$ du palet en fonction de K, $l$, $l_0$ et m. Faire l'application numérique.**

**1.3 A l'aide d'un système approprié, on a mesuré les vitesses $V_A$ et $V_B$ et on a trouvé $V_A$=3,2m/s et $V_B$=3,0m/s. On admet que l'ensemble des forces de frottement qu'exerce le plateau sur le palet pendant le trajet AB est réductible à une force unique $\vec{f}$ constante opposée à la vitesse du palet. Calculer l'intensité f de $\vec{f}$.**




**2 Arrivé en B, le palet quitte le plateau avec le vecteur vitesse $\vec{V}_B$ pour tomber 1m plus bas.**

**2.1 Etablir l'équation de la trajectoire du palet dans le repère (Bx ;By) après passage en B (fig 2).**

**2.2 Le palet heurte en D le plan horizontal situé à la distance BC=h=1m au dessous du plateau AB. Quelles sont les coordonnées de D ?**

**2.3 Quelles sont les composantes du vecteur vitesse $\vec{V}_D$ du palet quand il arrive en D ? Quelle est la valeur de $V_D$ ?**

## Exercice 2

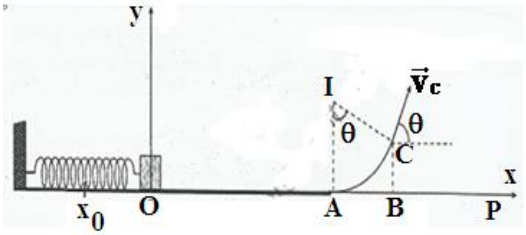
**Une piste de lancement est composée :**

- **D'une portion rectiligne OB= d sur laquelle est disposé un lanceur**
- **D'un arc de cercle $\overset{\frown}{AC}$ de rayon r de centre I et d'angle au sommet $\theta$.**
- **Le lanceur est un ressort a spires non jointives de raideur K au bout duquel on place un solide de masse.**

**Données :**

$$m = 100g; d = 5m; K = 360N.m^{-1}; \theta = 45°; X_0 = 10cm; \text{ et } g = 9,8ms^{-2}; r = 5m$$

**Dans tout l'exercice, on prendra le point O comme origine des espaces et on négligera les frottements. A l'équilibre, le centre d'inertie $G_o$ du solide est en O. On comprime le ressort de $X_o$ et on le lâche sans vitesse initiale.**




**1. On suppose que le solide reste accroché au ressort lorsqu'on lâche le système.**

**1.1. Etablir l'équation différentielle qui régit le mouvement du solide.**

**1.2. Détermination de la solution de l'équation différentielle.**

**1.2.1 Montrer que $x=X_m\cos(\omega_0 t+\varphi)$ vérifie l'équation différentielle précédente.**

**1.2.2 Calculer $\omega_0$, et $X_m$ et écrire l'expression de x.**

**1.3. Montrer que l'énergie mécanique est constante puis calculer sa valeur.**

**2. En réalité, arrivé en O, le solide est propulsé avec une vitesse $\vec{V}_0$. Il parcourt la distance OA, puis l'arc de cercle $\overset{\frown}{AC}$ et quitte la piste en C avec une vitesse $\vec{V}_C$ qui fait avec l'horizontale, un angle $\theta$.**

**2.1. Calculer la valeur de Vo de la vitesse $\vec{V}_0$.**

**2.2. Montrer que $V_A$=6m/s.**

**2.3. Calculer la vitesse $V_c$ du solide en C.**

**2.4. On prendra $V_C$=2,7m/s**

**2.4.1 dans le repère (O,x,y),établir les équations horaires du mouvement du solide.**

**2.4.2 En déduire l'équation de la trajectoire.**

**2.4.3 Déterminer les coordonnées du point d'impact P ainsi que sa vitesse $V_P$.**

## Exercice 3

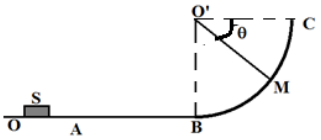
**Un pendule élastique horizontal est constitué d'un ressort (R) à spires non jointives de raideur K = 16N/m et d'un solide S de masse m=40g. Le pendule peut osciller librement sans amortissement ni frottement sur un banc horizontal. A l'instant t=0, on lance le solide S à partir de sa position d'équilibre O avec une vitesse $\vec{v}_0$ de valeur $V_0$ = 1,4m/s suivant l'axe X'X (voir fig1). Le mouvement du solide est reporté au repère (O ; $\vec{i}$ ).**




**1.1 Déterminer la nature du mouvement et calculer sa période.**

**1.2 Trouver l'équation horaire du mouvement.**

**1.3 Donner l'expression de l'énergie mécanique du système (ressort+solide) en fonction de m, k, x et V à un instant t quelconque.**




**2 Au deuxième passage par la position d'équilibre S se détache du ressort, continue son mouvement et aborde en B une piste circulaire BC de rayon r = 10cm (fig2). Les frottements sont négligeables.**

**2.1 Calculer la vitesse au point B.**

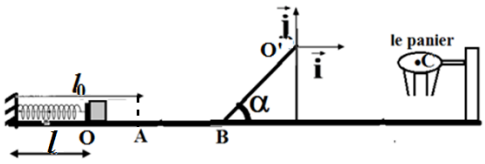
**2.2 Déterminer l'expression de la vitesse du solide au point M et calculer sa valeur pour $\theta = \widehat{CO'M} = 30°$.**

**2.3 Calculer la valeur de la réaction de la piste au point M. Bac D 2011sc**

## Exercice 4

***On négligera tous les frottements.***

**On considère un jouet d'enfant dont le schéma est représenté ci-dessous. Le jeu consiste à propulser par l'intermédiaire d'un ressort de raideur K un palet de masse m de sorte à l'envoyer dans un panier assimilable à un point C.**




**Le guide OABO' sur lequel glisse le palet est situé dans un plan vertical. La partie OAB est rectiligne et horizontale, tandis que BO' également rectiligne est inclinée d'un angle $\alpha$=30° par rapport à l'horizontale.**

**1.1 Etablir dans le repère $(O', \vec{i}, \vec{j})$, l'équation cartésienne de la trajectoire du palet, assimilé à son centre d'inertie G, après avoir quitté la piste en O'. On prendra pour origine des dates, l'instant de passage en O'. (1pt)**

**1.2 Calculer la vitesse $V_0$ avec laquelle le palet quitte le point O', pour traverser le panier au point C tel que $C\begin{cases} x_C = 0,5 \\ y_C = -0,1265 \end{cases}$**

**On donne $V_0$=2 m/s, calculer la vitesse $V_B$ avec laquelle le palet a abordé le plan incliné en B.**

**2 Calculer le raccourcissement $\Delta l$ du ressort pour que le palet puisse être envoyé dans le panier en appliquant la conservation de l'énergie mécanique entre les points O et A.**

**3 On fixe maintenant le palet au ressort. Soit $G_0$ la position de son centre d'inertie à l'équilibre. On tire sur le ressort pour l'allonger de $x_0$ = 4 cm et on le lâche sans vitesse initiale à un instant pris comme origine des dates. Etablir l'équation différentielle caractérisant le mouvement de l'oscillateur et écrire l'équation horaire du mouvement.**

**4.1 Pour une position x quelconque donner l'expression de l'énergie mécanique du système (ressort-solide S) en fonction de K, m, x et V. Donner cette expression en fonction de K et $x_0$.**

**4.2 Montrer que l'énergie cinétique du solide peut s'écrire sous la forme :**

$$Ec = 50(x_0^2 - x^2)$$

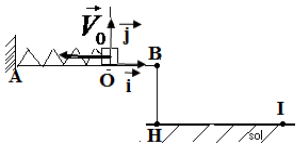
**.g= 10 m/s$^2$ ; m = 40g ; BO' = $l$ = 50 cm ; k = l00N/m. (1pt)**

## Exercice 5

***On négligera les frottements sauf dans la question 4.***

**Un ressort de masse négligeable à spires non jointives, de coefficient de raideur K =20 N/m est fixé par l'une de ses extrémités en A et on accroche à l'autre extrémité un solide S de masse m = 0,2kg qui peut se déplacer le long d'une table horizontale.**

**Le solide S étant en position d'équilibre, on lui communique une vitesse $\vec{V}_0$ dirigée suivant l'axe du ressort dans le sens opposé à $\vec{i}$ (voir figure) et de module $V_0$ = 0,8m/s à la date t = 0.**




**1. Etablir l'équation différentielle du mouvement du solide S.**

**2. Après avoir préciser les valeurs numériques de la pulsation ω , de l'amplitude $x_m$ et de la phase initiale φ ,écrire l'équation horaire du mouvement du solide S.**

**3.1. Sachant que $E_p$ = 0 lorsque le ressort n'est pas déformé ,exprimer à la date t , l'énergie mécanique $E_m$ du système (ressort + solide S) en fonction de K , m , x et v. Calculer l'énergie mécanique $E_m$ à la date t = 0.**

**3.2. Donner l'expression de l'énergie mécanique $E_m$ en fonction de K et de l'amplitude $x_m$ du mouvement.**

**4. Au moment où le solide S passe par sa position d'équilibre dans le sens positif il se détache du ressort et poursuit son mouvement suivant OB.**

**Trouver l'intensité de la réaction de la table sachant que le solide S arrive en B avec une vitesse de valeur $V_B$ = 0,4m/s et que OB = d = 10cm.**

**5. Le solide S quitte la table au point B.**

**5.1. Déterminer les équations horaires du mouvement du solide S après B dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$**

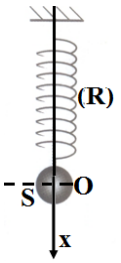
**5.2. Trouver l'abscisse du point de chute I dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$ sachant que BH = h = 1,25 m.**

## Exercice 6

**Les frottements sont supposés négligeables. On prendra g=10m/s²**

**Le pendule élastique représenté par la figure est constitué de:**

- **Un ressort (R) à spires non jointives, d'axe vertical, de masse négligeable et de raideur k=60N/m.**
- **Un solide (S) de centre d'inertie G et de masse M. La position de G est, à chaque instant, donnée par son abscisse x dans le repère $(O,\vec{i})$ ; O étant la position de G à l'équilibre.**




**Le solide (S) est écarté verticalement vers le bas de sa position d'équilibre d'une distance $x_m$=2cm, puis abandonné à lui-même sans vitesse initiale à la date t=0.**

**1 Après avoir étudié l'équilibre du solide S calculer sa masse M sachant que l'allongement à l'équilibre $\Delta l$=4cm.**

**2 Montrer que le mouvement de S est rectiligne sinusoïdal et trouver son équation horaire.**

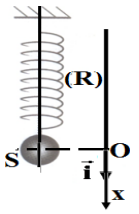
**3 On prendra le plan horizontal passant par O comme plan de référence de l'énergie potentielle de pesanteur du système (ressort, solide, Terre).**

**3.1 Exprimer l'énergie potentielle du système à une date t quelconque, en fonction de k, x et $\Delta l$.**
**3.2 Donner l'expression de l'énergie mécanique du système en fonction de k, $\Delta l$ et $x_m$.**
**3.3 Déduire l'expression de l'énergie cinétique du système en fonction de k, x et $x_m$.**

## Exercice 7

***On néglige la résistance de l'air.***

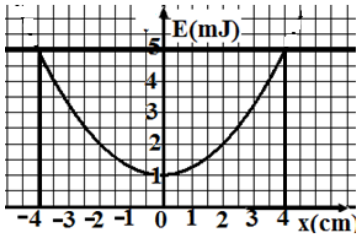
**Un pendule élastique vertical est constitué d'un solide S de masse m et d'un ressort R de raideur K. Les courbes donnent les variations des énergies mécanique E et potentielle $E_P$ du système (solide, ressort, terre) en fonction de l'abscisse x du centre d'inertie G du solide dans le repère $(O, \vec{i})$.**




**La position d'équilibre du solide coïncide avec l'origine O du repère et le plan horizontal passant par O est pris comme plan de référence de l'énergie potentielle de pesanteur du système.**

**1. Trouver l'équation différentielle du mouvement.**

**2. Etablir l'expression de l'énergie potentielle du système en fonction de K, x et $x_0$ où $x_0$ est l'allongement à l'équilibre.**




**3. Montrer que l'énergie mécanique est conservée au cours des oscillations?**

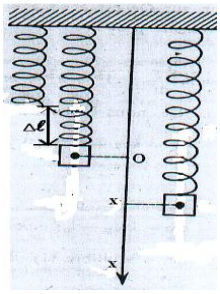
**4. Trouver l'expression de l'énergie mécanique du système en fonction de K, $x_m$ et $x_0$ où $x_m$ est l'amplitude des oscillations.**

**5. En se basant sur le graphe déterminer l'amplitude $x_m$, la raideur K du ressort et son allongement à l'équilibre $x_0$.**

**6. Montrer que l'énergie cinétique $E_C$ du solide peut être exprimée en fonction de K, $x_m$ et x.**

## Exercice 8

***On néglige les frottements***




**On fixe l'une des extrémités d'un ressort à spires non jointives de raideur K et de masse négligeable comme l'indique la figure.**

**Le ressort s'allonge de $\Delta\ell = 2cm$ lorsqu'on suspend à son autre extrémité une masse ponctuelle m=400g.**

**1. Calculer la valeur de la constante de raideur K du ressort.**

**2. Le point matériel effectue des oscillations et à un instant t quelconque ce point matériel a pour abscisse x et pour vitesse V.**

**On prend pour origine des énergies potentielles de pesanteur le plan horizontal passant par l'origine O des abscisses et pour origine des énergies potentielles élastiques l'énergie potentielle du ressort lorsqu'il n'est ni comprimé ni allongé.**

**2.1. Exprimer l'énergie potentielle de pesanteur $E_{PP}$ en fonction de m,g et x.**

**2.2. Exprimer l'énergie potentielle élastique du ressort $E_{Pe}$ en fonction de m,g , x et K.**

**3. Exprimer l'énergie mécanique $E_m$ du système (ressort-masse- terre) en fonction de m, g, x, V et K.**

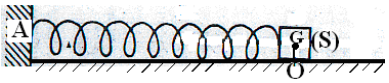
**4. Déterminer la nature du mouvement et écrire son équation horaire si à l'instant t=0, $x_0$=0 et $V_0$ =-2m/s.**

**5. Calculer la valeur de $E_m$,**

## Exercice 9

***Les frottements sont négligeables.***

**On considère un ressort très long à spires non jointives de masse négligeable et de raideur K.**




**1. Le ressort est placé sur une table horizontale. On fixe l'une des extrémités du ressort et on accroche à son autre extrémité un solide ponctuel de masse m. On déplace le solide de sa position d'équilibre d'une distance $x_0$ =5cm et on l'abandonne sans vitesse initiale.**

**1.1. Faire le bilan des forces s'exerçant sur le solide et montrer que le système {ressort + solide + terre} est conservatif.**

**1.2. Pour une position x quelconque donner l'expression de l'énergie mécanique du système en fonction de K, m, x et de la vitesse V du solide.**

**1.3. Donner cette expression en fonction de K et $x_0$. Déduire l'expression de V en fonction de K, m, $x_0$ et x.**

**2.1. Montrer que l'énergie potentielle élastique du ressort peut s'écrire sous la forme : $E_{pe}$= a $V^2$ +b.**

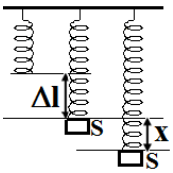
**2.2. L'expérience montre que $E_{Pe}$= - 0,1 $V^2$ + 2,5.$10^{-2}$. Déduire les valeurs de m et de K.**

**2.3. Calculer la vitesse du solide lors du passage par sa position d'équilibre.**

## Exercice 10

**On considère le système ci-contre constitué d'un solide S de masse m accroché à l'extrémité inferieure d'un ressort R vertical à spire non jointives, de masse négligeable et de raideur K dont l'extrémité supérieure est fixe. Soit $\Delta l$**

**l'allongement du ressort à l'équilibre. On écarte le solide S de sa position d'équilibre vers le bas d'une distance $x_0$ et on l'abandonne sans vitesse à un instant pris comme origine des instants.**



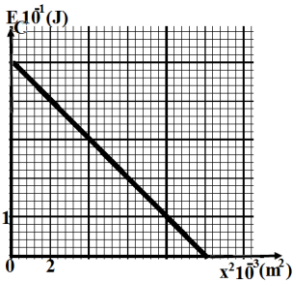

**1. On prend comme origine des énergies potentielles de pesanteur le plan horizontal passant par la position d'équilibre et comme origine des énergies potentielles élastiques la position du ressort lorsqu'il n'est ni allongé ni comprimé.**

**1.1. Etablir l'expression de l'énergie mécanique E du système {solide+ressort+terre} en fonction de x, V, $\Delta l$, m et K.**

**1.2. Montrer que cette énergie est constante et l'exprimer en fonction de K, $x_0$ et $\Delta l$.**

**1.3. Déduire la nature du mouvement.**

**2. Un dispositif approprié permet de tracer la courbe représentative de l'énergie cinétique en fonction de $x^2$ comme l'indique le graphe.**




**2.1. Trouver l'expression de l'énergie cinétique en fonction de K, x et $x_0$.**

**2.2. Déterminer graphiquement l'équation $E_C=f(x^2)$.**

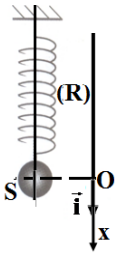
**2.3. Par identification des deux expressions précédentes, déterminer les valeurs de K et de $x_0$.**

**2.4. Calculer les valeurs de l'allongement $\Delta l$ et de la masse m si l'énergie mécanique vaut 1joule.**

## Exercice 11

***On néglige la résistance de l'air.***

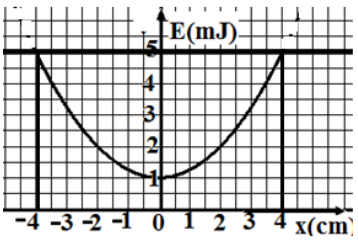
**Un pendule élastique vertical est constitué d'un solide S de masse m et d'un ressort R de raideur K. Les courbes donnent les variations des énergies mécanique E et potentielle $E_P$ du système (solide, ressort, terre) en fonction de l'abscisse x du centre d'inertie G du solide dans le repère $(O,\vec{i})$.**




**La position d'équilibre du solide coïncide avec l'origine O du repère et le plan horizontal passant par O est pris comme plan de référence de l'énergie potentielle de pesanteur du système.**

**1. Trouver l'équation différentielle du mouvement.**

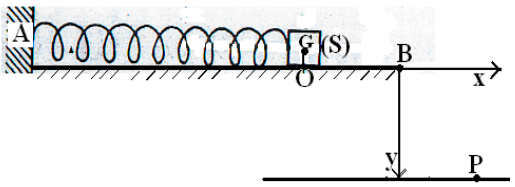
**2. Etablir l'expression de l'énergie potentielle du système en fonction de K, x et $x_0$ où $x_0$ est l'allongement à l'équilibre.**



**3. Montrer que l'énergie mécanique est conservée au cours des oscillations?**
**4. Trouver l'expression de l'énergie mécanique du système en fonction de K, $x_m$ et $x_0$ où $x_m$ est l'amplitude des oscillations.**
**5. En se basant sur le graphe déterminer l'amplitude $x_m$, la raideur K du ressort et son allongement à l'équilibre $x_0$**
**6. Montrer que l'énergie cinétique $E_C$ du solide peut être exprimée en fonction de K, $x_m$ et x.**

## Exercice 12

**Un ressort à spires non jointives, de masse négligeable et de raideur K ; est placé sur une table horizontale.**
**L'une des extrémités du ressort est soudée en un point A et l'autre extrémité est fixée à un solide S de centre d'inertie G et de masse m=100g.**

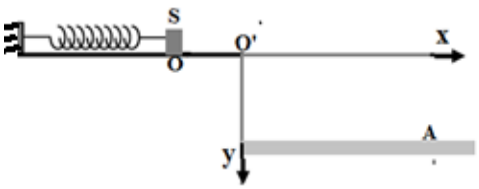



**Le solide S qu'on assimile à un point matériel peut glisser sans frottement sur la table.**
**1. On écarte le solide S de sa position d'équilibre d'une distance de 3cm et on l'abandonne sans vitesse initiale à un instant qu'on prendra pour origine des temps. Le mouvement de S sera étudié dans le repère d'axe Ox dont l'origine O coïncide avec la position du centre d'inertie G à l'équilibre (voir fig).**
**1.1. Montrer que le mouvement de S est rectiligne sinusoïdal.**
**1.2. Exprimer la raideur K du ressort en fonction de la masse m et de la période T du mouvement. Calculer K sachant que la durée de 10 oscillations du solide est 3,14s.**
**1.3. Déterminer l'équation horaire du mouvement de S.**
**1.4. Calculer l'énergie mécanique du système (solide S + ressort).**
**2. Au passage par la position d'équilibre dans le sens positif le solide se détache et continue son mouvement sur la table pour la quitter au point B.**
**2.1. Déterminer l'équation de la trajectoire du mouvement aérien dans le repère (B ,x,y) de la figure.**
**2.2. Trouver les coordonnées du point de chute P si la durée de cette chute est 0.4s.**

## Exercice 13

***Les frottements sont négligeables***
**On considère un ressort à spires non jointives de masse négligeable et de raideur K=50N/m. Le ressort est placé sur une table horizontale.**
**On fixe l'une des extrémités du ressort et on accroche à son autre extrémité un solide ponctuel S de masse m=500g.**

**A l'instant t=0, on déplace le solide de sa position d'équilibre d'une distance $x_0$ =2cm et on lui communique une vitesse $V_0 = \frac{\sqrt{3}}{5} m/s$.**




**1.1. Etablir l'équation différentielle qui régit le mouvement du centre d'inertie du solide.**

**1.2. Déterminer l'équation horaire du mouvement. Quelle est la vitesse au passage par la position d'équilibre dans le sens positif ?**

**1.3. Exprimer l'énergie mécanique de cet oscillateur et montrer qu'elle est constante. Retrouver la valeur maximale de la vitesse du mobile en utilisant le principe de la conservation de l'énergie mécanique.**

**2. Le solide se détache du ressort au passage par la position d'équilibre O dans le sens positif et continue son mouvement sur la table pour la quitter au point O'et atteindre le point A au sol situé 5 cm plus bas (voir figure).**

***L'instant de passage de S en O' est considéré comme origine des dates.***

**2.1. Déterminer l'équation cartésienne de la trajectoire de S dans le repère $(O', x, y)$.**

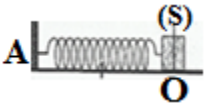
**2.2. Trouver les coordonnées du point A.**

**2.3. Calculer les composantes du vecteur vitesse $\vec{V}_A$ au point A ;en déduire son module puis préciser l'angle$\beta$ qu'il fait avec la verticale passant par A.**

## Exercice 14

***Les frottements sont négligeables.***

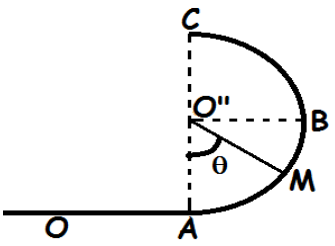
**Soit un ressort R élastique de masse négligeable, de constante de raideur K=20N/m, guidé par une tige horizontale. Une des extrémités est fixée en un point A l'autre est attachée à un solide ponctuel S de masse m, qui coulisse sur la tige. Dans la position d'équilibre, le centre d'inertie G du solide est en O.**




**1. Etablir l'équation différentielle du mouvement de S.**

**2. Ecrire l'équation horaire du mouvement x=f(t) sachant qu'à l'instant t=0 le centre d'inertie G du solide passe en O dans le sens positif et qu'il décrit un segment de 4cm au cours des oscillations dont la période est T=0,05s.**

**3. Montrer que l'énergie mécanique E du système est égale à $4.10^{-3}$J, sachant que l'énergie potentielle de pesanteur au niveau de la tige est nulle.**




**4. Calculer l'énergie cinétique du système à l'instant t=0,25s.**

**5. A la date t=5s, la masse se détache du ressort et se déplace suivant une piste OABC constituée de deux parties:**

- **OA rectiligne.**
- **ABC en forme de demi-cercle de centre O'' et de rayon r=10cm.**

**5.1. Calculer la vitesse du solide S à l'arrivée en A.**

**5.2. Trouver l'expression de la vitesse de S en M tel que $(\widehat{AO''M}) = \theta$ et calculer sa valeur au point C. On donne g=10m/s².**

## Corrigé de l'exercice1

**1.1 Calcul de l'énergie mécanique à l'instant où on lâche le palet**

**L'expression de l'énergie mécanique :**

$E_m = E_c + E_{pp} + E_{pe}$

**Or $E_{PP}=0$** $\text{à } t = 0; E_c = 0; E_{pe} = \frac{1}{2}K\Delta l^2$

**soit** $E_m = E_p = \frac{1}{2}K\Delta l^2 = \frac{1}{2}K(l - l_0)^2$ (1) **AN : $E_m$=0,512J**

**1.2 Au point A pas d'allongement**

$E_A = \frac{1}{2}mV_A^2$

**Comme l'énergie mécanique est toujours constante :**

$E_m = \frac{1}{2}mV_A^2 = \frac{1}{2}K\Delta l^2 \Rightarrow V_A = \sqrt{\frac{K}{m}}(l_0 - l)$

**A.N : $V_A$ = 3,2m/s.**

**1.3 Calcul de f**

$\Delta E_C = \sum W_{\vec{F}}$

$E_{CB} - E_{CA} = \underbrace{W_{\vec{P}}}_{0} + W_{\vec{f}} + \underbrace{W_{\vec{R}_n}}_{0}$

$\frac{1}{2}mV_B^2 - \frac{1}{2}mV_A^2 = -fxL \Rightarrow f = \frac{m}{2L}(V_A^2 - V_B^2)$ A.N:f=0,062N

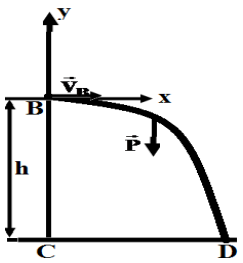
**2 Conditions initiales :**

$O\begin{cases} x_B = x_0 = 0 \\ y_B = y_0 = 0 \end{cases} \vec{V}_B \begin{cases} V_{Bx} = V_B \\ V_{By} = 0 \end{cases}$

**En appliquant la R.F.D, on obtient :**

$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} = m\vec{a}$

$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases} \Rightarrow \vec{V}\begin{cases} V_x = V_B \\ V_y = -gt \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{BM}\begin{cases} x = V_B t \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$ (2) (1)




**L'équation de la trajectoire**

$(1) \Rightarrow t = \frac{x}{V_B}$

**On remplace t dans y soit** $y = -\frac{g}{2V_B^2}x^2$

**2.2 Lorsque le palet touche le sol au point au point D nous aurons $y_D$=-h**

$y_D = -\frac{g}{2V_B^2}x_D^2 = -h \Leftrightarrow x_D = \sqrt{\frac{2h}{g}}V_B = 1,36m$

**L'instant $t_D$ correspondant est** $t_D = \frac{x_D}{V_B} = 0,45s$

**2.3 Les composantes** $\vec{V}_D$ $\vec{V}_D \begin{cases} V_{Dx} = V_B = 3 \\ V_{Dy} = -gt_D = 4,45 \end{cases}$

**D'où la valeur** $V_D = \sqrt{V_{Dx}^2 + V_{Dy}^2} = 5,37m/s$

## Corrigé de l'exercice2

**L'équation différentielle du mouvement :**
**soit x l'abscisse du solide par rapport à l'origine**

$\vec{P} + \vec{T} + \vec{R} = m\vec{a}$

**Proj/Ox :**

$-T + 0 + 0 = ma \Rightarrow -Kx = ma \Leftrightarrow a + \frac{K}{m}x = 0$

**C'est une équation différentielle du second degré dont la solution est de la forme :**
$x = X_m Cos(\omega_0 t + \varphi)$

**2.1 La dérivée seconde de l'équation donne :** $a + \omega_0^2 x = 0$ **ce qui montre que** $x = X_m Cos(\omega_0 t + \varphi)$ **est une solution de l'équation différentielle.**

**2.2Calcul des constantes :**

- $\omega_0 = \sqrt{\frac{K}{m}} = \sqrt{\frac{360}{0,1}} = 60 rd/s$
- **Le solide a été lâché sans vitesse initiale** $X_m = x_0 = 0,1m$
- **La phase initiale se calcule à partir des conditions initiales :**

$Cos\varphi = \frac{x_0}{X_m} = 1 \Rightarrow \varphi = 0$

**L'équation horaire du mouvement est :** $x = 0,1cos(60t)$

**3. On considère que le système étudié est constitué de (la terre-ressort-solide)**
**Ce qui le rend pseudo- isolé et permet de dire que** $E_m = Cte$

**Calcul de** $E_m$ **:** $Em = E_{mi} = \frac{1}{2}Kx_0^2$ $A.N : Em = \frac{1}{2} \times 360 \times (0,1)^2 = 1,8J$

**II.**

**1. Calcul de la vitesse de passage par l'équilibre :**

**L'énergie est conservée :** $E_{m(éq)} = E_{mi}$ $\frac{1}{2}mV_0^2 = E_{mi}$ , $V_0 = \sqrt{\frac{2E_{mi}}{m}} = \sqrt{\frac{2.1,8}{0,1}} = 6m/s$

**2-En appliquant le théorème de variation de l'énergie cinétique entre O et B on trouve :**

$\Delta E_c = E_{cA} - E_{cO} = W(\vec{P}) + W(\vec{Rn})$

$\frac{1}{2}mV_A^2 - \frac{1}{2}mV_0^2 = 0$ , $V_A^2 = V_0^2 \Rightarrow V_A = V_0 = 6m/s;$

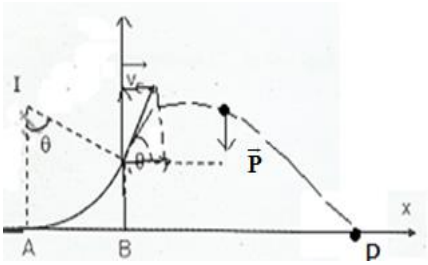
**3-La vitesse au point C**

$V_C = \sqrt{V_A^2 - 2gr(1 - cos\theta)}$

$A.N : V_C = \sqrt{36 - 2.9,8 \times 5(1 - \frac{1}{\sqrt{2}})} = 2,7m/s$

**4.1Conditions initiales :**

$$\begin{cases} x_0 = d \\ y_0 = h = r(1-\cos\theta) \end{cases} \qquad \vec{V} \begin{cases} V_{Cx} = V_c\cos\theta \\ V_{Cy} = V_c\sin\theta \end{cases}$$




**Etude du mouvement**

$$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\vec{a} \quad \vec{P} = m\vec{a}$$

$$\text{Proj/0x} : 0 = ma_x, m \neq 0$$

$a_x = 0$ **le mvt est r.u**

**Les équations horaires du mvt sur ox sont :**

$$\begin{cases} a_x = 0 \\ V_{ox} = V_c\cos\theta \\ x = V_c\cos\theta t + d \end{cases}$$

$$\text{Proj/0y} : -mg = ma_y \Rightarrow a_y = -g$$ **le mvt est r.u.v**

**Les équations horaires du mvt sur oy sont :**

$$\begin{cases} a_y = -g \\ V_y = -gt + V_c\sin\theta \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + V_c\sin\theta t + r(1-\cos\theta) \end{cases}$$

**4.2 L'équation de la trajectoire :**

$$t = \frac{x-d}{V_c\cos\theta}$$

**On remplace dans y et on obtient ;**

$$y = -\frac{g}{2V_c^2\cos^2\theta}x^2 + x\left(\frac{gd}{V_c^2\cos^2\theta} + \tan\theta\right) - \frac{gd^2}{V_c^2\cos^2\theta} - d\tan\theta + r(1-\cos\theta)$$

**Soit :** $y = -1,3x^2 + 14,4x - 37$

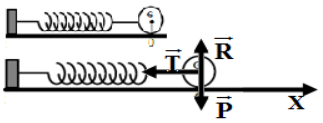
**4.3 Les coordonnées du point de chute : au point de chute $y_P$=0**

$-1,3x^2 + 14,4x - 37 = 0$ **soit** $x_P = 10,2m$

## Corrigé de l'exercice3

**1.1 Nature du mouvement.**

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{T} + \vec{R} = m\vec{a}$$




**En projetant suivant l'axe Ax :**

$$-T = ma \Leftrightarrow -kx = ma \Rightarrow a + \frac{K}{m}x = 0$$

**C'est l'équation différentielle caractérisant un mouvement rectiligne sinusoïdal de pulsation** $\omega = \sqrt{\frac{K}{m}}$

**La valeur de la période :** $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{\pi}{10} = 0,314s$

**1.2 L'équation horaire du mouvement :**

$$x = x_m\cos(\omega t + \varphi)$$

**Calcul de la pulsation :** $\omega = \frac{2\pi}{T} = 20 rad/s$

**Conditions initiales :** $\begin{cases} x_0 = x_m \cos\varphi & (1) \\ V_0 = -x_m \omega \sin\varphi & (2) \end{cases}$

**à t = 0** $x_0 = 0m$ **et** $V_0 = 1,4m/s$

$V_0^2 = \omega^2(x_m^2 - x_0^2) \Rightarrow x_m = \left|\frac{V}{\omega}\right| = 7.10^{-2} m$ **Soit** $x_m$ $7.10^{-2}$ **m.**

**Calcul de la phase initial** $\varphi$

**(1)** $\Rightarrow \cos\varphi = \frac{x_0}{x_m} \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{2}$ **car** $V_0 > 0$

**D'où l'équation horaire :** $x = 7.10^{-2} \cos(20\ t - \frac{\pi}{2})$

**1.3 L'expression de l'énergie mécanique :**

$E_m = E_c + E_{pp} + E_{pe}$ **or** $E_{pp} = 0$; $E_c = \frac{1}{2}mV^2$ **et** $E_{pe} = \frac{1}{2}kx^2$

**D'où** $E_m = \frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{2}kx^2$

**2.1 Calcul de** $V_B$

$\Delta E_c = \sum W_{\vec{F}} \Leftrightarrow E_{CB} - E_{CO} = 0 \Rightarrow V_B = V_0 = x_m\omega = 1,47m/s$

**2.2 Calcul de** $V_M$

$\Delta E_c = \sum W_{\vec{F}} \Leftrightarrow E_{cM} - E_{cB} = -mgh$ **avec** $h = r(1-\sin\alpha)$

$\Rightarrow V_M = \sqrt{V_B^2 - 2gr(1-\sin\theta)}$ **A.N :** $V_M \simeq 1m/s$

**2.3 Expression de** $R_M$

$\Sigma\vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R}_C = m\vec{a}$

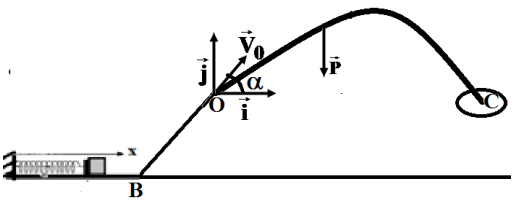
**Par projection sur la normale, on obtient :**

$-mg\sin\theta + R = m\frac{V_M^2}{r}$ $R = m(g\sin\theta + \frac{V_M^2}{r})$ **A.N :** $R = 0,6N$

## Corrigé de l'exercice4

**Conditions initiales :**

$O\begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases} \vec{V}_0 \begin{cases} V_{0x} = V_0\cos\alpha \\ V_{0y} = V_0\sin\alpha \end{cases}$




**En appliquant la R.F.D, on obtient :**

$\sum\vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} = m\vec{a}$

$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases} \Rightarrow \vec{V}\begin{cases} V_x = V_0\cos\alpha \\ V_y = -gt + V_0\sin\alpha \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{OM}\begin{cases} x = V_0\cos\alpha\, t & (1) \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0\sin\alpha\, t & (2) \end{cases}$

**L'équation de la trajectoire**

**(1)** $\Rightarrow t = \frac{x}{V_0\cos\alpha}$

**On remplace t dans y :** $y = -\frac{g}{2V_0^2\cos^2\alpha}x^2 + x\tan\alpha$

**1.2 Calcul de $V_0$**

**La trajectoire passe par C alors les coordonnées de C vérifie l'équation de la trajectoire :**

$$-0,1265 = -\frac{10}{2V_0^2\frac{3}{4}}0,5^2 + 0,58x0,5 \Leftrightarrow V_0 = 2m/s$$

**1.3 Calcul de $V_B$**

$$\Delta E_C = \sum W_{\vec{F}}$$

**En appliquant le théorème** $E_{CO} - E_{CB} = W_{\vec{P}} + W_{\vec{f}} + \underbrace{W_{\vec{R}_n}}_{0}$

$$\frac{1}{2}mV_0^2 - \frac{1}{2}mV_B^2 = -mgx\sin\alpha \Rightarrow V_B = \sqrt{V_0^2 + 2OBg\sin\alpha} = 3m/s$$

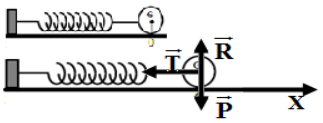
**2 Calcul de $\Delta l$**

**Au point B on a** $E_{m1} = \frac{1}{2}mV_B^2$

**Au point O on a** $E_{m2} = \frac{1}{2}K\Delta l^2$ **L'énergie mécanique du système étant conservée** $\frac{1}{2}K\Delta l^2 = \frac{1}{2}mV_B^2 \Rightarrow \Delta l = V_B\sqrt{\frac{m}{K}} = 0,03m$

**3.1 Nature du mouvement.**

$\sum\vec{F} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{T} + \vec{R} = m\vec{a}$




**En projetant suivant l'axe Ax :**

$-T = ma \Leftrightarrow -kx = ma \Rightarrow a + \frac{K}{m}x = 0$

**C'est l'équation différentielle caractérisant un mouvement rectiligne sinusoïdal de pulsation** $\omega = \sqrt{\frac{K}{m}}$

**3.2 L'équation horaire du mouvement :**

$x = x_m\cos(\omega t + \varphi)$

**La valeur de la pulsation**

$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} = \sqrt{\frac{100}{0,04}} = 50rad/s$ **Conditions initiales :** $\begin{cases} x_0 = x_m\cos\varphi & (1) \\ V_0 = -x_m\omega\sin\varphi & (2) \end{cases}$

**à t = 0** $x_0 = 4.10^{-2}m$ **et** $V_0 = 0$

$V^2 = \omega^2(x_m^2 - x_0^2) \Leftrightarrow x_m = x_0 = 4.10^{-2}m$

**Calcul de la phase initial** $\varphi$

$(1) \Rightarrow \cos\varphi = \frac{x_0}{x_m} = 1 \Rightarrow \varphi = 0$

**D'où l'équation horaire :** $x = 4.10^{-2}\cos(50t)$

**4.1L'expression de l'énergie mécanique :**

$$E_m = E_c + E_{pp} + E_{pe}$$

**or** $E_{pp} = 0; E_c = \frac{1}{2}mV^2; E_{pe} = \frac{1}{2}Kx^2$

**soit** $E_m = \frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{2}Kx^2$ **(1)**

**Comme l'énergie mécanique est toujours constante alors lorsque $x=x_0$, la vitesse est nulle et l'énergie mécanique devient :**

$$E_m = \frac{1}{2}Kx_0^2 \quad (2)$$

**4.2 L'expression de $E_C$ :**

**1ère méthode**

**En égalisant les relations (1) et (2) on obtient :**

$$E_C + E_P = \frac{1}{2}Kx_0^2 \Rightarrow E_C = \frac{1}{2}Kx_0^2 - E_P = \frac{1}{2}Kx_0^2 - \frac{1}{2}Kx^2$$

$$E_C = \frac{K}{2}(x_0^2 - x^2) = 50(x_0^2 - x^2)$$

**2ème méthode**

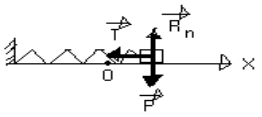
$$E_C = \frac{1}{2}mV^2 = \frac{1}{2}m\omega^2(x_0^2 - x^2) = \frac{1}{2}k(x_0^2 - x^2) = 50(x_0^2 - x^2)$$

## Corrigé de l'exercice5

**1L'équation différentielle du mouvement :**

**En appliquant la relation fondamentale de la dynamique, on obtient :**

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{T} + \vec{R} = m\vec{a}$$




**En projetant suivant l'axe Ox** $-T=ma \Leftrightarrow$

$$\boxed{a+(k/m)x=0}$$

1. • **Calcul de la pulsation ω**

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} \qquad \text{A.N : } \omega = 10 \text{rad/s}$$

- **Calcul de l'amplitude $x_m$ et de la phase initiale φ**

**A t=0 : $x_0=0$ et $v_0=-0,8$m/s $\Leftrightarrow x_m\cos\varphi = 0$ et $-x_m\omega\sin\varphi=-0,8$**

**Soit $x_m=8.10^{-2}$m et $\varphi=\pi/2$ d'où l'équation horaire : $x= 8.10^{-2}\cos(10t + \pi/2)$**

**3.1Expression de l'énergie mécanique en fonction de K , m, v et x :**

**$E_m=E_c+E_p \Leftrightarrow E_m= ½ mv^2+ ½ kx^2$ ; à t=0** $E_m = \frac{1}{2}mV_0^2$ **sa valeur est alors:**

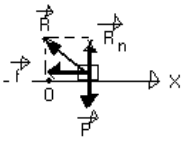
**$E_m=6,4.10^{-2}$j.**

**3.2Expression de l'énergie mécanique en fonction de K et de $x_m$ :**

**$E_m= ½ mx_m^2\omega^2\sin^2(\omega t+\varphi) + ½ kx_m^2\cos^2(\omega t+\varphi)$ comme $m\omega^2=k$ ⇨ $E_m= ½ kx_m^2$**

4 • **Calcul de la réaction R :** $R = \sqrt{R_n^2 + f^2}$

- **Déterminons $R_n$ puis f :**



**En appliquant la R.F.D, on obtient :**

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R}_n + \vec{f} = m\vec{a}$$

**En projetant suivant la verticale descendante :**

**$P-R_n=0$ ⇨ $R_n=P$ A.N : $R_n=2N$.**

**En projetant suivant l'axe Ox :**

**$-f=ma$ avec $a=(v_B^2-v_O^2)/2d$ ⇨ $f=-m(v_B^2-v_O^2)/2d$ A.N : $f=0,48N$ .**

**R serait alors : R=2,06N.**

**5.1 Etude du mouvement de chute dans le vide :**

**En appliquant la relation fondamentale de la dynamique, on obtient :**

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g}$$

**En projetant suivant l'axe Ox : $a_x=0$⇨ m.r.u d'équation horaire : $x = v_B t+d$**

**En projetant suivant l'axe Oy : $a_y=-g$⇨ m.r.u.v d'équation horaire : $y= - ½ gt^2$**

**5.2 L'abscisse du point d'impact I sur le sol :**

**au point I $y_I=-h$ ⇨ $t=\sqrt{\frac{2h}{g}}$ soit $x_I = v_B t+d$ A.N : $x_I=0,3m$**

## Corrigé de l'exercice6

**1 Etude de l'équilibre :**

**A l'équilibre :** $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{T}_0 = \vec{0}$

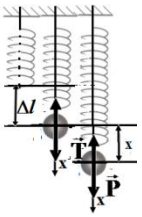
$$P - T_0 = 0 \Rightarrow M = \frac{K\Delta\ell}{g}$$ **Soit M=0,24kg**

**2 Nature du mouvement.**

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$$

**En projetant suivant l'axe x'x :**

$$P - T = ma \Leftrightarrow P - K(\Delta l + x) = ma \Leftrightarrow -kx = ma \Rightarrow a + \frac{K}{m}x = 0$$




**C'est l'équation différentielle caractérisant un mouvement rectiligne sinusoïdal de pulsation**

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} = \sqrt{\frac{60}{0,24}} = 15,8 rad/s$$

**L'équation horaire du mouvement :**

$$x = x_m \cos(\omega t + \varphi)$$

**La pulsation : $\omega=15,8$ rad/s et l'amplitude $x_m=2cm$.**

**Calcul de la phase initial $\varphi$**

$$\cos\varphi = \frac{x_0}{x_m} = 1 \Rightarrow \varphi = 0$$

**D'où l'équation horaire :**

$$x = 2.10^{-2} \cos(15,8\ t)$$

**3.1 Expression de l'énergie potentielle**

$$E_p = E_{pp} + E_{pe} \text{ avec } E_{pp} = -mgx \text{ et } E_{pe} = \frac{1}{2}K(\Delta l + x)^2$$

**En remplaçant, on obtient :** $E_p = \frac{1}{2}K(\Delta\ell^2 + x^2)$

**3.2 Expression de l'énergie mécanique :**

$E_m = E_c + E_p$ **Soit**

$E_m = \frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{2}K(x^2+\Delta l^2)$

$= \frac{1}{2}m\omega^2(x_m^2 - x^2) + \frac{1}{2}K(x^2+\Delta l^2)$ **avec** $m\omega^2 = k$

$= \frac{1}{2}k(x_m^2 - x^2) + \frac{1}{2}K(x^2+\Delta l^2) = \frac{1}{2}K(x_m^2+\Delta l^2)$

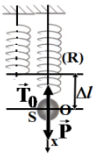
**Déduction de l'expression de $E_C$ :**

$$E_C = E_m - E_p = \frac{1}{2}K(x_m^2 + \Delta l^2) - \frac{1}{2}K(x^2 + \Delta l^2) = \frac{1}{2}K(x_m^2 - x^2)$$

## Corrigé de l'exercice7

**1 Etude de l'équilibre :**

**A l'équilibre :** $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{T}_0 = \vec{0}$



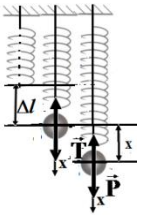

$\Leftrightarrow P - T_0 = 0 \Leftrightarrow mg = Kx_0$

**Nature du mouvement.**

$\sum \vec{F} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$

**En projetant suivant l'axe x'x**

$P - T = ma \Leftrightarrow P - K(\Delta l + x) = ma \Leftrightarrow -kx = ma \Rightarrow a + \frac{K}{m}x = 0$




**C'est l'équation différentielle caractérisant un mouvement rectiligne sinusoïdal**

**2 Expression de l'énergie potentielle**

$E_p = E_{pp} + E_{pe}$ **avec** $E_{pp} = -mgx$ **et** $E_{pe} = \frac{1}{2}K(x_0+x)^2$

**En remplaçant, on obtient :** $E_p = \frac{1}{2}K(x_0^2 + x^2)$

**4 Expression de l'énergie mécanique :**

$\Delta E_m = \sum W_{\vec{F}ex} + \sum W_{\vec{F}\,int\,dissip} = 0 \Leftrightarrow E_m = E_{m0}$

$E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{2}K(x_0^2 + x^2) = \frac{1}{2}K(x_0^2 + x_m^2)$

**5 D'après la courbe** $x_m = 4.10^{-2}m$

$$\begin{cases} \frac{1}{2}Kx_0^2 = 10^{-3} \\ \frac{1}{2}Kx_0^2 + \frac{1}{2}Kx_m^2 = 510^{-3} \end{cases}$$

**Soit** $x_0 = 2.10^{-2}m$ **et** $K = 5N/m$

**6 L'expression de $E_C$ :**

$$E_C = E_m - E_p = \frac{1}{2}K(x_m^2 + x_0^2) - \frac{1}{2}K(x^2 + x_0^2) = \frac{1}{2}K(x_m^2 - x^2)$$

# Mouvement d'un satellite au tour de la terre :

- **Expression de g en fonction de l'altitude h:**

$$g = \frac{GM}{(R+h)^2}$$

- **Au niveau du sol :**

$$g_0 = \frac{GM}{R^2}$$

- **Relation entre g et $g_0$ :**

$$g = \frac{g_0 R^2}{r^2} = \frac{g_0 R^2}{(R+h)^2}$$

- **Nature du mouvement:**

$$\begin{cases} a_t = 0 \\ V = cte \Rightarrow m.u \quad \Leftrightarrow m.c.u \\ r = \frac{GM}{V^2} = cte \Rightarrow m.c \end{cases}$$

- **Expression de V:**
- $$\text{soit } V = \sqrt{\frac{GM}{R+h}} \quad \text{soit } V = R\sqrt{\frac{g_0}{R+h}}$$
- **Expression de T:**

$$\text{soit } T = 2\pi\sqrt{\frac{(R+h)^3}{GM}}$$

$$\text{soit } T = \frac{2\pi}{R}\sqrt{\frac{(R+h)^3}{g_0}}$$

- **Satellite géostationnaire:**

**C'est un satellite qui évolue dans le plan de l'équateur terrestre et dans le même sens de rotation de la terre ; la période du satellite géostationnaire est égale à celle de la terre.**

- **Energie mécanique d'un satellite**
  - ✓ **Energie cinétique :**

$$E_C = \frac{1}{2}mV^2 \Leftrightarrow E_C = \frac{GmM}{2(R+h)}$$

  - ✓ **Energie potentielle de pesanteur:**
    - o **Si l'origine est choisie à l'infini :**

$$E_P = -\frac{GmM}{(R+h)}$$

    - o **Si l'origine est choisie à la surface de la terre :**

$$E_P = -\frac{GmM}{(R+h)} + \frac{GmM}{R}$$

  - ✓ **Expression de l'énergie mécanique :**

$$E_m = -\frac{GmM}{(R+h)} \text{ ou bien } E_m = -\frac{GmM}{2(R+h)} + \frac{GmM}{R}$$

## Exercice 1

**Pour étudier le passage d'une comète au voisinage de notre planète, un satellite lanceur de sonde est mis en orbite autour de la terre.**
**Données : G= 6,67 $10^{-11}$ N $m^2$ $kg^{-2}$ ; masse de la terre $M_T$= 5,98.$10^{24}$ Kg ; rayon de la terre $R_T$= 6400Km.**
**La terre est considérée comme un corps à répartition sphérique de masse.**

1. **Etude du mouvement circulaire du système lanceur-sonde dans le référentiel géocentrique. Dans un premier temps, le système lanceur sonde est supposé mis en orbite circulaire à l'altitude $h_0$= 200Km. Il évolue avec une vitesse $V_o$.**

**1.1** **En supposant ce système uniquement soumis au champ gravitationnel terrestre, montrer que son mouvement est uniforme.**

**1.2** **Exprimer la vitesse $V_0$ en fonction de G, $M_T$, $R_T$ et $h_0$ et calculer sa valeur en Km.$s^{-1}$.**

**1.3** **Etablir l'expression de sa période $T_0$ en fonction de $R_T$, $h_0$ $V_0$ et la calculer.**

2. **L'énergie potentielle de gravitation s'écrit $Ep = -\frac{GmM_T}{r}$, r étant le rayon de l'orbite, m est la masse du système.**

**2.1** **Pour l'altitude $h_0$, exprimer l'énergie mécanique $E_{m0}$ du satellite sur une orbite circulaire de rayon $r_0$ en fonction de G, $M_T$, m et $r_0$ puis en fonction de la vitesse $V_0$.**

**2.2** **Exprimer successivement l'énergie mécanique $E_{m0}$ et l'énergie potentielle $E_{p0}$ en fonction de l'énergie cinétique $E_{c0}$ sur cette même orbite.**

**2.3** **Exprimer l'énergie W fournie par les moteurs pour que le satellite passe de l'orbite basse de rayon $r_0$ à l'orbite géostationnaire de rayon r en fonction de G, M, m, $r_0$ et r.**

**3 Lorsque l'altitude du satellite est peu élevée, il peut subir les frottements des hautes couches de l'atmosphère. Son énergie mécanique diminue suivant la loi $E_m = E_{mo}(1+\alpha.t)$; $\alpha>0$**
**On suppose que la trajectoire est circulaire. Montrer que le rayon de l'orbite diminue avec le temps alors que la vitesse augmente.**

## Exercice 2

**1. Un satellite artificiel de masse $m=200kg$ tourne autour de la terre sur une orbite circulaire de rayon r.**
**1.1. Calculer la vitesse $V_1$ de ce satellite en fonction de r, de la masse M de la terre et de la constante de gravitation G. A.N : $r=7000km$ ; $G=6,67.10^{-11}N.m^2/kg^2$ et $M=6.10^{24}kg$.**

**1.2 L'énergie potentielle du système {satellite-terre} étant $E_p = \frac{GmM}{R} - \frac{GmM}{r}$ où $R$ est le rayon de la terre ; donner l'expression de l'énergie mécanique de ce système en fonction de $G$, $m$, $M$, $r$ et $R$ .La calculer.**

**On donne: $R=6400km$.**

**1.3 Calculer l'énergie à fournir à ce satellite pour qu'il passe de l'orbite de rayon r à une autre de rayon $r'=7100km$.**

**2On considère que la terre est un point matériel qui tourne autour du soleil de masse $M'=2.10^{30}kg$ sur une orbite circulaire de rayon $r=1,5.10^{8}km$..**

**2.1. Exprimer la vitesse angulaire $\omega$ et la période $T$ du mouvement de la terre.**

**2.2. Exprimer le rapport $\frac{T^2}{r^3}$ en fonction de $G$ et $M'$.**

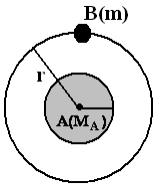
**2.3. Calculer $T$ . Cette valeur est-elle vraisemblable ?**

## Exercice 3

**Dans cet exercice, les mouvements étudiés sont rapportés à des repères galiléens.**

**Les mobiles étudiés présentent une répartition à symétrie sphérique.**

**Donnée $G = 6,67.10^{-11}$ S.I.**




**1 Dans un repère, on étudie deux satellites A et B. On suppose que la masse $M_A$ du mobile A est très grande devant celle m du mobile B. Le mobile B tourne autour de A considéré comme étant fixe (voir fig ).**

**1.1 Montrer que le mouvement de B autour de A est un mouvement circulaire uniforme.**

**1.2 Etablir la relation qui lie la vitesse V du centre d'inertie de B, le rayon r de l'orbite, la masse $M_A$ de A et la constante de gravitation universelle G.**

**1.3 Soit T la période de B autour de A. Exprimer V en fonction de T et r , en déduire la relation $\frac{r^3}{T^2} = kM_A$ et donner l'expression de k en fonction de G.**

**2. Un satellite artificiel tourne autour de la terre (dont la masse $M_T$ $=5,98.10^{24}kg$) dans une orbite de rayon**
**$r = 42,3 .10^{3}km$.**

**2.1. Calculer la période de ce satellite artificiel. Comment appelle-t-on ce type de satellite, s'il tourne dans le plan de l'équateur et dans le même sens de rotation de la terre?**

**2.2. Tous les satellites se trouvant sur cette orbite ont-ils la même vitesse ? La même masse ? Justifier.**

**3. Sachant que la terre décrit autour du soleil en 365,25 jours une orbite de rayon $r'=1,496.10^{8}km$. Calculer la masse $M_S$ du soleil.**

## Exercice 4

**Un satellite supposé ponctuel, de masse m, décrit une orbite circulaire d'altitude $h_1$ autour de la Terre assimilée à une sphère de rayon R. On fera l'étude dans le référentiel géocentrique supposé galiléen.**

**1. Etablir l'expression de l'intensité g du vecteur champ de gravitation à l'altitude $h_1$ en fonction de sa valeur au sol $g_o$ de R et $h_1$.**

**2. Déterminer l'expression de la vitesse $V_1$ du satellite, celle de sa période $T_1$ en fonction $g_o$ de $R_T$ et $h_1$ et celle de son énergie cinétique $E_{C1}$ en fonction $g_o$, m, R et $h_1$. A.N: $h_1$=400 km ; $g_o$=9,81m/s² ; m= 1020kg ; R = 6400km.**

**3. L'énergie potentielle du satellite dans le champ de gravitation à l'altitude $h_1$ est donnée par la relation $E_{p1} = -\frac{GmM}{R+h_1}$ , M est la masse de la Terre, G la constante universelle de gravitation.**

**3.1. Exprimer $E_{P1}$ en fonction de m, R, $g_o$ et $h_1$.**

**3.2 Donner l'expression de l'énergie mécanique $E_{m1}$ en fonction de m, R, $g_o$ et $h_1$.**

**Comparer cette énergie mécanique à l'énergie cinétique $E_{C1}$ puis à l'énergie potentielle $E_{P1}$.**

**4. On fournit au satellite un supplément d'énergie, $\Delta E = +5,0.10^8$J, il prend alors une nouvelle orbite circulaire. Déterminer :**

**4.1. Sa nouvelle énergie cinétique $E_{C2}$ et sa vitesse $V_2$.**

**4.2. Sa nouvelle énergie potentielle $E_{P2}$ et son altitude $h_2$.**

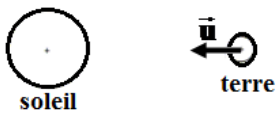
## Exercice 5

**On considère le mouvement de la Terre autour du Soleil dans le référentiel héliocentrique considéré comme galiléen. On suppose que ce mouvement se fait sur une trajectoire circulaire, de rayon r = 1,5. $10^{11}$ m.**

**On néglige l'action de tout autre astre et on s'aidera du schéma suivant :**

**1. Donner les caractéristiques de la force subie par la Terre et la représenter.**

**2. Appliquer la R.F.D à la Terre et montrer que son mouvement est uniforme.**




**3 En déduire l'expression du vecteur accélération de la terre en fonction de la constante de gravitation universelle G, de la masse du Soleil $M_s$ du rayon r de la trajectoire et du vecteur unitaire $\vec{u}$ ; le représenter sans considération d'échelle sur le schéma.**

**4 Quelle relation peut-on alors écrire entre l'accélération a et la vitesse V du centre d'inertie de la Terre?**

**5 Donner l'expression de la vitesse V en fonction de la constante de gravitation universelle G, la masse du Soleil $M_s$ et le rayon r de la trajectoire. Calculer la valeur de cette vitesse.**

**6 Donner l'expression de la période de rotation T de la Terre autour du Soleil en fonction de la vitesse V et du rayon r de sa trajectoire. Montrer alors qu'on peut écrire que $T = 2\pi r\sqrt{\frac{r}{GM_S}}$ , puis calculer sa valeur.**

***On donne :G=6,67.10 $^{-11}$ S.I $M_S$=2.10 $^{30}$kg***

## Exercice 6

**Le lanceur européen Ariane a été conçu pour placer en orbite géostationnaire des satellites. Un satellite S supposé ponctuel de masse m évolue autour de la terre de masse M assimilée à une sphère homogène de centre O et de rayon R. L'étude sera effectuée dans le référentiel géocentrique considéré comme galiléen. On notera r la distance OS entre le centre O de la terre et la position S du satellite et on introduira le vecteur unitaire $\vec{u}$ dirigé de O vers S.**

**1.1 Exprimer le vecteur force d'attraction gravitationnelle $\vec{F}$ qu'exerce la terre sur le satellite en fonction de la constante de gravitation universelle G, M, m, r et le vecteur unitaire $\vec{u}$.**

**1.2 Montrer que le mouvement du satellite sur une orbite circulaire de rayon r est uniforme. Un schéma permettant de visualiser les vecteurs force, vitesse, accélération et le vecteur unitaire utilisé est exigé.**

**1.3 Etablir l'expression de la vitesse V du satellite sur la trajectoire circulaire de rayon r ainsi que celle de la période de révolution T autour de la terre en fonction de G, M, et r.**

**2.1 Qu'est-ce qu'un satellite géostationnaire? Dans quel plan se trouve l'orbite du satellite géostationnaire.**

**2.2 Calculer la valeur du rayon $r_2$ de l'orbite de ce satellite géostationnaire.**

**3 Il serait très onéreux de propulser la fusée porteuse directement jusqu'à l'orbite géostationnaire : on procède donc par transfert d'orbites. Le satellite est d'abord placé sur une orbite basse de rayon $r_1$ puis mené vers l'orbite géostationnaire de rayon $r_2$ à l'aide des moteurs propulseurs. Entre les deux orbites circulaires le satellite emprunte une orbite de transfert elliptique.**

**3.1 Exprimer l'énergie cinétique $E_c$ du satellite sur une orbite circulaire de rayon r en fonction de G, M, m et r.**

**3.2 On donne l'expression de l'énergie potentielle gravitationnelle pour le satellite situé à une distance r du centre de la terre, en choisissant l'origine de l'énergie potentielle à l'infini. $Ep(r) = -\frac{GmM}{r}$. Exprimer l'énergie mécanique $E_m$ du satellite sur une orbite circulaire de rayon r en fonction de G, M, m et r.**

**3.3 Exprimer successivement l'énergie mécanique $E_m$ et l'énergie potentielle $E_p$ en fonction de l'énergie cinétique $E_c$ sur cette même orbite.**

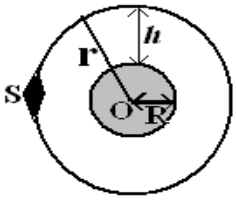
**3.4 Exprimer l'énergie W fournie par les moteurs pour que le satellite passe de l'orbite basse de rayon $r_1$ à l'orbite géostationnaire de rayon $r_2$ en fonction de G, M, m, $r_1$ et $r_2$. Calculer W.**

**Données: $M = 6.10^{24}$ kg ; R = 6380 km ; m= 1000 kg ; $r_1$=6700 km**

**$G = 6{,}67.10^{-11}$ $m^3$ $kg^{-1}$ $s^{-2}$.durée d'un jour T: $T^2 = (24\ h)^2 = 7{,}5.10^9$ $s^2$ ; $\pi^2 = 10$**

## Exercice 7

**On considère un satellite S de la terre de masse m ayant une orbite circulaire de rayon r dont le centre O est confondu avec le centre de la terre.**




**1. Donner les caractéristiques de la force de gravitation exercée sur ce satellite.**

**2. Montrer que le mouvement du satellite est uniforme.**

**3. Trouver l'expression de la vitesse du satellite en fonction de l'accélération de la pesanteur $g_0$ au sol, du rayon R de la terre et du rayon r de l'orbite puis en fonction de la constante de gravitation G, de la masse M de la terre et du rayon r.**

**4. Ce satellite est géostationnaire :**

**4.1. Préciser le plan de l'orbite.**

**4.2. A quelle altitude est placé ce satellite.**

**4.3. Calculer sa vitesse angulaire et en déduire sa vitesse linéaire.**

**4.4 Calculer la masse M de la terre.**

**A.N : R=6400km;G=6,67.$10^{-11}$ S.I et $g_0$=9,8m/$s^2$..**

## Exercice 8

**On étudie le mouvement d'un satellite terrestre dans le repère géocentrique. Le satellite décrit une orbite circulaire dans le plan équatorial de la terre.**

**1. Montrer que la vitesse V de ce satellite est cste.**

**2. Exprimer littéralement la vitesse V du satellite en fonction de g0(intensité de la pesanteur au niveau du sol) , R( de la terre) , h(altitude).Le satellite est en faite géostationnaire. Qu'est-ce qu'un satellite géostationnaire ?**

**3. Calculer le rayon de l'orbite de ce satellite en fonction de $g_0$ , R , $\omega T$ (vitesse angulaire de rotation de la terre) .**

**Données : $g_0$ = 9,8m/$s^2$ ; R = 6370km $\omega_T$ = 7,29.$10^{-5}$ rad/s.**

**Dans quel domaine peut-on utiliser ce satellite ?**

## Exercice 9

**La formule de l'attraction universelle entre deux corps s'écrit :** $F = \frac{GM_1M_2}{d^2}$

**Où G est une constante valant 6,67 .$10^{-11}$ S.I et d la distance entre les centres d'inerties des deux corps dont les masses sont $M_1$ et $M_2$.**

**1.1. Exprimer l'accélération de la pesanteur $g_0$ au niveau du sol en fonction de G, du rayon R de la terre et de la masse M de la terre.**

**1.2. Sachant que R =6400km, calculer M si $g_0$= 9,8m/$s^2$.**

**2. Exprimer en fonction de $g_0$ , R et h , l'accélération g de la pesanteur à une altitude h quelconque .**

**3. Un satellite artificiel de la Terre évolue à très haute altitude, où l'accélération g de la pesanteur a pour expression celle trouvée à la question 2; en décrivant une circonférence concentrique à la terre.**

**3.1. Déterminer la nature du mouvement du satellite.**

**3.2. Exprimer sa vitesse en fonction de $g_0$, R et h.**

**Quelle est cette vitesse si h = 36000km ? Quelle est alors la durée d'une révolution ? L'exprimer, en minutes et en heures. Si le satellite tourne dans le plan de l'équateur et dans le même sens de rotation que la terre ; conclure?**

## Exercice 10

**La mise en orbite complète du satellite MSG-2 de masse m = 2,0 × $10^3$ kg s'accomplit en deux étapes. Dans un premier temps, il est placé sur une orbite circulaire à vitesse constante $v_S$ à basse altitude h = 6,0 ×$10^2$ km autour de la Terre et il n'est soumis qu'à la force gravitationnelle exercée par la Terre.**

**On choisit un repère (S, t, n) dans lequel t est un vecteur unitaire tangent à la trajectoire dans le sens du mouvement et n un vecteur unitaire perpendiculaire à la trajectoire orienté vers le centre de la Terre.**

**1. Donner l'expression vectorielle de la force gravitationnelle F exercée par la Terre sur le satellite en fonction des données.**

**2. En appliquant une loi de Newton, trouver l'expression du vecteur accélération a du centre d'inertie du satellite.**

**3. Sans souci d'échelle, représenter sur un schéma, à un instant de date t quelconque, la Terre, le satellite, le repère (S, t, n) ainsi que le vecteur accélération a.**

**4. Déterminer l'expression de la vitesse v du centre d'inertie du satellite. Vérifier que sa valeur est de l'ordre de 7,6 ×$10^3$ m/s sur son orbite basse.**

## Exercice 11

**1. La force de gravitation s'exerçant entre la terre et le soleil vaut F=3,5 $10^{22}$ N. Connaissant la constante de gravitation G=6,67 $10^{-11}$ SI, la masse de la terre Mt =6 $10^{24}$ kg et la distance terre soleil d=1,5 $10^8$ km, exprimer en fonction des données la masse Ms du soleil puis calculer sa valeur numérique.**

**2. Un satellite assimilé à un point matériel de masse m décrit d'un mouvement uniforme dans le champ de gravitation de la terre une orbite circulaire à l'altitude h= 400 km. L'orbite est située dans le plan équatorial de la terre et le rayon terrestre a pour valeur R=6400 km.**

**- Déterminer dans le repère géocentrique la vitesse V du satellite en fonction de G, Mt et r (r étant le rayon de la trajectoire). Calculer la valeur numérique de V.**

**-Déterminer dans le même repère, les expressions littérales et les valeurs numériques de la période T et de la vitesse angulaire ω du satellite.**

## Corrigé de l'exercice1

**1 - 1)** $\sum \vec{F}_{app} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{F} = m\vec{a}$ **(1)**

**Par projection sur la tangente :**

$0 = ma_t \Rightarrow a_t = 0$ **donc : v = cste(mu)**

**1 - 2Par projection sur la normale :**

$$F = ma_n \Rightarrow \frac{GmM_T}{r_0^2} = \frac{mv_0^2}{r_0}$$

$$\text{donc : } v_0 = \sqrt{\frac{GM_T}{(R_T+h_0)}}$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{6{,}67.10^{-11}.5{,}98.10^{24}}{(6400.10^3+200.10^3)}} = 7{,}8\text{Km/s}$$

**1 - 3)** $v_0 T = 2\pi(R_T + h_0)$

$$\Rightarrow T = \frac{2\pi(R_T+h_0)}{v_0} = \frac{2\pi(6400.10^3+200.10^3)}{7{,}8.10^3} = 5{,}3.10^3\text{s}$$

**2-1 Expression de $E_{m0}$ en fonction de $r_0$**

$$E_{m_0} = Ec_0 + Ep_0 = \frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{GmM_T}{r_0}$$

$$E_{m_0} = \frac{1}{2}\frac{GmM_T}{r_0} - \frac{GmM_T}{r_0} = -\frac{GmM_T}{2r_0}$$

**Expression de $Em_0$ en fonction de $v_0$**

$$E_{m_0} = -\frac{GmM_T}{2r_0} = -Ec_0 = -\frac{1}{2}mv_0^2$$

**2-2 Expression de l'Énergie mécanique :**

$$E_m = E_c + E_p = \frac{mGM_T}{2r} - \frac{GM_Tm}{r} = -\frac{mGM_T}{2r} = -E_c$$

**Expression de l'Énergie potentielle :**

$$E_P = -\frac{mGM}{r} = -2E_c$$

**2. 3 Expression de l'Énergie W= $E_m$(2)- $E_m$(1)**

**L'énergie mécanique $E_m$(1) :** $E_m(1) = -\frac{mGM}{2r_0}$ .

**L'énergie mécanique $E_m$(2) :**

$$E_m(2) = -\frac{mGM}{2r}$$

**D'où** $W = E_m(2) - E_m(1) = -\frac{mGM}{2r} + \frac{mGM}{2r_0} = \frac{mGM}{2}(\frac{1}{r_0} - \frac{1}{r})$

**2-2)**

- $E_m = E_{mo}(1+\alpha t)$

$$-\frac{GmM_T}{2r} = -\frac{GmM_T}{2r_o}(1+\alpha t) \Leftrightarrow \frac{1}{r} = \frac{1}{r_o}(1+\alpha t) \Rightarrow r = \frac{r_o}{(1+\alpha t)}$$

**Donc r diminue avec le temps**

- $E_m = E_{mo}(1+\alpha t)$

$$-\frac{1}{2}mv^2 = -\frac{1}{2}mv_0^2(1+\alpha t)$$

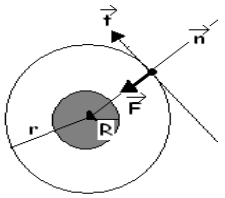
$$v = v_0\sqrt{(1+\alpha t)}$$

**Donc V augmente avec le temps**

## Corrigé de l'exercice2

**1.1 Calcul de $V_1$**

**En appliquant la R.F.D :** $\Sigma\vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{F} = m\vec{a}$




**En projetant sur la tangente on obtient :**

**$a_t=0 \Rightarrow v=cte \Rightarrow$ mouvement uniforme.**

**En projetant sur la normale on obtient :**

**$a_n=F/m$ avec $F=GMm/r_1^2$ et $a_n=v_1^2/r_1$** $\Rightarrow V_1 = \sqrt{\frac{GM}{r_1}}$

**A.N : $V_1=7{,}56.10^3$ m/s**

**1.2 Expression de l'énergie mécanique**

$$E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2}m\frac{GM}{r} + \frac{GMm}{R} - \frac{GMm}{r} \Rightarrow E_m = \frac{GMm}{R} - \frac{GMm}{2r}$$ **A.N :$E_m=7.10^9$ J**

**1.3 L'énergie E à fournir au satellite**

$$E = E'_m - E_m \quad E_m = \frac{GMm}{2}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r'}\right)$$ **A.N : $E=8.10^7$J**

**2.1 Expression de la vitesse angulaire**

$$F = \frac{GMM'}{r^2} = Mr\omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{GM'}{r^3}}$$

**Expression de T :** $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM'}}$

**2.2 Expression du rapport**

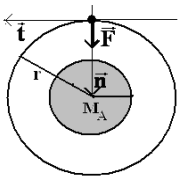
$$T^2 = 4\pi^2\frac{r^3}{GM'} \Rightarrow \frac{T^2}{r^3} = 4\pi^2 GM'$$

**2.3 Calcul de T :**

$$T = 6.28\sqrt{\frac{(1,5)^3.10^{33}}{6,67.10^{-11}x2.10^{30}}} = 3,16.10^7 s = 365,5j = 1an$$

**Cette valeur est vraisemblable car elle correspond à la période de rotation de la terre autour du soleil.**

## Corrigé de l'exercice3




**1.1 Nature du mouvement :**

**En appliquant la R.F.D :** $\Sigma\vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{F} = m\vec{a}$

**En projetant sur la tangente on obtient :**

**$a_t = 0 \Rightarrow v = cte \Rightarrow$ mouvement uniforme**

**En projetant sur la normale on obtient : $a_n = F/m$ avec $F = GMm/r^2$ et $a_n = v^2/r$**

**$\Rightarrow r = GM/V^2 = cte \Rightarrow$ trajectoire circulaire $\Leftrightarrow$ m.c.u**

**1.2 Relation entre V, r, $M_A$, et G :**

**$a_n = v^2/r$ et $a_n = F/m \Rightarrow$** $V = \sqrt{\frac{GM_A}{r}}$

**1.3 Expression de V en fonction de T et r :** $T = \frac{2\pi}{\omega}$ avec $\omega = \frac{V}{r} \Rightarrow T = 2\pi\frac{r}{V} \Rightarrow V = \frac{2\pi r}{T}$

**Déduction de la relation** $\frac{r^3}{T^2} = kM_A$

**On a** $T = 2\pi\frac{r}{V}$ or $V = \sqrt{\frac{GM_A}{r}} \Rightarrow T = 2\pi r\sqrt{\frac{r}{GM_A}} \Leftrightarrow T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{GM_A} \Rightarrow \frac{r^3}{T^2} = \frac{GM_A}{4\pi^2} = kM_A$ avec $k = \frac{G}{4\pi^2}$

**2.1 Calcul de la période du satellite :**

$T = 2\pi r\sqrt{\frac{r}{GM_T}}$ **A.N : T≈ 86662s ≈24h.**

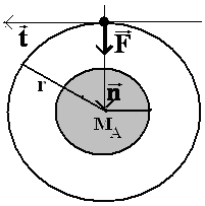
**La période étant égale à celle de la terre, si le satellite tourne dans le plan de l'équateur et dans le même sens de rotation de la terre, il est dit géostationnaire.**

**2.2 Les satellites se trouvant sur cette orbite ont la même vitesse mais leurs masses peuvent être différentes car l'expression de la vitesse montre qu'elle ne varie qu'en fonction du rayon de l'orbite.**

**3. Calcul de la masse $M_S$ du soleil.**

$T = 2\pi r'\sqrt{\frac{r'}{GM_S}} \Leftrightarrow T^2 = \frac{4\pi^2 r'^3}{GM_S} \Rightarrow M_S = \frac{4\pi^2 r'^3}{T^2 G}$ **A.N : $M_S = 1{,}9878.10^{30} \approx 2.10^{30}$kg.**

## Corrigé de l'exercice4




**1. L'expression de g en fonction de $g_0$ , R et $h_1$**

**L'un des corps est la terre alors F = P**

$\frac{GmM}{r^2} = mg \Leftrightarrow \frac{GM}{r^2} = g$ **(1)**

**au niveau du sol $g = g_0$ et $r = R$ alors** $g_0 = \frac{GM}{R^2}$ **(2)**

**les relations (1) et (2) donne** $g = \frac{g_0 R^2}{(R + h_1)^2}$

**2. L'expression de $V_1$**

**En appliquant la R.F.D :** $\Sigma\vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{F} = m\vec{a}$

**En projetant sur la normale on obtient** $a_n = P/m$ **avec** $P = mg$

$$P = m.\frac{g_0 R^2}{(R+h_1)^2} \text{ et } a_n = \frac{V_1^2}{R+h_1} \Rightarrow V_1 = R\sqrt{\frac{g_0}{R+h_1}} \quad V_1 = 7687 m/s$$

$$T_1 = 2\pi\frac{r}{V} = \frac{2\pi}{R}\sqrt{\frac{(R+h_1)^3}{g_0}} = 5555s \text{ et } E_{C1} = \frac{1}{2}mV_1^2 = \frac{mR^2 g_0}{2(R+h_1)} = 3.10^{10} J$$

**3.1 L'expression de $E_{P1}$ en fonction de m, R, $g_0$ et $h_1$:**

$$\text{comme } GM = g_0 R^2 \text{ alors } E_{P1} = -\frac{mR^2 g_0}{R+h_1}$$

**Expression de l'énergie mécanique :**

$$E_m = E_C + E_p = \frac{mR^2 g_0}{2(R+h_1)} - \frac{mR^2 g_0}{R+h_1} = -\frac{mR^2 g_0}{2(R+h_1)}$$

**Comparaison :**

$$\frac{E_{m1}}{E_{c1}} = \frac{-\frac{mR^2 g_0}{2(R+h_1)}}{\frac{mR^2 g_0}{2(R+h_1)}} = -1 \Rightarrow E_{m1} = -E_{c1}$$

**et**

$$\frac{E_{m1}}{E_{P1}} = \frac{-\frac{mR^2 g_0}{2(R+h_1)}}{-\frac{mR^2 g_0}{R+h_1}} = \frac{1}{2} \Rightarrow E_{m1} = \frac{E_{P1}}{2}$$

**4.1. Calcul $E_{C2}$**

$$\Delta E = \Delta E_m = -\Delta E_c = -(E_{c2} - E_{c1})$$

$$\Rightarrow E_{c2} = E_{c1} - \Delta E = E_{c1} - \Delta E \quad A.N : E_{c2} = 3.10^{10} - 5.10^{8} = 295.10^{8} J$$

**Calcul $V_2$**

$$E_{C2} = \frac{1}{2}mV_2^2 \Rightarrow = V_2 = \sqrt{\frac{2E_{C2}}{m}} = 7605 m/s$$

**4.2 Calcul $E_{P2}$**

$$\Delta E = \Delta E_m = E_{m2} - E_{m1} = \frac{E_{p2} - E_{p1}}{2} \Rightarrow E_{p2} = E_{p1} + 2\Delta E = 2E_{m1} + 2\Delta E = -2E_{c1} + 2\Delta E$$

$$E_{p2} = 2(\Delta E - E_{c1}) = -2E_{c2} = -2x295.10^{8} = -59.10^{9} J$$

**Calcul de $h_2$**

$$E_{P2} = -\frac{mR^2 g_0}{R+h_2} \Rightarrow R + h_2 = -\frac{mR^2 g_0}{E_{P2}}$$

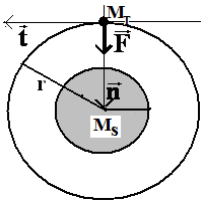
$$\Rightarrow h_2 = -\frac{mR^2 g_0}{E_{P2}} - R = -\frac{mR^2 g_0}{E_{P2}} - R$$

$$h_2 \simeq 546,7 km$$

## Corrigé de l'exercice5

**1. Les caractéristique de $\vec{F}$ :**

$\vec{F}$ { -direction:la normale
-sens:de la terre vers le soleil
-pt d'application: centre de la terre
-module:$F=\frac{GM_TM_S}{r^2}$




**2. Nature du mouvement :**

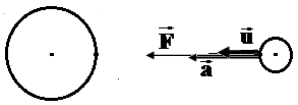
**En appliquant la R.F.D : $\Sigma\vec{F}_{ext} = M_T\vec{a} \Leftrightarrow \vec{F} = M_T\vec{a}$**

**En projetant sur la tangente on obtient :$a_t = 0 \Rightarrow v = cte \Rightarrow$ mouvement uniforme**

**3. Déduction de l'expression de l'accélération**

$$\Sigma\vec{F}_{ext} = M_T\vec{a} \Leftrightarrow \frac{GM_SM_T}{r^2}\vec{u} = M_T\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{GM_S}{r^2}\vec{u}$$

**voir Schéma**




**4. Relation entre $a_n$ et V, r**

$$a = \frac{V^2}{r},$$

**5. Expression de V :**

$$a = \frac{V^2}{r} \text{ et } a = \frac{GM_S}{r^2} \Leftrightarrow V = \sqrt{\frac{GM_S}{r}} \quad V=2{,}8.10^4 m/s$$

**6. Expression de T en fonction de V et r :** $T = \frac{2\pi}{\omega}$ avec $\omega = \frac{V}{r} \Rightarrow T = 2\pi\frac{r}{V}$

On a $T = 2\pi\frac{r}{V}$ or $V = \sqrt{\frac{GM_S}{r}} \Rightarrow T = 2\pi r\sqrt{\frac{r}{GM_S}}$ A.N : $T \approx 3{,}17.10^7 s \approx 1an.$

# Chimie

## Notions générales

***Transformation chimique***

**Une transformation chimique a lieu chaque fois qu'une nouvelle espèce chimique est produite ou chaque fois qu'une espèce chimique disparaît.**
**Une espèce chimique qui apparaît s'appelle produit.**
**Une espèce chimique qui disparaît totalement ou partiellement s'appelle réactif.**

***Définition du système chimique***

**On appelle système chimique, l'ensemble des espèces chimiques présentes lors de la transformation chimique.**

***Les trois étapes d'une transformation chimique***

**Une expérience mettant en jeu une transformation chimique se déroule en trois étapes :**

- **La préparation (mélange des réactifs s'il y a plusieurs réactifs, dissolution éventuelle dans un solvant, chauffage si c'est nécessaire...).**
- **Le déroulement de la transformation, pendant lequel les réactifs disparaissent et les produits apparaissent.**
- **L'arrêt de la transformation, qui a lieu dès qu'un des réactifs a totalement disparu, même si d'autres réactifs sont encore présents.**

***Etat initial, état final***

**On appelle état initial du système chimique, l'état de ce système à la fin de la première étape.**
**On appelle état final du système chimique, l'état de ce système au début de la troisième étape, c'est-à-dire à l'arrêt de la transformation chimique.**

*La transformation chimique est donc le passage du système chimique de son état initial à son état final.*

## Notion d'avancement et taux d'avancement :

*L'avancement est un nombre, noté x et exprimé en mole, qui permet de décrire quantitativement un système chimique en cours de transformation*

**L'avancement d'une réaction, notée x, est le nombre de fois que la réaction a évolué depuis l'état initial. Soit la réaction symbolisée par :**

$\alpha$ **A +** $\beta$ **B** $\rightarrow$ $\gamma$ **C +** $\delta$ **D**

**On dit que la réaction a avancé une fois depuis l'état initiale, si** $\alpha$ **moles de A et** $\beta$ **moles de B ont disparu et** $\gamma$ **moles de C et** $\delta$ **moles de D sont apparues.**
**On dit encore que les réactifs ont disparu et les produits sont apparus en quantités stœchiométriques. L'avancement x d'une réaction est une grandeur qui s'exprime en mol.**

## Tableau d'avancement d'un système

**Tableau d'avancement d'un système permet d'écrire l'état du système chimique à tous instant de la transformation chimique.**

| Etat du système | Avancement (mol) | Quantité de matière en mol aA + bB → cC + dD | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Initiale | 0 | ni (A) | ni (B) | 0 | 0 |
| Intermédiaire | x | ni (A) – a.x | ni (B) – b.x | c.x | d.x |
| Finale | xf | ni (A) – a.xf | ni (B) – b.xf | c.xf | d.xf |

## Avancement final & avancement maximal

❖ **L'avancement final $x_f$ est la valeur de l'avancement en fin de la réaction.**

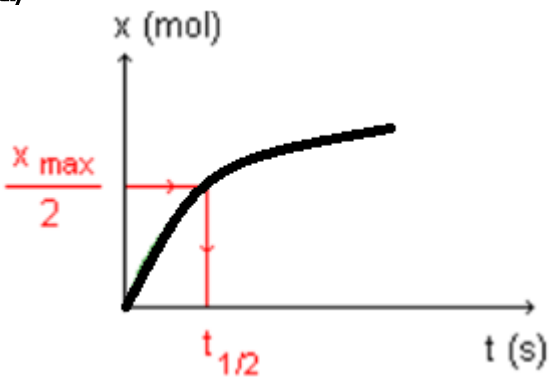
❖ **L'avancement maximal $x_{max}$ est la valeur calculée de l'avancement en supposant la réaction pratiquement totale :**

- **Pour une réaction totale, un réactif prenant part à cette réaction est dit réactif limitant (ou en défaut) de cette réaction si sa quantité dévient nulle à l'état final.**
- **Pour une réaction limitée aucun des réactifs prenant part à cette réaction ne disparait totalement en fin de la réaction.**

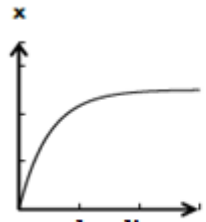
## Temps de demi-réaction

**C'est le temps, noté $t_{1/2}$, de demi-réaction est la durée au bout de laquelle l'avancement x est égal à la moitié de l'avancement final.**

**$t=t_{1/2}$ ==> $x_{1/2}=x_{max}/2$**



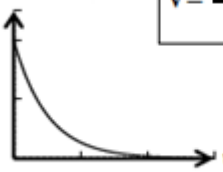
## Vitesse de la réaction




$V = \frac{dx}{dt}$

courbe d'avancement

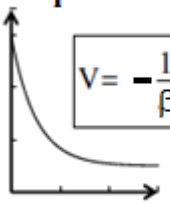
$n(A) = n_i(A) - \alpha x$




$V = -\frac{1}{\alpha}\frac{dn(A)}{dt}$

Courbe de disparition de A

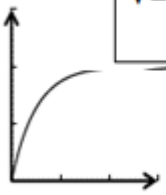
$n(B) = n_i(B) - \beta x$



$V = -\frac{1}{\beta}\frac{dn(B)}{dt}$

Courbe de disparition de B

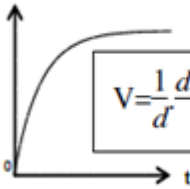
$n(C) = \gamma x$




$V = \frac{1}{\gamma}\frac{dn(C)}{dt}$

Courbe de formation de C

$n(D) = \delta x$




$V = \frac{1}{d}\frac{dn(D)}{dt}$

Courbe de formation de D

## Vitesse de formation des produits :

***Vitesse moyenne :***

**La vitesse moyenne de formation d'un produit P pendant l'intervalle $t_2 - t_1$ est :**

$$V_f = \frac{n_2 - n_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta n}{\Delta t}$$

**C'est le taux de variation de la quantité de matière à la variation correspondante du temps.**

***Vitesse instantanée :***

**La vitesse instantanée de formation d'un produit P à l'instant t est la limite, quand $t_2$ tend vers $t_1$ (ou quand $\Delta t = t_2 - t_1$ tend vers 0), du quotient définissant la vitesse moyenne entre $t_1$ et $t_2$:**

$$V_{f(P)}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{n_2 - n_1}{\Delta t}$$

**Cette limite n'est autre que la valeur à la date t de $\frac{dn}{dt}$, fonction dérivée de n(t) :** $V_{d(P)}(t) = (\frac{dn}{dt})$

**Définition : la vitesse de formation d'un produit P à l'instant de date t est égale au coefficient directeur (ou pente) de la tangente à la courbe au point d'abscisse t.**

## Vitesse de disparition des réactifs :

***Vitesse moyenne :***

**Afin que la vitesse de disparition d'un réactif R soit une grandeur positive, on définit la vitesse moyenne de disparition comme l'opposée du taux de variation de la quantité de matière.**

$$V_{d(R)} = -\frac{n_2 - n_1}{t_2 - t_1}$$

***Vitesse instantanée* :**

**De même, la vitesse instantanée de disparition d'un réactif R ˉ à l'instant t est égale à l'opposée de la valeur de la dérivée de n(t) à l'instant de date t.**

$$V_{d(R)}(t) = -(\frac{dn}{dt})$$

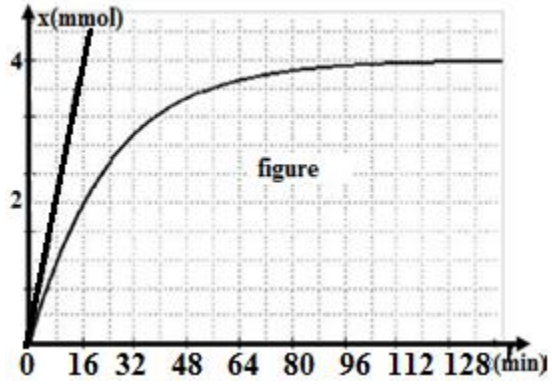
## Les facteurs cinétiques

- **Les facteurs cinétiques sont les paramètres physiques ou chimiques qui ont une influence sur l'évolution d'une réaction. Il s'agit de la concentration, de la température et du catalyseur :**
- **Les vitesses de disparition des réactifs et de formation des produits d'une réaction augmentent quand les concentrations en réactif augmentent.**
- **Une élévation de température correspond à une augmentation de l'agitation de particules. La plus grande agitation permet d'augmenter le nombre de chocs entre les particules. La réaction se produit alors plus rapidement, sa vitesse augmente.**
- **Un catalyseur est un corps qui accélère une réaction chimique naturelle sans subir lui-même de modifications permanentes et qui n'apparait pas dans l'équation**

## Exercice 1

**L'oxydation des ions iodures $I^-$ par l'eau oxygénée H2O2, en milieu acide, est une réaction chimique lente et totale. Cette réaction est symbolisée par l'équation suivante :**

**$H2O2 + 2I^- + 2 H3O^+ \rightarrow I2 + 4 H2O$**




**Dans un bécher, on mélange à l'instant t=0, un volume V1=100mL d'une solution aqueuse (S1) d'eau oxygénée H2O2 de concentration C1, avec un volume V2=100mL d'une solution aqueuse (S2) d'iodure de potassium KI de concentration C2=0,1mol.L-1 et quelques gouttes d'une solution aqueuse d'acide sulfurique concentrée, dont on négligera le volume.**

**Par une méthode expérimentale convenable, on suit l'évolution de l'avancement x de la réaction en fonction du temps. On obtient la courbe x=f(t) de la figure.**

1. **Compléter le tableau suivant décrivant l'évolution du système.**

| **Etat de système** | **Avancement x (mol)** | ***Quantité de matière(en mol)*** $H_2O_2 + 2I^- + 2 H_3O^+ \rightarrow I_2 + 4 H_2O$ | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **Etat (initial) $t_0$** | **0** | $C_1V_1$ | | **En exc ès** | | **Solvant en excès** |
| **Etat intermediaire t** | | | | | | |
| **Etat (final) $t_f$** | | | | | | |

**2.1. Déterminer graphiquement la valeur de l'avancement final $x_f$ de la réaction.**

**2.2. Montrer que dans ce mélange, l'eau oxygénée constitue le réactif limitant.**

**2.3. Calculer la concentration C1.**

**3.1. Définir la vitesse instantanée de la réaction. Calculer sa valeur à la date t=0.**

**3.2. Indiquer comment évolue la vitesse de la réaction au cours du temps.**

**Quel facteur cinétique responsable à cette variation ?**

**4. Calculer la vitesse volumique moyenne de la réaction entre les dates $t_0$=0 et $t_1$=40min.**

**5. On refait l'expérience précédente mais, en utilisant une solution aqueuse d'eau oxygénée de concentration C'1 =0,05mol.$L^{-1}$. Préciser, en le justifiant :**

**5.1. Si l'avancement final $x_f$ est modifié ou non. Dans l'affirmative, calculer sa nouvelle valeur.**

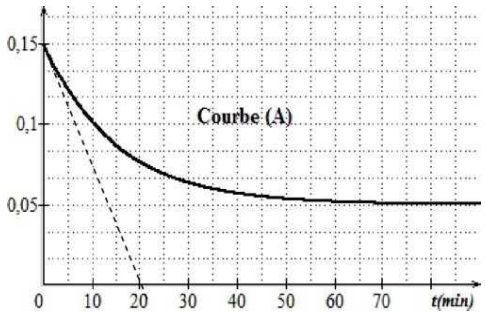
**5.2. Si la valeur de la vitesse de la réaction, à l'instant t=0, augmente ou diminue.**

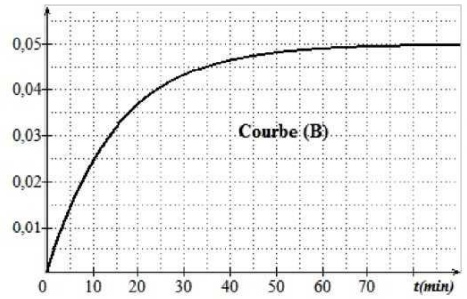
## Exercice 2

**On mélange à t=0s, un volume $V_1$=100mL d'une solution d'iodure de potassium (KI) de concertation molaire $C_1$, un volume $V_2$=100mL d'une solution d'eau oxygénée $H_2O_2$ de concentration $C_2$ et quelques gouttes d'une solution d'acide sulfurique concentrée afin d'avoir un excès d'ions $H_3O^+$ dans le mélange réactionnel. Il se produit la réaction totale d'équation :**

$$2I^- + H_2O_2 + 2H_3O^+ \rightarrow 4H_2O + I_2$$

**Les courbes A et B ci-dessous représentent les concentrations molaires de $[I_2]$ et $[I^-]$ en fonction du temps exprimés en $mol.L^{-1}$.**




**1. Associer, en le justifiant, chacune des courbes (A) et (B) à la grandeur qu'elle représente.**

**2. Dresser le tableau descriptif d'évolution du système en utilisant l'avancement molaire.**

**3. Préciser, en le justifiant, le réactif limitant de cette réaction.**

**4. Déterminer la valeur de l'avancement final $x_f$.**

**5. Déterminer les valeurs de $C_1$ et $C_2$.**

**6.1. Déterminer graphiquement, d'après la courbe (A), la valeur de la vitesse volumique maximale de la réaction.**

**6.2. En déduire la valeur de la vitesse maximale de la réaction.**

**6.3. Comment varie la vitesse de la réaction au cours de temps ? Interpréter cette variation.**

**7. En utilisant la courbe B, déterminer le temps de demi réaction $t_{1/2}$.**

## Exercice 3

**On admet que l'expression de l'avancement en fonction du temps soit connue de façon théorique pour une transformation particulière. On donne** $x = \frac{\alpha.t}{1+\beta.t}$

**1 Déterminer l'avancement final.**

**2 Déterminer le temps de demi-réaction.**

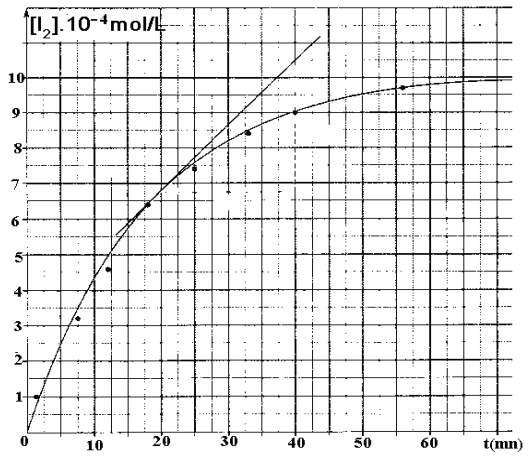
**3 Etablir l'expression de la vitesse de réaction puis en déduire la vitesse initiale $V_0$.**

**4 Réexprimer x en fonction de t avec $t_{1/2}$ et $V_0$.**

## Exercice 4

**On mélange dans un Becher un volume $V_1=50mL$ d'une solution d'iodure de potassium $(K^+ + I^-)$ de concentration molaire $C_1=5.10^{-3}mol/L$ et un volume $V_2=75mL$ de peroxodisulfate de potassium $(2K^+ + S_2O_8^{2-})$ de concentration molaire $C_2=2.10^{-3}mol/L$.**

**La solution dévient progressivement jaunâtre à cause de la formation du diiode $I_2$.**




**On donne les potentiels standards des couples redox intervenant dans la réaction**

$E_{S_2O_8^{2-}/SO_4^{2-}}=2,1V$; $E_{I_2/I^-}=0,54V$

**1 Ecrire les demi-équations électroniques et l'équation bilan de la réaction.**

**2Calculer les concentrations initiales des ions iodure $[I^-]_0$ et peroxodisulfate $[S_2O_8^{2-}]_0$.**

**En déduire le réactif limitant.**

**3 On étudie la vitesse de formation du diiode $I_2$ en fonction du temps ; pour cela on opère des prélèvements du milieu réactionnel à différents instants t qu'on refroidit immédiatement. L'ensemble des résultats donne la courbe de variation du diiode en fonction du temps.**

**3.1 Calculer la vitesse moyenne de formation du diiode entre les instants $t_1=10mn$ et $t_2=55mn$**

**3.2 Définir la vitesse instantanée de formation du diiode et la calculer à l'instant $t=20mn$ en déduire la vitesse de disparition de l'ion iodure à cet instant.**

**3.3Calculer le temps de la demi-réaction.**

## Exercice 5

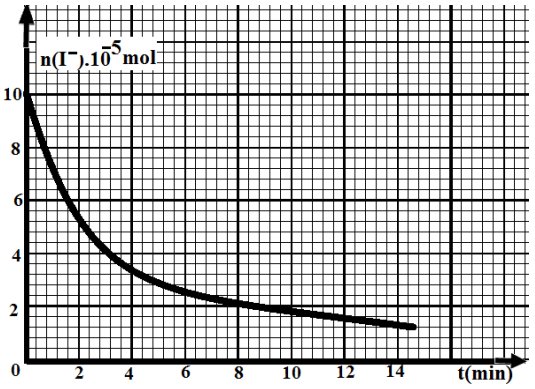
**On mélange 100cm$^3$d'une solution $S_1$ de peroxodisulfate de potassium $K_2S_2O_8$ de concentration $C_1=10^{-2}mol/L$ et 100cm$^3$ d'une solution $S_2$ d'iodure de potassium KI de concentration molaire $C_2=2.10^{-2}mol/L$. Pour déterminer la quantité de diode $I_2$ formé à différents instants, on prélève des échantillons de volume $V_0=10cm^3$ que l'on dose avec une solution $S_3$ de thiosulfate de sodium de concentration $C_3=10^{-2}mol/L$ .**

**1 Ecrire les demi équations relatives à l'oxydation de $I^-$ et à la réduction de $S_2O_8^{2-}$ sachant que les couples redox mis en jeu sont $I_2/I^-$ et $S_2O_8^{2-}/SO_4^{2-}$.**

**2 Calculer les concentrations initiales $[I^-]_0$ et $[S_2O_8^{2-}]_0$ dans le mélange initial.**

**3 Calculer les nombres de moles de $I^-$ et de $S_2O_8^{2-}$ initialement présents dans l'échantillon de volume $V_0$.**

**4 La courbe ci-contre donne la représentation du nombre de mole de $I^-$ restant en fonction du temps.**




**4.1 Définir puis déterminer la vitesse moyenne de disparition de $I^-$ entre t=0s et t=8min.**

**4.2 Définir puis déterminer la vitesse instantanée de disparition de $I^-$ à la date t=5min. Comment évolue cette vitesse au cours du temps ? Pourquoi ?**

## Exercice 6

**On réalise la réaction d'oxydoréduction entre les couples redox suivants : $I_2/I^-$ et $S_2O_8^{2-}/SO_4^{2-}$**

**On mélange dans un bêcher à t=0 0,5L d'une solution $0,4mol/L$ d'iodure de potassium $KI$ avec 0,5L d'une solution $0,2mol/L$ de peroxodisulfate de potassium $K_2S_2O_8$ ; on obtient une solution $S$**

**1 Ecrire l'équation bilan de la réaction entre les couples redox.**

**On donne : $E_{S_2O_8^{2-}/SO_4^{2-}} = 2,1V$; $E_{I_2/I^-} = 0,54V$**

**2 Calculer les concentrations initiales des ions iodure $I^-$ et peroxodisulfate $S_2O_8^{2-}$.**

**3 Le diode formé à différents instants est mis en solution et dosé par un volume $V_1$ d'une solution $S'$ de thiosulfate de sodium $Na_2S_2O_3$ de concentration molaire $C_1 = 10^{-2}mol/L$.**

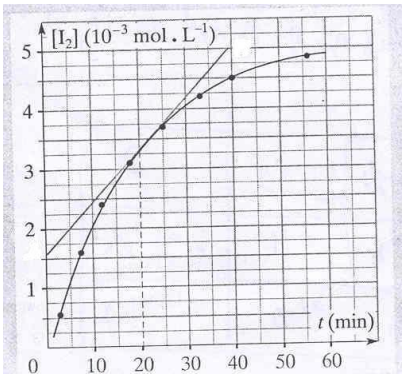
**On opère des prélèvements de $V = 10cm^3$ de la solution $S$ à différents instants. La réaction de formation du diiode dans le prélèvement est arrêtée par refroidissement dans l'eau glacée. L'équation de ce dosage est:**

$$I_2 + 2S_2O_3^{2-} \rightarrow 2I^- + S_4O_6^{2-}$$

**3.1 Montrer que la concentration du diiode formé à la date t est donnée par la relation $C = \frac{C_1V_1}{2V}$ puis compléter le tableau ci-après :**

| t(min) | 2,7 | 7,5 | 12 | 18 | 25 | 33 | 40 | 56 | 2,7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $V_1(cm^3)$ | 1,1 | 3,2 | 4,8 | 6,2 | 7,4 | 8,4 | 9 | 9,7 | 1,1 |
| $C = [I_2](mol/L)$ | | | | | | | | | |

**3.2 La courbe représentative de $[I_2] = f(t)$ est donnée par la figure.**




**3.2.1 Donner la définition de la vitesse instantanée de formation du diiode et calculer sa valeur à t=20min.**

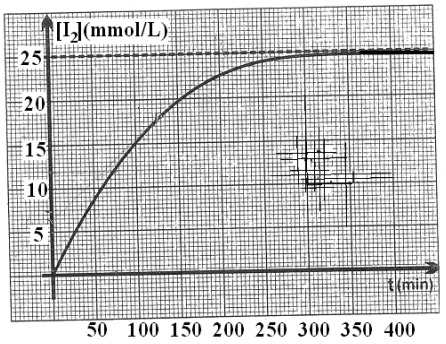
**3.2.2 Définir la vitesse moyenne de formation du diiode et calculer sa valeur entre $t_1$=12min et $t_2$=40min.**

## Exercice 7

**L'oxydation des ions iodure $I^-$ par l'eau oxygénée $H_2O_2$ est une réaction lente. On donne les potentiels standards des couples redox: $E_{I_2/I^-} = 0,55V$ et $E_{H_2O_2/H_2O} = 1,77V$.**

**A l'instant t=0, on mélange 3mLd'acide sulfurique de concentration en ion $H_3O^+$ 2mol/L avec 9mLd'une solution d'iodure de potassium de concentration $10^{-1}$mol/L et 3ml d'eau oxygénée de concentration $1,25.10^{-1}$mol/L.**

**A différents instants, on mesure les concentrations du diiode formé pour représenter la courbe $[I_2] = f(t)$.**




**1 Ecrire l'équation bilan de la réaction**

**2.1 Calculer à t=0, les concentrations initiales $[I^-]_0$ des ions iodure et $[H_2O_2]_0$ de l'eau oxygénée. Préciser le réactif limitant.**

**2.2 Définir la vitesse instantanée de formation du diiode. La calculer à l'instant t=200min.**

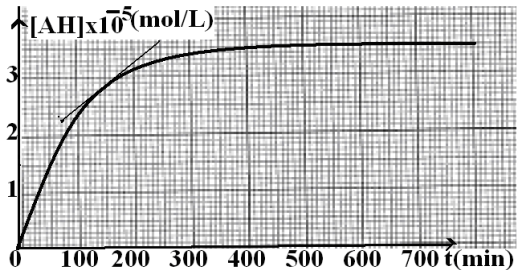
**3 Déterminer la concentration du diiode après un temps infini. On la représentera par $[I_2]_\infty$.**

**Ce résultat est-il en accord avec la courbe ?**

**4 Déterminer le temps de demi-réaction $t_{1/2}$.**

## Exercice 8

**L'acide acétylsalicylique couramment appelé l'aspirine est un antiseptique très utilisé.**




**Pour simplifier, l'acide acétylsalicylique de formule brute $C_9H_7O_4H$ sera désigné par AH.**

**Cet acide est obtenu par l'action du chlorure d'acétyle sur l'acide salicylique. On suit l'évolution de cette réaction totale permettant d'obtenir l'aspirine en fonction du temps et on obtient la courbe ci-contre :**

**1 Donner la définition de la vitesse instantanée de formation de l'aspirine et calculer sa valeur lorsque t=150min.**

**2 Définir le temps de la demi-réaction et déterminer sa valeur.**

## Exercice 9

**L'éthanoate de butyle est un composé organique noté E.**

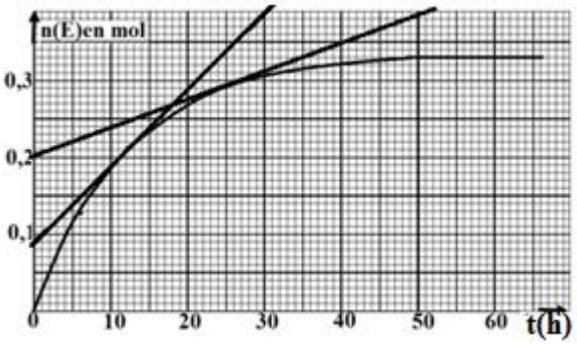
**1 Donner la formule semi-développée de ce composé organique. Quel est le nom de sa fonction chimique?**

**2 Le composé E est obtenu par une réaction entre un acide carboxylique A et un alcool B.**
**2.1 Ecrire les formules semi-développées des composés A et B. Les nommer.**

**2.2 Ecrire l'équation qui permet d'obtenir le composé E, à partir de A et de B.**

**3 On introduit dans un ballon 0,5 mol de A, 0,5 mol de B et 2 mL d'acide sulfurique.**

**La température du chauffe-ballon est réglée à 65 °C.**




**3.1 Quel est le nom de la réaction chimique réalisée entre A et B? Quelles sont ses caractéristiques ?**

**3.2 On suit l'évolution temporelle de cette réaction, réalisée à volume constant, en déterminant, la quantité de matière n(E) formée. On obtient la courbe ci-contre:**

**3.2.1 Définir la vitesse V(t) de formation du composé E. La calculer aux instants $t_1$ =12 h et**

**$t_2$ = 25 h, on trouve $V(t_l) > V(t_2)$. Quel est le facteur cinétique responsable de la variation de V(t) au cours du temps ?**

**3.2.2 Calculer le rendement de la réaction entre A et B.**

**3.2.3 La valeur numérique du rendement varie-t-elle (justifier les réponses)**
**- En doublant les quantités de matière initiales des deux réactifs ?**
**- En augmentant la quantité d'acide sulfurique ?**

**4 Lors de la synthèse industrielle de l'éthanoate de butyle, on préfère utiliser un autre réactif organique A' réagissant avec B. Quel est le nom de ce réactif A'? Pourquoi le préfère-t-on?**

## Exercice 10

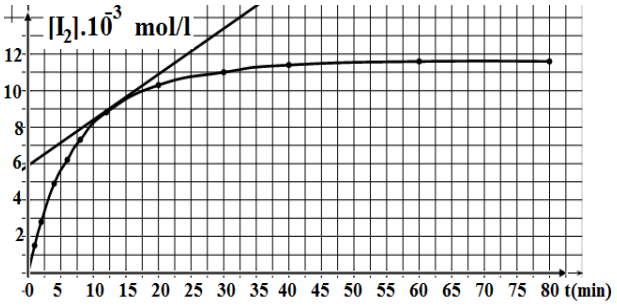
**On oxyde à la date t=0 un volume $V_1$=100mL d'une solution $S_1$d'iodure de potassium ($K^+ + I^-$) de concentration $C_1=4{,}64.10^{-2}$mol/L par un volume $V_2$=100mL d'une solution $S_2$ d'eau oxygénée $H_2O_2$ de concentration**

**$C_2=4.10^{-2}$mol/L.**

**On ajoute à ce mélange un volume négligeable d'acide sulfurique très concentré.**

**1. Donner les couples redox mis en jeux et écrire l'équation de la réaction.**

**2. Calculer à la date t=0 la concentration de $I^-$ et celle de $H_2O_2$ dans le mélange. Lequel des deux réactifs est en excès.**




**3. On détermine à différents instants la concentration du diiode formé, on obtient la courbe ci-contre.**

**3.1. Calculer la vitesse moyenne de formation du diiode entre les instants $t_1$=5min et $t_2$=20min.**

**3.2. Définir la vitesse instantanée de formation de $I_2$ et la calculer à la date t=12,5min. En déduire la vitesse de disparition de $I^-$ à cette date. Comment évoluent ces vitesses en fonction du temps ? Quel est le facteur cinétique responsable ?**

**3.3. Calculer la concentration des ions $I^-$ et de $H_2O_2$ présents dans le mélange réactionnel à t=30min.**

**4. Déterminer le temps de la demi-réaction.**

## Exercice 11

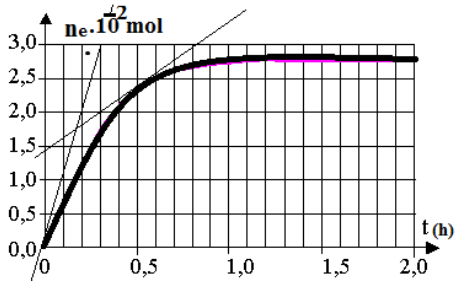
**On étudie la cinétique de la réaction d'estérification en préparant deux mélanges $M_1$ et $M_2$ contenant chacun une mole d'acide méthanoïque et une mole de propan-1-ol.**
**Dans le mélange $M_2$ on ajoute une faible quantité d'acide sulfurique concentré pour catalyser la réaction. Les mélanges $M_1$ et $M_2$ sont en suite portés à 60°C.**
**Le tableau suivant indique, en fonction du temps, la quantité d'acide restante $n_a$ que l'on a déterminée expérimentalement :**

| | t(min) | 5 | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Mélange $M_1$ en l'absence de $H_2SO_4$ | $n_a$ | 0,84 | 0,74 | 0,64 | 0,58 | 0,54 | 0,52 | 0,50 |
| Mélanges $M_2$ en présence de $H_2SO_4$ | $n_a$ | 0,53 | 0,37 | 0,35 | 0,34 | 0,34 | 0,34 | 0,34 |

**1. Ecrire l'équation de cette réaction d'estérification et préciser ses caractéristiques.**
**2. Calculer la quantité d'ester formée $n_e$, dans chaque mélange et pour chaque valeur de t donné.**
**3. Définir la vitesse moyenne de disparition de l'acide méthanoïque et la calculer entre les dates $t_1$ = 5min et $t_2$ = 10 min; pour chaque mélange. Comparer ces deux vitesses.**
**4. Donner la définition du catalyseur et en déduire son influence sur la vitesse.**

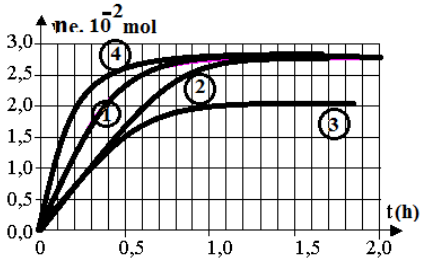
## Exercice 12

**Pour étudier la cinétique d'une estérification, on réalise un mélange équimolaire d'acide éthanoïque et d'éthanol que l'on répartit en suite en fractions égales dans des tubes scellés. On les place dans une étuve maintenue à température constante de 60°C, et à différents instants successifs on retire l'un des tubes de l'étuve, on le ramène à la température ambiante et on dose l'acide qu'il contient par une solution d'hydroxyde de sodium de concentration connue.**




**1. Pourquoi dose-t-on l'acide à température ambiante et non à la température de 60°C ? Préciser le facteur cinétique qui entre en jeu.**

**2. Les différents dosages successifs permettent de tracer le graphe1 ci-contre:**




**Définir et évaluer la vitesse instantanée de formation de l'ester à $t_1$ =0h et à**

**$t_2$ =0,5h. Ces résultats sont ils en accord avec l'un des facteurs de la cinétique ? Préciser lequel. Expliquer l'influence de ce facteur**

**3. Si au mélange initial acide –alcool on avait ajouté des ions $H_3O^+$ l'allure de la courbe aurait été modifiée**

**Sur le graphe 2, la courbe précédemment étudiée apparaît (courbe1), l'une des 3 autres courbes représente l'évolution de la réaction en présence des ions $H_3O^+$.**

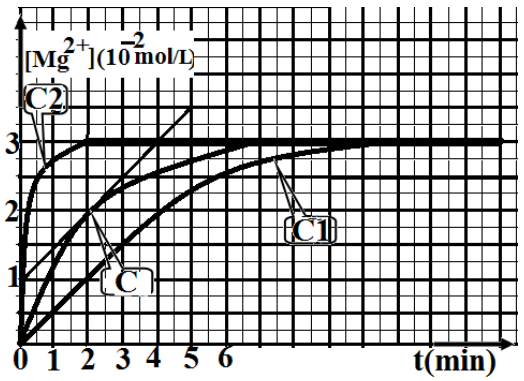
**Indiquer le numéro qui vous donne la bonne courbe Justifier la réponse. Bac français**

## Exercice 13

**Lors de l'introduction de 0,02mol de magnésium dans 0,5L d'acide chlorhydrique à $\theta_1$= 30°C, il se produit la réaction :**

**$Mg + 2H_3O^+ \rightarrow Mg^{2+} + H_2 + 2H_2O$**

**1Des mesures ont permis de tracer la courbe C de la figure ci-contre, qui représente la variation de la concentration des ions $Mg^{2+}$ formés.**




**1.1 Définir la vitesse moyenne de formation des ions $Mg^{2+}$ ; la calculer entre les instants $t_1$=0,5min et $t_2$=4min.**

**1.2 Définir la vitesse instantanée de formation des ions $Mg^{2+}$ ; la calculer à la date t=2min et en déduire la vitesse de disparition des ions hydronium.**

**1.3 A partir de la courbe déterminer la concentration finale des ions $Mg^{2+}$ et montrer que le magnésium est le réactif en excès.**

**1.4 En déduire la concentration initiale de l'acide chlorhydrique.**

**1.5 Déterminer à la date t=4min les concentrations restantes de magnésium $[Mg]_r$ et d'ions hydronium$[H_3O^+]_r$.**

**2 On recommence l'expérience dans deux autres conditions expérimentales :**

- **En diminuant la température qui dévient $\theta_2$=20°C**
- **En utilisant un catalyseur approprié à la température $\theta_3 = \theta_1$=30°C .**

**On trouve les courbes $C_1$ et $C_2$ ; attribuer à chaque expérience la courbe correspondante.**

## Exercice 14

**On donne les potentiels standards des deux couples redox suivants :**

**$H_2O_2$/ $H_2O$ : 1,77 V et $O_2$/ $H_2O_2$ : 0,68 V**

**1 Ecrire le bilan de la réaction naturelle entre les deux couples.**

**2 On réalise en présence d'ions $Fe^+$ une telle décomposition. L'expérience est réalisée à température constante. On considère que le volume V de la solution aqueuse de peroxyde d'hydrogène reste constant et que le volume molaire d'un gaz est $V_m$ = 24L/mol. On utilise V = 10 mL de solution de peroxyde d'hydrogène de concentration molaire volumique C = 6. $10^{-2}$ mol/L. On ajoute quelques gouttes du catalyseur et on note à divers instants le volume $V_{O2}$ du gaz dioxygène dégagé. Les résultats sont indiqués dans le tableau ci-dessous :**

| t en min | 0 | 5 | 10 | 15 | 20 | 30 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $V_{02}$ formé en mL | 0 | 1,56 | 2,74 | 3,65 | 4,42 | 5,56 |
| [$H_2O_2$] restant en mol/L | 6. $10^{-2}$ | | | | | |

**2-1 Montrer que la concentration volumique du peroxyde d'hydrogène restant en solution est de la forme : [$H_2O_2$] restant = C-α/V.Vm. Préciser la valeur de α.**

**2-2 Tracer la courbe [$H_2O_2$] restant = f(t) sur la feuille 4/4 en annexe. Echelle sur l'axe des abscisses 1 cm représente 5 min, et 1 cm représente 1.$10^{-2}$ mol/L sur l'axe des ordonnés**

**2-3 Donner la définition de la vitesse instantanée de disparition du peroxyde d'hydrogène et la calculer en (mol./L/.mn) aux dates $t_0$ = 0 et $t_{15}$ = 15 mn.**

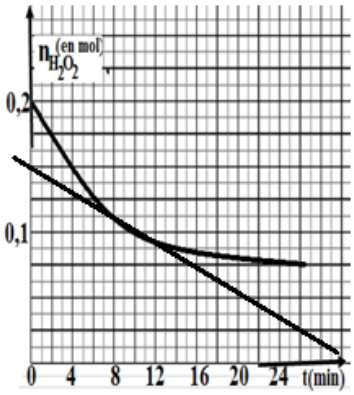
**Conclure.**

**2-4 Déterminer le temps de demi-réaction.**

## Exercice 15

**1. L'eau oxygénée $H_2O_2$ peut oxyder lentement les ions iodure $I^-$ en milieu acide. Les couples redox mis en jeux sont :**

**$H_2O_2 / H_2O$ et $I_2 / I^-$**




**1.1.Ecrire les deux demi-équations relatives à l'oxydation de $I^-$ et à la réduction de $H_2O_2$. Ecrire l'équation bilan de la réaction.**

**1.2. La quantité du diiode formé à un instant t peut être déterminée à l'aide d'un dosage ; en effet $I_2$ peut être réduit par l'ion thiosulfate $S_2O_3^{2-}$ pour régénérer de nouveau $I^-$. Les couples redox mis en jeux sont $S_4O_6^{2-} / S_2O_3^{2-}$ et $I_2 / I^-$. Etablir l'équation bilan de la réaction en passant par les demi-équations relatives à l'oxydation et à la réduction.**

**2. On prépare un mélange réactionnel comprenant de l'acide sulfurique, de l'iodure de potassium en excès et $n_0$=0,2mol d'eau oxygénée. A l'aide du dosage de la quantité de diiode formée à différents instants t par une solution de thiosulfate de potassium $K_2S_2O_3$ de concentration C=2,5mol/L, il a été possible de tracer la courbe représentant les variations du nombre de mole de $H_2O_2$ restant en fonction du temps (voir figure). Déduire de la courbe :**

**2.1. La vitesse moyenne de disparition de $H_2O_2$ entre les instants $t_1$=0min et $t_2$=10min**

**2.2. La vitesse instantanée de disparition de $H_2O_2$ à l'instant $t_2$; en déduire la vitesse instantanée de disparition de l'ion $I^-$ à cet instant.**

**2.3. Le volume de la solution de thiosulfate de potassium nécessaire pour doser la quantité de diiode formé à l'instant t=24min.**

**2.4. Déterminer le temps de demi-réaction.**

## Exercice 16

**On se propose d'étudier la cinétique de la réaction des ions iodure ($I^-$) avec les ions fer III ($Fe^{3+}$), modélisée par :** $2I^- + 2Fe^{3+} \rightarrow I_2 + 2Fe^{2+}$

**Pour cela, on introduit dans un bêcher, un volume $V_1$=50mL d'une solution aqueuse d'iodure de potassium de concentration molaire $C_1$=0,10 mol.L$^{-1}$ et**

**un volume $V_2$=50 mL d'une solution aqueuse de sulfate de fer (III) de concentration molaire $C_2 = 0,02\ mol.L^{-1}$.**

**1. Déterminer les quantités de matière des réactifs initialement introduits dans le mélange et déduire le réactif limitant.**

**2. Le mélange obtenu, après homogénéisation, est équitablement réparti sur dix tubes à essais.**

**A un instant t donné, on plonge le tube dans de l'eau glacée et on dose son contenu par une solution aqueuse de thiosulfate de sodium $Na_2S_2O_3$ de concentration molaire $C=5.10^{-3}$ mol/L. A l'équivalence, il y a décoloration complète de la solution.**

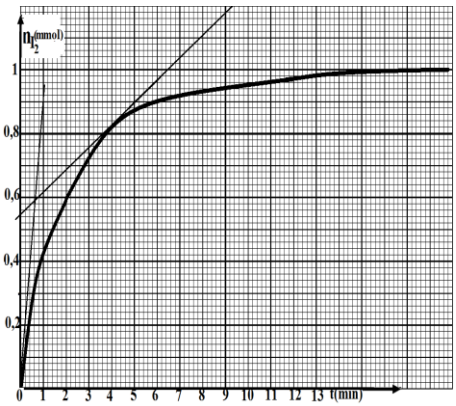
**L'équation de la réaction qui se produit est** $I_2 + 2S_2O_3^{2-} \uparrow 2I^- + S_4O_6^{2-}$

**2.1. Préciser l'intérêt de l'utilisation de l'eau glacée.**

**2.2. Interpréter la décoloration du mélange.**

**2.3. Déterminer la quantité de matière $n(I_2)$ formée, sachant que le volume de la solution de thiosulfate ajouté est de 12 mL.**

**2.4. En déduire la composition du mélange contenu dans chaque tube à essais à cet instant.**




**3. La courbe de la figure donne la variation de la quantité de matière de $I_2$ au cours du temps.**

**3.1. Justifier, par exploitation de la courbe, s'il s agit d'une réaction totale ou limitée.**

**3.2. Déterminer la vitesse de la réaction aux instants $t_1$ =0 et $t_2$=4min.**

**3.3. Interpréter la variation de la vitesse de la réaction au cours du temps.**

## Exercice 17

**1. On étudie la cinétique chimique de la réaction supposée totale et dont l'équation bilan est**

$$2I^- + H_2O_2 + 2H_3O^+ \uparrow 4H_2O + I_2$$

**A l'instant t=0, on mélange à 25° C, dans un bêcher:**

**- $V_1$=100 mL d'une solution aqueuse d'eau oxygénée $H_20_2$ de concentration**

**$C_1$ =4,5.$10^{-2}$ mol.$L^{-1}$.**

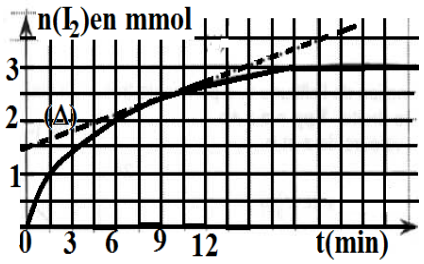
**- $V_2$=100 mL d'une solution aqueuse d'iodure de potassium Kl de concentration $C_2$ = 6. $10^{-2}$ mol.$L^{-1}$.**

**- Un excès d'une solution aqueuse molaire d'acide sulfurique $(2H_3O^+ + SO_4^{2-})$.**

**1.1. Vérifier que les quantités de matière initiales $n_o(H_20_2)$ de l'eau oxygénée $H_20_2$ et $n_0(I^-)$ des ions iodure $I^-$ dans le mélange, à l'instant t = 0, sont respectivement 4,5.$10^{-3}$ mol et 6.$10^{-3}$ mol.**

**1.2. Montrer que, dans ce mélange, l'ion iodure constitue le réactif limitant (en défaut).**

**1.3. Déduire la quantité de matière maximale de diiode $n(l_2)$ formé à la fin de la réaction.**




**2. Pour doser le diiode formé, on prélève, à différents instants de date t, un volume V du mélange réactionnel que l'on verse dans un erlenmeyer et que l'on place immédiatement dans un bain d'eau glacée. Puis, on dose rapidement le diiode formé par une solution de thiosulfate de sodium de concentration connue. Par suite, on trace la courbe où la droite (Δ) en pointillé représente la tangente à la courbe au point d'abscisse t=9min.**

**2.1. Définir la vitesse instantanée de formation du diiode $I_2$.**

**Calculer sa valeur à l'instant t = 9 min.**

**2.2. Cette vitesse va-t-elle diminuer ou augmenter à un instant t' tel que t' > t? Justifier la réponse à partir de l'allure de la courbe.**

**3. Indiquer deux facteurs cinétiques pouvant augmenter la vitesse initiale de formation de diiode $I_2$.**

## Exercice 18

**On se propose d'étudier la cinétique d'oxydation des ions iodure $I^-$ par les ions peroxodisulfate $S_2O_8^{2-}$ modélisée par l'équation suivante :**

**$S_2O_8^{2-} + 2\ I^- \rightarrow I_2 + 2\ SO_4^{2-}$**

**Dans un bécher, on mélange à l'instant t = 0, un volume $V_1$ = 20 mL d'une solution aqueuse ($S_1$) d'iodure de potassium KI de concentration molaire $C_1$ = 0,01 mol.$L^{-1}$, avec un volume $V_2$ = 20 mL d'une solution aqueuse ($S_2$) de peroxodisulfate de potassium $K_2S_2O_8$ de concentration molaire $C_2$ = 0,02 mol.$L^{-1}$.**

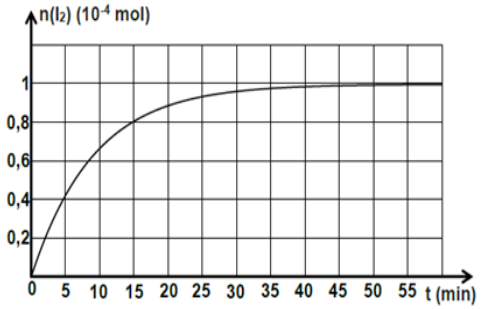
**1. Déterminer les quantités initiales des ions $I^-$ et $S_2O_8^{2-}$ dans le mélange, notées respectivement $n_{01}$ et $n_{02}$.**

**2.1. Dresser le tableau d'avancement du système chimique contenu dans le bécher.**

**2.2. Préciser, en le justifiant, le réactif limitant.**

**2.3. En déduire la valeur de l'avancement maximal xm de la réaction.**

**3. Les résultats expérimentaux ont permis de tracer la courbe d'évolution de la quantité de diiode $I_2$ en fonction du temps.**




**On obtient la courbe $n(I_2) = f(t)$ de la figure.**

**3.1. Déterminer la valeur de l'avancement final $x_f$ de la réaction.**

**3.2. Calculer le taux d'avancement final de la réaction $\tau_f$. En déduire que la réaction est totale.**

**4. Pour déterminer la quantité de matière de diiode formée, notée $n_1(I_2)$, on dose à l' instant de date $t_1$, un volume $V_p$ = 4 mL de mélange par une solution (S) de thiosulfate de sodium $Na_2S_2O_3$ de concentration molaire $C_0=10^{-2}$ mol.L$^{-1}$.**

**L'équation chimique qui symbolise la réaction de dosage est :**

$$I_2 + 2\ S_2O_3^{2-} \rightarrow 2\ I^- + S_4O_6^{2-}$$

**A l'équivalence le volume de thiosulfate versé est $V_0$ = 1,6 mL.**

**4.1. Etablir l'expression de la quantité de matière de diiode formée suivante : $n(I_2) = 0,5\ C_0V_0$**

**4.2. Déterminer la quantité de diiode formée $n_1(I_2)$ à l'instant $t_1$**

**4.3. En déduire la valeur de l'instant $t_1$.**

## Exercice 19

**On réalise la réaction de l'oxydation des ions iodures $I^-$ par les ions peroxodisulfate $S_2O_8^{2-}$.**

**Pour cela on mélange à l'instant t=0, un volume $V_1$=500mL d'une solution de peroxodisulfate de potassium $(2K^+ + S_2O_8^{2-})$ de concentration molaire $C_1 = 0,02$mol/L et un volume $V_2$=500mL d'iodure de potassium $(K^+ + I^-)$ de concentration molaire $C_2 = 0,03$mol/L.**

**On suit l'évolution de la formation du diiode au cours du temps. La concentration instantanée du diiode peut être modélisée par l'expression mathématique :**

$$[I_2] = a - \frac{a}{1+a.b.t}$$ **où (a) et (b) sont des constantes et (t) le temps mesuré en minute.**

1. **Préciser les couples redox mis en jeu et écrire l'équation-bilan de la réaction qui se produit.**
2. **Calculer la concentration des ions potassium $[K^+]$ dans la solution.**
3. **Calculer les concentrations initiales des ions iodure $I^-$ et peroxodisulfate $S_2O_8^{2-}$. En déduire le réactif limitant.**
4. **Sachant que la réaction est totale, calculer la valeur de la constante (a)et préciser son unité et esquisser l'allure de $[I_2]$ en fonction du temps.**
5. **Etablir l'expression de la vitesse instantanée en fonction de (a), (b) et t. En déduire l'expression de la vitesse à la date t=0 en fonction de (a) et (b).**
6. **Montrer que la vitesse est décroissante et préciser le facteur cinétique responsable de cette décroissance.**
7. **Sachant que la vitesse maximale de formation du diiode est égale $10^{-2}$ mol/L/min. Calculer (b) et préciser son unité.**

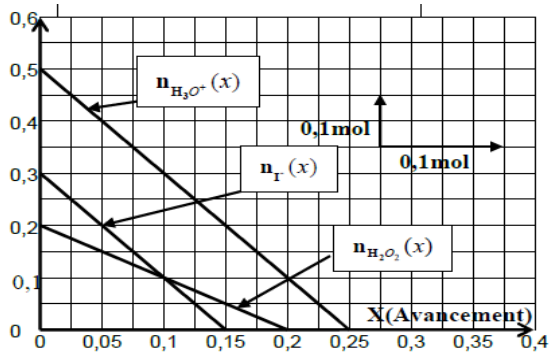
## Exercice20

**On réalise l'oxydation des ions iodures I- par l'eau oxygénée en milieu acide selon la réaction totale:**

**$a\ H_2O_2 + b\ I^- + c\ H_3O^+ \rightarrow d\ I_2 + e\ H_2O$**

**Le graphe ci-contre représente l'évolution, en fonction de l'avancement x de la réaction, des quantités de matière des réactifs.**

**1. Compléter le tableau d'avancement de la réaction.**




| Etat de la réaction | Avancement | Quantités de matière $a\ H_2O_2 + b\ I^- + cH_3O^+ \rightarrow dI_2 + e\ H_2O$ | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| initial | | $n_{01}$ | $n_{02}$ | $n_{03}$ | 0 | excès |
| intermediaire | | | | | | |
| final | | | | | | |

**2. Déterminer, en se basant sur le graphe :**

**2.1. Les quantités de matière initiales des réactifs, l'avancement maximal $x_{max}$.**

**2.2. Les coefficients stœchiométriques a, b, c, d et e.**

**3. Déterminer la composition finale du système réactionnel.**

**4. On refait cette expérience à une température plus élevée mais avec la même composition de départ. Y'aure-t-il changement pour les diagrammes donnés ci-haut ? Justifier.**

## Exercice 21

**On mélange 100cm$^3$d'une solution $S_1$ de peroxodisulfate de potassium $K_2S_2O_8$ de concentration $C_1=10^{-2}$mol/L et 100cm$^3$ d'une solution $S_2$ d'iodure de potassium KI de concentration molaire $C_2=2.10^{-2}$mol/L. Pour déterminer la quantité de diode $I_2$ formé à différents instants, on prélève des échantillons de volume $V_0=10cm^3$ que l'on dose avec une solution $S_3$ de thiosulfate de sodium de concentration $C_3=10^{-2}$mol/L .**

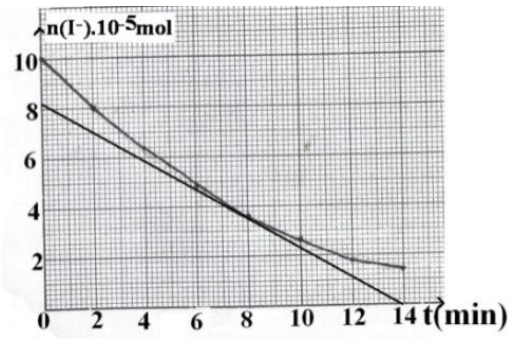
**1. Ecrire les demi équations relatives à l'oxydation de $I^-$ et à la réduction de $S_2O_8^{2-}$ sachant que les couples redox mis en jeu sont $I_2/I^-$ et $S_2O_8^{2-}/SO_4^{2-}$ .**

**2. Calculer les concentrations initiales $[I^-]_0$ et $[S_2O_8^{2-}]_0$ dans le mélange initial.**

**3. Calculer les nombres de moles de $I^-$ et de $S_2O_8^{2-}$ initialement présents dans l'échantillon de volume $V_0$.**

**4. Sachant que l'équation bilan de dosage est $I_2 + 2S_2O_3^{2-} \rightarrow 2I^- + S_4O_6^{2-}$ .**

**Montrer qu'à un instant t le nombre de mole de $I^-$ restant vérifie la relation : $n(I^-)_t = 10^{-4} - 10^{-2}V$ où V est le volume de thiosulfate de sodium versé pour atteindre l'équivalence.**




**5. La courbe ci-contre donne la représentation du nombre de mole de $I^-$ restant en fonction du temps.**

**5.1. Définir puis déterminer la vitesse moyenne de disparition de $I^-$ entre t=0s et t=10min.**

**5.2. Définir puis déterminer la vitesse instantanée de disparition de $I^-$ à la date t=8min.**

## Exercice 22

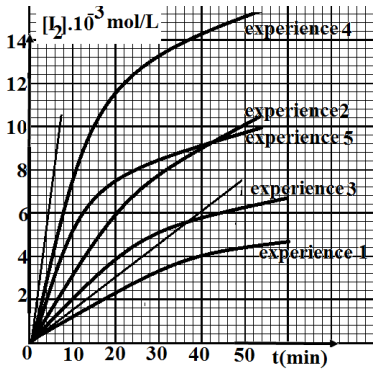
**On étudie la cinétique de l'oxydation des ions iodures $I^-$ par les ions peroxodisulfate $S_2O_8^{2-}$ d'équation:**

**$2I^- + S_2O_8^{2-} \rightarrow I_2 + 2SO_4^{2-}$.**

**Pour cela, on réalise 5 expériences, les conditions expérimentales étant décrites dans le tableau suivant :**

| | $[I^-]_0$ (mol/L) | $[S_2O_8^{2-}]_0$(mol/) | Tem (°C) | Catalyseur |
|---|---|---|---|---|
| Exp 1 | $2.10^{-2}$ | $1.10^{-2}$ | 20 | aucun |
| Exp 2 | $4.10^{-2}$ | $2.10^{-2}$ | 20 | aucun |
| Exp 3 | $2.10^{-2}$ | $1.10^{-2}$ | 35 | aucun |
| Exp 4 | $4.10^{-2}$ | $2.10^{-2}$ | 35 | aucun |
| Exp 5 | $2.10^{-2}$ | $1.10^{-2}$ | 20 | $Fe^{3+}$ |

**On note $[I^-]_0$ et $[S_2O_8^{2-}]_0$ les concentrations initiales . On réalise les mélanges à la date t = 0. On étudie les variations de la concentration en diiode $[I_2]$ au cours du temps, les résultats sont rassemblés sur le graphique ci-contre :**




**1. Définir la vitesse de formation du diiode et déterminer sa vitesse initiale en mol/L.min pour les expériences 1 et 4.**

**2. En comparant respectivement les courbes 1 et 2puis 3 et 4, quel facteur cinétique met-on en évidence et quel est son effet ?**

**3. En comparant respectivement les courbes 1 et 3 puis 2 et 4, quel facteur cinétique met-on en évidence et quel est son effet ?**

**4. Dans l'expérience 5, on a affaire à une réaction catalysée . Justifier cette affirmation en comparant les résultats de l'expérience 5 avec ceux de l'une des quatre autres expériences. Bac français**

## Exercice 23

**On considère les couples redox : $I_2/I^-$ , $S_4O_6^{2-}/S_2O_3^{2-}$ et $S_2O_8^{2-}/SO_4^{2-}$**

**On réalise la réaction de l'oxydation des ions iodures $I^-$ par les ions peroxodisulfate $S_2O_8^{2-}$ .**

**1.1. Ecrire l'équation de la réaction et préciser les couples redox mis en jeu.**

**1.2. Pour suivre l'évolution de la réaction, on dose le diiode formé à différentes dates avec une solution de thiosulfate de sodium $Na_2S_2O_3$.**

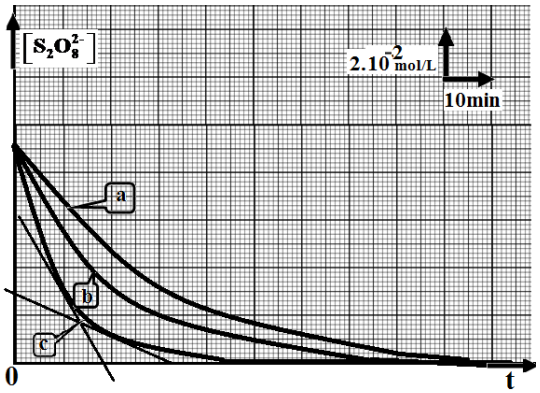
**Ecrire l'équation de la réaction qui se produit au cours du dosage.**

**2. On réalise cette réaction dans différentes conditions expérimentales consignées dans le tableau suivant :**

| Première expérience | deuxième expérience | troisième expérience |
|---|---|---|
| $\left[S_2O_8^{2-}\right]_0 = 9.10^{-2}$mol/L | $\left[S_2O_8^{2-}\right]_0 = 9.10^{-2}$mol/L | $\left[S_2O_8^{2-}\right]_0 = 9.10^{-2}$mol/L |
| $\left[I^-\right]_0 = 0,4$mol/L | $\left[I^-\right]_0 = 0,4$mol/L | $\left[I^-\right]_0 = 0,4$mol/L |
| θ=20°C | θ=30°C en présence d'ions $Fe^{2+}$ | θ=30°C |

**Les courbes $\left[S_2O_8^{2-}\right] = f(t)$ relatives à ces expériences sont données par la fig.**

**2.1. Attribuer à chaque expérience la courbe correspondante. Justifier la réponse.**




**2.2. Définir la vitesse de disparition de $S_2O_8^{2-}$ et calculer sa valeur aux instants $t_1$=10min et $t_2$=20min pour l'expérience relative à la courbe (c).**

**2.3. Comparer les deux valeurs trouvées et justifier la différence.**

**2.4. Calculer la molarité du diiode et celle des ions iodure à la fin de chaque expérience sachant que la réaction est totale.**

**2.5. Calculer la vitesse moyenne de disparition de $[S_2O_8^{2-}]$ entre les instants $t_1$=10min et $t_2$=30min pour l'expérience relative à la courbe (b).**

**2.6. Déterminer graphiquement l'instant t pour lequel la vitesse instantanée est égale à la vitesse moyenne entre les instants $t_1$=10min et $t_2$=30min pour l'expérience relative à la courbe (b).**

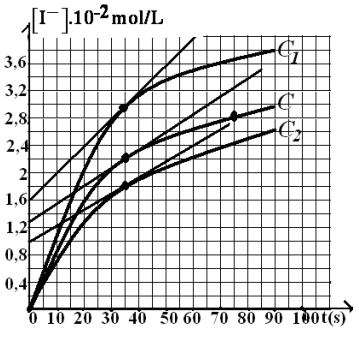
**3. Déterminer le temps de demi-réaction pour l'expérience (a).**

## Exercice 24

**1. A la date t=0, on mélange $3.10^{-3}$ mol de diiode $I_2$ et $40cm^3$ d'une solution de thiosulfate de sodium $(2Na^+, S_2O_3^{2-})$ de concentration 0,1mol/L.**

**On donne : $E_{S_4O_6^{2-}/S_2O_3^{2-}} = 0,08V$ et $E_{I_2/I^-} = 0,54V$**

**1.1. Ecrire les demi équations et l'équation bilan de la réaction qui se produit. Déterminer le réactif limitant.**




**1.2. Le volume total de la solution étant $V_S$=100cm$^3$, quelle est la concentration initiale des réactifs ?**

**1.3. Quelle est la concentration des ions iodure $I^-$ en fin de réaction ?**

**1.4. La courbe *C* représente l'évolution de la variation de la concentration des ions iodure formés en fonction du temps. Calculer la concentration des réactifs $I_2$ et $S_2O_3^{2-}$ à l'instant t=75s.**

**1.5. Déterminer le temps de la demi-réaction pour cette expérience.**

**2. Dans le but de mettre en évidence l'effet de certains facteurs cinétiques sur la vitesse de formation, on réalise en plus de l'expérience précédente deux autres expériences en y apportant chaque fois une seule modification. Les conditions initiales de ces expériences sont consignées dans le tableau suivant:**

| Expérience | a | b | c |
|---|---|---|---|
| Concentration initiale de $S_2O_3^{2-}$ | $4.10^{-2}$mol/L | $2.10^{-2}$mol/L | $4.10^{-2}$mol/L |
| Température | $T_1$ | $T_1$ | $T_2>T_1$ |

**On a représenté sur la même figure avec *C* les courbes $C_1$ et $C_2$ traduisant les résultats de ces expériences.**

**2.1. Déterminer la vitesse de formation de $I^-$ à la date t=35s pour les trois expériences.**

**2.2. Préciser la courbe correspondante à chaque expérience. Justifier la réponse.**

## Exercice 25

**L'étiquette d'une boîte de médicament utilisé pour traiter l'anémie par carence de fer, indique qu'un comprimé contient 160 mg d'élément fer sous forme d'ions fer (II). Pour vérifier cette indication, on dissout un comprimé de ce médicament dans de l'eau et on y ajoute, en excès, une solution de permanganate de potassium et un peu d'acide sulfurique concentré. On obtient ainsi une solution S de volume V=200 mL. Avec cette solution on remplit une série de tubes qu'on scelle et qu'on maintient à une température constante égale à 37°C.**

**Dans chaque tube il se produit une réaction d'équation-bilan:**

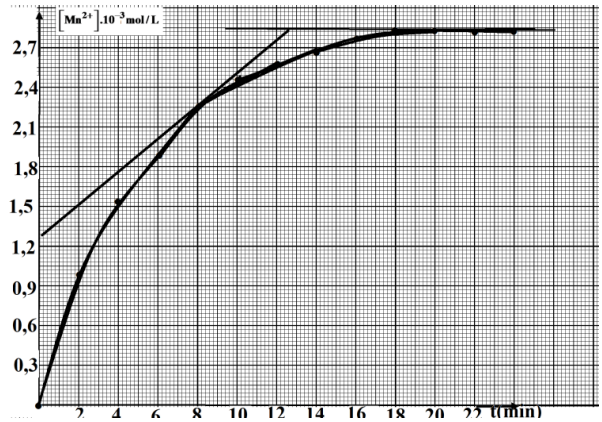
$$MnO_4^- + 5Fe^{2+} + 8H_3O^+ \rightarrow Mn^{2+} + 5Fe^{3+} + 12H_2O$$

**A des dates données, on dose les ions manganèse formés dans ces tubes. On obtient alors le tableau suivant :**

| t(min) | 0 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| [Mn2+ ]$10^{-3}$ mol.L-1 | 0 | 0,99 | 1,53 | 1,98 | 2,25 | 2,46 |
| t(min) | 12 | 14 | 16 | 18 | 20 | 22 |
| [Mn2+ ]$10^{-3}$ mol.L-1 | 2,61 | 2,67 | 2,76 | 2,84 | 2,84 | 2,84 |

**1. Préciser le rôle de l'acide sulfurique concentré ajouté au contenu de chaque tube.**

**2. La courbe représentant les variations de la concentration des ions manganèse au cours du temps est représentée ci-contre.**




**Déterminer, graphiquement, les valeurs de la vitesse instantanée de formation des ions manganèse aux dates $t_1$ = 8 min et $t_2$ = 19 min.**

**3. En déduire les vitesses de disparition des ions fer (II) aux dates $t_1$ = 8 min et $t_2$ = 19 min.**

**4. Calculer la concentration initiale des ions fer (II) dans la solution S. En déduire la masse de fer dans un comprimé du médicament considéré.**

**A votre avis l'indication de l'étiquette de la boîte du médicament est-elle correcte ?**

**On donne : masse molaire atomique : M(Fe) = 56 g/mol**

**5. Montrer qu'à tout instant $\left[Fe^{2+}\right]_r = \left[Fe^{2+}\right]_0 - 5\left[Mn^{2+}\right]$ puis calculer la concentration restante des ions fer(II) à la date t=10min.**

**6. Déterminer le temps de la demi-réaction.**

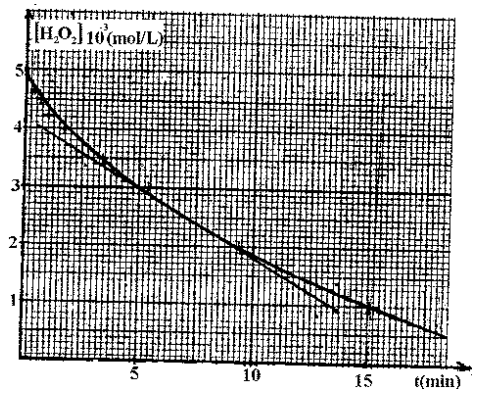
## Exercice26

**On réalise l'oxydation des ions iodure $I^-$ en diiode $I_2$ par le peroxyde d'hydrogène ou eau oxygène $H_2O_2$ en milieu acide.**

**1. A l'instant t=0, on mélange un volume $V_1=2cm^3$ d'une solution d'iodure de potassium de concentration molaire volumique $C_1=2.10^{-1}mol/L$, un volume $V_2=10cm^3$ d'une solution d'eau oxygénée de concentration $C_2=10^{-2}mol/L$ et un volume $V_3=8cm^3$ d'acide sulfurique de concentration en ion $H_3O^+$ $C_3=8.10^{-1}mol/L$.**

**1.1. Ecrire les demi équations électroniques des couples redox et en déduire l'équation bilan. On donne : $E^0_{I_2/I^-}=0,55V$ et $E^0_{H_2O_2/H_2O}=1,77V$.**

**1.2. Calculer à l'instant t=0 les concentrations initiales $\left[I^-\right]_0$ $\left[H_2O_2\right]_0$ et $\left[H_3O^+\right]_0$ .Préciser alors le réactif limitant.**



**2. Le diiode formé donne une couleur brune ce qui permet de mesurer la concentration de $I_2$ formée à différents instants.**

**2.1.Montrer que la relation liant la concentration restante de l'eau oxygénée $[H_2O_2]$ et $[I_2]$ à tout instant peut s'écrire sous la forme :**

$$[H_2O_2]=[H_2O_2]_0-[I_2]$$

**2.2. On donne la courbe $[H_2O_2]=f(t)$ représentant l'évolution de la concentration de l'eau oxygénée en fonction du temps (voir fig).**

**2.2.1. Définir la vitesse de disparition de $H_2O_2$ et la calculer à l'instant. En déduire la vitesse de formation de $I_2$ à cet instant.**

**2.2.2 Calculer la vitesse moyenne de disparition de $H_2O_2$ entre les instants $t_1 = 2,5\,min$ et $t_2 = 12,5\,min$**

**2.2.3 Déterminer le temps de demi-réaction.**

## Exercice27

**Lors de la réaction de l'acide méthanoïque sur le propan-1-ol, on étudie la vitesse de formation de l'ester : v = d[ester]/dt. Le propan-1-ol est en grand excès ; la température est constante. A chaque instant t, on note [acide] ;**

**à t = 0 ; $[acide]_0$ = 0,100mol/L=(100mmol/L)**

**Le dosage de l'acide méthanoïque restant, en fonction du temps, donne les résultats suivants :**

**1- Ecrire l'équation bilan de la réaction et nommer l'ester formé.**

**2- Compléter la 3éme ligne du tableau.**

| Date(s) | 0 | 100 | 200 | 300 | 400 | 500 | 600 | 1000 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| [acide](mmol/L) | 100 | 79,5 | 63 | 50 | 40 | 31,5 | 25 | 10 |
| [ester](mmol/L) | | | | | | | | |

**3- Représenter graphiquement [ester] = f(t) sur le quadrillage de la feuille annexe (1cm représentera 10 mmol /L et 1c représentera 100s).**

**3- A partir de la représentation graphique, déterminer en mol/L /s, $V_{100}$ à t = 100s et $V_{500}$ à t = 500s**

## Corrigé de l'exercice1

**1. Le tableau complété**

| Etat de système | Avancement x (mol) | *Quantité de matière(en mol)* $H_2O_2 + 2I^- + 2H_3O^+ \rightarrow I_2 + 4H_2O$ | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Etat (initial) $t_0$ | 0 | $C_1V_1$ | $C_2V_2=10^{-2}$ | En excès | 0 | Solvant en excès |
| Etat intermediaire t | x | $C_1V_1-x$ | $10^{-2}-2x$ | | x | |
| Etat (final) $t_f$ | $x_f$ | $C_1V_1-x_f$ | $10^{-2}-2x_f$ | | $x_f$ | |

**2.1. Graphiquement $x_f=4.10^{-2}$ mol**

**2.2. $H_2O_2$ est le réactif limitant c.à.d. $I^-$ est le réactif en excès ; il suffit de montrer que $n(I^-)final\neq 0$.**

**$n(I^-)final= 10^{-2} -2.x_f=10^{-2} - 2*4.10^{-3}=0,2.10^{-2}$ mol$\neq$0; donc $I^-$ est le réactif en excès et $H_2O_2$ est le réactif limitant.**

**2.3. $H_2O_2$ est le réactif limitant, donc $C_1V_1-x_f=0$** $C_1=\frac{x_f}{V_1}=4.10^{-2}mol/L$

**3.1. La vitesse instantanée d'une réaction chimique à un instant t est la dérivée de la quantité de matière (l'avancement) par rapport au temps :** $V=\frac{dx}{dt}$

**Elle correspond au coefficient directeur de la tangente à la courbe au point d'abscisse t considéré.**

**Soit en utilisant les points O (0 ; 0) et B (16; $4.10^{-3}$)**

$$v(t=0)=\frac{x_2-x_1}{t_2-t_1}=2,5.10^{-4}mol/min$$

**3.2. La vitesse de la réaction diminue au cours du temps car la valeur de la pente de la tangente diminue au cours du temps.**

**Le facteur cinétique responsable à cette diminution est la concentration des réactifs.**

**4. Calcul de la vitesse moyenne volumique :**

$$v_{V(moy)}=\frac{1}{V}.\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{1}{V_1+V_2}.\frac{x_2-x_1}{t_2-t_1}=0,4.10^{-3}mol/L/min$$

**5.1. *$H_2O_2$** $\begin{cases}C'_1=0,05mol.L^{-1}\\V_1=100mL\end{cases}$ ***** $I^-$ $\begin{cases}C_2=0,1mol.L^{-1}\\V_2=100mL\end{cases}$ **$n'_0(H_2O_2)=n_0(I^-)/2$: le mélange est réalisé dans les proportions stœchiométriques donc $x_f$ est modifié : $x_f=5.10^{-3}$mol.**

**5.2. La vitesse à t=0 augmente car la concentration initiale du réactif $H_2O_2$ augmente.**

## Corrigé de l'exercice2

**La courbe A représente la variation de $[I^-]$ en fonction du temps car c'est une courbe de disparition ; alors que la courbe B représente la variation de $[I_2]$ en fonction du temps car c'est une courbe de formation.**

**2. Le tableau complété**

| Etat de système | Avancement x (mol) | *Quantité de matière(en mol)* $2I^- + H_2O_2 + 2H_3O^+ \rightarrow I_2 + 4H_2O$ | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Etat (initial) $t_0$ | 0 | $n_1 = C_1V_1$ | $n_2 = C_2V_2$ | En excès | 0 | Solvant en excès |
| Etat intermediaire t | x | $C_1V_1 - 2x$ | $C_2V_2 - x$ | | x | |
| Etat (final) $t_f$ | $x_f$ | $C_1V_1 - 2x_f$ | $C_2V_2 - x_f$ | | $x_f$ | |

**3. Le réactif limitant est $H_2O_2$ car d'après la courbe A il reste 0,05mol/L de $I^-$ donc $I^-$ est un réactif en excès.**

**4. D'après la courbe B l'avancement final $x_f = [I_2]_f xV = 0,05x200.10^{-3} = 10^{-2}$mol**

**5. Calcul des concentrations**

- **Calcul de $C_1$ :**
  - ✓ **1ère méthode :**

$$\left[I^-\right]_0 = \frac{C_1V_1}{V_1+V_2} \Rightarrow C_1 = \frac{\left[I^-\right]_0 (V_1+V_2)}{V_1} = \frac{0,15x200}{100} = 0,3mol/L$$

  - ✓ **2ème méthode :**

$$C_1V_1 - 2x_f = [I^-]_r xV = 10^{-2}mol \Rightarrow C_1 = \frac{10^{-2} + 2x_f}{V_1} = 0,3mol/L$$

- **Calcul de $C_2$ :**
  - ✓ **1ère méthode :**

$$\left[I_2\right]_{max} = \left[H_2O_2\right]_0 \Leftrightarrow \left[I_2\right]_{max} = \frac{C_2V_2}{V_1+V_2} \Rightarrow C_2 = \frac{\left[I_2\right]_{max}(V_1+V_2)}{V_2} = \frac{0,05x200}{100} = 0,1mol/L$$

  - ✓ **2ème méthode :**

$$C_2V_2 - x_f = 0 \Rightarrow C_2 = \frac{x_f}{V_2} = 0,1mol/L$$

**6.1. Calcul de la vitesse volumique maximale est la vitesse initiale :**

**La vitesse de disparition de $I^-$ correspond au à l'opposé du coefficient directeur de la tangente à la courbe A au point d'abscisse t =0**

**Soit en utilisant les points O (0 ; 0,15) et B (20; 0)**

$$\left(V_{Vol}\right)_d(I^-)(t=0) = -\frac{[I^-]_2 - [I^-]_1}{t_2 - t_1} = 7,5.10^{-3}\,mol/L/min$$

**d'où la vitesse volumique de la réaction:**

$$\left(V_{Vol}\right)(t=0) = \frac{\left(V_{Vol}\right)_d(I^-)(t=0)}{2} = 3,75.10^{-3}\,mol/L/min$$

**6.2. Déduction de la vitesse de la réaction :**

$$V_{vol}(t=0) = \frac{V(t=0)}{V_{vol}}$$

$$\Rightarrow V(t=0) = V_{vol}(t=0)xV_{vol} = 3,75.10^{-3}x200.10^{-3} = 7,5.10^{-4}\,mol/min$$

**6.3. La vitesse de la réaction diminue au cours du temps car la valeur de la pente de la tangente diminue au cours du temps.**

**Le facteur cinétique responsable à cette diminution est la concentration des réactifs.**

**7. Le temps de la demi-réaction $t_{1/2}$**

**C'est l'abscisse du point d'ordonnée $[I_2]$ max/2 soit $t_{1/2}$=10min.**

## Corrigé de l'exercice3

1. **Avancement final :**
   $X_f = \lim_{t\to+\infty} \frac{\alpha.t}{1+\beta.t} = \lim_{t\to+\infty} \frac{\alpha.t}{t(\frac{1}{t}+\beta)} = \frac{\alpha}{\beta}$
   $X_f = \frac{\alpha}{\beta}$
2. **Temps de demi-réaction:**
   $t_{½} = \frac{Xf}{2} \Leftrightarrow \frac{\alpha}{2\beta} = \frac{\alpha t_{½}}{1+\beta t_{½}} \Leftrightarrow 1 + \beta t_{½} = 2\beta t_{½} \Rightarrow \beta t_{½} = 1 \Rightarrow t_{½} = \frac{1}{\beta}$
3. **Expression de V :**
   $V = \frac{dx}{dt} = \frac{\alpha(1+\beta t)-\beta\alpha t}{(1+\beta t)^2} = \frac{\alpha}{(1+\beta t)^2} \Rightarrow V = \frac{\alpha}{(1+\beta t)^2} \Rightarrow V_0 = \frac{\alpha}{1} = \alpha$
4. $X = \frac{V_0 t}{1+t/t_{½}} = \frac{V_0 t_{½} t}{t+t_{½}}$

## Corrigé de l'exercice4

**1 Les demi-équations électroniques :**

$2I^- \rightarrow 2e^- + I_2$

$S_2O_8^{2-} + 2e^- \rightarrow 2SO_4^{2-}$

**L'équation bilan :** $2I^- + S_2O_8^{2-} \rightarrow I_2 + 2SO_4^{2-}$

**2 Calcul des concentrations initiales :**

$\left[I^-\right]_0 = \frac{C_1V_1}{V}$ **A.N :** $\left[I^-\right]_0 = 2.10^{-3}$**mol/L**

$\left[S_2O_8^{2-}\right]_0 = \frac{C_2V_2}{V}$ **A.N :** $\left[S_2O_8^{2-}\right]_0 = 1{,}2.10^{-3}$**mol/L.**

**Comme** $\frac{\left[S_2O_8^{2-}\right]_0}{1} > \frac{\left[I^-\right]_0}{2}$ **c'est** $I^-$ **qui est le réactif limitant.**

**3.1 La vitesse moyenne de formation du diiode entre les instants $t_1$ et $t_2$.**

**On utilise les deux points d'abscisses $t_1$ et $t_2$ de la courbe, on obtient :**

$V_m = \frac{[I_2]_2 - [I_2]_1}{t_2 - t_1}$ **soit** $V_m \simeq 1{,}2.10^{-4}\,mol/L/mn$

**3.2 Définition de la vitesse de formation de** $I_2$

**C'est la dérivée de la concentration de** $I_2$ **par rapport au temps ce qui correspond au coefficient directeur de la tangente à la courbe au point d'abscisse 20mn ; soit** $V_{I_2} = \frac{[I_2]_B - [I_2]_A}{t_B - t_A} \simeq 1{,}9.10^{-4}\,mol/L/min$

**Vitesse de disparition de** $I^-$ **:**

**D'après l'équation bilan on a :**

$\frac{V(I^-)}{2} = \frac{V(I_2)}{1} \Rightarrow V(I^-) = 2V(I_2)$ **A.N:** $V(I^-) = 3{,}73.10^{-4}\,mol/L/mn$

**3.3 Le temps de demi réaction est le temps nécessaire à la disparition de** $\frac{\left[I^-\right]_0}{2}$

**ce qui correspond à l'abscisse du point d'ordonnée** $[I_2]_{1/2} = \frac{[I^-]_0}{4} = 5.10^{-4}\,mol/L$

**soit $t_{1/2}$=12,5 mn d'après la courbe.**

## Corrigé de l'exercice5

**1 Les demi-équations électroniques :**

$2I^- \rightarrow 2e^- + I_2$

$S_2O_8^{2-} + 2e^- \rightarrow 2SO_4^{2-}$

**L'équation bilan :** $2I^- + S_2O_8^{2-} \rightarrow I_2 + 2SO_4^{2-}$

**2 Calcul des concentrations initiales :**

$\left[I^-\right]_0 = \frac{C_2V_2}{V_1+V_2}$ **A.N :** $\left[I^-\right]_0 = 10^{-2}$**mol/L**

$\left[S_2O_8^{2-}\right]_0 = \frac{C_1V_1}{V_1+V_2}$ **A.N :** $\left[S_2O_8^{2-}\right]_0 = 5.10^{-3}$**mol/L.**

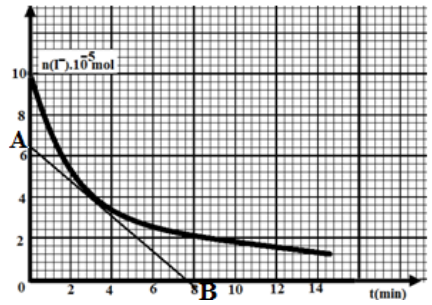
**3 Calcul des nombres de moles dans l'échantillon $V_0$ :**

$$n(I^-)_0 = \frac{C_2V_2}{V_1+V_2}.V_0 = 10^{-4}\text{mol}$$

$$n(S_2O_8^{2-})_0 = \frac{C_1V_1}{V_1+V_2}.V_0 = 5.10^{-5}\text{mol}$$

**4.1 La vitesse moyenne de disparition de $I^-$ est**

$$V_m(I^-) = -\frac{\Delta[I^-]}{\Delta t}\ \text{A.N}\ V_m = -\frac{(2-10).10^{-5}}{10-0} = 8.10^{-6}\text{mol/L/min}$$




**4.2 Définition de la vitesse de disparition de $I^-$**
**C'est l'opposée de la dérivée de la concentration de $I^-$ par rapport au temps** $V(I^-) = -\frac{d[I^-]}{dt}$ **ce qui correspond à l'opposée du coefficient directeur de la tangente à la courbe au point d'abscisse 5mn ; soit**

$$V_{t=5\text{min}} = -\frac{[I^-]_B - [I^-]_A}{t_B - t_A} \Rightarrow V_{t=5\text{min}} = -\frac{0-6,4.10^{-5}}{7,6} \simeq 8,4.10^{-6}\text{mol/L/min}$$

**La vitesse de disparition de $I^-$ diminue en fonction du temps à cause de la diminution de la concentration**

## Corrigé de l'exercice6

**1 Les demi équations sont :** $2I^- \rightarrow 2e^- + I_2$ **et** $S_2O_8^{2-} + 2e^- \rightarrow 2SO_4^{2-}$

**L'équation bilan :** $S_2O_8^{2-} + 2I^- \rightarrow 2SO_4^{2-} + I_2$

**2 Calcul des concentrations initiales :**

$$\left[I^-\right]_0 = \frac{C_1V_1}{V} = 0,2\text{mol/L}\ \text{et}\ \left[S_2O_8^{2-}\right]_0 = \frac{C_2V_2}{V} = 0,1\text{mol/L}$$

**3.1 Relation entre la concentration du diiode et $C_1V_1$ :**

$$2S_2O_3^{2-} + I_2 \rightarrow 2S_4O_6^{2-} + 2I^-$$

$n_{S_2O_3^{2-}}$ $n_{I_2}$ $n_{I^-}$ $n_{S_4O_6^{2-}}$

$$\frac{n_{I_2}}{1} = \frac{n_{S_2O_3^{2-}}}{2}\ \text{or}\ n_{S_2O_3^{2-}} = C_1V_1 \Rightarrow n_{I_2} = \frac{C_1V_1}{2}$$

**Comme** $C = \left[I_2\right] = \frac{n_{I_2}}{V} \Leftrightarrow C = \frac{C_1V_1}{2V}$

**D'où le tableau :**

| t(min) | 2,7 | 7,5 | 12 | 18 | 25 | 33 | 40 | 56 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $V_1(cm^3)$ | 1,1 | 3,2 | 4,8 | 6,2 | 7,4 | 8,4 | 9 | 9,7 |
| $Cx10^{-3}$ | 0,55 | 1,6 | 2,4 | 3,1 | 3,7 | 4,2 | 4,5 | 4,85 |

**3.2.1La vitesse de formation de $I_2$ est la dérivée de la concentration de $I_2$ par rapport à t : $V = \frac{d[I_2]}{dt}$, elle correspond au coefficient directeur de la tangente à la courbe au point d'abscisse considérée t. à t=20min**

$$V_{20} = \frac{(5-1,5).10^{-3}}{40} = 8,75.10^{-5}\ mol/L/min$$

**3.2.2La vitesse moyenne de formation de $I_2$ est le rapport de la variation de la concentration du diiode sur la variation correspondante du temps :**

**Entre $t_1$=12min et $t_2$=40min, on a :**

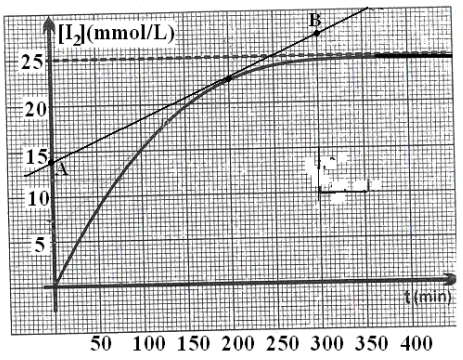
$$V_m = \frac{(4,5-2,4).10^{-3}}{40-12} = 2,68.10^{-5}\ mol/L/min$$

## Corrigé de l'exercice7

**1 Les demi-équations électroniques :**

$$2I^- \rightarrow 2e^- + I_2$$

$$H_2O_2 + 2e^- + 2H^+ \rightarrow 2H_2O$$




**L'équation bilan :**

$$2I^- + H_2O_2 + 2H^+ \rightarrow 2H_2O + I_2$$

**2.1 Calcul des concentrations initiales :**

$$[I^-]_0 = \frac{C_2V_2}{V_1+V_2+V_3}\ \text{A.N :}\ [I^-]_0 = 6.10^{-2} mol/L$$

$$[H_2O_2]_0 = \frac{C_3V_3}{V_1+V_2+V_3}\ \text{A.N :}\ [H_2O_2]_0 = 2,5.10^{-2} mol/L.$$

**Détermination du réactif limitant :**

$\frac{[H_2O_2]_0}{1} < \frac{[I^-]_0}{2}$ **le réactif limitant est l'eau oxygénée $H_2O_2$.**

**2.2 Définition de la vitesse de formation de $I_2$ : C'est la dérivée de la concentration de $I_2$ par rapport au temps $V(I_2) = \frac{d[I_2]}{dt}$ ce qui correspond au coefficient directeur de la tangente à la courbe au point d'abscisse t; soit à t=200min**

$$V_{t=200\,min} = \frac{[I_2]_B - [I_2]_A}{t_B - t_A}$$

$$V_{t=8\,min} = \frac{(27-14)10^{-3}}{300} \approx 4,3.10^{-5}\,mol/L/min$$

**3 Détermination de $[I_2]_\infty$**

**La concentration de $I_2$ à l'infini correspond à la disparition totale de la concentration initiale du réactif limitant ; soit $[I_2]_\infty = [H_2O_2]_0 = 2,5.10^{-2}\,mol/L$**

**Ce résultat est bien en accord avec la courbe qui admet une tangente horizontale au point d'ordonnée 25mmol/L.**

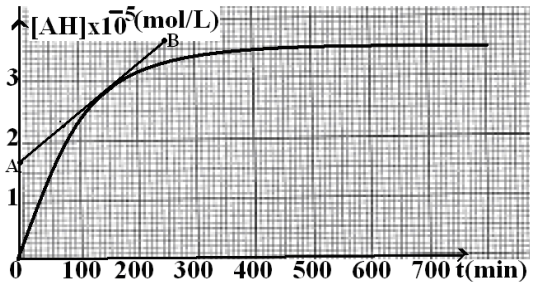
**4. Le temps de la demi-réaction :**

**D'après le graphe $t_{1/2} \approx 75min$.**

## Corrigé de l'exercice8

**1.1 Définition de la vitesse de formation de AH**

**C'est la dérivée de la concentration de C par rapport au temps $V(AH) = \frac{dC}{dt}$ ce qui correspond au coefficient directeur de la tangente à la courbe au point d'abscisse t;**




$$V_{t=150min} = \frac{C_B - C_A}{t_B - t_A}$$

$$\text{soit } V_{t=150min} = \frac{(3,7-1,7)10^{-5}}{250} = 8.10^{-7}\,mol/L/min$$

**1.2 Le temps de demi-réaction est le temps nécessaire à la disparition de $\frac{[AH]_0}{2}$ ce qui correspond à l'abscisse du point d'ordonnée $[AH]_{1/2} = \frac{[AH]_0}{2} = 1,75.10^{-5}\,mol/L$**

**soit $t_{1/2}$=70 min d'après la courbe.**

## Corrigé de l'exercice9

**1 La f.s.d de E est :**

**$CH_3$-COO-$CH_2$- $CH_2$- $CH_2$-$CH_3$.La fonction s'appelle la fonction ester**

**2.1 (A) est l'acide éthanoïque $CH_3COOH$ ;**

**(B) est l'alcool butan-1-ol $CH_3$-$CH_2$- $CH_2$- $CH_2OH$.**

**2. 2 L'équation de la réaction:**

**$CH_3COOH + CH_3-CH_2-CH_2-CH_2OH \leftrightarrows CH_3-COO-CH_2-CH_2-CH_2-CH_3+H_2O$**

**3.1 La réaction est la réaction d'estérification qui est lente, limitée par l'hydrolyse de l'ester et athermique.**

**3.2.1 La vitesse de formation est la dérivée de la quantité de matière par rapport au temps :**

**V = dn(E) / dt. Elle correspond à la pente de la tangente à la courbe au point d'abscisse considéré. Soit :**

$$V_{t_1} = \frac{0,34 - 0,08}{25};10^{-2}\text{mol/h} \text{ et } V_{t_2} = \frac{0,35 - 0,2}{40} = 3,75.10^{-3}\text{mol/h}$$

**Cette vitesse diminue au cours du temps car les quantités de matière des réactifs diminuent.**

**3.2.2 Calcul du rendement : $R=(n_{ester})_{équi}/n_0= 0,33 / 0,5 = 0,66.$**

**3.2.3 L'équilibre étant atteint à t=48s, la valeur du rendement ne varie pas.**

**En effet en doublant les quantités initiales des réactifs et en augmentant la quantité du catalyseur, on atteint plus rapidement l'équilibre, sans changer le rendement.**

**4 On utilise le chlorure d'éthanoyle $CH_3COCl$ ou l'anhydride éthanoïque$(CH_3CO)_2O$ à la place de l'acide éthanoïque car la réaction avec l'alcool est totale**

## Corrigé de l'exercice10

**1 Les couples redox: $I_2/I^-$ et $H_2O_2/H_2O$**

$$2I^- \rightarrow 2e^- + I_2$$
$$H_2O_2 + 2e^- + 2H^+ \rightarrow 2H_2O$$

**L'équation bilan : $2I^- + H_2O_2 + 2H^+ \rightarrow 2H_2O + I_2$**

**2 Calcul des concentrations initiales :**

$$\left[I^-\right]_0 = \frac{C_1V_1}{V_1+V_2} \quad \text{A.N : } \left[I^-\right]_0 = 2,32.10^{-2}\text{mol/L}$$

$$\left[H_2O_2\right]_0 = \frac{C_2V_2}{V_1+V_2} \quad \text{A.N : } \left[H_2O_2\right]_0 = 2.10^{-2}\text{mol/L.}$$

**Détermination du réactif limitant :**

$$\frac{[H_2O_2]_0}{1} > \frac{[I^-]_0}{2}$$

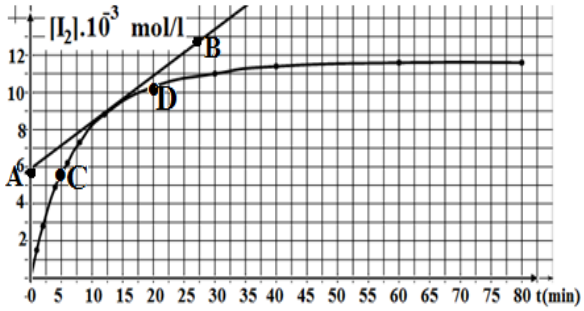
**Le réactif en excès est l'eau oxygénée $H_2O_2$.**

**3.1 La vitesse moyenne de formation des ions $I_2$ entre les instants $t_1$ et $t_2$ est le rapport de la variation de la concentration des ions $I_2$ à la variation correspondante du temps.** $V_m = \frac{\Delta[I_2]}{\Delta t}$

**On utilise les deux points C et D d'abscisses $t_1$ et $t_2$ de la courbe, on obtient :**

$$V_m = \frac{[I_2]_2 - [I_2]_1}{t_2 - t_1} = \frac{(10,2 - 5,7).10^{-3}}{20 - 5} = 3.10^{-4} mol/L/min$$

**3.2 Définition de la vitesse de formation de $I_2$**




**C'est la dérivée de la concentration de $I_2$ par rapport au temps :** $V = \frac{d[I_2]}{dt}$ **Elle correspond au coefficient directeur de la tangente à la courbe au point d'abscisse t=12,5min.**

**Soit en utilisant les points A (0 ; $5,9.10^{-3}$) B (27,5 ; $12,8.10^{-3}$)**

$$V = \frac{[I_2]_2 - [I_2]_1}{t_2 - t_1} = \frac{(12,8 - 5,9).10^{-3}}{27,5 - 0} = 2,5.10^{-4} mol/L/min$$

**Déduction de la vitesse de disparition de $I^-$ :**

**D'après l'équation bilan on a :**

$$\frac{V(I^-)}{2} = \frac{V(I_2)}{1} \Rightarrow V(I^-) = 2V(I_2) = 5.10^{-4} mol/L/min$$

**Ces vitesses diminuent en fonction du temps.**

**Le facteur cinétique responsable de cette diminution est la diminution des concentrations des réactifs.**

**3.2 Calcul des concentrations restante à t=30min :D'après la courbe à t=30min :** $[I_2] = 1,1.10^{-2} mol/L$

$$\left[I^-\right]_r = \left[I^-\right]_0 - \left[I^-\right]_d = \left[I^-\right]_0 - 2\left[I_2\right]$$

$$\left[I^-\right]_r = 2,32.10^{-2} - 2,2.10^{-2} = 0,12.10^{-2} mol/L$$

$$\left[H_2O_2\right]_r = \left[H_2O_2\right]_0 - \left[H_2O_2\right]_d = \left[H_2O_2\right]_0 - \left[I_2\right]$$

$$\left[H_2O_2\right]_r = 2.10^{-2} - 1,1.10^{-2} = 0,9.10^{-2} mol/L$$

**4. Détermination du temps de la demi-réaction :**

**Lorsque la moitié de la concentration initiale de $I^-$ disparait (soit $11,6.10^{-3}$ mol/L) ; d'après les coefficients stœchiométriques, il se forme $5,8.10^{-3}$mol/L de $I_2$. Le temps $t_{1/2}$ est l'abscisse du point d'ordonnée $5,8.10^{-3}$mol/L soit $t_{1/2} \simeq 5\,min$**

## Corrigé de l'exercice11

**1 L'équation de la réaction d'estérification :**

$$HCOOH + C_2H_5\text{-}CH_2OH \rightleftarrows HCOOCH_2\text{-}C_2H_5 + H_2O$$

**Les caractéristiques de cette réaction : Cette réaction est lente limitée et athermique.**

**2 Calcul de la quantité d'ester $n_e$**

**D'après la conservation de la matière :**

**$(n_{ac})_0 = (n_{ac})_r + (n_{ac})_d \Rightarrow (n_{ac})_d = (n_{ac})_0 - (n_{ac})_r$ Or $(n_{ac})_d = n_e$ et$(n_{ac})_0$ =1d'où $\boxed{n_e=1-n_a}$**

**Voir tableau**

| | t(min) | 5 | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $M_1$ | $n_a$ | 0,84 | 0,74 | 0,64 | 0,58 | 0,54 | 0,52 | 0,50 |
| $M_2$ | $n_a$ | 0,53 | 0,37 | 0,35 | 0,34 | 0,34 | 0,34 | 0,34 |
| $M_1$ | $n_e$ | 0,16 | 0,26 | 0,36 | 0,42 | 0,46 | 0,48 | 0,50 |
| $M_2$ | $n_e$ | 0,47 | 0,63 | 0,65 | 0,66 | 0,66 | 0,66 | 0,66 |

**3 Définition de la vitesse moyenne de disparition de l'acide :**

**C'est l'opposée du rapport de la variation de la quantité de matière de l'acide à la durée de cette variation ;** $V_m = -\frac{\Delta n}{\Delta t} = -\frac{n_2 - n_1}{t_2 - t_1}$

**Calcul de $V_m$ entre $t_1$=5min et $t_2$=10min :**

**Pour le premier mélange on obtient :**

$V_{m1} = -\frac{n_2 - n_1}{t_2 - t_1}$ **AN :** $V_{m1} = -\frac{0,74 - 0,94}{10 - 5} = 2.10^{-2} mol/min$

**Pour le deuxième mélange on obtient :**

$V_{m2} = -\frac{n_2 - n_1}{t_2 - t_1}$ et $V_{m2} = -\frac{0,37 - 0,53}{10 - 5} = 3,2.10^{-2} mol/min$ **Comparaison :** $V_{m2} > V_{m1}$

**4 Le catalyseur est une substance chimique qui accélère la réaction sans apparaitre dans l'équation bilan. L'expérience montre que le catalyseur augmente la vitesse de la réaction.**

## Corrigé de l'exercice12

**1On ramène l'acide à doser à la température ambiante pour annuler la vitesse de formation de l'ester ; ainsi l'estérification s'arrête pendant la durée du dosage et n'influence pas la mesure.** ***Le facteur mis en jeu est la température dont l'augmentation entraîne l'augmentation de la vitesse.***

**2 La vitesse instantanée de formation de l'ester est donnée par la détermination de la pente de la tangente à la courbe aux points d'abscisses $t_1$ et $t_2$ : $v(t_1) \approx 10.10^{-2}$ mol/h $v(t_2) \approx 0,2.10^{-2}$ mol/h**

**Les résultats précédents sont en accord avec le fait que la vitesse de formation des produits augmente avec la *concentration des réactifs,* car la probabilité de rencontre et donc de choc entre les molécules augmente. Dans la réaction d'estérification, la concentration des réactifs diminue au cours du temps et donc la vitesse en même temps ; c'est ce que confirme l'expérience.**

**3 Les ions $H_3O^+$ sont des catalyseurs qui accélèrent la réaction d'estérification mais n'ont pas d'influence sur sa limite. La courbe (3) correspond à une limite d'estérification différente ; la courbe (2) a une pente donc une vitesse inférieure à celle de la courbe (1) . Ces deux courbes sont donc à rejeter .La bonne courbe est la courbe (4) qui a la même limite d'estérification mais dont la limite est atteinte plus rapidement.**

## Corrigé de l'exercice13

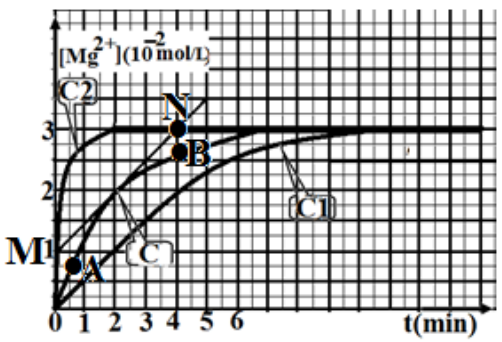
**1.1 La vitesse moyenne de formation des ions $Mg^{2+}$ entre les instants $t_1$ et $t_2$ est le rapport de la variation de la concentration des ions$Mg^{2+}$ à la variation correspondante du temps.** $V_m = \frac{\Delta[Mg^{2+}]}{\Delta t}$

**On utilise les deux points A et B d'abscisses $t_1$ et $t_2$ de la courbe, on obtient :**

$V_m = \frac{[Mg^{2+}]_2 - [Mg^{2+}]_1}{t_2 - t_1} = \frac{(2,6 - 0,75).10^{-2}}{4 - 0,5} = 5,3.10^{-3} mol/L/min$

**1.2. Définition de la vitesse de formation de $Mg^{2+}$**

**C'est la dérivée de la concentration de $Mg^{2+}$ par rapport au temps :** $V = \frac{d[Mg^{2+}]}{dt}$



**Elle correspond au coefficient directeur de la tangente à la courbe au point d'abscisse t=2min ; soit**

$$V = \frac{[Mg^{2+}]_2 - [Mg^{2+}]_1}{t_2 - t_1} = \frac{(3-1).10^{-2}}{4-0} = 5.10^{-3} mol/L/min$$

**Déduction de la vitesse de disparition de $H_3O^+$ :**

**D'après l'équation bilan on a :**

$$\frac{V(H_3O^+)}{2} = \frac{V(Mg^{2+})}{1} \Rightarrow V(H_3O^+) = 2V(Mg^{2+})$$

**Numériquement :** $V(H_3O^+) = 1.10^{-2} mol/L/mn$

**1.3. La concentration finale de $Mg^{2+}$**

**D'après la courbe :** $\left[Mg^{2+}\right]_f = 3.10^{-2} mol/L$

**Montrons que le magnésium est le réactif en excès :**

**Calcul de la concentration initiale de Mg :** $[Mg]_0 = \frac{0,02}{0,5} = 4.10^{-2} mol/L$

**Il se forme $3.10^{-2}$mol/L en fin de réaction, les coefficients stœchiométriques étant les mêmes pour Mg et $Mg^{2+}$, il restera $(4-3).10^{-2} = 10^{-2}$mol/L de Mg non transformé. Mg est donc en excès.**

**1.4. Déduction de la concentration initiale de l'acide :**

$$\frac{\left[H_3O^+\right]}{2} = \frac{\left[Mg^{2+}\right]_f}{1} \Rightarrow \left[H_3O^+\right] = 2\left[Mg^{2+}\right]_f = 6.10^{-2} mol/L$$

**L'acide étant fort** $\left[H_3O^+\right] = C = 6.10^{-2}$ **mol/L**

**1.5. Calcul des concentrations restante à t=4min :**

**D'après la courbe à t=4min :** $\left[Mg^{2+}\right] = 2,6.10^{-2} mol/L$

**Or** $[Mg]_r = [Mg]_0 - [Mg]_d = 4.10^{-2} - 2,6.10^{-2} = 1,4.10^{-2} mol/L$

$$\left[H_3O^+\right]_d = 2[Mg]_d = 2x2,6.10^{-2} = 5,2.10^{-2} mol/L$$

$$\left[H_3O^+\right]_r = \left[H_3O^+\right]_0 - \left[H_3O^+\right]_d$$
$$= 6.10^{-2} - 5,2.10^{-2} = 8.10^{-3} mol/L$$

**2**

- **Lorsque la température diminue la vitesse diminue (courbe $C_1$ pour $\theta_2<\theta_1$).**
- **Lorsqu'on fixe θ et on ajoute un catalyseur la vitesse augmente (courbe $C_2$).**

## Corrigé de l'exercice14

**1° L'équation bilan de la réaction :**

$$2H_2O_2 \rightarrow 2H_2O + O_2$$

**2.1 Expression de la concentration :**

$$\left(n_{H_2O_2}\right)_d = 2n_{O_2} \quad \text{or } n_{O_2} = \frac{V_{O_2}}{V_m} \Leftrightarrow \left(n_{H_2O_2}\right)_d = 2\frac{V_{O_2}}{V_m}$$

$$\left(n_{H_2O_2}\right)_r = \left(n_{H_2O_2}\right)_0 - \left(n_{H_2O_2}\right)_d$$

$$\left(n_{H_2O_2}\right)_r = C - 2\frac{V_{O_2}}{V_m V} \Rightarrow \alpha = 2$$

**2.2 Représentation de la courbe :**

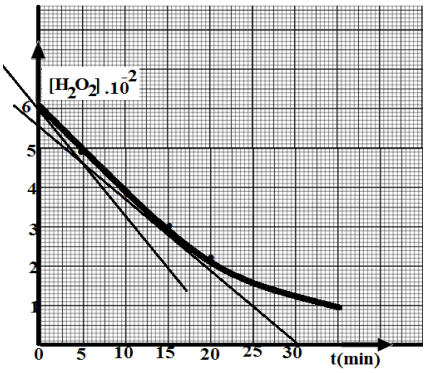
| $t_{min}$ | 0 | 5 | 10 | 15 | 20 | 30 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $V_{O2}$ formé en L | 0 | 1,56 | 2,74 | 3,65 | 4.42 | 5.56 |
| $[H_2O_2]_{restant}$ en mol/L | $6.10^{-2}$ | $4,710^{-2}$ | $3,710^{-2}$ | $310^{-2}$ | $2,310^{-2}$ | $1,410^{-2}$ |

**Pour la représentation de la courbe voir la page suivante.**

**2.3 La vitesse de disparition du peroxyde d'hydrogène correspond à la valeur absolue de la pente de la tangente à la courbe à l'instant considéré.**

$$V = \left|\frac{d[H_2O_2]}{dt}\right|$$

**D'après la courbe $V_0 = 2,7.10^{-3}$mol/L/min et $V_{16} = 1,8.10^{-3}$mol/L/min.**
**La vitesse diminue en fonction du temps.**




**2.4 Le temps de la demi réaction correspond à la durée nécessaire pour que**

$[H_2O_2]$**=C/2= $3.10^{-2}$ mol disparaisse, soit graphiquement $t_{1/2}$=15min**

## Corrigé de l'exercice15

**1.1 Les couples redox: $I_2/I^-$ et $H_2O_2/H_2O$**

**L'équation d'oxydation de l'ion $I^-$ : $2I^- \rightarrow 2e^- + I_2$**

**L'équation de réduction de $H_2O_2$: $H_2O_2 + 2e^- + 2H^+ \rightarrow 2H_2O$**

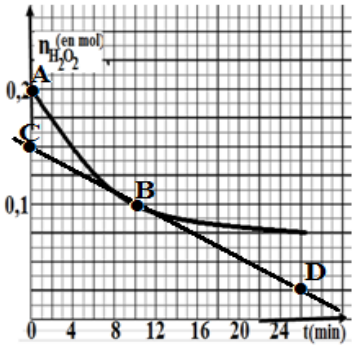
**L'équation bilan : $2I^- + H_2O_2 + 2H^+ \rightarrow 2H_2O + I_2$**

**1.2**

**L'équation d'oxydation de l'ion $S_2O_3^{2-}$ : $2S_2O_3^{2-} \rightarrow 2e^- + S_4O_6^{2-}$**

**L'équation de réduction de $I_2$: $I_2 + 2e^- \rightarrow 2I^-$**

**L'équation bilan :$2S_2O_3^{2-} + I_2 \rightarrow 2I^- + S_4O_6^{2-}$**




**2.1. La vitesse moyenne de disparition des ions $H_2O_2$ entre les instants $t_1$ et $t_2$ est l'opposé du rapport de la variation de la concentration $H_2O_2$à la variation correspondante du temps.** $V_m = -\frac{\Delta[H_2O_2]}{\Delta t}$

**On utilise les deux points A et B d'abscisses $t_1$ et $t_2$ de la courbe, on obtient :**

$$V_m = -\frac{[H_2O_2]_2 - [H_2O_2]_1}{t_2 - t_1} = -\frac{(0,2-0,1)}{10-0} = 1.10^{-2}\,mol/min$$

**2.2 Définition de la vitesse de formation de $I_2$**

**C'est la dérivée de la concentration de $H_2O_2$ par rapport au temps :**

$$V = -\frac{d[H_2O_2]}{dt}$$

**Elle correspond au coefficient directeur de la tangente à la courbe au point d'abscisse t=10min.**

**Soit en utilisant les points C (0 ; 0.15) et D (26 ; 0,025)**

$$V = -\frac{[H_2O_2]_2 - [H_2O_2]_1}{t_2 - t_1} = -\frac{(0,025-0,15)}{26-0} = 4,8.10^{-3}\,mol/min$$

**Déduction de la vitesse de disparition de $I^-$ :**
**D'après l'équation bilan on a :**

$$\frac{V(I^-)}{2} = \frac{V(H_2O_2)}{1} \Rightarrow V(I^-) = 2V(H_2O_2) = 9,6.10^{-3}\,mol/min$$

**2.3 Calcul du volume de thiosulfate**

**D'après la première équation-bilan :**

$$\frac{(n_{I_2})_f}{1} = \frac{(n_{H_2O_2})_d}{1}$$

$$(n_{I_2})_f = n_0 - (n_{H_2O_2})_r$$

**D'après la deuxième équation-bilan :**

$$\frac{(n_{I_2})_d}{1} = \frac{(n_{S_2O_2^{3-}})_d}{2}$$

**or $(n_{I_2})_d$ lors de la 2ème réaction est le même que $(n_{I_2})_f$ lors de la 1ème réaction**

$$\Leftrightarrow n_0 - (n_{H_2O_2})_r = \frac{(n_{S_2O_2^{3-}})_d}{2} = \frac{CV}{2} \Rightarrow V = \frac{2}{C}(n_0 - (n_{H_2O_2})_r) = 100mL$$

**2.4 Détermination du temps de la demi-réaction :**

**Lorsque la moitié de la concentration initiale de $H_2O_2$ disparait (soit 0,1mol). Le temps $t_{1/2}$ est l'abscisse du point d'ordonnée 0,1mol soit $t_{1/2}$=10min.**

## Corrigé de l'exercice16

**1 Les quantités de matière initialement introduites dans le mélange**

**$n_1(I^-) = C_1V_1 = 0,1x50.10^{-3} = 5.10^{-3}$ mol**

**$n_2(Fe^{3+}) = 2C_2V_2 = 2x0,02x50.10^{-3} = 2.10^{-3}$ mol**

**Le réactif limitant**

$$\frac{n(I^-)}{2} = \frac{5.10^{-3}}{2} = 2,5.10^{-3}mol$$

$$\frac{n(Fe^{3+})}{2} = \frac{2.10^{-3}}{2} = 10^{-3}mol$$ **Le réactif limitant est l'ion $Fe^{3+}$**

**2.1 L'eau glacée permet de ralentir considérablement la réaction**

**2.2 La décoloration du mélange est due à la transformation de toute la quantité de $I_2$ en ions $I^-$**

**2.3 A l'équivalence**

$$n(I_2) = \frac{n(S_2O_3^{2-})}{2} = \frac{CV}{2} = \frac{5.10^{-3}x12.10^{-3}}{2} = 3.10^{-5}mol$$

**2.4 La composition du mélange**

$$n(I_2) = 0,3.10^{-4}mol$$

$$n(I^-)_r = n(I^-)_0 - n(I^-)_d = n(I^-)_0 - 2n(I_2)$$

$$n(I^-)_r = 5.10^{-4} - 0,6.10^{-4} = 4,4.10^{-4}mol$$

$$n(Fe^{3+})_r = n(Fe^{3+})_0 - n(Fe^{3+})_d = n(Fe^{3+})_0 - 2n(I_2)$$

$$n(Fe^{3+})_r = 2.10^{-4} - 0,6.10^{-4} = 1,4.10^{-4}\,mol$$

$$\frac{n(I_2)}{1} = \frac{n(Fe^{2+})}{2} \Rightarrow n(Fe^{2+}) = 2n(I_2) = 0,6.10^{-4}\,mol$$

**3.1 Comme la courbe devient // à l'axe des abscisses à partir de t=15min, la réaction est totale**

**3.2**

**La vitesse correspond au coefficient directeur de la tangente à la courbe au point d'abscisse considéré.**
**Soit en utilisant les points A (0 ; 0) et B (1 ; $0,9.10^{-3}$) pour t=0 puis C(0 ;0, $5.10^{-3}$) et D(8 ;$1,1.10^{-3}$) pour t=4min**

$$V_{t=0} = \frac{0,9.10^{-3} - 0}{1 - 0} = 9.10^{-4}\,mol/min \text{ et} V_{t=4} = \frac{(1,1 - 0,5).10^{-3}}{8 - 0} = 0,75.10^{-4}\,mol/min$$

**3.3. La vitesse diminue en fonction du temps à cause de la diminution de la concentration des réactifs.**

## Corrigé de l'exercice17

**1 Les quantités de matière initialement introduites dans le mélange**
**$n_0(H_2O_2)$= $C_1V_1$= $4,5.10^{-3}$ mol**
**$n_0(I^-)$= $C_2V_2$= $6.10^{-3}$ mol**
**Le réactif limitant**

$$\frac{n_0(I^-)}{2} = \frac{6.10^{-3}}{2} = 3.10^{-3}\,mol$$

$$n_0(H_2O_2) = 4,5.\ 10^{-3}\,mol$$

**Le réactif limitant est l'ion $I^-$**
**1.3 Déduction de $(n_{I2})_{max}$**

$$(n_{I_2})_{max} = \frac{n_0(I^-)}{2} = \frac{6.10^{-3}}{2} = 3.10^{-3}\,mol$$

**2.1 La vitesse correspond au coefficient directeur de la tangente à la courbe au point d'abscisse considéré.**
**Soit en utilisant les points A (0 ; 0,5) et B (19,5 ; $3,5.10^{-3}$)**

$$V_{t=9} = \frac{3,5.10^{-3} - 1,5.10^{-3}}{19,5 - 0} = 10^{-4}\,mol/min$$

**2.2 Pour $t_2 > t_1$ la vitesse diminue à cause de la diminution des concentrations des réactifs.**
**3 Pour augmenter la vitesse de formation de $I_2$ soit on augmente la température soit on utilise un catalyseur.**

# CHAPITRE 1 NOMBRES COMPLEXES

## I. RESUME DE COURS

### Le nombre i

Il existe dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$ un élément n'appartenant pas à $\mathbb{R}$, noté i tel que $i^2 = -1$.

Le nombre i est solution dans $\mathbb{C}$ de l'équation $x^2 + 1 = 0$.

On a alors : $i^3 = -i$, $i^4 = 1$, $\frac{1}{i} = -i$.

### Opérations dans $\mathbb{C}$

Soient a, b, a' et b' des réels. $z = a + ib$, $z' = a' + ib'$.

| | |
|---|---|
| 1) $(a+ib = a'+ib') \Leftrightarrow (a = a'; b = b')$ | 4) $(a+ib)^2 = a^2 - b^2 + 2abi$ |
| 2) $z + z' = a + a' + i(b + b')$ | 5) $(a-ib)^2 = a^2 - b^2 - 2abi$ |
| 3) $zz' = aa' - bb' + i(ab' + a'b)$ | 6) $(a+ib)(a-ib) = a^2 + b^2$ |

7) $a + ib \neq 0 \Rightarrow \frac{1}{a+ib} = \frac{a-ib}{(a+ib)(a-ib)} = \frac{a}{a^2+b^2} - i\frac{b}{a^2+b^2}$

### Définitions et vocabulaire

Soient a et b des réels et $z = a + ib$.

| | |
|---|---|
| Forme algébrique de z | L'écriture $z = a + ib$ |
| Partie réelle de z | $Re(z) = a$ |
| Partie imaginaire de z | $Im(z) = b$ |
| Le conjugué de z | $\bar{z} = a - ib$ |
| Le module de z | $\lvert z\rvert = \sqrt{z\bar{z}} = \sqrt{a^2+b^2}$ |
| Argument de z où $z \neq 0$. On note arg z | $\arg z = \theta \Rightarrow \left(\cos\theta = \frac{a}{\lvert z\rvert},\ \sin\theta = \frac{b}{\lvert z\rvert}\right)$ |
| Forme trigonométrique de z avec $(z \neq 0; \arg z = \theta)$ | $z = \lvert z\rvert(\cos\theta + i\sin\theta)$ |
| Forme exponentielle de z avec $(z \neq 0; \arg z = \theta)$ | $z = \lvert z\rvert e^{i\theta}$ |

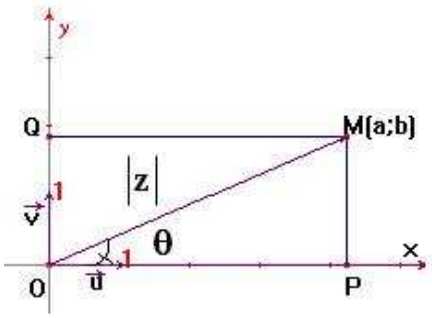
## Représentation géométrique des nombres complexes

**Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{u},\vec{v})$ . Soient a et b des réels.**

**A tout nombre complexe $z=a+ib$, on peut associer le point $M(a;b)$ du plan.**

**Le plan est appelé le plan complexe.**

| | |
|---|---|
| Le point image du nombre complexe $z=a+ib$ | $M(a;b)$ |
| Le vecteur image du nombre complexe $z=a+ib$ | $\overrightarrow{OM}\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}$ |
| L'affixe du point $M(a;b)$ et du vecteur $\overrightarrow{OM}\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}$ | Le nombre complexe $z=a+ib$ |
| L'affixe du vecteur $\overrightarrow{AB}$ | Le nombre $z_B-z_A$ |
| L'affixe du milieu du segment $[AB]$ | Le nombre $\frac{z_A+z_B}{2}$ |
| La distance AB | $AB=\lvert z_B-z_A\rvert$ |




## Conjugué d'un nombre complexe

**Soient $a,b\in IR$ et $z$ , $z_1$ , $z_2$ des nombres complexes.**

| | |
|---|---|
| 1) $z=a+ib\Rightarrow \bar{z}=a-ib$ | 7) $\bar{\bar{z}}=z$ |
| 2) $z=a+ib\Rightarrow z\bar{z}=a^2+b^2$ | 8) $\overline{z_1+z_2}=\bar{z_1}+\bar{z_2}$ |
| 3) z est réel $\Leftrightarrow \bar{z}=z$ | 9) $\overline{z_1\times z_2}=\bar{z_1}\times\bar{z_2}$ |
| 4) z est imaginaire pur $\Leftrightarrow \bar{z}=-z$ | 10) $\overline{z^n}=(\bar{z})^n$, $n\in Z$ |
| 5) $Re(z)=\frac{z+\bar{z}}{2}$ | 11) $\overline{\left(\frac{1}{z_1}\right)}=\frac{1}{\bar{z_1}}$, $z_1\neq 0$ |
| 6) $Im(z)=\frac{z-\bar{z}}{2i}$ | 12) $\overline{\left(\frac{z_1}{z_2}\right)}=\frac{\bar{z_1}}{\bar{z_2}}$, $z_2\neq 0$ |

## Module d'un nombre complexe

**Soient $a,b\in IR$ et $z$ , $z_1$ , $z_2$ des nombres complexes.**

1) $|z|=\sqrt{z\bar{z}}$

2) $z=a+ib\Rightarrow|z|=\sqrt{a^2+b^2}$

3) $|z|=0\Leftrightarrow z=0$

4) $|\bar{z}|=|-z|=|z|$

5) $|z_1z_2|=|z_1||z_2|$

6) $|z^n|=|z|^n$, $n\in Z$

7) $\left|\frac{1}{z}\right|=\frac{1}{|z|}$, $z\neq 0$

8) $\left|\frac{z_1}{z_2}\right|=\frac{|z_1|}{|z_2|}$ , $z_2\neq 0$

9) $|z_1+z_2|\leq|z_1|+|z_2|$

**(L'inégalité triangulaire)**

10) $AB=|z_B-z_A|$

## Argument d'un nombre complexe

**Soient $z$ , $z_1$ , $z_2$ des nombres complexes non nuls.**

1) $\arg\bar{z}=\arg\frac{1}{z}=-\arg z$

2) $\arg(z_1z_2)=\arg z_1+\arg z_2$

3) $\arg z^n=n\arg z$, $n\in Z$

4) $\arg\frac{z_1}{z_2}=\arg z_1-\arg z_2$

5) **z est réel** $\Leftrightarrow\arg z=k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$

6) **z est imaginaire pur** $\Leftrightarrow\arg z=\frac{\pi}{2}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$

**Soient $A,B,C,D$ des points tels que $AB\neq 0,CD\neq 0$ .**

7) $\arg(z_B-z_A)=(\vec{u};\overrightarrow{AB})$ $[2\pi]$

8) $\arg\frac{z_D-z_C}{z_B-z_A}=(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{CD})$ $[2\pi]$

## Notation exponentielle $e^{ix}$

**Soient x et y des réels.**

1) $e^{ix}=\cos x+i\sin x$

2) $\frac{1}{e^{ix}}=e^{-ix}=\cos x-i\sin x$

3) $e^{i0}=e^{i2\pi}=1$

4) $e^{i\pi}=-1$

5) $e^{i\frac{\pi}{2}}=i$

6) $e^{-i\frac{\pi}{2}}=e^{i\frac{3\pi}{2}}=-i$

7) $e^{ix}\times e^{iy}=e^{i(x+y)}$

8) $\frac{e^{ix}}{e^{iy}}=e^{i(x-y)}$

9) $\left(e^{ix}\right)^n=e^{inx}$, $n\in Z$

10) $|e^{ix}|=1$

11) **Si** $z=\lambda e^{ix}$ **avec** $\lambda\in IR^*$, **alors**

| | |
|---|---|
| | $\begin{cases}\lambda>0 \Rightarrow \arg z = x\\ \lambda<0 \Rightarrow \arg z = \pi + x\end{cases}$ |

## Formules d'Euler – Formule de Moivre

| | |
|---|---|
| **Formules d'Euler** | **Soit** $x \in IR$<br>$\cos x = \dfrac{e^{ix}+e^{-ix}}{2}$ ; $\sin x = \dfrac{e^{ix}-e^{-ix}}{2i}$ |
| **Formule de Moivre** | **Soit** $x \in IR$ **et** $n \in Z$ ;<br>$(\cos x + i\sin x)^n = \cos nx + i\sin nx$ |

**Les formules d'Euler permettent dans certains cas de transformer un polynôme en $\cos x$ et $\sin x$ en une somme de cosinus et de sinus des multiples de x (linéarisation).**

**La formule de Moivre permet d'exprimer $\cos nx$ et $\sin nx$ pour $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$ sous forme d'un polynôme en $\cos x$ et $\sin x$.**

## Équations du second degré dans $\mathbb{C}$

### 1. Cas particulier : équation à coefficients réels

$az^2+bz+c=0$ où $a,b,c \in \mathbb{R}$ ; $a \neq 0$.

❖ **Le discriminant** $\Delta = b^2-4ac$

| | | |
|---|---|---|
| $\Delta > 0$ | **deux solutions réelles distinctes** | $z_1 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ **et** $z_2 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ |
| $\Delta = 0$ | **une solution réelle double** | $z_1 = z_2 = \dfrac{-b}{2a}$ |
| $\Delta < 0$ | **deux solutions complexes conjuguées :** | $z_1 = \dfrac{-b+i\sqrt{\lvert\Delta\rvert}}{2a}$ **et** $z_2 = \dfrac{-b-i\sqrt{\lvert\Delta\rvert}}{2a}$ |

### 2. Equation à coefficients complexes $a,b,c \in \mathbb{C}$ ; $a \neq 0$.

❖ **Le discriminant** $\Delta = b^2-4ac$

❖ **Les racines carrées du discriminant sont les nombres complexes** $\delta = x+iy$ **et** $-\delta = -x-iy$ **tel que** $\delta^2 = \Delta$ **avec** $x;y \in IR$ **:**

| | |
|---|---|
| $\delta^2 = \Delta \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+y^2 = \lvert\Delta\rvert \\ x^2-y^2 = Re(\Delta) \\ 2xy = Im(\Delta) \end{cases}$ | **Les solutions de l'équation** $az^2+bz+c=0$ **:**<br>$z_1 = \dfrac{-b+\delta}{2a}$ **et** $z_2 = \dfrac{-b-\delta}{2a}$ |

### 3. Somme et produit des solutions:

**Somme :** $s = z_1 + z_2 = -\frac{b}{a}$ **;** **Produit:** $p = z_1 z_2 = \frac{c}{a}$ **.**

## Applications géométriques des nombres complexes

### 1) Nature d'un triangle

**Soit ABC un triangle. On pose** $Z=\dfrac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$

| Nature du triangle ABC | Relation caractéristique |
|---|---|
| Equilatéral | $Z=e^{i\frac{\pi}{3}}$ ou $Z=e^{-i\frac{\pi}{3}}$ |
| Rectangle en A | Z est un imaginaire pur |
| Rectangle isocèle en A | $Z=i$ ou $Z=-i$ |
| Isocèle en A | $\lvert Z\rvert=1$ |

### 2) Alignement et orthogonalité

**Soient A,B,C,D des points du plan.**

| Relation complexe | Interprétation géométrique |
|---|---|
| $\dfrac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$ est réel | A,B,C sont alignés$(A\neq B, A\neq C)$ |
| $\dfrac{z_D-z_C}{z_B-z_A}$ est réel | Les droites (AB) et (CD) sont parallèles, $(A\neq B; C\neq D)$ ( |
| $\dfrac{z_D-z_C}{z_B-z_A}=\pm i$ | $AB=CD$ et $(AB)\perp(CD)$ où $(A\neq B, C\neq D)$ |
| $\dfrac{z_D-z_C}{z_B-z_A}$ est imaginaire pur | $(AB)\perp(CD)$ où $(A\neq B, C\neq D)$ |
| $\dfrac{z_D-z_C}{z_B-z_A}=\lambda e^{i\theta};\lambda\in\mathbb{R}_+^*$ | $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD})=\theta\ [2\pi]$ et $CD=\lambda AB$ |
| $\dfrac{z_C-z_A}{z_B-z_A}\times\dfrac{z_B-z_D}{z_C-z_D}$ est réel | A,B,C,D sont alignés ou cocycliques |

## 3) Lieux géométriques simples

**Le plan orienté est muni d'un repère orthonormal direct $(O;\vec{u},\vec{v})$. Considérons un point variable M d'affixe z. Le point M' d'affixe z'. Les points $A,B,\Omega$ sont fixes et d'affixes respectives $a,b,\omega$.**

| Relation complexe | Ensemble des points M |
|---|---|
| $\lvert z-\omega\rvert = r \ , \ r>0$ | Cercle de centre $\Omega$ et de rayon r |
| $\lvert z-a\rvert = \lvert z-b\rvert$ | Médiatrice de [AB] |
| $\arg\dfrac{z-a}{z-b} = \dfrac{\pi}{2} \ [\pi]$ | Cercle de diamètre [AB] privé de A et B |
| Le nombre $\dfrac{z-a}{z-b}$ est imaginaire pur | Cercle de diamètre [AB] privé de B |
| $\arg\dfrac{z-a}{z-b} = \dfrac{\pi}{2} \ [2\pi]$ | Demi-cercle de diamètre [AB] privé de A et B |
| $\arg\dfrac{z-a}{z-b} = 0 \ [\pi]$ | Droite (AB) privée de A et B |
| Le nombre $\dfrac{z-a}{z-b}$ est réel | Droite (AB) privée de B |
| $\left\lvert\dfrac{z-a}{z-b}\right\rvert = k \ , \ k>0;k\neq 1$ | Cercle centré sur (AB) de diamètre [IJ] tel que $I=\text{bar}\{(A,1);(B,k)\};J=\text{bar}\{(A,1);(B,-k)\}$ |
| $\arg\dfrac{z-a}{z-b} = \alpha \ [\pi] \ , \ \alpha\neq 0 \ [\pi]$ | Cercle passant par A et B privé de A et B |
| $\arg\dfrac{z-a}{z-b} = \alpha \ [2\pi] \ , \alpha\neq 0 \ [\pi]$ | Arc capable d'extrémités A et B exclues |

## II. QUESTIONNAIRES A CHOIX MULTIPLE

**QCM 1**

**Dans le tableau suivant, une seule des réponses proposées à chaque question est correcte.**

**Ecrire le numéro de chaque question et donner la réponse qui lui correspond.**

| N° | Questions | Réponses | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | A | B | C | D |
| 1 | Si $\frac{\pi}{2}$ est un argument de $z$, alors | $\overline{z} = \frac{1}{z}$ | $\overline{z} = -z$ | $z\overline{z} = i$ | $\overline{z} = z$ |
| 2 | Si $z = -1 + 2e^{i\frac{\pi}{3}}$, alors la forme exponentielle de $z$ est : | $e^{i\frac{\pi}{2}}$ | $\sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{2}}$ | $i\sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{3}}$ | $\left(-1+\sqrt{3}\right)e^{i\frac{\pi}{3}}$ |
| 3 | Si $z + \lvert z\rvert = 2 + 4i$, alors | $z = -3 + 4i$ | $z = -3 - 4i$ | $z = 4i$ | $z = -4 + 3i$ |
| 4 | Si $z = (1-i)e^{i\frac{\pi}{6}}$, alors | $\arg z = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6}$ | $\arg z = \pi + \frac{\pi}{6}$ | $\arg z = \frac{\pi}{6}$ | $\arg z = -\frac{\pi}{12}$ |
| 5 | Si $z = 4 + (1-5i)i$, alors la partie réelle de z est | 9 | 8 | 4 | -1 |
| 6 | Si $z_1 = \sqrt{2}\,e^{i\frac{\pi}{4}}$; $z_2 = -2\,e^{i\frac{\pi}{2}}$, alors le rapport $\frac{z_2}{z_1}$ est égal à | $\sqrt{2}\,e^{i\frac{3\pi}{4}}$ | $\sqrt{2}\,e^{i\frac{\pi}{4}}$ | $-1-i$ | $1-i$ |

**QCM 2**

**Dans le tableau suivant, une seule des réponses proposées à chaque question est correcte.**

**Ecrire le numéro de chaque question et donner la réponse qui lui correspond.**

| | Questions | Réponses | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | A | B | C | D |
| 1 | La forme algébrique de $\frac{2+5i}{3-2i}$ est | $2+5i$ | $\frac{-4}{13}+\frac{19}{13}i$ | $\frac{16}{13}+\frac{19}{13}i$ | $\frac{6}{5}+2i$ |
| 2 | Le module de $\frac{\left(2-2i\sqrt{3}\right)^2}{(1+i)(2i)^3}$ est | $\frac{\sqrt{2}}{3}$ | $\frac{4}{\sqrt{2}}$ | $\frac{1}{8}$ | $\sqrt{2}$ |
| 3 | Si $\frac{\pi}{4}$ est un argument de $z$, alors le nombre $z^3e^{i\frac{\pi}{4}}$ est | réel positif | imaginaire pur | réel négatif | d'argument $\frac{\pi}{4}$ |
| 4 | Si $\frac{z_A-z_B}{z_A-z_C}=-\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$, alors le triangle *ABC* est : | isocèle et non rectangle | équilatéral | rectangle et isocèle | rectangle et non isocèle |
| 5 | L'ensemble des points *M* d'affixe *z* tels que $\left\|\frac{z-1+2i}{2+3i}\right\|=\sqrt{13}$ est : | un cercle | la médiatrice d'un segment | une droite privée d'un point | un cercle privé de deux points |
| 6 | Soit $n\in\mathbb{N}^*$ et $\theta\in\mathbb{R}^*$. La forme algébrique de $\left(e^{i\theta}\right)^n$ est : | $\cos(n\theta)+i\sin(n\theta)$ | $\cos\left(\theta^n\right)+i\sin\left(\theta^n\right)$ | $n\cos\theta+in\sin\theta$ | $e^{in\theta}$ |

## III. ENONCES DES EXERCICES CORRIGES

**Exercice 1**

**Ecrire sous forme algébrique chacun des nombres :**

$z_1 = (3+2i)(2-3i), \quad z_2 = \dfrac{1+5i}{5-i},$

$z_3 = 2-3i+\dfrac{2i+4}{2+3i}, \quad z_4 = (1+2i)(3-5i)(1-2i),$

$z_5 = \dfrac{3-5i}{5+i}+\dfrac{4-3i}{3+i}, \quad z_6 = \dfrac{2+5i}{4-i}+\dfrac{4+i}{2-5i},$

$z_7 = (1-2i)^3, \quad z_8 = \dfrac{2+3i}{3i}+\dfrac{5i}{3-2i}$

**Exercice 2**

**On pose** $f(z) = (3-2i)z^2 + (5-i)z + 2 + 5i$

**Calculer et donner la forme algébrique de chacun des nombres :**
$f(i), \quad f(3+2i), \quad f(1+i), \quad f(5-i)$

**Exercice 3**

**On pose** $f(z) = (5+i)z + (1+2i)\bar{z} + 4 - 3i$ **où** $\bar{z}$ **désigne le conjugué de z**

**Calculer et donner la forme algébrique de chacun des nombres :**
$f(5-i), \quad f(1+2i), \quad f(3+4i), \quad f(5+3i)$

**Exercice 4**

**Soit** $f(z) = \dfrac{(1-2i)z + 2 + 3i}{(3-2i)z - 2 - 5i}$ **où z est un nombre complexe.**

**1) Calculer et donner la forme algébrique de chacun des nombres :**

$f(5+i), \quad f(2i), \quad f(3+2i), \quad f(1-i)$

**2) Résoudre dans $\mathbb{C}$ chacune des équations**

$f(z) = 1, \qquad f(z) = \dfrac{3}{2}.$

**Ecrire les solutions sous forme algébrique.**

**Exercice 5**

**Soit**

$Z_1 = (1+5i)^{2020} + (1-5i)^{2020}$

$Z_2 = (1+5i)^{2020} - (1-5i)^{2020}$

**Montrer que $Z_1$ est réel et $Z_2$ imaginaire pur.**

**Exercice 6**

**Calculer le module de chacun des nombres complexes suivant:**

$z_1 = 4-3i, \quad z_2 = (3+i)(2+5i),$

$z_3 = \dfrac{2+4i}{2+3i}, \quad z_4 = (1+2i)(3-5i)(1-2i),$

$z_5 = \dfrac{(3-5i)(5+2i)^3}{(2+5i)^4}$

**Exercice 7**

**Calculer le module et un argument de chacun des nombres complexes suivants:**

$z_1 = 4+4i, \quad z_2 = 3+i\sqrt{3}, \quad z_3 = \dfrac{4+4i}{3+i\sqrt{3}},$

$z_4 = (4+4i)(3+i\sqrt{3}), \quad z_5 = \dfrac{(3-i\sqrt{3})(4+4i)^3}{(3+i\sqrt{3})^4}.$

**Exercice 8**

**En utilisant les résultats de l'exercice précédent, écrire chacun des nombres suivants sous forme trigonométrique et exponentielle.**

$z_1 = 4+4i, \quad z_2 = 3+i\sqrt{3}, \quad z_3 = \dfrac{4+4i}{3+i\sqrt{3}},$

$z_4 = (4+4i)(3+i\sqrt{3}), \quad z_5 = \dfrac{(3-i\sqrt{3})(4+4i)^3}{(3+i\sqrt{3})^4}.$

**Exercice 9**

**Soit** $z_1 = 4+4i,\ z_2 = 3+i\sqrt{3}$ **,** $z_3 = \dfrac{z_1}{z_2},\ z_4 = z_1 z_2$

**1) Ecrire $z_1$ et $z_2$ sous la forme trigonométrique.**

**2.a) Donner les formes trigonométrique et algébrique de $z_3$ .**

**b) En déduire** $\cos\frac{\pi}{12}, \ \sin\frac{\pi}{12}$.

**3.a) Donner les formes trigonométrique et algébrique de** $z_4$ .

**b) En déduire** $\cos\frac{5\pi}{12}, \ \sin\frac{5\pi}{12}$.

**Exercice 10 (Bac)**

**Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé** $(O;\vec{u},\vec{v})$.

**1.a)Résoudre dans** $\mathbb{C}$ **l'équation** $E_1 : z^2+2z+10=0$

**On note** $z_1$ **et** $z_2$ **ses solutions avec** $\text{Im}z_2 \le 0$ .

**b)Résoudre dans** $\mathbb{C}$ **l'équation** $E_2 : z^2-4z+20=0$

**On note** $z_3$ **et** $z_4$ **ses solutions avec** $\text{Im}z_4 \le 0$ .

**2) On considère les points A, B,** K **, L et E d'affixes respectives** $z_A = z_1$ **,** $z_B = z_2$ **,** $z_K = z_3$ **,** $z_L = z_4$ **et** $z_E = z_3 - 2i$ .

**a) Placer les points A ,** B,K,L **, et** E **dans le repère** $(O;\vec{u},\vec{v})$.

**b) Ecrire** $z_E = z_3 - 2i$ **sous forme algébrique et trigonométrique.**

**c) Déterminer la nature du quadrilatère** ABLE **et du triangle** AKE .

**3) Pour tout nombre complexe** z **tel que** $z \neq -1+3i$ **on pose :** $f(z) = \frac{z-2-4i}{z+1-3i}$.

**Déterminer et représenter dans le même repère les ensembles des points** M **du plan d'affixe** z **dans chacun des cas suivants :**

$\Gamma_1$ **tel que** $|f(z)| = 1$.

$\Gamma_2$ **tel que** $|f(z)-1| = \sqrt{10}$ .

**Exercice 11**

**1. On pose** $P(z) = z^3 - 5z^2 + 12z - 8$ **où** z **est un nombre complexe.**

**a) Calculer** $P(1)$ .

**b) Déterminer** a **et** b **tels que pour tout** z **de** $\mathbb{C}$ **on a:** $P(z) = (z-1)(z^2+az+b)$ .

**c) Résoudre dans** $\mathbb{C}$ **, l'équation :** $P(z) = 0$.

**2. On considère le plan complexe rapporté à un repère orthonormal $(O;\vec{u},\vec{v})$.**

**Soient les points A, B et C d'affixes respectives : $z_1 = 1$, $z_2 = 2+2i$ et $z_3 = 2-2i$.**

**a) Calculer le module et un argument de chacun des nombres $z_1$, $z_2$ et $z_3$.**

**b) Placer les points A, B et C dans le repère $(O;\vec{u},\vec{v})$.**

**3.a) Ecrire le nombre $\frac{z_2}{z_3}$ sous forme algébrique. En déduire la nature du triangle OBC.**

**b) Déterminer et représenter l'ensemble $\Gamma$ des points M d'affixe z telle que $\left|\frac{z-1}{z-2-2i}\right| = 1$.**

**Exercice 12 (Bac)**

**1. Pour tout nombre complexe z on pose : $P(z) = z^3 - z^2 - 4z - 6$.**

**a) Calculer $P(3)$.**

**b) Déterminer les réels a et b tels que pour tout z on a: $P(z) = (z-3)(z^2+az+b)$.**

**c) Résoudre, dans l'ensemble des nombres complexe, l'équation $P(z) = 0$.**

**2. On considère, dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{u},\vec{v})$, les points A, B, C et D d'affixes respectives $z_A = 3+2i$, $z_B = -1+i$, $z_C = -1-i$ et $z_D = 3$.**

**a) Placer les points A, B, C et D dans le repère $(O;\vec{u},\vec{v})$.**

**b) Comparer l'affixe du milieu de $[AC]$ à celle du milieu de $[BD]$.**

**c) En déduire la nature du quadrilatère ABCD.**

**d) Déterminer et construire l'ensemble des points M d'affixe z telle que $|z-3| = |z+1-i|$.**

**Exercice 13**

**On considère le plan complexe muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{u},\vec{v})$.**

**1. Résoudre, dans l'ensemble des nombres complexes, chacune des équations suivantes : $z^2-4z+13=0$ $(E_1)$ $z^2-6z+13=0$ $(E_2)$**

**2. Pour tout nombre complexe $z$ tel que $z\neq 3-2i$ on pose : $f(z)=\dfrac{z-2-3i}{z-3+2i}$**

**Calculer $\alpha=f(7+4i)$ puis donner son écriture algébrique et trigonométrique.**

**3. On considère les points A, B et C d'affixes respectives $z_A=2+3i$, $z_B=3-2i$ et $z_C=5+i$.**

**a) Placer dans le repère $(O;\vec{u},\vec{v})$ les points A, B et C.**

**b) Calculer $f(z_C)$ puis donner son écriture algébrique et trigonométrique. En déduire la nature du triangle ABC.**

**c) Déterminer puis construire l'ensemble $\Gamma_1$ des points M du plan d'affixe z tels que $|f(z)|=1$.**

**d) Déterminer puis construire l'ensemble $\Gamma_2$ des points M du plan d'affixe z tels que le nombre $f(z)$ soit imaginaire pur.**

**Exercice 14**

**Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation suivante sachant qu'elle admet une racine réelle :**
**$z^3-(6+3i)z^2+(21+19i)z-26(1+i)=0$**

**Exercice 15 (Bac)**

**Dans $\mathbb{C}$ on donne : $a=\sqrt{\dfrac{2-\sqrt{3}}{2}}+i\sqrt{\dfrac{2+\sqrt{3}}{2}}$**

**1) Calculer $a^2$. Donner le module et un argument de $a^2$.**

**2) En déduire le module et un argument de a.**

**3) En déduire $\cos\frac{5\pi}{12}$, $\sin\frac{5\pi}{12}$.**

**4) Donner les entiers naturels n tels que $a^n$ soit réel.**

**Exercice 16**

**Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{u},\vec{v})$ .) On pose :**

**$P(z)=z^3-(11+6i)z^2+(28+38i)z-12-60i$ où $z$ est un nombre complexe.**

**1) Calculer $P(3)$ et déterminer les nombres $a$ et $b$ tels que pour tout $z$ de $\mathbb{C}$ :**

**$P(z)=(z-3)(z^2+az+b)$.**

**2) Résoudre, dans l'ensemble des nombres complexes, l'équation $P(z)=0$.**

**Exercice 17**

**Pour tout nombre complexe $z$ on pose :**
**$P(z)=z^3-(1+2\cos\theta)z^2+(1+2\cos\theta)z-1$ où $\theta\in[0;2\pi[$.**

**Calculer $P(1)$ puis déterminer les solutions $z_0$, $z_1$ et $z_2$ de l'équation $P(z)=0$ sachant que $z_0$ est réel, et $\mathrm{Im}\,z_1\geq 0$ si $\sin\theta\geq 0$.**

**Exercice 18**

**Dans le plan orienté, on considère deux triangles ABC et DEF équilatéraux directs. Les points G et H tels que EDBG et CDFH soient des parallélogrammes. Soient a,b,c,d,e,f,g et h les affixes respectives des points A,B,C,D,E,F,G et H.**

**1) Exprimer $c-a$ en fonction de $b-a$, puis $f-d$ en fonction de $e-d$.**

**2) Exprimer $g$ en fonction de b,d et e ; puis $h$ en fonction de c,d et f.**

**3) Démontrer que le triangle AGH est équilatéral.**

## V. EXERCICES DE SYNTHESE

**Exercice 1**

**1. Pour tout nombre complexe $z$ on pose : $P(z)=z^3+(2-2i)z^2+(2-4i)z-4i$.**

**a) Calculer $P(2i)$.**

**b) Déterminer les nombres $a$ et $b$ tels que pour tout $z$ on a: $P(z)=(z-2i)(z^2+az+b)$.**

**c) Résoudre, dans l'ensemble des nombres complexe, l'équation $P(z)=0$.**

**2. On considère, dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{u},\vec{v})$, les points A, B et C d'affixes respectives $z_A=-1-i$, $z_B=2i$ et $z_C=-1+i$.**

**a) Placer les points A, B et C dans le repère $(O;\vec{u},\vec{v})$.**

**b) Déterminer l'affixe du point D tel que ABCD soit un parallélogramme.**

**c) Déterminer et construire l'ensemble des points M d'affixe $z$ telle que : $|z+1-i|=3$.**

**Exercice 2**

**Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $(O;\vec{u},\vec{v})$.**

**Pour tout nombre complexe $z$ tel que $z\neq 1+2i$ on pose : $f(z)=\dfrac{z-3-i}{z-1-2i}$.**

**1) Calculer le nombre $\alpha=f(1+3i)$ puis l'écrire sous formes algébrique et trigonométrique.**

**2) On considère les deux points A et B d'affixes respectives $z_A=1+2i$ et $z_B=3+i$.**

**Déterminer et représenter dans le même repère les ensembles $\Gamma_k$ des points M du plan d'affixe $z$ dans chacun des cas suivants :**

**a) $\Gamma_1$ tel que $|f(z)|=1$ ;** **b) $\Gamma_2$ tel que $f(z)$ soit imaginaire pur. ;**

**c) $\Gamma_3$ tel que $f(z)$ soit réel ;** **d) $\Gamma_4$ tel que $|f(z)-1|=\sqrt{5}$.**

**3.a) Déterminer et représenter dans le repère précédent un point C tel que le triangle ABC soit rectangle isocèle en C (deux solutions possibles).**

**b) Vérifier que C est commun entre $\Gamma_1$ et $\Gamma_2$ .**

## Exercice 3

**Soit $z_1 = 1 + i\sqrt{3}$ , $z_2 = \sqrt{2} - i\sqrt{2}$ et $z_3 = \dfrac{1+i\sqrt{3}}{\sqrt{2}-i\sqrt{2}}$.**

**1) Ecrire $z_1, z_2$ et $z_3$ sous forme trigonométrique.**

**2) Ecrire $z_3$ sous forme algébrique.**

**3) En déduire les valeurs exactes de $\cos\dfrac{7\pi}{12}$ et $\sin\dfrac{7\pi}{12}$ .**

**4) Justifier les affirmations suivantes :**

**Le nombre $(z_1)^{2019}$ est réel.**

**Le nombre $(z_2)^{2019}$ est imaginaire pur.**

## Exercice 4

**1) Pour tout nombre complexe z, on pose $P(z) = z^3 - (4-i)z^2 + 7z - 4 + 7i$.**

**a) Déterminer les racines carrées du nombre complexe $-12 - 16i$.**

**b) Calculer $P(-i)$.**

**c) Déterminer les réels a et b tels que, $\forall z \in \mathbb{C}$, on a : $P(z) = (z+i)(z^2 + az + b)$.**

**d) Résoudre, dans l'ensemble des nombres complexes, l'équation $P(z) = 0$.**

**2) Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{u},\vec{v})$, on considère les points A, B et C d'affixes respectives : $z_A = 1 + 2i$, $z_B = -i$ et $z_C = 3 - 2i$.**

**a) Placer les points A, B et C .**

**b) Soit D le point tel que ABCD soit un parallélogramme. Justifier que $z_D = 4 + i$**

**c) Ecrire sous forme algébrique $\dfrac{z_D - z_C}{z_D - z_A}$ et en déduire la nature du triangle ACD .**

**3) Pour tout nombre complexe $z \neq 1 + 2i$ ; on pose : $f(z) = \dfrac{z - 3 + 2i}{z - 1 - 2i}$.**

**a) Déterminer et construire l'ensemble $\Gamma_1$ des points M du plan d'affixe z tel que $|f(z)|=1$.**

**b) Déterminer et construire l'ensemble $\Gamma_2$ des points M du plan d'affixe z tel que $|f(z)-1|=\sqrt{20}$.**

**Exercice 5**

**1) Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes l'équation : $z^2-2z-2-4i=0$**

**2) On considère le polynôme P définie sur $\mathbb{C}$ par : $P(z)=z^3-(2+2i)z^2-2z-8+4i$.**

**a) Calculer $P(2i)$ et déterminer deux réels a et b tels que $P(z)=(z-2i)(z^2+az+b)$**

**b) Résoudre, dans l'ensemble $\mathbb{C}$ l'équation $P(z)=0$.**

**3) Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct, on désigne par A, B et C les points d'affixes respectives $z_A=(1+i)^2$, $z_B=\dfrac{5+5i}{2+i}$ et $z_C=\dfrac{1-5i}{2+3i}$.**

**a) Donner la forme algébrique de $z_A$, $z_B$ et $z_C$**

**b) Placer les points A, B et C**

**c) Déterminer et construire l'affixe du point D tel que ABDC soit un parallélogramme.**

**4) Soit f l'application définie pour tout complexe $z\neq 3+i$ par $f(z)=\dfrac{(1-i)z+2}{z-3-i}$**

**Montrer que pour tout $z\neq 3+i$, on a : $f(z)=(1-i)\dfrac{z+1+i}{z-3-i}$**

**5) Déterminer et construire les ensembles de points M dans chacun des cas suivants :**

**a. $\Gamma_1$ tel que $|f(z)|=\sqrt{2}$.**

**b. $\Gamma_2$ tel que $\arg(f(z))=\dfrac{\pi}{4}\ [\pi]$**

**c. $\Gamma_3$ tel que $\arg(f(z))=\dfrac{3\pi}{4}\ [\pi]$**

**d. $\Gamma_4$ tel que $|f(z)-1+i|=2\sqrt{10}$.**

**Exercice 6**

**1) Pour tout nombre complexe $z$ on pose : $P(z)=z^3-10z^2+33z-34$.**

**a) Calculer $P(2)$.**

**b) Déterminer les réels $a$ et $b$ tels que pour tout $z$ on a: $P(z)=(z-2)(z^2+az+b)$.**

**c) Résoudre, dans l'ensemble des nombres complexe, l'équation $P(z)=0$. On note $z_0$ ; $z_1$ et $z_2$ les solutions de $(E)$ telles que $Im(z_2)<Im(z_0)<Im(z_1)$.**

**2) Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O;\vec{u},\vec{v})$.**

**Soient les points $A$, $B$ et $C$ d'affixes respectives : $z_A=z_1+3i$, $z_B=z_2+i$ et $z_C=6+2i$.**

**a) Vérifier que $z_A=4+4i$ et $z_B=4$.**

**b) Ecrire les nombres $z_A$ et $z_B$ sous forme trigonométrique.**

**c) Placer les points $A$, $B$ et $C$ dans le repère.**

**3) Pour tout nombre $z\neq 4+4i$ on pose : $f(z)=\dfrac{z-4}{z-4-4i}$.**

**a) Vérifier que $f(z_C)=i$ et interpréter graphiquement.**

**b) Déterminer et construire $\Gamma_1$ l'ensemble des points $M$ du plan d'affixe $z$ tel que $|f(z)|=1$.**

**c) Déterminer et construire $\Gamma_2$ l'ensemble des points $M$ d'affixe $z$ tel que $f(z)$ soit imaginaire pur.**

**4) Pour tout entier naturel $n$, on pose $z_n=(z_A)^n$ et soit $M_n$ le point d'affixe $z_n$.**

**a) Déterminer l'ensemble des entiers $n$ pour lesquels le point $M_n$ appartient à l'axe des abscisses.**

**b) Déterminer l'ensemble des entiers $n$ pour lesquels on a $OM_n>2015$ .**

**Exercice 7**

**1) Pour tout complexe z on pose : $P(z)=z^3-10z^2+36z-40$**

**a) Calculer $P(2)$**

**b) Déterminer les réels a et b tels que pour tout z on a : $P(z)=(z-2)(z^2+az+b)$**

**c) Résoudre, dans l'ensemble des nombres complexes, l'équation $P(z)=0$.**

**2) Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(O;\vec{u},\vec{v})$, on considère les points A, B et C d'affixes respectives : $z_A=4-2i$, $z_B=2$ et $z_C=4+2i$.**

**a) Placer les points A, B et C dans le repère $(O;\vec{u},\vec{v})$.**

**b) Déterminer la nature du triangle ABC.**

**c) Déterminer l'affixe $z_D$ du point D tel que ABCD soit un parallélogramme.**

**3) Pour tout nombre $z\neq 4+2i$ ; on pose : $f(z)=\dfrac{z-4+2i}{z-4-2i}$.**

**a) Vérifier que $f(z_D)=i$ et interpréter graphiquement.**

**b) Déterminer et construire $\Gamma_1$ l'ensemble des points M du plan d'affixe z tel que $|f(z)|=1$.**

**c) Déterminer et construire $\Gamma_2$ l'ensemble des points M du plan d'affixe z tel que $|f(z)-1|=\sqrt{2}$**

**4) On pose $z_0=f(2i)$ . Pour tout entier naturel n on note $z_n=z_0^{\,n}$.**

**a) Ecrire $z_0$ sous forme algébrique, puis vérifier que $z_0=\sqrt{2}\,e^{-i\frac{\pi}{4}}$ .**

**b) Déterminer la plus petite valeur de l'entier n telle que $|z_n|\geq 2017$.**

**c) Vérifier que le point d'affixe $z_{2018}$ appartient à l'axe des imaginaires purs.**

## Exercice 8

**Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{u},\vec{v})$. Pour tout nombre complexe z on pose : $P(z)=z^3-(3+2i)z^2+(3+3i)z-4i$ .**

**1.a) Déterminer les racines carrées du nombre complexe $-8+6i$**

**b) Calculer P(i)**

**c) Déterminer les nombres a et b tels que pour tout nombre complexe z on a : $P(z)=(z-i)(z^2+az+b)$.**

**d) En déduire l'ensemble des solutions de l'équation $P(z)=0$.**

**2) Soit A, B et C les points d'affixes respectives $z_A=i$, $z_B=1-i$ et $z_C=2+2i$.**

**a) Placer les points A, B et C.**

**b) Déterminer la nature du triangle ABC.**

**c) Déterminer l'affixe du point D tel que ABDC soit un parallélogramme.**

**d) Déterminer et construire l'ensemble $\Gamma$ des points M du plan d'affixe z tel que $\left|\dfrac{z-2-2i}{z-1+i}\right|=1$.**

**3) Pour tout entier naturel n, on pose $z_n=(z_C)^n$ et $v_n=|z_n|$.**

**a) Vérifier que $z_C=2\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$ puis en déduire l'écriture trigonométrique de $z_n$.**

**b) Montrer que $(v_n)$ est une suite géométrique dont on donnera la raison et le premier terme.**

**c) Calculer la limite de $(v_n)$ et exprimer en fonction de n la somme $S_n=v_0+v_1+...+v_n$.**

**Exercice 9 (Bac)**

**1.a) Déterminer les racines carrées du nombre complexe $-3+4i$**

**b) En déduire les solutions, dans $\mathbb{C}$, de l'équation $z^2+(3-6i)z-6-10i=0$.**

**2)Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{u},\vec{v})$, on considère les points A, B et C d'affixes respectives $z_A=-2+2i$ ; $z_B=i$ et $z_C=-1+4i$.**

**a) Placer les points A, B et C.**

**b) Déterminer la nature du triangle ABC.**

**c) Déterminer l'affixe du point D tel que ABDC soit un parallélogramme.**

**3)Pour tout nombre complexe $z\neq i$ ; on pose : $f(z)=\dfrac{z+1-4i}{z-i}$.**

**a) Déterminer et construire l'ensemble $\Gamma_1$ des points M du plan d'affixe z tel que $|f(z)|=1$.**

**b) Déterminer et construire l'ensemble $\Gamma_2$ des points M d'affixe z tel que $f(z)$ soit imaginaire pur.**

**c) Déterminer et construire l'ensemble $\Gamma_3$ des points M du plan d'affixe z tel que $|f(z)-1|=\sqrt{2}$.**

**4) On pose, pour tout entier $n\geq 1$ ; $z_n=(z_A)^n$.**

**a) Ecrire $z_n$ sous forme trigonométrique.**

**b) Déterminer la longueur du segment $OM_{2019}$, où $M_{2019}$ est le point d'affixe $z_{2019}$.**

## Exercice 10

**Dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$, on pose:**

$$P(z) = z^3 - (4+8i)z^2 + (-16+20i)z + 24 + 8i .$$

**1.a) Calculer $P(2i)$.**

**b) Déterminer les complexes $\alpha$ et $\beta$ tels que pour tout complexe $z$ on a:**

$$P(z) = (z-2i)(z^2 + \alpha z + \beta)$$

**c) Résoudre l'équation $P(z) = 0$.**

## Exercice 11

**On considère dans l'ensemble des nombres complexes l'équation suivante :**

$$z^2 + 6z + 25 = 0 \qquad (E)$$

**1) Déterminer les nombres complexes $z_1$ et $z_2$ solutions de $(E)$ tels que $Im(z_1) > 0$ .**

**2) Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O;\vec{u},\vec{v})$.**

**Soient les points A, B et C d'affixes respectives : $z_A = z_1 - 6i$, $z_B = z_2 + 4$ et $z_C = -1 + 2i$ .**

**a) Placer les points A, B et C dans le repère.**

**b) Déterminer la nature du triangle ABC.**

**c) Déterminer l'affixe du point D tel que le quadrilatère ABDC soit un parallélogramme.**

**3) Pour tout nombre $z \neq 3$, on pose : $f(z) = \dfrac{z+3+2i}{z-3}$.**

**a) Calculer le nombre $\alpha = f(5-6i)$ puis l'écrire sous forme algébrique et trigonométrique.**

**b) Déterminer $\Gamma_1$ l'ensemble des points M du plan d'affixe z tel que $|f(z)| = 1$.**

**c) Déterminer $\Gamma_2$ l'ensemble des points M du plan d'affixe z tel que $|f(z) - 1| = \sqrt{10}$.**

**Exercice 12**

**Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{u},\vec{v})$ .**

**1) Pour tout nombre complexe z , on pose : $P(z)=z^3-(2+6i)z^2-11z-8+6i$**

**a) Déterminer les racines carrées du nombre complexe $Z=32i$ .**

**b) Calculer $P(2i)$ .**

**c) Déterminer les nombres a et b tels que pour tout z de $\mathbb{C}$ : $P(z)=(z-2i)(z^2+az+b)$**

**d) Résoudre, dans $\mathbb{C}$ , l'équation $(E):P(z)=0$ .**

**2) Soient A , B et C les points d'affixes respectives : $z_A=-1$; $z_B=2i$ et $z_C=3+4i$ .**

**a) Placer les points A, B et C dans le repère.**

**b) Déterminer l'affixe du point D tel que le quadrilatère ABCD soit un parallélogramme.**

**c) Déterminer et représenter l'ensemble $\Gamma$ des points M d'affixe z telle que le nombre $\dfrac{z-2-2i}{z-2i}$ soit imaginaire pur.**

**3) Pour tout entier naturel n, on pose $z_n=(z_D)^n$ et soit $M_n$ le point d'affixe $z_n$ .**

**a) Ecrire $z_n$ sous forme exponentielle. Montrer que le nombre $z_{2020}$ est réel.**

**b) Déterminer l'ensemble des entiers n pour lesquels on a $OM_n \geq 2020$ .**

**4) Pour tout entier naturel n, on pose $U_n=|z_{n+1}-z_n|$ .**

**a) Montrer que $(U_n)$ est une suite géométrique. Déterminer sa raison et son premier terme.**

**b) On pose $S_n=M_0M_1+M_1M_2+...+M_nM_{n+1}$. Calculer $S_n$ en fonction de n puis calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$ .**

**Exercice 13**

**1. Pour tout nombre complexe z on pose : $P(z)=z^3+(2-2i)z^2+(2-4i)z-4i$ .**

**a) Calculer $P(2i)$.**

**b) Déterminer les nombres $a$ et $b$ tels que pour tout $z$ on a: $P(z)=(z-2i)(z^2+az+b)$.**

**c) Résoudre, dans l'ensemble des nombres complexe, l'équation $P(z)=0$.**

**2. On considère, dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{u},\vec{v})$, les points A, B et C d'affixes respectives $z_A=-1-i$, $z_B=2i$ et $z_C=-1+i$.**

**a) Placer les points A, B et C dans le repère $(O;\vec{u},\vec{v})$.**

**b) Déterminer l'affixe du point D tel que ABCD soit un parallélogramme.**

**c) Déterminer et construire l'ensemble des points M d'affixe $z$ telle que : $|z+1-i|=3$.**

## Exercice 14 (Bac)

**1. a) Calculer $(4-2i)^2$.**

**b) Résoudre, dans l'ensemble des nombres complexes, l'équation $z^2+(2-4i)z-6=0$.**

**2) Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O;\vec{u},\vec{v})$. On considère les points A, B et C d'affixes respectives : $z_A=1+i$ , $z_B=-3+3i$ et $z_C=\dfrac{(z_B)^3}{(z_A)^5}$.**

**a) Ecrire sous forme trigonométrique chacun des nombres $z_A$, $z_B$ puis en déduire celle de $z_C$.**

**b) Placer les points A et B dans le repère $(O;\vec{u},\vec{v})$.**

**c) Ecrire sous forme algébrique le nombre $\dfrac{z_B}{z_A}$ puis interpréter géométriquement.**

**3) Pour tout nombre complexe $z\neq 1+i$ ; on pose : $f(z)=\dfrac{z+3-3i}{z-1-i}$.**

**a) Résoudre, dans l'ensemble des nombres complexes, l'équation $f(z)=i$. Interpréter géométriquement.**

**b) Déterminer et construire $\Gamma_1$ l'ensemble des points M du plan d'affixe $z$ tel que $|f(z)|=1$.**

**c) Déterminer et construire $\Gamma_2$ l'ensemble des points M d'affixe $z$ tel que $f(z)$ soit imaginaire pur ou nul.**

**d) Déterminer et construire $\Gamma_3$ l'ensemble des points M du plan d'affixe z tel que $|f(z)-1|=\sqrt{5}$.**

**Exercice 15 (Traduit)**

| | |
|---|---|
| **Soit z un nombre complexe ; $z \neq 3i$ .** | **ليكن z عددا عقديا ، $z \neq 3i$ ؛** |
| **On pose : $f(z)=\dfrac{-z-2-i}{z-3i}$.** | **نضع: $f(z)=\dfrac{-z-2-i}{z-3i}$.** |
| **1) Déterminer $z_1=f(i)$ puis l'écrire sous formes algébrique et trigonométrique.** | **1) عين العدد $z_1=f(i)$ واكتبه على الشكلين الجبري والمثلثي.** |
| **2) Déterminer $z_2=f(1)$ puis l'écrire sous formes algébrique et trigonométrique.** | **2) عين العدد $z_2=f(1)$ واكتبه على الشكلين الجبري والمثلثي.** |
| **3.a) Déterminer le nombre $z_3=f(1-i)$ puis l'écrire sous forme algébrique.** | **a.3)عين العدد $z_3=f(1-i)$ واكتبه على الشكل الجبري.** |
| **b) On pose $\theta=\arg z_3$.** | **b) نضع $\theta=\arg z_3$ .** |
| **Calculer $\cos\theta$ et $\sin\theta$. En déduire une écriture trigonométrique du nombre $z_3=f(1-i)$.** | **احسب $\cos\theta$ و $\sin\theta$ واستنتج كتابة مثلثية للعدد $z_3=f(1-i)$,** |
| **4) Déterminer puis construire dans le plan complexe l'ensemble $\Gamma_1$ des points M d'affixe z telle que $\lvert f(z)\rvert=1$.** | **4) عين ثم مثل في المستوي العقدي $\Gamma_1$ مجموعة النقط M ذات اللاحق z بحيث $\lvert f(z)\rvert=1$.** |
| **5) Déterminer puis construire dans le plan complexe l'ensemble $\Gamma_2$ des points M d'affixe z telle que $\lvert f(z)+1\rvert=2\sqrt{5}$.** | **5) عين ثم مثل في المستوي العقدي $\Gamma_2$ مجموعة النقط M ذات اللاحق z بحيث $\lvert f(z)+1\rvert=2\sqrt{5}$.** |

**Exercice 16 (Traduit)**

| | |
|---|---|
| **1) Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes l'équation $(E_1)$ : $z^2-4z+16=0$** | **1) حل في مجموعة الأعداد العقدية المعادلة $(E_1)$ : $z^2-4z+16=0$** |
| **2) Ecrire les solutions sous forme trigonométrique.** | **2) اكتب الحلين على الشكل المثلثي.** |
| **3) Soit le nombre complexe $u=2-2i\sqrt{3}$.** | **3) ليكن العدد العقدي $u=2-2i\sqrt{3}$ .** |
| **a) En utilisant la forme trigonométrique du nombre u ; déduire tous les nombres complexes z vérifiant $Z^4=u$.** | **a) باستخدام الشكل المثلثي للعدد u ؛ استنتج كل الأعداد العقدية Z التي تحقق $Z^4=u$.** |
| **b) Déterminer algébriquement tous les nombres complexes x vérifiant $X^2=u$ , puis en déduire de nouveau les nombres complexes z vérifiant $Z^4=u$.** | **b) عين جبريا كل الأعداد العقدية X التي تحقق $X^2=u$ ثم استنتج من جديد الأعداد العقدية Z التي تحقق $Z^4=u$.** |
| **c) En déduire les valeurs de $\cos\frac{11\pi}{12}$ et $\sin\frac{11\pi}{12}$.** | **c) استنتج قيم $\cos\frac{11\pi}{12}$ و $\sin\frac{11\pi}{12}$.** |

**Exercice 17 (Traduit)**

| | |
|---|---|
| **Dans l'ensemble des nombres complexes on pose $P(z)=\frac{z-1+6i}{z+4-i}$** | **في مجموعة الأعداد العقدية نضع: $P(z)=\frac{z-1+6i}{z+4-i}$** |
| **1) Calculer puis écrire sous forme algébrique chacun des nombres suivants : $P(-1)$ , $P(3+6i)$ et $P(-4+3i)$** | **1)احسب ثم اكتب على الشكل الجبري كلا من الأعداد التالية : $P(-1)$ ، $P(3+6i)$ ؛ $P(-4+3i)$** |
| **2) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(z)=1-i$ et écrire la solution sous forme algébrique.** | **2) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $P(z)=1-i$ ثم اكتب حلها على الشكل الجبري.** |
| **3) On muni le plan complexe d'un repère** | **3) ننسب المستوي العقدي إلى معلم قائم** |

| | |
|---|---|
| orthonormal direct $(O,\vec{u},\vec{v})$ . Déterminer et représenter l'ensemble des points M d'affixe z dans les cas suivants : | ومنتظم $(O;\vec{u},\vec{v})$. عين ثم مثل في المستوي مجموعة النقط M ذات اللاحق z في كل من الحالتين التاليتين: |
| a) $\lvert P(z)\rvert = 1$. | a) $\lvert P(z)\rvert = 1$ |
| b) Le nombre $P(z)$ est réel. | b) العدد $P(z)$ حقيقي. |
| 4) On pose $Z = P(3+6i)$. Soit $M_1$ ; $M_n$ les points d'affixes respectives Z et $Z^n$ ; $n \in IN^*$. | 4) نضع $Z = P(3+6i)$. ولتكن النقطتان $M_1$ و $M_n$ صورتا العددين Z و $Z^n$ حيث $n \in IN^*$ . |
| a) Montrer que $Z = \sqrt{2}(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4})$ . | a) بين أن $Z = \sqrt{2}(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4})$ |
| b) Ecrire $Z^n$ sous forme trigonométrique. | b) اكتب $Z^n$ على الشكل المثلثي. |
| c) Déterminer et représenter dans le plan les points $M_1$ ; $M_2$ ; $M_3$. | c) حدد ثم مثل في المستوي النقط $M_1$، $M_2$ ، $M_3$. |
| d) Montrer que le triangle $OM_1M_2$ est rectangle isocèle en $M_1$. | d) بين أن المثلث $OM_1M_2$ قائم ومتساوي الساقين في $M_1$ . |
| 5.a) Pour quelles valeurs de n ; le point $M_n$ est situé sur l'axe (Ox)? | a.5) من أجل أي قيمة للعدد n تقع $M_n$ على محور الفواصل؟ |
| b) Montrer que les points O ; $M_4$ ; $M_{2008}$ sont alignés. | b) بين أن النقط O، $M_4$ ، $M_{2008}$ مستقيمية. |
| 6.a) On pose $U_n = \lvert z_{n+1} - z_n\rvert$. Montrer que $(U_n)$ est une suite géométrique. Déterminer sa raison et son premier terme. | a.6) نضع $U_n = \lvert z_{n+1} - z_n\rvert$ ؛ بين أن $(U_n)$ متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول. |
| b) On pose $S_n = M_1M_2 + M_2M_3 + ... + M_nM_{n+1}$. Calculer $S_n$ en fonction de n puis calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$. | b) نضع $S_n = M_1M_2 + M_2M_3 + ... + M_nM_{n+1}$ احسب $S_n$ بدلالة n ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$. |

# IV. CORRIGES DES EXERCICES

## Corrigé 1

$$z_1 = (3+2i)(2-3i)$$
$$= 6-9i+4i+6i^2$$
$$= 6-9i+4i-6$$
$$= 12-5i.$$

$$z_2 = \frac{1+5i}{5-i}$$
$$= \frac{(1+5i)(5+i)}{(5-i)(5+i)}$$

$$z_2 = \frac{5+i+25i-5}{25+1} = \frac{26i}{26} = i.$$

$$z_3 = 2-3i+\frac{2i+4}{2+3i} = \frac{(2-3i)(2+3i)+2i+4}{2+3i}$$
$$= \frac{4+9+2i+4}{2+3i} = \frac{17+2i}{2+3i}$$

$$= \frac{(17+2i)(2-3i)}{(2+3i)(2-3i)} = \frac{34-51i+4i+6}{4+9}$$
$$z_3 = \frac{40}{13}-\frac{47}{13}i.$$

$$z_4 = (1+2i)(3-5i)(1-2i) = (1+2i)(1-2i)(3-5i)$$
$$= 5(3-5i)$$
$$z_4 = 15-25i.$$

$$z_5 = \frac{3-5i}{5+i}+\frac{4-3i}{3+i} = \frac{(3-5i)(3+i)+(5+i)(4-3i)}{(5+i)(3+i)}$$
$$= \frac{9+3i-15i+5+20-15i+4i+3}{15+5i+3i-1}$$

$$z_5 = \frac{37-23i}{14+8i} = \frac{(37-23i)(14-8i)}{(14+8i)(14-8i)}$$
$$= \frac{334-618i}{196+64}$$
$$z_5 = \frac{334}{260}-\frac{618}{260}i.$$

$$z_6 = \frac{2+5i}{4-i} + \frac{4+i}{2-5i} = \frac{(2+5i)(2-5i)+(4-i)(4+i)}{(4-i)(2-5i)}$$

$$= \frac{4+25+16+1}{8-20i-2i-5} = \frac{46}{3-22i} \times \frac{3+22i}{3+22i}$$

$$z_6 = \frac{138+1012i}{9+484} = \frac{138}{493} + \frac{1012}{493}i.$$

$$z_7 = (1-2i)^3 = (1-2i)(1-2i)^2 = (1-2i)(1-4i-4)$$

$$= (1-2i)(-3-4i) = -3-4i+6i-8$$

$$z_7 = -11+2i.$$

$$z_8 = \frac{2+3i}{3i} + \frac{5i}{3-2i} = \frac{(2+3i)(3-2i)+(3i)(5i)}{3i(3-2i)}$$

$$= \frac{6-4i+9i+6-15}{9i+6} = \frac{-3+5i}{6+9i} \times \frac{6-9i}{6-9i}$$

$$= \frac{-18+27i+30i+45}{36+81}$$

$$= \frac{27+57i}{117}$$

$$z_8 = \frac{27}{117} + \frac{57}{117}i.$$

**Enfin** $z_8 = \frac{3}{13} + \frac{19}{39}i$

## Corrigé 2

**On a** : $f(z) = (3-2i)z^2 + (5-i)z + 2 + 5i$

$$f(i) = (3-2i)(i)^2 + (5-i)i + 2 + 5i$$
$$= -3+2i+5i+1+2+5i$$
$$= 12i.$$

$$f(3+2i) = (3-2i)(3+2i)^2 + (5-i)(3+2i) + 2 + 5i$$
$$= (9+4)(3+2i) + 15 + 10i - 3i + 2 + 2 + 5i$$
$$= 13(3+2i) + 19 + 12i$$
$$= 39 + 26i + 19 + 12i$$
$$= 58 + 38i.$$

$$f(1+i) = (3-2i)(1+i)^2 + (5-i)(1+i) + 2 + 5i$$
$$= (3-2i)(2i) + 5 + 5i - i + 1 + 2 + 5i$$
$$= 6i + 4 + 8 + 9i$$
$$= 12 + 15i.$$

$$f(5-i) = (3-2i)(5-i)^2 + (5-i)^2 + 2 + 5i$$
$$= (3-2i)(25-10i-1) + (25-10i-1) + 2 + 5i$$
$$= (3-2i)(24-10i) + 26 - 5i$$
$$= 72 - 30i - 48i - 20 + 26 - 5i$$
$$= 78 - 83i.$$

## Corrigé 3

**On a** $f(z) = (5+i)z + (1+2i)\bar{z} + 4 - 3i$

**On remplace z par sa valeur dans chaque cas :**

$$f(5-i) = (5+i)(5-i) + (1+2i)(\overline{5-i}) + 4 - 3i$$
$$= 25 + 1 + (1+2i)(5+i) + 4 - 3i$$
$$= 30 + 5 + i + 10i - 2 - 3i$$
$$= 33 + 8i.$$

$$f(1+2i) = (5+i)(1+2i) + (1+2i)(\overline{1+2i}) + 4 - 3i$$
$$= 5 + 10i + i - 2 + 1 + 4 + 4 - 3i$$
$$= 12 + 8i.$$

$$f(3+4i) = (5+i)(3+4i) + (1+2i)(\overline{3+4i}) + 4 - 3i$$
$$= 15 + 20i + 3i - 4 + (1+2i)(3-4i) + 4 - 3i$$
$$= 15 + 20i + 3 - 4i + 6i + 8$$
$$= 26 + 22i.$$

$$f(5+3i) = (5+i)(5+3i) + (1+2i)(\overline{5+3i}) + 4 - 3i$$
$$= 25 + 15i + 5i - 3 + (1+2i)(5-3i) + 4 - 3i$$
$$= 26 + 17i + 5 - 3i + 10i + 6$$
$$= 37 + 24i.$$

## Corrigé 4

**On a**

$$f(5+i) = \frac{(1-2i)(5+i) + 2 + 3i}{(3-2i)(5+i) - 2 - 5i}$$
$$= \frac{5 + i - 10i + 2 + 2 + 3i}{15 + 3i - 10i + 2 - 2 - 5i}$$

$$= \frac{9-6i}{15-12i} = \frac{9-6i}{15-12i} \times \frac{15+12i}{15+12i}$$
$$= \frac{135+108i-90i+72}{225+144}$$
$$= \frac{207+18i}{369} \quad = \frac{207}{369} + \frac{18}{369}i$$

$$f(5+i) = \frac{23}{41} + \frac{2}{41}i$$

$$f(2i) = \frac{(1-2i)(2i)+2+3i}{(3-2i)(2i)-2-5i} = \frac{2i+4+2+3i}{6i+4-2-5i}$$

$$= \frac{6+5i}{2+i} = \frac{6+5i}{2+i} \times \frac{2-i}{2-i}$$
$$= \frac{12-6i+10i+5}{4+1}$$
$$= \frac{17+4i}{5} \quad = \frac{17}{5} + \frac{4}{5}i.$$

$$f(3+2i) = \frac{(1-2i)(3+2i)+2+3i}{(3-2i)(3+2i)-2-5i}$$
$$= \frac{3+2i-6i+4+2+3i}{9+4-2-5i}$$
$$= \frac{9-i}{11-5i} \times \frac{11+5i}{11+5i} = \frac{99+45i-11i+5}{121+25}$$
$$= \frac{104+34i}{146} = \frac{104}{146} + \frac{34}{146}i$$
$$= \frac{52}{73} + \frac{17}{73}i.$$

$$f(1-i) = \frac{(1-2i)(1-i)+2+3i}{(3-2i)(1-i)-2-5i}$$
$$= \frac{1-i-2i-2+2+3i}{3-3i-2i-2-2-5i}$$
$$= \frac{1}{-1-10i} \times \frac{-1+10i}{-1+10i} = \frac{-1+10i}{1+100}$$
$$= \frac{-1+10i}{101}$$
$$= \frac{-1}{101} + \frac{10}{101}i.$$

$$f(z)=1 \Rightarrow \frac{(1-2i)z+2+3i}{(3-2i)z-2-5i}=1$$
$$\Rightarrow (1-2i)z+2+3i=(3-2i)z-2-5i$$
$$\Rightarrow [(1-2i)-(3-2i)]z=-2-5i-2-3i$$
$$\Rightarrow -2z=-4-8i$$
$$\Rightarrow z=2+4i.$$

$$f(z)=\frac{3}{2} \Rightarrow \frac{(1-2i)z+2+3i}{(3-2i)z-2-5i}=\frac{3}{2}$$
$$\Rightarrow 2\big((1-2i)z+2+3i\big)=3\big((3-2i)z-2-5i\big)$$
$$\Rightarrow (2-4i)z+4+6i=(9-6i)z-6-15i$$
$$\Rightarrow [(2-4i)-(9-6i)]z=-6-15i-4-6i$$
$$\Rightarrow (-7+2i)z=-10-21i$$
$$\Rightarrow z=\frac{-10-21i}{-7+2i}$$
$$\Rightarrow z=\frac{-10-21i}{-7+2i}\times\frac{-7-2i}{-7-2i}$$
$$\Rightarrow z=\frac{70+20i+147i-42}{49+4}$$
$$\Rightarrow z=\frac{28+167i}{53}$$
$$\Rightarrow z=\frac{28}{53}+\frac{167i}{53}.$$

**Corrigé 5**

**Pour montrer que $Z_1$ est réel, il suffit de montrer que $\overline{Z_1}=Z_1$.**

**On a**

$$\overline{Z_1}=\overline{(1+5i)^{2020}+(1-5i)^{2020}}$$
$$=\overline{(1+5i)^{2020}}+\overline{(1-5i)^{2020}}$$
$$=(\overline{1+5i})^{2020}+(\overline{1-5i})^{2020}$$
$$=(1-5i)^{2020}+(1+5i)^{2020}$$
$$=(1+5i)^{2020}+(1-5i)^{2020}$$
$$=Z_1$$

**Alors $Z_1$ est réel.**

**Pour montrer que $Z_2$ est imaginaire pur, il suffit de montrer que $\overline{Z_2}=-Z_2$.**

$$\begin{aligned}\overline{Z_2} &= \overline{(1+5i)^{2020} - (1-5i)^{2020}} \\ &= \overline{(1+5i)^{2020}} - \overline{(1-5i)^{2020}} \\ &= (\overline{1+5i})^{2020} - (\overline{1-5i})^{2020} \\ &= (1-5i)^{2020} - (1+5i)^{2020} \\ &= -\left((1+5i)^{2020} - (1-5i)^{2020}\right) \\ &= -Z_2\end{aligned}$$

**Alors $Z_2$ est imaginaire pur.**

## Corrigé 6

**On utilise les propriétés des modules :**

$$|z_1| = \sqrt{4^2+3^2} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5,$$

$$|z_2| = |3+i||2+5i| = \sqrt{9+1}\times\sqrt{4+25} = \sqrt{290},$$

$$|z_3| = \left|\frac{2+4i}{2+3i}\right| = \frac{|2+4i|}{|2+3i|} = \frac{\sqrt{4+16}}{\sqrt{4+9}} = \sqrt{\frac{20}{13}},$$

$$\begin{aligned}|z_4| &= |(1+2i)(3-5i)(1-2i)| = |1+2i||3-5i||1-2i| \\ &= \sqrt{1+4}\times\sqrt{9+25}\times\sqrt{1+4} = 5\sqrt{34},\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}|z_5| &= \left|\frac{(3-5i)(5+2i)^3}{(2+5i)^4}\right| = \frac{|(3-5i)|\left|(5+2i)^3\right|}{\left|(2+5i)^4\right|} \\ &= \frac{\sqrt{9+25}\times(\sqrt{25+4})^3}{(\sqrt{4+25})^4} = \sqrt{\frac{34}{29}}.\end{aligned}$$

## Corrigé 7

**1) On a**

$$z_1 = 4+4i \Rightarrow |z_1| = \sqrt{16+16} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

**On note $\arg z_1 = \theta_1$. Alors :**

$$\begin{cases}\cos\theta_1 = \dfrac{4}{4\sqrt{2}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \\ \sin\theta_1 = \dfrac{4}{4\sqrt{2}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}\end{cases} \Rightarrow \theta_1 = \frac{\pi}{4}$$

**2) On a** $z_2 = 3+i\sqrt{3} \Rightarrow |z_2| = \sqrt{9+3} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

**On note $\arg z_2 = \theta_2$. Alors :**

$$\begin{cases}\cos\theta_2 = \dfrac{3}{2\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \\ \sin\theta_2 = \dfrac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = \dfrac{1}{2}\end{cases} \Rightarrow \theta_2 = \frac{\pi}{6}$$

**3) On constate que** $z_3 = \dfrac{z_1}{z_2}$ **.**

**Alors** $|z_3| = \left|\dfrac{z_1}{z_2}\right| = \dfrac{|z_1|}{|z_2|} = \dfrac{4\sqrt{2}}{2\sqrt{3}} = 2\sqrt{\dfrac{2}{3}}$

**et** $\arg z_3 = \arg\dfrac{z_1}{z_2} = \arg z_1 - \arg z_2 = \dfrac{\pi}{4} - \dfrac{\pi}{6} = \dfrac{\pi}{12}$

**4) On constate que** $z_4 = z_1 z_2$ **.**

**Alors** $|z_4| = |z_1 z_2| = |z_1||z_2| = 4\sqrt{2}\times 2\sqrt{3} = 8\sqrt{6}$ **,**

$\arg z_4 = \arg z_1 z_2 = \arg z_1 + \arg z_2 = \dfrac{\pi}{4} + \dfrac{\pi}{6} = \dfrac{5\pi}{12}$

**5) On constate que** $z_5 = \dfrac{\overline{z_2}\, z_1^3}{z_2^4}$ **. Alors**

$|z_5| = \left|\dfrac{\overline{z_2}\, z_1^3}{z_2^4}\right| = \dfrac{\left|\overline{z_2}\right|\left|z_1^3\right|}{\left|z_2^4\right|} = \dfrac{|z_2||z_1|^3}{|z_2|^4} = \dfrac{2\sqrt{3}(4\sqrt{2})^3}{(2\sqrt{3})^4}$ $|z_5| = \dfrac{16}{3}\sqrt{\dfrac{2}{3}}$

$$\begin{aligned}\arg z_5 &= \arg\frac{\overline{z_2}\, z_1^3}{z_2^4} = \arg\overline{z_2}\, z_1^3 - \arg z_2^4 \\ &= \arg\overline{z_2} + \arg z_1^3 - \arg z_2^4 \\ &= -\arg z_2 + 3\arg z_1 - 4\arg z_2\end{aligned}$$

$\arg z_5 = 3\arg z_1 - 5\arg z_2 = \dfrac{3\pi}{4} - \dfrac{5\pi}{6}$. **. Alors** $\arg z_5 = \dfrac{-\pi}{12}$.

## Corrigé 8

**D'après l'exercice précédent :**

**1)** $|z_1| = 4\sqrt{2}$ **et** $\arg z_1 = \dfrac{\pi}{4}$

**Forme trigonométrique :** $z_1 = 4\sqrt{2}(\cos\dfrac{\pi}{4} + i\sin\dfrac{\pi}{4})$

**ou** $z_1 = 4\sqrt{2}(\dfrac{1}{\sqrt{2}} + i\dfrac{1}{\sqrt{2}})$

**Forme exponentielle :** $z_1 = 4\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$.

**2)** $|z_2| = 2\sqrt{3}$ **et** $\arg z_2 = \frac{\pi}{6}$ ;

**Forme trigonométrique :** $z_2 = 2\sqrt{3}(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6})$

**Ou** $z_2 = 2\sqrt{3}(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i)$.

**Forme exponentielle :** $z_2 = 2\sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{6}}$.

**3)** $|z_3| = 2\sqrt{\frac{2}{3}}$ **et** $\arg z_3 = \frac{\pi}{12}$ ;

**Forme trigonométrique :** $z_3 = 2\sqrt{\frac{2}{3}}(\cos\frac{\pi}{12} + i\sin\frac{\pi}{12})$.

**Forme exponentielle :** $z_3 = 2\sqrt{\frac{2}{3}}e^{i\frac{\pi}{12}}$.

**4)** $|z_4| = 8\sqrt{6}$ **et** $\arg z_4 = \frac{5\pi}{12}$ ;

**Forme trigonométrique :** $z_4 = 8\sqrt{6}(\cos\frac{5\pi}{12} + i\sin\frac{5\pi}{12})$.

**Forme exponentielle :** $z_4 = 8\sqrt{6}e^{i\frac{5\pi}{12}}$.

**5)** $|z_5| = \frac{16\sqrt{2}}{3\sqrt{3}}$ **et** $\arg z_5 = \frac{-\pi}{12}$ ;

**Forme trigonométrique :** $z_5 = \frac{16\sqrt{2}}{3\sqrt{3}}(\cos\frac{-\pi}{12} + i\sin\frac{-\pi}{12})$.

**Forme exponentielle :** $z_5 = \frac{16\sqrt{2}}{3\sqrt{3}}e^{-i\frac{\pi}{12}}$ .

**Corrigé 9**

**1) Forme trigonométrique de** $z_1$ **et** $z_2$ **:**

**D'après l'exercice précédent on a :**

$z_1 = 4\sqrt{2}(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4})$ **, et** $z_2 = 2\sqrt{3}(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6})$

**2.a) Forme trigonométrique de** $z_3$ **:**

**D'après l'exercice précédent on a :** $z_3 = 2\sqrt{\frac{2}{3}}(\cos\frac{\pi}{12} + i\sin\frac{\pi}{12})$ (*)

**Pour écrire** $z_3$ **sous la forme algébrique, on multiplie par le conjugué du dénominateur :** $z_3 = \frac{4+4i}{3+i\sqrt{3}} \times \frac{3-i\sqrt{3}}{3-i\sqrt{3}}$

**On obtient :** $z_3 = \frac{3+\sqrt{3}}{3} + \frac{3-\sqrt{3}}{3}i$ (**)

**b) Par comparaison des écritures** (*) **et** (**) **du nombre** $z_3$ **on obtient :**

$$\cos\frac{5\pi}{12} = \frac{\frac{3+\sqrt{3}}{3}}{\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}} = \frac{3\sqrt{3}+3}{6\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$$

$$\sin\frac{5\pi}{12} = \frac{\frac{3-\sqrt{3}}{3}}{\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}} = \frac{3\sqrt{3}-3}{6\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$$

**3.a) D'après l'exercice précédent on a :**

$z_4 = 8\sqrt{6}(\cos\frac{5\pi}{12} + i\sin\frac{5\pi}{12})$ (*)

**Pour la forme algébrique de** $z_4$ **, on développe :**

$z_4 = (4+4i)(3+i\sqrt{3})$

$z_4 = 12-4\sqrt{3}+(12+4\sqrt{3})i$ (**)

**b) Par comparaison des écritures** (*) **et** (**) **du nombre** $z_4$ **on obtient :**

$$\cos\frac{\pi}{12} = \frac{12-4\sqrt{3}}{8\sqrt{6}} = \frac{3-\sqrt{3}}{2\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$$

$$\sin\frac{\pi}{12} = \frac{12+4\sqrt{3}}{8\sqrt{6}} = \frac{3+\sqrt{3}}{2\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$$

## Corrigé 10

**1) Résolutions d'équations:**

**a)** $E_1$ $z^2+2z+10=0$

**Le discriminant :** $\Delta = 2^2 - 4\times1\times10 = -36 = (6i)^2$

**Les solutions** $z_1$ **et** $z_2$ **avec** $\mathrm{Im}\,z_2 \le 0$**:**

$z_1 = \dfrac{-2+6i}{2} = -1+3i$ **et** $z_2 = \dfrac{-2-6i}{2} = -1-3i$

**Ensemble de solution :** $\boxed{S_1 = \{-1+3i, -1-3i\}}$

**b)** $E_2$ **:** $z^2 - 4z + 20 = 0$

$\Delta = 4^2 - 4\times1\times20 = 16 - 80 = -64 = (8i)^2$

**Les solutions** $z_3$ **et** $z_4$ **avec** $\text{Im}\, z_4 \le 0$ **:**

$z_3 = \dfrac{4+8i}{2} = 2+4i$ **et** $z_4 = \dfrac{4-8i}{2} = 2-4i$

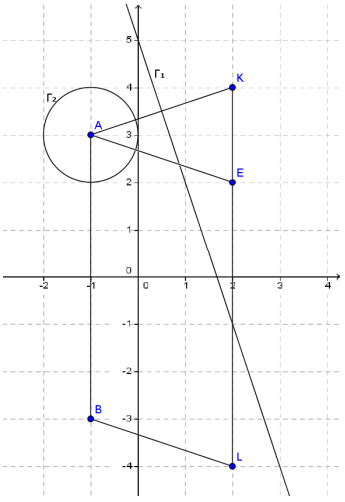
**Ensemble de solution :** $\boxed{S_2 = \{2+4i, 2-4i\}}$

**2.a) Représentation des points :**

$z_A = z_1 = -1+3i \Rightarrow A(-1,3)$ **,** $z_B = z_2 = -1-3i \Rightarrow B(-1,-3)$

$z_K = z_3 = 2+4i \Rightarrow K(2,4)$ **,** $z_L = z_4 = 2-4i \Rightarrow L(2,-4)$

$z_E = z_3 - 2i = 2+4i-2i = 2+2i \Rightarrow E(2,2)$




**b) Forme algébrique de** $z_E$ **:**

$z_E = z_3 - 2i = 2+4i-2i \Rightarrow \boxed{z_E = 2+2i}$

**Forme trigonométrique :**

$z_E = 2+2i \Rightarrow |z_E| = \sqrt{2^2+2^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

$z_E = 2\sqrt{2}\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}} + i\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right) \Rightarrow \boxed{z_E = 2\sqrt{2}\left(\cos\dfrac{\pi}{4} + i\sin\dfrac{\pi}{4}\right)}$

**c) Nature du quadrilatère** ABLE **:**

**D'après la figure, il semble que ABLE est un parallélogramme. Pour la démonstration on a :**

$z_{\overrightarrow{AB}} = z_B - z_A = -1-3i+1-3i = -6i$

$z_{\overrightarrow{EL}} = z_L - z_E = 2-4i-2-2i = -6i$

$z_{\overrightarrow{AB}} = z_{\overrightarrow{EL}} \Rightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{EL}$

**Alors ABLE est un parallélogramme.**

**Nature du triangle** AKE **:**

**D'après la figure, il semble que AKE est isocèle en A. Pour la démonstration on a :**

$AK = |z_K - z_A| = |2+4i+1-3i| = |3+i| = \sqrt{10}$

$AE = |z_E - z_A| = |2+2i+1-3i| = |3-i| = \sqrt{10}$

**AK=AE. Alors le triangle AKE est isocèle en A.**

**3.a) L'ensemble $\Gamma_1$ des points $M$ du plan d'affixe $z$ tels que $|f(z)|=1$ :**

**On a $f(z) = \dfrac{z-2-4i}{z+1-3i}$. On constate que $f(z) = \dfrac{z-z_K}{z-z_A}$ .**

**Alors :** $|f(z)| = 1 \Leftrightarrow \left|\dfrac{z-z_K}{z-z_A}\right| = 1 \Leftrightarrow |z-z_K| = |z-z_A| \Leftrightarrow MK = MA$

**D'où l'ensemble $\Gamma_1$ est la médiatrice du segment $[AK]$.**

**Pour la construction, voir la figure.**

**b)L'ensemble $\Gamma_2$ des points $M$ du plan d'affixe $z$ tels que $|f(z)-1| = \sqrt{10}$ :**

**On a** $|f(z)-1| = \sqrt{10} \Leftrightarrow \left|\dfrac{z-2-4i}{z+1-3i} - 1\right| = \sqrt{10}$

$\Leftrightarrow \left|\dfrac{z-2-4i-z-1+3i}{z+1-3i}\right| = \sqrt{10}$

$\Leftrightarrow \left|\dfrac{-3-i}{z+1-3i}\right| = \sqrt{10} \Leftrightarrow \dfrac{|-3-i|}{|z+1-3i|} = \sqrt{10}$

$\Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{10}}{|z-z_A|} = \sqrt{10} \quad \Leftrightarrow |z-z_A| = 1 \quad \Leftrightarrow AM = 1$

**Alors $\Gamma_2$ est le cercle de centre A et de rayon 1.**

**Pour la construction, voir la figure.**

## Corrigé 11

**On a pour tout nombre complexe z : $P(z) = z^3 - 5z^2 + 12z - 8$**

**1. a) En remplaçant z par 1 on obtient :**

$$P(1) = (1)^3 - 5(1) + 12(1) - 8 = -4 + 4 = 0$$

**b) <u>1ère méthode : identification</u>**

**Pour déterminer a et b tels que : $P(z) = (z-1)(z^2+az+b)$, on utilise une identification (Développer, réduire, ordonner le second membre et identifier) :**

$(z-1)(z^2+az+b) = z^3+az^2+bz - z^2 - az - b$

$= z^3+(a-1)z^2+(b-a)z-b$

**Par identification :**

$z^3-5z^2+12z-8 = z^3+(a-1)z^2+(b-a)z-b$, pour tout $z\in\mathbb{C}$; on obtient le

système : $\begin{cases} a-1=-5 \\ b-a=12 \\ -b=-8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-4 \\ b=8 \end{cases}$

Alors, pour tout $z\in\mathbb{C}$; $P(z) = (z-1)(z^2-4z+8)$

**2ème méthode : Division euclidienne**

| | |
|---|---|
| $z^3-5z^2+12z-8$ | $z-1$ |
| $z^3-z^2$ | $z^2-4z+8$ |
| $-4z^2+12z-8$ | |
| $-4z^2+4z$ | |
| $8z-8$ | |
| $8z-8$ | |
| $0$ | |

On en déduit que, pour tout $z\in\mathbb{C}$; $P(z) = (z-1)(z^2-4z+8)$

soit $a=-4$ et $b=8$.

**3ème méthode : Tableau d'Horner**

L'utilisation du tableau d'Horner permet à la fois de calculer P(1) et factoriser P(z) , (si $P(1)=0$) :

| | 1 | -5 | 12 | -8 |
|---|---|---|---|---|
| 1 | | 1 | -4 | 8 |
| | 1 | -4 | 8 | 0 |

D'où : $a=-4$ , $b=8$ , $P(1)=0$ et $P(z) = (z-1)(z^2-4z+8)$

c) L'équation $P(z)=0$ équivaut $z-1=0$ ou $z^2-4z+8=0$.

* Si $z-1=0$ on obtient la solution $z_1=1$

*Si $z^2-4z+8=0$, on a $\Delta=16-32=-16=(4i)^2$

**Les solutions de cette équation sont :** $z_2 = \dfrac{4+4i}{2} = 2+2i$ ; $z_3 = \dfrac{4-4i}{2} = 2-2i$

**(Ces solutions sont conjuguées car les coefficients sont réels et le discriminant est négatif).**

**L'ensemble de solutions de l'équation** $P(z)=0$ **est :** $S = \{1; 2+2i; 2-2i\}$

**2. Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal direct** $(O;\vec{u},\vec{v})$**. Les points** $A$ **,** $B$ **et** $C$ **sont d'affixes :** $z_A = 1$ **,** $z_B = 2+2i$ **et** $z_C = 2-2i$ **.**

**a) Calcul de modules arguments :**

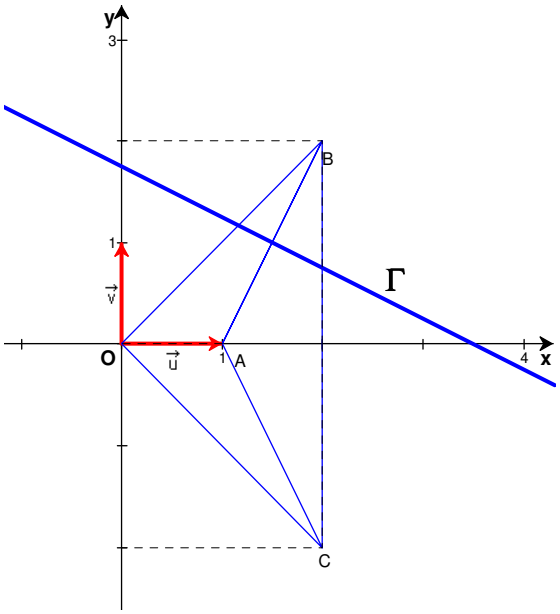
$|z_1| = |1| = 1$ , $\arg z_1 = 0 \ [2\pi]$

$|z_2| = \sqrt{2^2+2^2} = \sqrt{8}$ , $\arg z_2 = \dfrac{\pi}{4} \ [2\pi]$

$|z_3| = \sqrt{2^2+(-2)^2} = \sqrt{8}$ , $\arg z_3 = \dfrac{-\pi}{4} \ [2\pi]$

**b) Représentation des points :**

**Les points A,B et C ont pour affixes Les points** $z_A = 1$ **,** $z_B = 2+2i$ **et** $z_C = 2-2i$ **. Alors** $A(1;0)$ **,** $B(2;2)$ **et** $C(2;-2)$ **.**




**3.a) On a :**

$$\frac{z_2}{z_3} = \frac{2+2i}{2-2i}$$
$$= \frac{1+i}{1-i}$$
$$= \frac{(1+i)(1+i)}{(1-i)(1+i)}$$
$$= \frac{2i}{2}$$
$$= i$$

**On remarque que $\frac{z_2}{z_3}=\frac{z_B-z_O}{z_C-z_O}$. Alors $\frac{z_B-z_O}{z_C-z_O}=i$, d'où le triangle $OBC$ est rectangle isocèle en O.**

**b) Pour déterminer l'ensemble $\Gamma$ des points M d'affixe $z$ telle que $\left|\frac{z-1}{z-2-2i}\right|=1$, on constate que cette égalité peut s'écrire : $\left|\frac{z-z_A}{z-z_B}\right|=1$**

**Alors $M\in\Gamma \Leftrightarrow |z-z_A|=|z-z_B| \Leftrightarrow AM=BM$**

**D'où l'ensemble $\Gamma$ est la médiatrice du segment $[AB]$.**

**Méthode 2 : Equation de $\Gamma$**

**On pose $z=x+iy$ ;**

$$M\in\Gamma \Leftrightarrow \left|\frac{z-1}{z-2-2i}\right|=1$$
$$\Leftrightarrow |z-1|=|z-2-2i|$$
$$\Leftrightarrow |x-1+iy|=|x-2+(y-2)i|$$
$$\Leftrightarrow \sqrt{(x-1)^2+y^2}=\sqrt{(x-2)^2+(y-2)^2}$$
$$\Leftrightarrow (x-1)^2+y^2=(x-2)^2+(y-2)^2$$
$$\Leftrightarrow x^2-2x+1+y^2=x^2-4x+4+y^2-4y+4$$
$$\Leftrightarrow 2x+4y-7=0$$

**D'où l'ensemble $\Gamma$ est la droite d'équation $2x+4y-7=0$.**

**Remarque :**

**L'équation $2x+4y-7=0$ représente la médiatrice du segment $[AB]$.**

## Corrigé 12

**1. Pour tout nombre complexe $z$ on pose : $P(z)=z^3-z^2-4z-6$.**

**a) Pour calculer $P(3)$ on remplace dans l'expression de $P(z)$ :**

$$P(3)=3^3-3^2-4\cdot 3-6=27-9-12-6=0$$

**b) Pour déterminer les réels a et b tels que pour tout z on a: $P(z)=(z-3)(z^2+az+b)$, on peut utiliser une identification ou une division euclidienne :**

$$\begin{array}{l|l} z^3-z^2-4z-6 & z-3 \\ \hline z^3-3z^2 & z^2+2z+2 \\ \quad 2z^2-4z-6 & \\ \quad 2z^2-6z & \\ \quad\quad 2z-6 & \\ \quad\quad 2z-6 & \\ \quad\quad\quad 0 & \end{array}$$

**On en déduit que $P(z)=(z-3)(z^2+2z+2)$, soit $a=2$ et $b=2$.**

**Remarque :**

**L'utilisation du tableau d'Horner permet à la fois de calculer P(3) et factoriser P(z) , (si $P(3)=0$) :**

| | 1 | -1 | -4 | -6 |
|---|---|---|---|---|
| 3 | | 3 | 6 | 6 |
| | 1 | 2 | 2 | 0 |

**D'où : $a=2$ , $b=2$ , $P(3)=0$ et $P(z)=(z-3)(z^2+2z+2)$**

**c) Pour résoudre l'équation $P(z)=0$ :**

**soit $z-3=0$, d'où $z_0=3$.**

**soit $z^2+2z+2=0$, d'où $\Delta=-4=(2i)^2$, et les solutions sont : $z_1=-1-i$ et $z_2=-1+i$.**

**Alors l'ensemble de solutions de l'équation $P(z)=0$ est :**

$$S=\{3,-1+i,-1-i\}$$

**2. Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{u},\vec{v})$,**

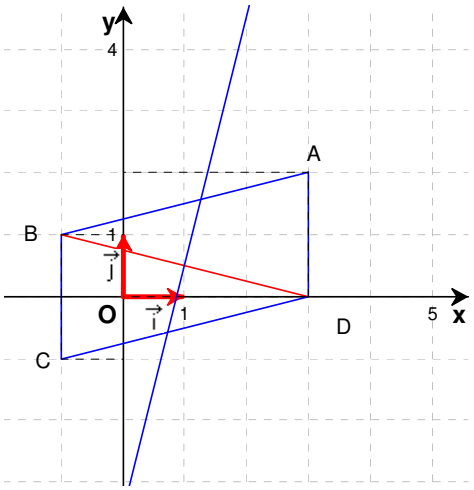
**a) Pour placer les points A , B , C et D on a :**

$z_A = 3+2i \Rightarrow A(3,2)$

$z_B = -1+i \Rightarrow B(-1,1)$

$z_C = -1-i \Rightarrow C(-1,-1)$

$z_D = 3 \Rightarrow D(3,0)$




**b) L'affixe du milieu de $[AC]$ est égale à :**

$$\frac{z_A+z_C}{2} = \frac{3+2i-1-i}{2}$$

$$= \frac{2+i}{2}$$

$$= 1+\frac{1}{2}i$$

**L'affixe du milieu de $[BD]$ est égale à :**

$$\frac{z_B+z_D}{2} = \frac{3-1+i}{2} = \frac{2+i}{2} = 1+\frac{1}{2}i$$

**On constate que les milieux des segments $[AC]$ et $[BD]$ ont la même affixe.**

**c) D'après le résultat précédent on déduit que les segments $[AC]$ et $[BD]$ ont le même milieu. Donc le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.**

**d) Soit $\Gamma$ l'ensemble des points M d'affixe $z$ telle que $|z-3| = |z+1-i|$.**

**Alors** $M \in \Gamma \Leftrightarrow |z_M - z_D| = |z_M - z_B|$

**$M \in \Gamma \Leftrightarrow MD = MB$. Alors $\Gamma$ est la médiatrice du segment $[BD]$.**

**<u>Remarque :</u>**

**En utilisant la forme algébrique $z = x+iy$ on trouve que $\Gamma$ est l'ensemble des points M(x,y) tels que: $|x-3+iy| = |x+1+(y-1)i|$**

**Après le calcul des modules et la simplification on obtient une équation cartésienne de $\Gamma$ : $8x-2y-7=0$ . C'est l'équation d'une droite qu'on peut représenter facilement. On peut vérifier que c'est la médiatrice du segment $[BD]$.**

**Corrigé 13**

**Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{u},\vec{v})$.**

**1. Résolutions d'équations:**

$$z^2-4z+13=0 \qquad \text{(E1)}$$

**Le discriminant:** $\Delta=4^2-4\cdot1\cdot13=-36=(6i)^2$

**Les solutions:** $z_1=\dfrac{4+6i}{2}=2+3i$ **et** $z_2=\dfrac{4-6i}{2}=2-3i$

$$z^2-6z+13=0 \qquad \text{(E2)}$$

**Le discriminant:** $\Delta=6^2-4\cdot1\cdot13=-16=(4i)^2$

**Les solutions:** $z_1=\dfrac{6+4i}{2}=3+2i$ **et** $z_2=\dfrac{6-4i}{2}=3-2i$

**2. On a :** $f(z)=\dfrac{z-2-3i}{z-3+2i}$

$\alpha=f(7+4i)$

$$\alpha=\frac{7+4i-2-3i}{7+4i-3+2i}$$

$$\alpha=\frac{5+i}{4+6i}$$

**Pour l'écriture algébrique, on multiplie par le conjugué du numérateur :**

$$\alpha = \frac{5+i}{4+6i} \times \frac{4-6i}{4-6i} = \frac{20-30i+4i+6}{4^2+6^2} = \frac{26-26i}{52}$$

$$\alpha = \frac{26(1-i)}{26 \bullet 2} = \frac{1-i}{2}$$

$$\alpha = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$$

**Pour la forme trigonométrique, on a:**

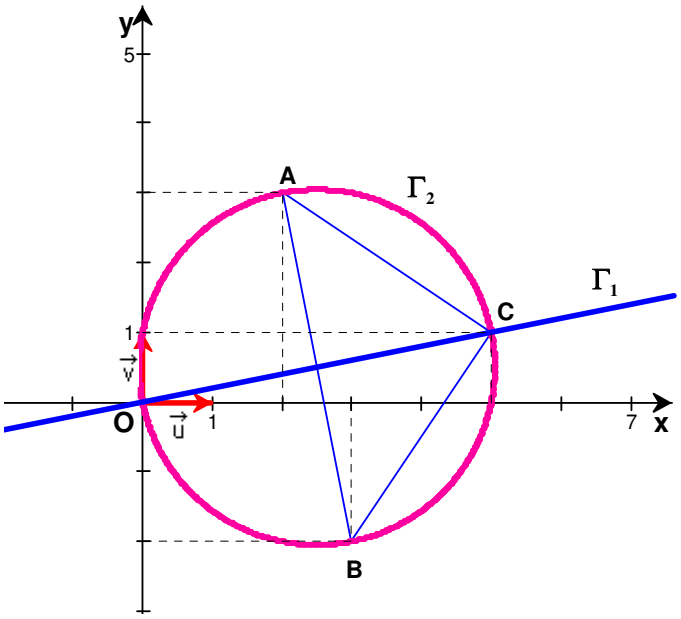
$$|\alpha| = \left|\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i\right| = \sqrt{\frac{1}{4}+\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i\right)$$

$$\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}\left(\cos\frac{-\pi}{4} + i\sin\frac{-\pi}{4}\right)$$

**3. On a : $z_A = 2+3i$, $z_B = 3-2i$ et $z_C = 5+i$.**

**a) Représentation des points A , B et C .**



**b) Calcul de $f(z_C)$ :**

$$f(z_C)=\frac{5+i-2-3i}{5+i-3+2i}=\frac{3-2i}{2+3i}=\frac{-3i^2-2i}{2+3i}=\frac{-i(3i+2)}{2+3i}=-i$$

**Forme algébrique : $f(z_C)=-i$**

**Forme trigonométrique:** $f(z_C)=1(\cos\frac{-\pi}{2}+i\sin\frac{-\pi}{2})$

**Pour la ature du triangle ABC, on constate que :** $f(z_C)=\frac{z_C-z_A}{z_C-z_B}$

**Alors $\frac{z_C-z_A}{z_C-z_B}=-i=e^{-i\frac{\pi}{2}}$. D'où le triangle ABC est rectangle isocèle en C.**

**c) L'ensemble $\Gamma_1$ des points M du plan d'affixe z tels que $|f(z)|=1$ :**

**On constate que $f(z)=\frac{z-z_A}{z-z_B}$ .**

**Alors :** $|f(z)|=1\Leftrightarrow\left|\frac{z-z_A}{z-z_B}\right|=1\Leftrightarrow|z-z_A|=|z-z_B|\Leftrightarrow MA=MB$

**D'où l'ensemble $\Gamma_1$ est la médiatrice du segment $[AB]$.**

**Pour la construction, voir la figure.**

**d) L'ensemble $\Gamma_2$ des points M du plan d'affixe z tels que le nombre $f(z)$ soit imaginaire pur :**

**On a : $f(z)$ est imaginaire pur $\Leftrightarrow$ $\frac{z-z_A}{z-z_B}$ est imaginaire pur**

**Alors $\Gamma_2$ est le cercle de diamètre $[AB]$ privé de B.**

**Pour la construction, voir la figure.**

**Corrigé 14**

- **Soit $z_0 = \alpha$ , $\alpha \in \mathbb{R}$ la solution réelle de l'équation**

$$E : \quad z^3 - (6+3i)z^2 + (21+19i)z - 26(1+i) = 0$$

**Alors :** $\alpha^3 - (6+3i)\alpha^2 + (21+19i)\alpha - 26(1+i) = 0$

$$\alpha^3 - 6\alpha^2 - 3i\alpha^2 + 21\alpha + 19i\alpha - 26 - 26i = 0$$
$$\alpha^3 - 6\alpha^2 + 21\alpha - 26 + (-3\alpha^2 + 19\alpha - 26)i = 0$$

- **On résout le système :**

$$\begin{cases} \alpha^3 - 6\alpha^2 + 21\alpha - 26 = 0 \quad (1) \\ -3\alpha^2 + 19\alpha - 26 = 0 \qquad (2) \end{cases}$$

**D'après** $(2)$ **On trouve :** $\alpha_1 = 2, \alpha_2 = \frac{13}{3}$.

**En remplaçant dans** $(1)$ **on trouve que** $\alpha_1 = 2$ **vérifie** $(1)$ **et** $\alpha_2 = \frac{13}{3}$ **ne vérifie pas** $(1)$ **Alors** $z_0 = 2$

- **On pose** $P(z) = z^3 - (6+3i)z^2 + (21+19i)z - 26(1+i)$

**On factorise par** $(z-2)$ **,**

| | 1 | -6-3i | 21+19i | -26-26i |
|---|---|---|---|---|
| 2 | ╳ | 2 | -8-6i | 26+26i |
| | 1 | -4-3i | 13+13i | 0 |

**Alors :** $P(z) = (z-2)(z^2 + (-4-3i)z + 13 + 13i)$

- **Résolvons l'équation :** $z^2 - (4+3i)z + 13 + 13i = 0$

$\Delta = (4+3i)^2 - 52 - 52i = -45 - 28i$ .

**Par le calcul on obtient une racine carrée** $\delta = 2 - 7i$ .

**Les racines de l'équation du second degré :**

$$z_1 = \frac{4+3i+2-7i}{2} = 3-2i; \quad z_2 = \frac{4+3i-2+7i}{2} = 1+5i$$

- **Ensemble de solution :** $S = \{2, 3-2i, 1+5i\}$

**Corrigé 15**

**1) On a :** $a^2 = \left(\sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2}} + i\sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{2}}\right)^2$

$a^2 = \frac{2-\sqrt{3}}{2} + 2i\sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2}\times\frac{2+\sqrt{3}}{2}} - \frac{2+\sqrt{3}}{2}$ $a^2 = \frac{-2\sqrt{3}}{2} + 2i\sqrt{\frac{1}{4}} \Rightarrow a^2 = -\sqrt{3}+i$

- **Module :** $|a^2| = |-\sqrt{3}+i| = \sqrt{3+1} \Rightarrow |a^2| = 2$
- **Argument : Soit** $\theta$ **un réel tel que** $\arg a^2 = \theta$

**Alors :** $\cos\theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sin\theta = \frac{1}{2} \Rightarrow \arg a^2 = \frac{5\pi}{6}$.

**2.a) Module et argument de a :**

- **Module :** $|a^2| = 2 \Rightarrow |a| = \sqrt{2}$
- **Argument :** $\arg a^2 = \frac{5\pi}{6} \Rightarrow 2\arg a = \frac{5\pi}{6}$

$\arg a = \frac{5\pi}{12} + k\pi, \quad k \in \{0,1\}$

**Soit** $k = 0 \Rightarrow \arg a = \frac{5\pi}{12}$

**Soit** $k = 1 \Rightarrow \arg a = \frac{5\pi}{12} + \pi = \frac{17\pi}{12}$.

**Comme** $Re(a) > 0$ **et** $Im(a) > 0$, $\arg a \neq \frac{17\pi}{12}$. **Enfin,** $\arg a = \frac{5\pi}{12}$.

**3) D'après ce qui précède, on déduit que :**

$\cos\frac{5\pi}{12} = \frac{\sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2}}}{\sqrt{2}} \Rightarrow \cos\frac{5\pi}{12} = \sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{4}}$

$\sin\frac{5\pi}{12} = \frac{\sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{2}}}{\sqrt{2}} \Rightarrow \sin\frac{5\pi}{12} = \sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{4}}$

**4) Le nombre** $a^n$ **est réel si et seulement si** $\arg a^n = k\pi$ **où** $k \in \mathbb{Z}$ **:**

$$\arg a^n = k\pi \Leftrightarrow \frac{5n\pi}{12} = k\pi \Leftrightarrow 5n = 12k \Leftrightarrow n = \frac{12k}{5}$$

**n est un entier naturel et le nombre 12 n'est pas divisible par 5, donc k est divisible par 5. On prend $k = 5k'$ avec $k' \in \mathbb{Z}$.**

$$\arg a^n = k\pi \Leftrightarrow n = 12 \times \frac{k}{5} \Leftrightarrow n = 12k'$$

**Alors, l'ensemble des valeurs de n tels que $a^n$ soit réel c'est les multiples de 12.**

**Corrigé 16**

**Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{u},\vec{v})$ .**

**1) On pose : $P(z) = z^3 - (11+6i)z^2 + (28+38i)z - 12 - 60i$ où $z$ est un nombre complexe.**

**a)Pour calculer $P(3)$ et déterminer les nombres $a$ et $b$ tels que:**

**$P(z) = (z-3)(z^2+az+b)$, on peut utiliser la division euclidienne, une identification ou le <u>tableau d'Horner :</u>**

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | 1 | $-11-6i$ | $28+38i$ | $-12-60i$ |
| 3 | | 3 | $-24-18i$ | $12+60i$ |
| | 1 | $-8-6i$ | $4+20i$ | 0 |

**Alors, $P(3) = 0$ et pour tout $z$ de $\mathbb{C}$ : $P(z) = (z-3)(z^2+(-8-6i)z+4+20i)$.**

**Donc $a = -8-6i$ et $b = 4+20i$.**

**b) L'équation $P(z) = 0$ équivaut à $z-3 = 0$ ou $z^2+(-8-6i)z+4+20i = 0$**

**On a $z-3 = 0 \Leftrightarrow z = 3$.**

**Le discriminant de l'équation du second degré est**

$$\Delta = (-8-6i)^2 - 4(4+20i) = 64 - 36 + 96i - 16 - 80i$$

$\Delta = 12+16i = (4+2i)^2$. **Donc $\delta = 4+2i$ .**

**Les solutions sont :** $z_1 = \frac{8+6i+4+2i}{2} = 6+4i$ **et** $z_2 = \frac{8+6i-4-2i}{2} = 2+2i$.

**<u>Conclusion :</u> L'ensemble de solutions de l'équation $P(z) = 0$ est $S = \{3,\ 6+4i,\ 2+2i\}$ .**

**Corrigé 17**

**Pour tout nombre complexe z on a : $P(z)=z^3-(1+2\cos\theta)z^2+(1+2\cos\theta)z-1$ où $\theta\in[0;2\pi[$ .**

**1.a) Calcul de $P(1)$ :**

$$P(1)=1-(1+2\cos\theta)\times1^2+(1+2\cos\theta)\times1-1=0$$

- **Pour résoudre, dans $\mathbb{C}$, l'équation $P(z)=0$, on factorise $P(z)$ et pour cela on peut utiliser la division euclidienne , une identification ,ou bien le tableau d'Horner : 1 est une racine du polynôme P**

| | 1 | $-1-2\cos\theta$ | $1+2\cos\theta$ | –1 |
|---|---|---|---|---|
| 1 | | 1 | $-2\cos\theta$ | 1 |
| | 1 | $-2\cos\theta$ | 1 | 0 |

**Alors Pour tout nombre complexe z on a : $P(z)=(z-1)(z^2-2\cos\theta z+1)$**

$P(z)=0\Leftrightarrow(z-1)(z^2-2\cos\theta z+1)=0$

soit $z-1=0\Rightarrow z_0=1\in\mathbb{R}$

ou $z^2-2\cos\theta z+1=0$

**Résolvons l'équation : $z^2-2\cos\theta z+1=0$**

$$\Delta'=(-\cos)^2-1\times1$$
$$=\cos^2\theta-1$$
$$=-(1-\cos^2\theta)$$
$$=(i\sin\theta)^2$$

**Donc**

$$z'=\frac{\cos\theta+i\sin\theta}{1}=\cos\theta+i\sin\theta$$
$$z''=\frac{\cos\theta-i\sin\theta}{1}=\cos\theta-i\sin\theta$$

**Si $\sin\theta\geq0$, $\mathrm{Im}(z_1)\geq0\Rightarrow z_1=z'=\cos\theta+i\sin\theta$ et $z_2=\cos\theta-i\sin\theta$ .**

**Donc l'ensemble de solutions de l'équation $P(z)=0$ dans $\mathbb{C}$ est : $S=\{1;\cos\theta+i\sin\theta;\cos\theta-i\sin\theta\}$.**

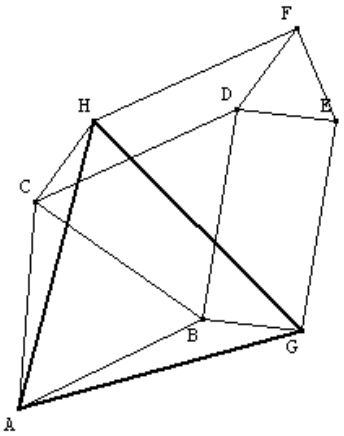
**Corrigé 18**

**1) ABC est équilatéral direct :**

$$\Rightarrow \frac{c-a}{b-a} = e^{i\frac{\pi}{3}} \Rightarrow (c-a) = e^{i\frac{\pi}{3}}(b-a)$$

**DEF est équilatéral direct :**

$$\Rightarrow \frac{f-d}{e-d} = e^{i\frac{\pi}{3}} \Rightarrow (f-d) = e^{i\frac{\pi}{3}}(e-d)$$




**2) EDBG est un Parallélogramme**

$\Rightarrow \overrightarrow{BG} = \overrightarrow{DE} \Rightarrow g-b = e-d \Rightarrow g = b+e-d$

**DCHF est un parallélogramme** $\Rightarrow h-c = f-d \Rightarrow h = c+f-d$

**3) On calcule** $\frac{h-a}{g-a}$

$g-a = b-a+e-d$, $\quad h-a = c-a+f-d$

$$h-a = e^{i\frac{\pi}{3}}(b-a)+e^{i\frac{\pi}{3}}(e-d)$$

$$h-a = e^{i\frac{\pi}{3}}(b-a+e-d) \Rightarrow h-a = e^{i\frac{\pi}{3}}(g-a)$$

$\frac{h-a}{g-a} = e^{i\frac{\pi}{3}}$ $\Rightarrow$ **AGH est équilatéral direct.**

## IV. CORRIGES DES EXERCICES

**Corrigé 1**

**1.a) On a :**

$$U_1 = \frac{U_0}{1 + 2U_0} = \frac{1}{3}$$

$$U_2 = \frac{U_1}{1 + 2U_1} = \frac{\frac{1}{3}}{1 + \frac{2}{3}} = \frac{1}{5}$$

$$V_0 = \frac{1}{U_0} = 1$$

$$V_1 = \frac{1}{U_1} = 3$$

$$V_2 = \frac{1}{U_2} = 5$$

**b) Pour montrer que la suite $(V_n)$ est arithmétique, il suffit de montrer que la différence $V_{n+1} - V_n$ est constante pour tout $n \in \mathbb{N}$.**

**On a :** $V_{n+1} - V_n = \frac{1}{U_{n+1}} - \frac{1}{U_n} = \frac{1 + 2U_n}{U_n} - \frac{1}{U_n}$

**Alors $V_{n+1} - V_n = 2$ et la suite $(V_n)$ est arithmétique de raison $r = 2$.**

**2) On sait que $V_n = V_0 + nr$. Alors $V_n = 1 + 2n$.**

**Or** $U_n = \frac{1}{V_n}$, $\forall n \in IN$, **on a** $U_n = \frac{1}{1 + 2n}$, $\forall n \in IN$.

**3) On a :**

$\lim\limits_{n \to +\infty} V_n = \lim\limits_{n \to +\infty} (1 + 2n) = +\infty$. **Alors la suite $(V_n)$ est divergente.**

$\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = \lim\limits_{n \to +\infty} \frac{1}{1 + 2n} = 0$. **Alors la suite $(U_n)$ est convergente vers 0.**

**Corrigé 2**

**1) On a**

$$a_n = U_n + V_n = \frac{2^n - 4n + 3}{2} + \frac{2^n + 4n - 3}{2}$$

$$= \frac{2^n + 2^n}{2} = 2^n$$

**Donc** $a_{n+1} = 2^{n+1} = 2 \cdot 2^n = 2a_n$

**Alors** $(a_n)$ **est une suite géométrique de raison** $q = 2$.

**On a aussi**

$$b_n = U_n - V_n = \frac{2^n - 4n + 3}{2} - \frac{2^n + 4n - 3}{2}$$

$$= \frac{-8n + 6}{2} = -4n + 3$$

$b_{n+1} = -4(n + 1) + 3 = -4n - 4 + 3 = b_n - 4$.

**Alors** $b_{n+1} - b_n = 4, \forall n \in \mathbb{N}$ **et la suite** $(b_n)$ **est arithmétique de raison** $r = -4$.

**2) Pour calculer les sommes on a :**

$$S_n + S'_n = U_0 + U_1 + \cdots + U_n + V_0 + V_1 + \cdots + V_n$$

$$= (U_0 + V_0) + (U_1 + V_1) + \cdots + (U_n + V_n)$$

$$S_n + S'_n = a_0 + a_1 + \cdots + a_n$$

$$= a_0 \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q} = 1 \times \frac{1 - 2^{n+1}}{1 - 2}$$

$$S_n + S'_n = 2^{n+1} - 1$$

**D'autre part ;**

$$S_n - S'_n = U_0 + U_1 + \cdots + U_n - V_0 - V_1 - \cdots - V_n$$

$$= (U_0 - V_0) + (U_1 - V_1) + \cdots + (U_n - V_n)$$

$$S_n - S'_n = b_0 + b_1 + \cdots + b_n$$

$$= \frac{(n + 1)(b_0 + b_n)}{2}$$

$$S_n - S'_n = \frac{(n+1)(3-4n+3)}{2}$$
$$= (n+1)(-2n+3)$$

$$S_n - S'_n = (n+1)(-2n+3)$$

**On obtient le système :**

$$\begin{cases} S_n + S'_n = 2^{n+1} - 1 & (1) \\ S_n - S'_n = (n+1)(-2n+3) & (2) \end{cases}$$

**Par addition** $2S_n = 2^{n+1} - 1 + (n+1)(-2n+3)$

**Donc** $S_n = \frac{1}{2}[2^{n+1} - 1 + (n+1)(-2n+3)]$..

**Par soustraction :** $2S'_n = 2^{n+1} - 1 - (n+1)(-2n+3)$

**Donc** $S'_n = \frac{1}{2}[2^{n+1} - 1 - (n+1)(-2n+3)]$.

**Corrigé 3**

**1) On utilise une identification :**

**(Plusieurs étapes : réduction au même dénominateur ; développement, réduction, ordre puis identification)**

$$\frac{a}{2k+1} + \frac{b}{2k+3} = \frac{a(2k+3) + b(2k+1)}{(2k+1)(2k+3)}$$

$$\frac{a}{2k+1} + \frac{b}{2k+3} = \frac{2ak + 3a + 2bk + b}{(2k+1)(2k+3)}$$

$$\frac{a}{2k+1} + \frac{b}{2k+3} = \frac{(2a+2b)k + 3a + b}{(2k+1)(2k+3)}$$

$$\frac{2}{(2k+1)(2k+3)} = \frac{(2a+2b)k + 3a + b}{(2k+1)(2k+3)}$$

**Par identification :**

$$\begin{cases} 2a + 2b = 0 \\ 3a + b = 2 \end{cases}$$

**Alors** $a = 1, b = -1$.

**Donc** $\frac{2}{(2k+1)(2k+3)} = \frac{1}{2k+1} - \frac{1}{2k+3}$; $\forall k \in IN$

**2) Pour trouver une forme simple de** $S_n$ **on écrit l'identité précédente pour** $k = 0,1,2,\ldots,n$

$k = 0 \Rightarrow \frac{2}{1\times 3} = \frac{1}{1} - \frac{1}{3}$

$k = 1 \Rightarrow \frac{2}{3\times 5} = \frac{1}{3} - \frac{1}{5}$

$k = 2 \Rightarrow \frac{2}{5\times 7} = \frac{1}{5} - \frac{1}{7}$

⋮ ⋮

$k = n \Rightarrow \frac{2}{(2n+1)(2n+3)} = \frac{1}{2n+1} - \frac{1}{2n+3}$

**On additionne membre à membre et on simplifie on obtient :**

$S_n = 1 - \frac{1}{2n+3} = \frac{2n+2}{2n+3}$.

**On en déduit que** $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n = 1$.

## Corrigé 4

**1) On a** $u_{n+1} = u_n + 2n + 3$

$u_1 = u_0 + 2\times 0 + 3 \Rightarrow u_1 = 1 + 3 \Rightarrow u_1 = 4$

$u_2 = u_1 + 2\times 1 + 3 \Rightarrow u_2 = 4 + 2 + 3 \Rightarrow u_2 = 9$

$u_3 = u_2 + 2\times 2 + 3 \Rightarrow u_2 = 9 + 4 + 3 \Rightarrow u_3 = 16$

**2) On a , pour tout entier naturel** $u_{n+1} - u_n = 2n + 3 \Rightarrow u_{n+1} - u_n > 0$.

**Donc ($u_n$) est strictement croissante.**

**3. a) Démonstration par récurrence :**

- **On a :** $u_0 = 1 > 0^2$**, la propriété est vraie au rang 0.**
- **On suppose que** $u_n > n^2$ **et on démontre que** $u_{n+1} > (n+1)^2$**.**

**D'après l'hypothèse, en ajoutant** $2n+3$**, on obtient** $u_n + 2n + 3 > n^2 + 2n + 3$

**Donc** $u_{n+1} > n^2 + 2n + 3$**. Or** $n^2 + 2n + 3 > n^2 + 2n + 1$**, alors** $u_{n+1} > n^2 + 2n + 1$**. Enfin** $u_{n+1} > (n+1)^2$**.**

- **Conclusion : Pour tout** $n \in \mathbb{N}$**,** $u_n > n^2$**.**

**b) Comme pour tout** $n \in \mathbb{N}$**,** $u_n > n^2$**, et que** $n^2$ **tend vers** $+\infty$ **lorsque** ***n*** **tend vers** $+\infty$**,** $u_n$ **tend clairement vers** $+\infty$**.**

**4) D'après 1) on a:** $u_0 = 1, u_1 = 4, u_2 = 9, u_3 = 16$**. On voit apparaître la suite des carrés des entiers consécutifs 1, 2, 3 et 4. La comparaison de la valeur de** $u_n$ **avec le carré de l'indice n permet de conjecturer que** $u_n = (n+1)^2$ **pour tout** $n \in \mathbb{N}$**.**

**Utilisons une démonstration par récurrence pour montrer cette conjecture.**

**Pour** $n = 0$**, on a que** $u_0 = 1 = (0+1)^2$**. L'égalité est vérifiée.**

- **On suppose que** $u_n = (n+1)^2$ **et on démontre que** $u_{n+1} = (n+2)^2$**.**

**D'après l'hypothèse, en ajoutant** $2n+3$**, on obtient** $u_n + 2n + 3 = (n+1)^2 + 2n + 3$

**Donc** $u_{n+1} = n^2 + 2n + 1 + 2n + 3$

$u_{n+1} = n^2 + 4n + 4$**, alors** $u_{n+1} = (n+2)^2$**.**

- **Conclusion : Pour tout** $n \in \mathbb{N}$**,** $u_n = (n+1)^2$**.**

## Corrigé 5

**La suite numérique** $(U_n)$ **est définie pour tout entier** $n \geq 1$ **par :**

$$U_n = \frac{n^2 + n + 1}{n(n+1)}.$$

**1.a) Calcul de termes :**

$$U_1 = \frac{1^2 + 1 + 1}{1(1+1)} = \frac{3}{2}$$

$$U_2 = \frac{2^2+2+1}{2(2+1)} = \frac{7}{6} \; ; \qquad U_3 = \frac{3^2+3+1}{3(3+1)} = \frac{13}{12}$$

**b) On a :** $U_2 - U_1 = \frac{7}{6} - \frac{3}{2} = -\frac{1}{3}$ **et** $U_3 - U_2 = \frac{13}{12} - \frac{7}{6} = -\frac{1}{12}$

**Comme** $U_2 - U_1 \neq U_3 - U_2$**, la suite** $(U_n)$ **n'est pas arithmétique.**

- $\frac{U_2}{U_1} = \frac{\frac{7}{6}}{\frac{3}{2}} = \frac{7}{9}$ **et** $\frac{U_3}{U_2} = \frac{\frac{13}{12}}{\frac{7}{6}} = \frac{13}{14}$.

**Comme** $\frac{U_2}{U_1} \neq \frac{U_3}{U_2}$**, la suite** $(U_n)$ **n'est pas géométrique .**

- $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n = \lim\limits_{n\to+\infty} \frac{n^2+n+1}{n^2+n} = \lim\limits_{n\to+\infty} \frac{n^2}{n^2} = 1$.

**La suite** $(U_n)$ **admet une limite finie, donc** $(U_n)$ **est convergente.**

**2. Pour** $n \geq 1$**,** $V_n = \frac{n^2-1}{n}$.

**a) On a :** $V_{n+1} - V_n = \frac{(n+1)^2-1}{n+1} - \frac{n^2-1}{n} = \frac{n^2+2n+1-1}{n+1} - \frac{n^2-1}{n}$

$$V_{n+1} - V_n = \frac{n^2+2n}{n+1} - \frac{n^2-1}{n}$$
$$= \frac{n(n^2+2n) - (n+1)(n^2-1)}{n(n+1)}$$
$$= \frac{n^3+2n^2 - (n^3-n+n^2-1)}{n(n+1)}$$

$$V_{n+1} - V_n = \frac{n^3+2n^2-n^3+n-n^2+1}{n(n+1)}$$

$$V_{n+1} - V_n = \frac{n^2+n+1}{n(n+1)}$$

**Alors :** $U_n = V_{n+1} - V_n$

**b) On utilise le résultat précédent pour simplifier la somme $S_n = U_1 + U_2 + \cdots + U_n$ . On obtient :**

$$\begin{cases} U_1 = V_2 - V_1 \\ U_2 = V_3 - V_2 \\ . \\ . \\ . \\ U_{n-1} = V_n - V_{n-1} \\ U_n = V_{n+1} - V_n \end{cases}$$

**En faisant la somme on trouve $S_n = V_{n+1} - V_1$ .**

**On sait que $V_{n+1} = \dfrac{n^2+2n}{n+1}$ et $V_1 = 0$ . Alors $S_n = \dfrac{n^2+2n}{n+1}$ .**

**3. Pour tout entier $n \geq 2$ :**

**$W_n = \ln V_n$ et $S'_n = W_2 + W_3 + \cdots + W_n$ .**

**On a : $S'_n = \ln V_2 + \ln V_3 + \cdots + \ln V_n = \ln(V_2 \times V_3 \times \cdots \times V_n)$**

**D'autre part, on peut écrire : $V_n = \dfrac{n^2-1}{n} = \dfrac{(n-1)(n+1)}{n}$ .**

**Donc : $V_2 \times V_3 \times \cdots \times V_n = \dfrac{1\times 3}{2} \times \dfrac{2\times 4}{3} \times \dfrac{3\times 5}{4} \times \dfrac{4\times 6}{5} \cdots \times \dfrac{(n-1)(n+1)}{n}$ Après simplification, on peut écrire :**

$$V_2 \times V_3 \times \cdots \times V_n = \frac{1\times 2\times 3\times 4\times \cdots \times (n-1)}{2} \times (n+1)$$

**On peut aussi écrire :**

$$V_2 \times V_3 \times \cdots \times V_n = \frac{1\times 2\times 3\times 4\times \cdots \times (n-1)\times n\times (n+1)}{2n}$$

**D'où : $V_2 \times V_3 \times \cdots \times V_n = \dfrac{(n+1)!}{2n}$ . Enfin $S'_n = \ln\left(\dfrac{(n+1)!}{2n}\right)$.**

## Corrigé 6

**1) On a pour n = 0 :**

$$\begin{cases} a_1 = \frac{1}{5}(3a_0 + 2b_0) = \frac{1}{5}(3\times 2 + 2\times 3) = \frac{12}{5} \\ b_1 = \frac{1}{5}(2a_0 + 3b_0) = \frac{1}{5}(2\times 2 + 3\times 3) = \frac{13}{5} \end{cases}$$

**Pour n = 1 :**

$$\begin{cases} a_2 = \frac{1}{5}(3a_1 + 2b_1) = \frac{1}{5}(3\times \frac{12}{5} + 2\times \frac{13}{5}) = \frac{62}{25} \\ b_2 = \frac{1}{5}(2a_1 + 3b_1) = \frac{1}{5}(2\times \frac{12}{5} + 3\times \frac{13}{5}) = \frac{63}{25} \end{cases}$$

**2) Pour montrer que $(u_n)$ est une suite constante, il suffit de montrer que $u_{n+1} = u_n$ pour tout n.**

$u_{n+1} = a_{n+1} + b_{n+1} = \frac{1}{5}(3a_n + 2b_n) + \frac{1}{5}(2a_n + 3b_n) = \frac{1}{5}(5a_n + 5b_n) = a_n + b_n = u_n$.

**$(u_n)$ est donc constante de terme général $u_n = u_0 = a_0 + b_0 = 5$.**

**3) Montrons que $(v_n)$ est géométrique :**

$v_{n+1} = a_{n+1} - b_{n+1} = \frac{1}{5}(3a_n + 2b_n) - \frac{1}{5}(2a_n + 3b_n) = \frac{1}{5}(a_n - b_n) = \frac{1}{5}v_n$.

**$(v_n)$ est donc, une suite géométrique de raison $\frac{1}{5}$ et de premier terme $v_0 = a_0 - b_0 = -1$. On a donc $v_n = v_0 q^n = -1\times\left(\frac{1}{5}\right)^n = \frac{-1}{5^n}$.**

**Il est clair que pour tout n, $\frac{-1}{5^n} < 0$. Donc $v_n < 0$. Alors $(v_n)$ est négative.**

**4) On a :**

$$\begin{cases} u_n = a_n + b_n \\ v_n = a_n - b_n \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_n + v_n = 2a_n \\ u_n - v_n = 2b_n \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_n = \frac{u_n + v_n}{2} \\ b_n = \frac{u_n - v_n}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_n = \frac{1}{2}\left(5 - \frac{1}{5^n}\right) \\ b_n = \frac{1}{2}\left(5 + \frac{1}{5^n}\right) \end{cases}.$$

**Comme $\frac{1}{5^n}$ tend vers 0 à l'infini, $\lim\limits_{n\to+\infty} a_n = \lim\limits_{n\to+\infty} b_n = \frac{5}{2}$.**

**5) On a pour tout n :**

$$\begin{cases} a_{n+1} - a_n = \frac{1}{5}(3a_n + 2b_n) - a_n = \frac{1}{5}(3a_n + 2b_n - 5a_n) = \frac{1}{5}(-2a_n + 2b_n) = \frac{2}{5}(-a_n + b_n) = \frac{-2}{5}v_n \\ b_{n+1} - b_n = \frac{1}{5}(2a_n + 3b_n) - b_n = \frac{1}{5}(2a_n + 3b_n - 5b_n) = \frac{1}{5}(2a_n - 2b_n) = \frac{2}{5}(a_n - b_n) = \frac{2}{5}v_n \end{cases}$$

**Alors** $\begin{cases} a_{n+1} - a_n > 0 \\ b_{n+1} - b_n < 0 \end{cases}$ **car** $(v_n)$ **est négative.**

**Donc** $(a_n)$ **est croissante et** $(b_n)$ **est décroissante.**

**6) Les suites** $(a_n)$ **et** $(b_n)$ **sont adjacentes car** $(a_n)$ **est croissante et** $(b_n)$ **est décroissante, et elles convergent vers la même limite :** $\lim\limits_{n\to+\infty} a_n = \lim\limits_{n\to+\infty} b_n = \frac{5}{2}$.

## Corrigé 7

**Soit** $(u_n)$ **et** $(v_n)$ **les suites numériques définies par :**

$$\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = \dfrac{u_n + v_n}{2} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} v_0 = 4 \\ v_{n+1} = \dfrac{u_{n+1} + v_n}{2} \end{cases}$$

**1) Calcul de** $u_1, u_2$ **et** $v_1$ , $v_2$ **:**

$$u_{n+1} = \frac{u_n + v_n}{2} \Rightarrow u_1 = \frac{u_0 + v_0}{2} = \frac{3+4}{2} = \frac{7}{2} \rightarrow \boxed{u_1 = \frac{7}{2}} \; ; v_{n+1} = \frac{u_{n+1} + v_n}{2}$$

$$\Rightarrow v_1 = \frac{u_1 + v_0}{2} = \frac{\frac{7}{2} + 4}{2} = \frac{\frac{15}{2}}{2} = \frac{15}{4} \rightarrow \boxed{v_1 = \frac{15}{4}}$$

**De la même manière on calcule** $u_2$ **et** $v_2$ **:**

$$u_2 = \frac{u_1 + v_1}{2} = \frac{\frac{7}{2} + \frac{15}{4}}{2} = \frac{\frac{29}{4}}{2} = \frac{29}{8} \rightarrow \boxed{u_2 = \frac{29}{8}} \text{ et } v_2 = \frac{u_2 + v_1}{2} = \frac{\frac{29}{8} + \frac{15}{4}}{2} = \frac{\frac{59}{8}}{2} = \frac{59}{16}$$

$$\rightarrow \boxed{v_2 = \frac{59}{16}}$$

**2) Pour tout** $n \in \mathbb{N}$ **, on définit** $w_n = v_n - u_n$

**a) On montre que** $(w_n)$ **est une suite géométrique de raison** $\frac{1}{4}$ **:**

**Nous avons** $w_{n+1} = v_{n+1} - u_{n+1} = \dfrac{u_{n+1} + v_n}{2} - \dfrac{u_n + v_n}{2}$ **( on remplace** $u_{n+1}$ **et** $v_{n+1}$ **par leurs valeurs dans les formules de récurrences)**

$$w_{n+1} = \frac{u_{n+1} + v_n}{2} - \frac{u_n + v_n}{2}$$

$$= \frac{u_{n+1} + v_n - u_n - v_n}{2}$$

$$= \frac{u_{n+1} - u_n}{2}$$

$$w_{n+1} = \frac{1}{2}\left(\frac{u_n + v_n}{2} - u_n\right)$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{u_n + v_n - 2u_n}{2}\right)$$

$$= \frac{1}{4}\left(v_n - u_n\right)$$

$$= \frac{1}{4} w_n$$

**donc $(w_n)$ est une suite géométrique de raison $q = \frac{1}{4}$.**

**b) Expression de $w_n$ en fonction de n :**

**$(w_n)$ est une suite géométrique de raison $\frac{1}{4}$ et de premier terme $w_0 = v_0 - u_0 = 4 - 3 = 1$.**

**Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a donc $w_n = w_0 . q^n = 1.\left(\frac{1}{4}\right)^n \Rightarrow \boxed{w_n = \left(\frac{1}{4}\right)^n}$**

*** Calcul de la limite de $w_n$ :**

**Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a $w_n = \left(\frac{1}{4}\right)^n$. La raison de la suite $w_n$ vérifie $|q| = \frac{1}{4} < 1$ donc**

$\lim\limits_{n \to \infty} w_n = 0$

**3) Sens de variations de $u_n$ et $v_n$ :**

**Nous avons :**

$$u_{n+1} - u_n = \frac{u_n + v_n}{2} - u_n$$
$$= \frac{u_n + v_n - 2u_n}{2}$$
$$= \frac{v_n - u_n}{2}$$
$$= \frac{1}{2}(v_n - u_n)$$
$$= \frac{1}{2}.w_n$$
$$= \frac{1}{2}.\left(\frac{1}{4}\right)^n > 0$$

**Donc $u_n$ est une suite strictement croissante.**

**De la même façon on a :**

$$v_{n+1} - v_n = \frac{u_{n+1} + v_n}{2} - v_n$$
$$= \frac{u_{n+1} + v_n - 2v_n}{2}$$
$$= \frac{1}{2}.(u_{n+1} - v_n)$$
$$= \frac{1}{2}.\left[\left(\frac{u_n + v_n}{2}\right) - v_n\right]$$
$$= \frac{1}{2}.\left(\frac{u_n - v_n}{2}\right)$$
$$= \frac{1}{4}(u_n - v_n)$$

$$\Rightarrow v_{n+1} - v_n = -\frac{1}{4}(v_n - u_n) = -\frac{1}{4}w_n < 0$$

**Donc $(v_n)$ est strictement décroissante.**

*** On montre que $u_n$ et $v_n$ sont adjacentes :**

**La suite $u_n$ est une suite strictement croissante, la suite $v_n$ est strictement décroissante. De plus, d'après la question 2) $\lim\limits_{n\to\infty} w_n = 0$. Donc $\lim\limits_{n\to\infty}(v_n - u_n) = 0 \Rightarrow \lim\limits_{n\to\infty} u_n = \lim\limits_{n\to\infty} v_n$ . On en déduit que $u_n$ et $v_n$ sont adjacentes**

**4)** $(t_n)$ **est la suite définie par :** $t_n = \dfrac{u_n + 2v_n}{3}$

**a) On démontrer que la suite** $t_n$ **est constante :**

**Pour tout** $n \in \mathbb{N}$**, on a** $t_n = \dfrac{u_n + 2v_n}{3}$

$$t_{n+1} = \frac{u_{n+1} + 2v_{n+1}}{3}$$

$$= \frac{\dfrac{u_n + v_n}{2} + 2.\dfrac{u_{n+1} + v_n}{2}}{3}$$

$$= \frac{\dfrac{u_n + v_n}{2} + u_{n+1} + v_n}{3}$$

$$t_{n+1} = \frac{\dfrac{u_n + v_n}{2} + \dfrac{u_n + v_n}{2} + v_n}{3}$$

$$= \frac{2\left(\dfrac{u_n + v_n}{2}\right) + v_n}{3}$$

$$= \frac{u_n + 2v_n}{3}$$

$$= t_n$$

**Donc pour tout entier naturel n, on a** $t_{n+1} = t_n$ **la suite** $(t_n)$ **est donc constante.**

**b) Calcul de la limite de** $u_n$ **et** $v_n$ **:**

**Pour tout** $n \in \mathbb{N}$, $t_{n+1} = t_n = t_0 \Rightarrow \lim\limits_{n\to\infty} t_n = t_0 = \dfrac{u_0 + 2v_0}{3} = \dfrac{3 + 2\times 4}{3} = \dfrac{11}{3}$

**D'autre part,** $\lim\limits_{n\to\infty} t_n = \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{u_n + 2v_n}{3} = \dfrac{11}{3}$

**Puisque** $\lim\limits_{n\to\infty} u_n = \lim\limits_{n\to\infty} v_n = l$ **on en déduit que** $\dfrac{l + 2l}{3} = \dfrac{11}{3}$ **soit** $\boxed{l = \dfrac{11}{3}}$.

**Corrigé 8**

**Initialisation: Pour $n=1$ la propriété est $1! \geq 2^{1-1}$ ce qui est vrai car $1 \geq 1$.**

**Hérédité :**

**Supposons que $n! \geq 2^{n-1}$ ; et montrons que $(n+1)! \geq 2^{n+1-1}$ c'est-à-dire $n!(n+1) \geq 2^n$.**

**On sait que pour tout entier *n* strictement positif, on a $n+1 \geq 2$ et par hypothèse $n! \geq 2^{n-1}$. Donc en multipliant les deux inégalités, on obtient $n!(n+1) \geq 2^{n-1} \times 2 = 2^n$.**

**Conclusion : Pour tout entier *n* strictement positif, on a $n! \geq 2^{n-1}$.**

**Corrigé 9**

**1) Démontrons par récurrence :**

**Initialisation: pour *n* = 0, on a :**

**$(1+x)^0 \geq 1+0x \Leftrightarrow 1 \geq 1$ ; la propriété est vraie.**

**Hérédité :**

**On suppose que $(1+x)^n \geq 1+nx$ et on montre que $(1+x)^{n+1} \geq 1+(n+1)x$.**

**D'après l'hypothèse en multipliant par 1+x :**

$$(1+x)^{n+1} \geq (1+x)(1+nx) = 1+x+nx+nx^2 = 1+(n+1)x+nx^2 \geq 1+(n+1)x.$$

**Conclusion : Pour tout entier *n* positif ou nul, on a $(1+x)^n \geq 1+nx$.**

**2.a) Calcul de termes :**

$$u_n = \frac{n!}{n^n}$$

**Donc** $u_1 = \frac{1!}{1^1} = 1$, $u_2 = \frac{2!}{2^2} = \frac{1}{2}$ **et** $u_3 = \frac{3!}{3^3} = \frac{6}{27} = \frac{2}{9}$.

**3.a) On a**

$$\frac{u_n}{u_{n+1}} = \frac{n!}{n^n}\frac{(n+1)^{n+1}}{(n+1)!}$$

$$= \frac{n!}{(n+1)\times n!}\frac{(n+1)^{n+1}}{n^n}$$

$$= \frac{(n+1)^n}{n^n}$$

$$= \left(\frac{n+1}{n}\right)^n$$

$$\frac{u_n}{u_{n+1}} = \left(1+\frac{1}{n}\right)^n.$$

**On applique l'inégalité du 1. avec** $x = \frac{1}{n}$ **:** $\left(1+\frac{1}{n}\right)^n \geq 1+n\frac{1}{n} = 2$.

**b) Or tous les termes de la suite sont positifs, on a donc**

$\frac{u_n}{u_{n+1}} \geq 2 \Leftrightarrow \frac{u_{n+1}}{u_n} \leq \frac{1}{2} < 1$, **la suite est bien décroissante.**

**4.a) Démontrons par récurrence que** $0 < u_n \leq \frac{1}{2^{n-1}}$ **pour tout entier** $n \geq 1$.

**On a** $u_1 = 1 \leq \frac{1}{2^{1-1}} = \frac{1}{1} = 1$ **; la propriété est vraie pour** $n = 1$.

**On suppose que** $0 < u_n \leq \frac{1}{2^{n-1}}$ **et on démontre que** $0 < u_{n+1} \leq \frac{1}{2^n}$.

**D'après l'hypothèse, en multipliant par** $\frac{1}{2}$ **:** $0 \leq \frac{1}{2}u_n \leq \frac{1}{2}\times\frac{1}{2^{n-1}} = \frac{1}{2^n}$.

**D'autre part,** $0 < \frac{u_{n+1}}{u_n} \leq \frac{1}{2} \Rightarrow u_{n+1} \leq \frac{1}{2}u_n$. **Alors** $u_{n+1} \leq \frac{1}{2^n}$.

**La suite** $(u_n)$ **est positive, donc** $0 < u_{n+1} \leq \frac{1}{2^n}$.

**b) Comme** $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{1}{2^{n-1}} = 0$, **et que** $0 < u_n \leq \frac{1}{2^{n-1}}$, **on a** $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$ **(théorème des gendarmes).**

**Corrigé 10**

- **Observons que pour n = 3 :**

**Le premier membre est égal à 3**

**Le second membre est égal à** $\frac{(3-2)(3+3)}{2}=\frac{6}{2}=3$.

**La propriété est donc <u>initialisée</u>, elle est vraie au rang n = 3.**

- **<u>Supposons</u> que, pour un certain entier** $n \geq 3$ **, fixé, on ait la propriété** $3+4+5\cdots+n=\frac{(n-2)(n+3)}{2}$.
- **<u>Montrons</u> qu'alors, on a la propriété** $3+4+5\cdots+(n+1)=\frac{(n-1)(n+4)}{2}$.

**On a** $3+4+5\cdots+(n+1)=(3+4+5\cdots+n)+(n+1)$

**Donc d'après l'hypothèse, en ajoutant (n+1) aux deux membres, on obtient**

$$\begin{aligned}3+4+5\cdots+n+(n+1)&=\frac{(n-2)(n+3)}{2}+(n+1)\\&=\frac{(n-2)(n+3)+2(n+1)}{2}\\&=\frac{(n^2-2n+3n-6)+2n+2}{2}\end{aligned}$$

**Donc** $3+4+5\cdots+n+(n+1)=\frac{n^2+3n-4}{2}$

**Enfin** $3+4+5\cdots+(n+1)=\frac{(n-1)(n+4)}{2}$.

**La propriété est donc <u>héréditaire</u> à partir du rang n = 3.**

**<u>Conclusion :</u>La propriété** $3+4+5\cdots+n=\frac{(n-2)(n+3)}{2}$; **est vraie pour tout entier** $n \geq 3$.

**Corrigé 11**

- **Observons que pour n = 1 :**

**Le premier membre est égal à** $1^2=1$

**Le second membre est égal à** $\frac{1(1+1)(2+1)}{6}=\frac{6}{6}=1$.

**La propriété est donc <u>initialisée</u>, elle est vraie au rang n = 1.**

- **<u>Supposons</u> que, pour un certain entier $n \geq 1$, fixé, on ait la propriété $1^2 + 2^2 + \cdots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.**
- **<u>Montrons</u> qu'alors, on a la propriété $1^2 + 2^2 + \cdots + (n+1)^2 = \frac{(n+1)(n+1+1)(2(n+1)+1)}{6}$.**

**soit $1^2 + 2^2 + \cdots + (n+1)^2 = \frac{(n+1)(n+2)(2n+3)}{6}$**

**D'après l'hypothèse, $1^2 + 2^2 + \cdots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ en ajoutant $(n+1)^2$ aux deux membres, on obtient**

$$1^2 + 2^2 + \cdots + n^2 + (n+1)^2 = \frac{(n)(n+1)(2n+1)}{6} + (n+1)^2$$

$$1^2 + 2^2 + \cdots + n^2 + (n+1)^2 = \frac{(n)(n+1)(2n+1) + 6(n+1)^2}{6}$$

**En factorisant par (n + 1), on obtient**

$$1^2 + 2^2 + \cdots + n^2 + (n+1)^2 = \frac{(n+1)\left(n(2n+1) + 6(n+1)\right)}{6}$$

$$1^2 + 2^2 + \cdots + n^2 + (n+1)^2 = \frac{(n+1)(2n^2 + n + 6n + 6)}{6}$$

$$1^2 + 2^2 + \cdots + n^2 + (n+1)^2 = \frac{(n+1)(2n^2 + 7n + 6)}{6}$$

**On factorise $2n^2 + 7n + 6 = (n+2)(2n+3)$ , on obtient**

$$1^2 + 2^2 + \cdots + (n+1)^2 = \frac{(n+1)(n+2)(2n+3)}{6}.$$

**La propriété est donc <u>héréditaire</u> à partir du rang n = 1.**

**<u>Conclusion :</u>La propriété $1^2 + 2^2 + \cdots + (n+1)^2 = \frac{(n+1)(n+2)(2n+3)}{6}$ est vraie pour tout entier $n \geq 1$.**

**Corrigé 12**

**1) La suite $(U_n)$ est définie pour tout entier $n \geq 1$ par son terme général $U_n = \frac{n}{e^n}$.**

**a) Calcul de termes :**

$$U_1 = \frac{1}{e^1} = \frac{1}{e} = e^{-1}$$

$$U_2 = \frac{2}{e^2} = 2e^{-2}$$

**b) Nous constatons que $U_n = \frac{n}{e^n}$ est le quotient de deux nombres positifs. Alors pour tout $n \geq 1$, on a : $U_n > 0$.**

**On a**

$$\frac{U_{n+1}}{U_n} = \frac{n+1}{e^{n+1}} \times \frac{e^n}{n}$$

$$= \frac{n+1}{en}$$

$$= \frac{1}{e}\left(1 + \frac{1}{n}\right)$$

**Or pour tout $n \geq 1, \frac{1}{e} < \frac{1}{2}$ et $1 + \frac{1}{n} \leq 2$, on a $\frac{1}{e}\left(1 + \frac{1}{n}\right) < 1$. Donc $\frac{U_{n+1}}{U_n} < 1$ et la suite $(U_n)$ est décroissante.**

**Comme la suite $(U_n)$ est décroissante et positive, donc minorée, on conclut qu'elle est convergente.**

**c) Pour démontrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ : $U_{n+1} = \frac{1}{e}U_n + \frac{1}{e^{n+1}}$ (*)**

**on a :** $U_{n+1} = \frac{n+1}{e^{n+1}}$

$$U_{n+1} = \frac{1}{e} \times \frac{n+1}{e^n}$$

$$U_{n+1} = \frac{1}{e}\left(\frac{n}{e^n} + \frac{1}{e^n}\right)$$

$$U_{n+1}=\frac{1}{e}(U_n+\frac{1}{e^n})$$

$$U_{n+1}=\frac{1}{e}U_n+\frac{1}{e^{n+1}}$$

**On sait que $(U_n)$ est convergente. Soit $\ell\in\mathbb{R}$ tel que $\lim\limits_{n\to+\infty}U_n=\ell$. Comme $U_{n+1}=\frac{1}{e}U_n+\frac{1}{e^{n+1}}$ et par passage à la limite :**

**$\lim\limits_{n\to+\infty}U_{n+1}=\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{1}{e}U_n+\frac{1}{e^{n+1}}\right)=\frac{1}{e}\lim\limits_{n\to+\infty}U_n+\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{1}{e^{n+1}}$. Donc $\ell=\frac{1}{e}\ell+0$ d'où $\ell=0$.**

**Alors $\lim\limits_{n\to+\infty}U_n=0$.**

**2) Pour tout entier $n\geq 1$ ; $S_n=U_1+U_2+\ldots+U_n$**

**a) D'après l'égalité (*) on a :**

$$\begin{cases} U_2=\frac{1}{e}U_1+\frac{1}{e^2} \\ U_3=\frac{1}{e}U_2+\frac{1}{e^3} \\ U_4=\frac{1}{e}U_3+\frac{1}{e^4} \\ \quad\vdots\quad\vdots \\ U_n=\frac{1}{e}U_{n-1}+\frac{1}{e^n} \end{cases}$$

**En sommant membre à membre ces égalités :**

$$U_2+U_3+\ldots+U_n=\frac{1}{e}\left(U_1+U_2+\ldots+U_{n-1}\right)+\frac{1}{e^2}+\frac{1}{e^3}+\cdots+\frac{1}{e^n}$$

**soit** $$S_n-U_1=\frac{1}{e}(S_n-U_n)+\frac{1}{e^2}+\frac{1}{e^3}+\cdots+\frac{1}{e^n}$$

**Comme la partie $\frac{1}{e^2}+\frac{1}{e^3}+\cdots+\frac{1}{e^n}$ représente la somme de $(n-1)$ termes consécutifs d'une suite géométrique de premier terme $\frac{1}{e^2}$ et de raison $\frac{1}{e}$, donc:**

$$\frac{1}{e^2}+\frac{1}{e^3}+\cdots+\frac{1}{e^n}=\frac{1}{e^2}\times\frac{1-\frac{1}{e^{n-1}}}{1-\frac{1}{e}}=\frac{1-\frac{1}{e^{n-1}}}{e^2-e}$$

**Or** $U_1=\frac{1}{e}$**, donc** $S_n-\frac{1}{e}=\frac{1}{e}(S_n-U_n)+\frac{1-\frac{1}{e^{n-1}}}{e^2-e}$

$$(1-\frac{1}{e})S_n=\frac{1}{e}-\frac{1}{e}U_n+\frac{1-\frac{1}{e^{n-1}}}{e^2-e}$$

$$(\frac{e-1}{e})S_n=\frac{e-1}{e^2-e}-\frac{1}{e}U_n+\frac{1-\frac{1}{e^{n-1}}}{e^2-e}$$

$$(\frac{e-1}{e})S_n=-\frac{1}{e}U_n+\frac{e-\frac{1}{e^{n-1}}}{e^2-e}$$

$$(\frac{e-1}{e})S_n=-\frac{1}{e}U_n+\frac{1-\frac{1}{e^n}}{e-1}$$

$$S_n=-\frac{e}{e-1}\bullet\frac{1}{e}U_n+\frac{e}{e-1}\bullet\frac{1-\frac{1}{e^n}}{e-1}$$

$$S_n=\frac{-1}{e-1}U_n+\frac{e}{(e-1)^2}(1-\frac{1}{e^n})$$

**b) On sait que** $\left|\frac{1}{e}\right|<1$ **.**

**Cela entraîne que** $\lim\limits_{n\to+\infty}(1-\frac{1}{e^n})=1$ **et** $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{e}{(e-1)^2}(1-\frac{1}{e^n})=\frac{e}{(e-1)^2}$**.**

**Or** $\lim\limits_{n\to+\infty}U_n=0$**, donc** $\lim\limits_{n\to+\infty}S_n=\frac{e}{(e-1)^2}$**.**

# CHAPITRE 3 GENERALITES SUR LES FONCTIONS NUMERIQUES

## I. RESUME DE COURS

### Continuité

**1) Définitions**

$$\boxed{f \text{ est continue en } x_0} \Leftrightarrow \boxed{\lim_{x \to x_0^-} f(x) = \lim_{x \to x_0^+} f(x) = f(x_0)}$$

**On dit que f est continue sur l'intervalle I si f est continue en tout point de I.**

**2) Propriétés**

- **Les fonctions polynômes, la fonction sinus, la fonction cosinus sont continues sur IR.**
- **La fonction $\sqrt{x}$ est continue sur [0 ; + ∞[.**
- **Une fonction rationnelle est continue sur tout intervalle contenu dans son ensemble de définition.**
- **La somme, le produit, le quotient, la composée de fonctions continues est une fonction continue sur tout intervalle sur lequel elle est définie.**

  **Autrement dit :**

  - **Si u et v sont continues sur I, alors :**
    - **Les fonctions ku, u + v, u × v et $u^n$ (k réel et n entier naturel non nul) sont continues sur I.**
    - **Les fonctions $\frac{1}{u}$, $\frac{u}{v}$, $\sqrt{u}$ sont continues sur les intervalles où elles sont définies.**
  - **Si la fonction f est continue en a et si la fonction g est continue en f(a) alors la fonction gof est continue en a.**

**3) Prolongement par continuité**

$$\left.\begin{array}{l} \bullet\ a \notin D_f \\ \bullet \lim\limits_{x \to a} f(x) = \ell; \quad \ell \in \mathbb{R} \end{array}\right\rangle \Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} f \text{ admet un prolongement} \\ \text{par continuité g au point a} \end{array}}$$

**Le prolongement :**

$$\begin{cases} g(x) = f(x) \quad si \quad x \in D_f \\ g(a) = \ell \end{cases}$$

## 4) Fonctions continues sur un intervalle

**Par une fonction continue :**

**L'image d'un intervalle est un intervalle.**

**L'image d'un segment est un segment.**

## 5) Théorème des valeurs intermédiaires

$$\left.\begin{array}{l} \bullet\ f \text{ est continue sur } I \\ \bullet\ f(I)=J \\ \bullet\ m \in J \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} \text{l'équation } f(x) = m \\ \text{admet au moins une} \\ \text{solution dans } I \end{array}}$$

$$\left.\begin{array}{l} \bullet\ f \text{ est continue sur } [a,b] \\ \bullet\ m \text{ est compris entre } f(a) \text{ et } f(b) \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} \text{l'équation } f(x) = m \\ \text{admet au moins une} \\ \text{solution dans } [a,b] \end{array}}$$

$$\left.\begin{array}{l} \bullet\ f \text{ est continue sur } [a,b] \\ \bullet\ f(a)\times f(b) \le 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} \text{l'équation } f(x) = 0 \\ \text{admet au moins une} \\ \text{solution dans } [a,b] \end{array}}$$

## 6) Théorème de la bijection réciproque

$$\left.\begin{array}{l} \bullet\ f \text{ est continue sur I,} \\ \bullet\ f \text{ est strictement} \\ \text{monotone sur I,} \\ \bullet\ f(I) = J. \end{array}\right\rangle \Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} \bullet\ f : I \to J \text{ est bijective.} \\ \bullet\ f^{-1} \text{ est continue sur J.} \\ \bullet\ f^{-1} \text{ est de même sens de variation de f.} \\ \bullet\ f^{-1} \text{ est bijective de J sur I.} \\ \bullet\ \text{les courbes de f et } f^{-1} \text{ sont symétriques par} \\ \text{rapport à la droite } y = x. \end{array}}$$

**Remarques**

**Le théorème des valeurs intermédiaires montre l'existence d'une solution à l'équation $f(x) = 0$. Le théorème de la bijection réciproque en assure l'unicité.**

## Dérivation

### 1) Nombre dérivé – dérivabilité

f est dérivable au point $x_0$ $\Leftrightarrow$ $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$ est un nombre réel

**Nombre dérivé :** $f'(x_0)=\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$

**f est dérivable sur l'intervalle I si f est dérivable en tout point $x_0$ de I.**

- **Toute fonction dérivable sur un intervalle I est continue sur I ( La réciproque est fausse).**

### 2) Dérivées usuelles

| Fonction | Dérivée | Domaine de dérivation |
|---|---|---|
| k réel (Constante) | 0 | $]-\infty,+\infty[$ |
| ax+b | a | $]-\infty,+\infty[$ |
| $x^n$ , $n>0$ | $nx^{n-1}$ | $]-\infty,+\infty[$ |
| $\dfrac{1}{x}$ | $-\dfrac{1}{x^2}$ | $\mathbb{R}^*$ |
| $\sqrt{x}$ | $\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$ | $]0,+\infty[$ |

| Fonction | Dérivée | Domaine de dérivation |
|---|---|---|
| $\sin x$ | $\cos x$ | $]-\infty,+\infty[$ |
| $\cos x$ | $-\sin x$ | $]-\infty,+\infty[$ |
| $\tan x$ | $1+\tan^2 x$ | $\left]-\dfrac{\pi}{2},+\dfrac{\pi}{2}\right[$ |
| $\ln\lvert x\rvert$ | $\dfrac{1}{x}$ | $\mathbb{R}^*$ |
| $e^x$ | $e^x$ | $]-\infty,+\infty[$ |

## 3) Opérations sur les dérivées

| Fonction | Dérivée |
|---|---|
| $au$ | $au'$ |
| $u+v$ | $u'+v'$ |
| $u\bullet v$ | $u'\bullet v+u\bullet v'$ |
| $\frac{1}{u}$ | $\frac{-u'}{u^2}$ |
| $\frac{u}{v}$ | $\frac{u'\bullet v-u\bullet v'}{v^2}$ |
| $\sqrt{u}$ | $\frac{u'}{2\sqrt{u}}$ |
| $(u)^n$ | $nu'(u)^{n-1}$ |
| $u\circ v$ | $v'.(u'\circ v)$ |

## 4) Dérivée de la réciproque

$$\left|\begin{array}{l}\bullet\ f: I\to J \text{ est bijective,}\\ \bullet\ f \text{ est dérivable sur I,}\\ \bullet\ f'(x)\neq 0 \text{ pour tout } x\in I.\end{array}\right\rangle \Rightarrow \boxed{\begin{array}{l}\bullet\ f^{-1} \text{ est dérivable sur J,}\\ \bullet\ \left(f^{-1}\right)'(x)=\dfrac{1}{f'(f^{-1}(x))}\end{array}}$$

$$\left|\begin{array}{l}\bullet\ f(a)=b\\ \bullet\ f'(a)=c\end{array}\right\rangle \Rightarrow \boxed{\begin{array}{l}\bullet\ f^{-1}(b)=a\\ \bullet\ \left(f^{-1}\right)'(b)=\dfrac{1}{f'(a)}=\dfrac{1}{c}\end{array}}$$

## 5) Inégalités des accroissements finis

$$\left|\begin{array}{l}\bullet\ f \text{ est dérivable sur I,}\\ \bullet\ a,b\in I,\ a<b,\\ \bullet\ \text{il existe m, M}\in\mathbb{R} \text{ tels que :}\\ m\leq f'(x)\leq M \text{ sur I.}\end{array}\right\rangle \Rightarrow \boxed{m(b-a)\leq f(b)-f(a)\leq M(b-a)}$$

$$\left|\begin{array}{l}\bullet\ f \text{ est dérivable sur I,}\\ \bullet\ \text{il existe } M\in\mathbb{R} \text{ tel que :}\\ \quad |f'(x)|\leq M \text{ sur I.}\end{array}\right\rangle \Rightarrow \boxed{|f(b)-f(a)|\leq M|b-a|}$$

## Courbes : symétries – asymptotes – tangentes

**Soit f une fonction numérique et $C_f$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé.**

### 1) Eléments de symétrie

| Si, pour tout $x \in D_f$, on a $2a-x \in D_f$ et … | alors, C admet … |
|---|---|
| $f(2a-x)=f(x)$ | la droite d'équation $x=a$ comme axe de symétrie. |
| $f(2a-x)=2b-f(x)$ | le point $M(a,b)$ comme centre de symétrie. |
| $f(-x)=f(x)$ | l'axe (Oy) comme axe de symétrie et f est paire. |
| $f(-x)=-f(x)$ | l'origine O comme centre de symétrie et f est impaire. |

### 2) Asymptotes parallèles aux axes

| Si… | alors la courbe $C_f$ possède une asymptote … |
|---|---|
| $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=\pm\infty$ | <u>verticale</u> d'équation $x=x_0$ |
| $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=y_0$ | <u>horizontale</u> d'équation $y=y_0$ |

### 3) Asymptote oblique et branches paraboliques

Si $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\pm\infty$, on calcule $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x}$. Trois cas se présentent :

| Si… | alors… |
|---|---|
| $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x}=\pm\infty$ | C admet une <u>branche parabolique</u> de direction (Oy) en $+\infty$. |
| $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x}=0$ | C admet une <u>branche parabolique</u> de direction (Ox) en $+\infty$. |

| $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}=a$ ; $a\in\mathbb{R}^*$ | **on calcule** $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-ax)$ **:** |
|---|---|

- **Soit** $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-ax)=\infty$ **, alors C admet une <u>branche parabolique</u> de direction la droite d'équation** $y=ax$
- **Soit** $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-ax)=b$ **,avec** $b\in\mathbb{R}$**, alors C admet une <u>asymptote oblique</u>, c'est la droite d'équation** $y=ax+b$ **.**

  **Cela est équivalent à chacune des situations suivantes :**

| $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-(ax+b))=0$ | $\begin{cases} f(x)=ax+b+\varphi(x), \quad a\neq 0 \\ \lim\limits_{x\to+\infty}\varphi(x)=0 \end{cases}$ |
|---|---|

**Le signe de** $d(x)=f(x)-(ax+b)$ **détermine les positions relatives de C et son asymptote oblique.**

***N.B : les définitions ci-dessus sont analogues lorsque x tend vers*** $-\infty$**.**

## 4) Tangentes

| **Si..** | **alors…** |
|---|---|
| **f est dérivable en** $x_0$ | **C admet une tangente en** $M_0(x_0,y_0)$ |
| **D est la tangente à C en** $M_0(x_0,y_0)$<br>**D n'est pas verticale.** | **L'équation de D :**<br>$y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$ |
| **la tangente D// la droite d'équation** $y=\mu x+\delta$ | $f'(x_0)=\mu$ |
| **la tangente D** $\perp$ **la droite d'équation** $y=\mu x+\delta$ | $\mu f'(x_0)=-1$ |
| **la tangente D est horizontale** | $f'(x_0)=0$ |
| $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=\infty$ | **C admet une tangente (ou demi tangente) verticale d'équation** $x=x_0$ **.** |

## II. QUESTIONNAIRES A CHOIX MULTIPLE

**QCM 1**

**On considère une fonction numérique f dérivable sur son domaine de définition $D_f$, de dérivée f'. Son tableau de variation est donné ci-dessous. On nomme (C) la courbe représentative de la fonction f dans le plan muni d'un repère orthogonal $(O;\vec{i},\vec{j})$.**

| x | $-\infty$ | | 2 | | 3 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| f'(x) | + | | ‖ | - | 0 | + | |
| f(x) | $-3$ ↗ | $+\infty$ | $+\infty$ | ↘ | 2 | ↗ | $+\infty$ |

**Pour chaque question, parmi les réponses proposées, une seule réponse est exacte. Préciser la bonne réponse.**

| N° | Question | Réponse A | Réponse B | Réponse C | Réponse D |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | L'ensemble de définition de f est : | $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$ | $\mathbb{R}\setminus\{2;3\}$ | $\mathbb{R}\setminus\{2\}$ | $\mathbb{R}$ |
| 2 | L'équation $f(x)=0$ admet dans $D_f$ exactement : | 3 solutions | 2 solutions | 1 solution | aucune solution |
| 3 | La courbe (C) admet une asymptote d'équation : | $x=3$ | $x=2$ | $y=2$ | $y=3$ |
| 4 | La fonction f est une fonction : | paire | impaire | ni paire ni impaire | monotone |
| 5 | L'équation de la tangente à (C) au point d'abscisse $x_0=3$ est : | $x=1$ | $y=2$ | $y=3x+2$ | $y=2x+3$ |
| 6 | $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{x}$ est égale à : | 0 | -3 | $-\infty$ | $+\infty$ |

**QCM 2**

**Dans le tableau suivant, une seule des réponses proposées à chaque question est correcte. Préciser la bonne réponse.**

| N° | Questions | Réponse A | Réponse B | Réponse C | Réponse D |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | Si pour tout $x \in D_f$, $f(8-x)+f(x)=4$ alors $C_f$ est symétrique par rapport à : | A(4;2) | A(2;4) | la droite d'équation $x=4$ | $A(8,4)$ |
| 2 | Si $\frac{2x^2-3x+4}{x+1}=ax+b+\frac{c}{x+1}$ pour tout $x \neq -1$, alors | $a=1$ $b=-5$ $c=4$ | $a=2$ ; $b=-5$ et $c=9$ | $a=2$ ; $b=-3$ et $c=4$ | $a=3$ $b=-2$ $c=4$ |
| 3 | $f(x)=x+\frac{1}{x}$ alors : | $D_f=\mathbb{R}$ | $f'(1)=0$ | $f'(-1)=2$ | $f'(1)=2$ |
| 4 | Si pour tout $x \in D_f$, $f(4-x)=6-f(x)$ alors $C_f$ est symétrique par rapport à : | A(2;6) | A(8,4) | La droite d'équation $x=4$ | A(2,3) |
| 5 | Si $f(x)=\frac{x^2+5x+6}{x+1}$ et $f(x)=ax+b+\frac{c}{x+1}$ pour tout $x \neq -1$, alors | $a=1$ $b=-4$ $c=3$ | $a=1$ ; $b=4$ et $c=2$ | $a=1$ ; $b=4$ et $c=-2$ | $a=1$ $b=5$ $c=6$ |
| 6 | Si $f(x)=\frac{x}{x^2+x+1}$, alors la tangente à $C_f$ en $x_0=0$ a pour équation: | $y=x$ | $y=x+1$ | $y=x-1$ | $y=-x$ |

**QCM 3**

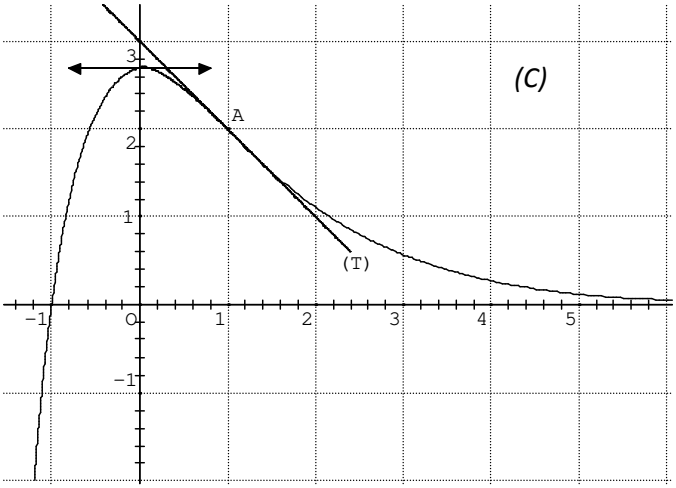
**Soit f la fon ction définie par $f(x)=\frac{2x+3}{x-2}$ et $(C)$ sa courbe dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.**

**Dans le tableau suivant, une seule des réponses proposées à chaque question est correcte. Préciser la bonne réponse.**

| N° | Question | Réponse A | Réponse B | Réponse C | Réponse D |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | L'ensemble de définition de f est | $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{-3}{2}\right\}$ | $\mathbb{R}\setminus\{2\}$ | $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{-3}{2};2\right\}$ | $\mathbb{R}$ |
| 2 | Le nombre d'asymptotes de $(C)$ est | 0 | 1 | 2 | 3 |
| 3 | $(C)$ coupe l'axe des abscisses au point de coordonnées | $(2;0)$ | $(0;2)$ | (-3 ;0) | (-1,5 ;0) |
| 4 | La dérivée f′ de f est définie par : | $f'(x)=\frac{-7}{(x-2)^2}$ | $f'(x)=\frac{7}{(x-2)^2}$ | $f'(x)=\frac{4x-1}{(x-2)^2}$ | $f'(x)=\frac{8}{(x-2)^2}$ |
| 5 | La fonction f est | paire | impaire | ni paire, ni impaire | croissante |
| 6 | La courbe $(C)$ est symétrique par rapport : | à la droite d'équation $x=2$ | au point de coordonnées $(2;0)$ | au point de coordonnées $(2;2)$ | à la droite d'équation $x=1$ |

## QCM 4

**Dans le plan rapporté à un repère orthonormal, la courbe (C) ci-contre représente une fonction $f$ définie et dérivable sur $\mathbb{R}$. La droite ($T$) est tangente à la courbe (C) au point A d'abscisse 1. La droite d'équation $y=0$ est asymptote à la courbe (C) en $+\infty$.**



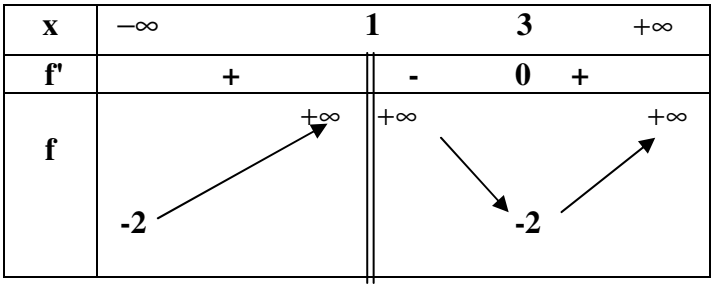

**La courbe (C) admet une branche parabolique de direction (Oy) en $-\infty$.**

**Dans le tableau suivant, une seule des réponses proposées à chaque question est correcte. Préciser la bonne réponse.**

| N° | Question | Réponse A | Réponse B | Réponse C | Réponse D |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | On a | $f(0)=0$ | $f'(0)=e$ | $f'(0)=0$ | $f(0)=-1$ |
| 2 | Le coefficient directeur de la droite ($T$) est égal à : | 0 | 1 | -1 | 3 |
| 3 | On a | $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ | $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=+\infty$ | $\lim\limits_{x\to 4} f(x)=0$ | $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=6$ |
| 4 | L'équation $f(x)=2$ | n'a pas de solution | a une unique solution | a deux solutions | a trois solutions |
| 5 | On a | $f(1)=0$ | $f(1)=1$ | $f(1)=2$ | $f(1)=3$ |
| 6 | $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{x}=\ldots$ | 0 | $+\infty$ | $-\infty$ | 1 |

**QCM 5**

**Soit f une fonction dérivable sur $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ de tableau de variations :**




**Dans le tableau suivant, une seule des réponses proposées à chaque question est correcte. Préciser la bonne réponse.**

| N° | Réponses | A | B | C | D |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | Le domaine de définition de f est: | $\mathbb{R}$ | $\mathbb{R}\setminus\{1,3\}$ | $]-\infty,1[\cup]3,+\infty[$ | $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ |
| 2 | La fonction f est | bornée | croissante | décroissante | non monotone |
| 3 | La courbe C admet une asymptote d'équation | $x=3$ | $x=1$ | $y=3x-2$ | $x=-2$ |
| 4 | L'équation $f(x)=-3$ admet exactement | 3 solutions | 2 solutions | 1 solution | aucune solution |
| 5 | $\lim\limits_{-\infty}\frac{f(x)}{x}=$ | $-\infty$ | $+\infty$ | 1 | 0 |
| 6 | L'équation $f(x)=0$ admet exactement | 3 solutions | 2 solutions | 1 solution | aucune solution |

## III. ENONCES DES EXERCICES CORRIGES

**Exercice 1**

**Calculer les limites suivantes (Expliquer la méthode de levée d'indétermination):**

$\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{3x^3-7x^2+x+2}{x^2-4}$

$\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x^{10}-3^{10}}{x-3}$

$\lim\limits_{x\to +\infty} (x-\sqrt{x})$

**Exercice 2**

**Soit** $f(x)=\dfrac{\sqrt{x}-1}{x-1}$**. Calculer** $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$ **par trois méthodes**

**Exercice 3**

**Calculer** $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$ **dans chacun des cas suivants :**

**1)** $f(x)=\sqrt{4x^2+1}-x$

**2)** $f(x)=\sqrt{x^2+1}-x$

**Exercice 4**

**On considère la fonction numérique f définie par :** $f(x)=-x^4+2x^2+x$ **et soit** $(C)$ **sa courbe représentative dans un repère orthonormé** $(O;\vec{i},\vec{j})$**.**

**1) Déterminer une équation de la tangente T à la courbe (C) au point A(–1, 0).**

**2) Montrer que cette droite est aussi tangente à (C) en un autre point que l'on précisera.**

**3) Montrer que la courbe (C) admet des tangentes horizontales en trois points d'abscisses** $\alpha,\beta$ **et** $\gamma$ **vérifiant :** $-0,9<\alpha<-0,8$, $-0,3<\beta<-0,2$ **et** $1,1<\gamma<1,2$**.**

**Exercice 5**

**Déterminer les réels *a*, *b*, *c* pour que la courbe de la fonction $f(x)=ax+b+\dfrac{c}{x-1}$ :**

- **passe par le point A(2 ; 4),**
- **admette au point A(2 ; 4), une tangente horizontale, et**
- **aie au point d'abscisse 3 une tangente parallèle à la droite d'équation $y = x + 4$**

**2) Vérifier que le point $\Omega\left(1;\dfrac{4}{3}\right)$ est un centre de symétrie de la courbe de f.**

**Exercice 6**

**Soit $g(x)=\dfrac{4}{3}x-1+\dfrac{4}{3x-3}$.**

**1) Dresser le tableau de variations de *g* .**

**2) Montrer que la courbe (*C*) de *g* admet deux asymptotes dont l'une (*D*) est oblique et préciser la position de (*D*) par rapport à (*C*).**

**3) Déterminer la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 3. Déterminer la position de (T) par rapport à (C).**

**4) Tracer soigneusement (T), (D) et (C) dans un repère orthonormé.**

**5) Discuter graphiquement, suivant les valeurs du paramètre réel m, le nombre de solutions de l'équation $4x^2-(3m+7)x+3m+7=0$. Retrouver les résultats algébriquement.**

**Exercice 7**

**1) Soit $P(x)=x^4+6x^2-16x+9$.**

**Déterminer une racine évidente de *P* , factoriser *P* et déterminer son signe.**

**2) Soit $f(x)=\dfrac{x^3-x^2+3x+5}{x^2+3}$ , soit C sa courbe représentative dans un repère orthonormé d'unité 2 cm.**

**a) Déterminer $D_f$ l'ensemble de définition de f.**

**b) Montrer que f est dérivable sur $D_f$. Calculer sa dérivée et vérifier que $f'(x)=\dfrac{P(x)}{(x^2+3)^2}$.**

**c) Dresser le tableau de variations de f.**

**3.a) Trouver *a*, *b*, *c* tels que pour tout x de $D_f$ : $f(x)=ax+b+\dfrac{c}{x^2+3}$.**

**b) Montrer que C a une asymptote D et étudier la position de C par rapport à D.**

**c) Tracez D et C.**

**4.a) Montrer que f réalise une bijection de $\mathbb{R}$ sur un intervalle J que l'on déterminera.**

**b) Représenter $(C)$ et $(C')$ la courbe de $f^{-1}$, dans un nouveau repère.**

**c) Calculer $\left(f^{-1}\right)'(0)$.**

## Exercice 8

**1) On considère le polynôme $P(x)=x^3-3x^2+2$.**

**a) Calculer P(1) et factoriser P(x).**

**b) Etudier le signe de *P*(*x*).**

**2) On considère la fonction *f* définie sur $\mathbb{R}-\{2\}$ par $f(x)=\dfrac{x^3-3x+2}{x-2}$ et C sa courbe représentative dans un repère orthogonal (en abscisse 1 cm pour 1 unité, en ordonnée 1 cm pour 2 unités).**

**a) Déterminer les limites de *f* en $+\infty$, en $-\infty$ et en 2. Préciser les asymptotes verticales et horizontales éventuelles.**

**b) Montrer que $f'(x)=\dfrac{2P(x)}{(x-2)^2}$.**

**c) Etudier les variations de *f* et dresser son tableau de variation.**

**3) Pour quelle abscisse *a* la tangente au point d'abscisse *a* est-elle horizontale ? Justifier.**

**4)Trouver *a*, *b*, *c* et *d* tels que $f(x)=ax^2+bx+c+\dfrac{d}{x-2}$.**

**5) On appelle *g* la fonction définie par $g(x)=x^2+2x+1$ et *P* sa courbe représentative.**

**a) Déterminer les limites en $+\infty$ et en $-\infty$ de f(x) – g(x). Que peut-on en déduire sur les courbes C et P ?**

**b) Etudier la position relative de C et P.**

**c) Tracer C, T et P dans le même repère.**

# V. EXERCICES DE SYNTHESE

**Exercice 1**

**Soit f la fonction numérique définie par $f(x)=\frac{x^2+3x+3}{2x+2}$ et $(C)$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé d'unité 1 cm.**

**1.a) Déterminer le domaine de définition de f et calculer les limites de f aux bornes de ce domaine.**

**b) Etudier le sens de variation de f et dresser son tableau de variation**

**2.a) Déterminer les réels $a, b$ et $c$ tels que $f(x)=ax+b+\frac{c}{2x+2}$**

**b) En déduire que $(C)$ admet une asymptote oblique $\Delta$, dont on donnera l'équation.**

**c) Etudier la position relative entre $(C)$ et $\Delta$**

**3. a) Construire la courbe $(C)$ et ses asymptotes.**

**b) Montrer que $(C)$ admet un centre de symétrie que l'on précisera.**

**4) Soit g la restriction de f sur l'intervalle $I=]0,+\infty[$**

**a) Montrer que g est une bijection de $]0,+\infty[$ sur un intervalle J que l'on déterminera.**

**b) Déterminer $g^{-1}\left(\frac{7}{4}\right)$ et $\left(g^{-1}\right)'\left(\frac{7}{4}\right)$.**

**c) Montrer que l'équation $g(x)=x$ admet une unique solution $\alpha$ que l'on déterminera la valeur exacte et une valeur approchée à $10^{-2}$ près.**

**d) Tracer, dans le même repère, la courbe $(C')$ de la fonction $g^{-1}$ .**

**5) On considère l'intervalle $K=[2;3]$**

**a) Montrer que, $x\in K$ implique que $\forall x\in K$, $f(x)\in K$**

**b) Montrer que $\forall x\in K$, $|f'(x)|\le\frac{1}{2}$**

**6) Soit $(u_n)$ la suite définie par $u_0=2$ et $u_{n+1}=g(u_n)$**

**a) Montrer que** $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_n \in K$ .

**b) Montrer que** $\forall n \in \mathbb{N}$, $|u_{n+1} - \alpha| \leq \frac{1}{2}|u_n - \alpha|$ .

**c) En déduire que** $\forall n \in \mathbb{N}$, $|u_n - \alpha| \leq \frac{1}{2^n}$

**d) En déduire la limite de** $(u_n)$.

**Exercice 2**

## Partie A

**Soit la fonction numérique définie par** $g(x) = x^3 - 3x - 4$

**1) Dresser le tableau de variation de g .**

**2) Montrer que l'équation g(x)= 0 admet une unique solution** $\alpha$ **dans** $\mathbb{R}$ **et que** $2 < \alpha < 3$ .

**3) Donner le signe de g(x) sur** $\mathbb{R}$ .

## Partie B

**On considère la fonction numérique f définie par :** $f(x) = \frac{x^3 + 2x^2}{x^2 - 1}$ **et soit** $(C)$ **sa courbe représentative dans un repère orthonormé** $(O; \vec{i}, \vec{j})$

**1.a) Calculer** $\lim\limits_{x \to -1^-} f(x)$, $\lim\limits_{x \to -1^+} f(x)$, $\lim\limits_{x \to 1^-} f(x)$, $\lim\limits_{x \to 1^+} f(x)$.

**b) Interpréter graphiquement les limites précédentes.**

**2.a) Montrer que** $\forall x \in D_f$, $f(x) = x + 2 + \frac{x+2}{x^2 - 1}$

**b) En déduire que la courbe** $(C)$ **admet une asymptote oblique** $\Delta$ **à préciser puis étudier la position relative de** $(C)$ **et** $\Delta$ .

**c) Calculer** $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

**3) Montrer que** $\forall x \in D_f$, $f'(x) = \frac{xg(x)}{(x^2 - 1)^2}$ **. En déduire le signe de** $f'(x)$ **sur** $D_f$ **(On pourra utiliser A.3).**

**4) Dresser le tableau de variations de f.**

**5) Déterminer les points de** $(C)$ **où la tangente est parallèle la droite d'équation** $y = x + 2$ .

**6) Donner une équation de la tangente de $(C)$ en $x_0 = -2$**

**7) Construire la courbe $(C)$**

**8) Soit h la restriction de f sur l'intervalle $I = ]-\infty;-1[$**

**a) Montrer que h réalise une bijection de I sur un intervalle J à préciser.**

**b) Calculer $\left(h^{-1}\right)'(0)$.**

**Exercice 3**

**Soit f la fonction de variable réelle définie par : $f(x) = \dfrac{x^2 - 3x + 6}{x - 2}$ .**

**On désigne par C sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$ d'unité 2cm.**

**1) Déterminer les réels a ;b et c tel que : $f(x) = ax + b + \dfrac{c}{x-2}$, $\forall x \in D_f$**

**2) Dresser le tableau de variations de f .**

**3) Montrer que C admet deux asymptotes D et D' dont l'une D est oblique.**

**Etudier les positions relatives de D et (C)**

**4.a) Donner une équation de la tangente T à la courbe (C) au point d'abscisse $x_0 = 1$.**

**b) Existe-t-il des points de (C) où la tangente est perpendiculaire à l'asymptote oblique D ? Si oui, donner des équations de ces tangentes.**

**5) Vérifier que pour tout x de $D_f$ on a $f(4-x)+f(x)=2$ et interpréter graphiquement.**

**6) Soit g la restriction de f sur l'intervalle $I = ]0;2[$ .**

**a) Montrer que $g : I \to J$ réalise une bijection où J est un intervalle que l'on déterminera.**

**b) Dresser le tableau de variations de $g^{-1}$.**

**c) Calculer $(g^{-1})'(-4)$. Donner, par deux méthodes différentes l'équation de la droite T' tangente à (C') courbe de $g^{-1}$ au point d'abscisse $x_0 = -4$.**

**7.a) Tracer les courbes (C) et (C') .**

**b) Discuter graphiquement, suivant les valeurs du paramètre réel m, le nombre de solutions de l'équation $x^2-(3+m)x+6+2m=0$ . Retrouver ces résultats algébriquement.**

## Exercice 4

**On considère la fonction $f(x)=\dfrac{x^4-6x^2+1}{x^3-x}$ et sa courbe (C) dans un repère orthonormé.**

**1) Trouver *a*, *b* et *c* tels que $f(x)=x+\dfrac{a}{x}+\dfrac{b}{x-1}+\dfrac{c}{x+1}$.**

**2) Déterminer l'ensemble de définition de f. Etudier la parité et les variations de f.**

**3) Calculer les limites de f aux bornes de $D_f$ . Préciser les asymptotes à (C).**

**4) Etudier la position de (C) par rapport à la droite D d'équation ($y = x$).**

**5) Tracer D et C.**

**6) Résoudre l'équation $f(x) = 0$.**

## Exercice 5

**Soit la fonction *f*, définie sur $\mathbb{R}\setminus\{-1,+1\}$ par $f(x)=\dfrac{x^3+2x^2}{x^2-1}$ et *C* sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormal $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ (unité : 2 cm)**

**<u>Partie A : Etude d'une fonction auxiliaire.</u>**

**Soit *g* définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x)=x^3-3x-4$.**

**1) Dresser le tableau de variations de la fonction *g*.**

**2) Montrer qu'il existe un réel $\alpha$ unique tel que $g(\alpha)=0$. Vérifier que $2\le\alpha\le 3$ puis déterminer une valeur approchée de $\alpha$ à $5.10^{-1}$ près.**

**3) Etudier le signe de *g(x)* sur $\mathbb{R}$ .**

**<u>Partie B : Etude de la fonction *f*.</u>**

**1) Déterminer les limites de la fonction f aux bornes de son ensemble de définition.**

**2) Montrer que pour tout *x* de $\mathbb{R}\setminus\{-1,+1\}$, $f'(x)=\frac{xg(x)}{(x^2-1)^2}$. En déduire le tableau de variation de f.**

**3) Montrer que pour tout *x* de $\mathbb{R}\setminus\{-1,+1\}$, $f(x)=x+2+\frac{x+2}{x^2-1}$. En déduire que *C* admet une asymptote oblique *D* à l'infini. Etudier la position de *C* par rapport à *D*.**

**4) Déterminer les abscisses des points de *C* où la tangente est parallèle à la droite d'équation $y=x+2$**

**5) Tracer la droite *D*, les tangentes du 4. ainsi que la courbe *C* .**

**6) Soit h la restriction de f sur l'intervalle $I=[3,+\infty[$ .**

**a) Montrer que $h:I\to J$ réalise une bijection où J est un intervalle que l'on déterminera.**

**b) Dresser le tableau de variations de $h^{-1}$.**

**c) Calculer $(h^{-1})'(\frac{45}{8})$.**

## Exercice 6

**Soit f la fonction de variable réelle définie par : $f(x)=\frac{x^2+2x-3}{x+1}$ .**

**On désigne par C sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$.**

**1) Déterminer les réels a ;b et c tel que $f(x)=ax+b+\frac{c}{x+1}$ pour tout $x\in D_f$.**

**2) Dresser le tableau de variations de f . Justifier que la courbe C n'admet pas de tangentes horizontales.**

**3) Montrer que C admet deux asymptotes et que leur point d'intersection est un centre de symétrie de C.**

**4) Etudier les positions relatives de C et son asymptote oblique.**

**5) Préciser les points d'intersections de C avec les axes.**

**6) On considère la droite D d'équation $2x-y-1=0$.**

**Existe-t-il des points de C où la tangente est parallèle à D ? Si oui, donner des équations de ces tangentes.**

**7) Tracer la courbe C.**

**8) Soit k la restriction de f sur l'intervalle $]-1,+\infty[$ .**

**a) Montrer que k réalise une bijection de $]-1,+\infty[$ sur un intervalle J que l'on déterminera.**

**b) Construire dans un nouveau repère orthonormé, les courbes représentatives de k et de sa réciproque .**

**c) Calculer $k^{-1}(0)$, $(k^{-1})'(0)$ .**

**d) Donner l'équation de la tangente T' à la courbe C' de $k^{-1}$ au point d'abscisse 0.**

## Exercice 7

**Soit f la fonction définie par $f(x)=1+\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ et C sa courbe dans un repère orthonormé**

**1) Montrer que pour tout x : $f(-x)=2-f(x)$ ; Interpréter graphiquement.**

**2) Montrer que le point de coordonnées $(0;1)$ est un point d'inflexion.**

**3) Etudier les variations de f.**

**4)Tracer la courbe de f.**

**a) Montrer que f admet une fonction réciproque $f^{-1}$**

**b) Donner l'expression de $f^{-1}$**

**c) Dresser le tableau de variation de $f^{-1}$ Tracer sa courbe.**

## Exercice 8

**On considère la fonction numérique $f(x)=\sqrt{|x^2+3x-10|}$ . (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ .**

**1) Ecrire f sans valeur absolue**

**2) Déterminer les asymptotes éventuelles à la courbe (C)**

**3) Dresser le tableau de variation**

**4) Montrer que la partie de (C) sur $[-5,2]$ est un demi cercle à préciser.**

**5) Tracer (C).**

**Dépôt légal N°2176/2020**

**Bibliothèque nationale**

**Nouakchott**

# COLLECTION ESSEBIL AU BAC

**Dans les ouvrages de la collection ESSEBIL AU BAC- Mathématiques vous trouverez chaque trimestre:**

## ESSEBIL AU BAC - Mathématiques

- ✓ **Des résumés de cours pour réviser rapidement et mémoriser les formules**
- ✓ **Des QCM pour l'entraînement et la maîtrise des notions du programme**
- ✓ **Des exercices corrigés variés et progressifs pour teser et approfondir vos connaissances**
- ✓ **Des exercices de synthèse et des problèmes non corrigés pour préparer éfficacement l'épreuve du Bac.**
- ✓ **Quelques traductions pour améliorer le niveau d'acquisition.**

## IV. CORRIGES DES EXERCICES

**Corrigé 1**

**1)** $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{3x^3-7x^2+x+2}{x^2-4}$ **:**

**En remplaçant chaque x par 2 on reconnaît une forme d'indétermination du type « $\dfrac{0}{0}$ »**

**Pour lever l'indétermination ici, on factorise et on simplifie par le terme qui s'annule pour x= 2 ; (l'origine de l'indétermination).**

**Pour factoriser on peut utiliser une identification, une division euclidienne ou le tableau d'Horner.**

$$\frac{3x^3-7x^2+x+2}{x^2-4}=\frac{(x-2)(3x^2-x-1)}{(x-2)(x+2)}=\frac{3x^2-x-1}{x+2},\ x\neq 2.$$

**On remplace après la modification d'écriture :**

$$\lim_{x\to 2}\frac{3x^3-7x^2+x+2}{x^2-4}=\lim_{x\to 2}\frac{3x^2-x-1}{x+2}=\frac{3\cdot 2^2-2-1}{2+2}=\frac{9}{4}.$$

**2)** $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^{10}-3^{10}}{x-3}$ **:**

**Pour lever l'indétermination ici, on peut appliquer un taux d'accroissement :**

**On pose** $u(x)=x^{10}$**, donc** $u'(x)=10x^9$ **et** $\dfrac{x^{10}-3^{10}}{x-3}=\dfrac{u(x)-u(3)}{x-3}$.

$$\lim_{x\to 3}\frac{x^{10}-3^{10}}{x-3}=\lim_{x\to 3}\frac{u(x)-u(3)}{x-3}=u'(3)=10\times 3^9.$$

*3)* $\lim\limits_{x\to+\infty}(x-\sqrt{x})$ **:**

**Pour lever l'indétermination ici, on factorise par le terme prépondérant :**

**Pour** $x>0$, $x-\sqrt{x}=x(1-\dfrac{\sqrt{x}}{x})=x(1-\dfrac{1}{\sqrt{x}})$ **car pour** $x>0$, $x=(\sqrt{x})^2$.

$$\lim_{x\to+\infty}(x-\sqrt{x})=\lim_{x\to+\infty}x(1-\frac{1}{\sqrt{x}})=+\infty \text{ car } \lim_{x\to+\infty}(1-\frac{1}{\sqrt{x}})=1 \text{ et } \lim_{x\to+\infty}x=+\infty .$$

**Corrigé 2**

$f(x)=\dfrac{\sqrt{x}-1}{x-1}$. **Calculons** $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$ :

**Méthode 1**

**Pour faire apparaître le facteur** $x-1$ **au numérateur, multiplions et divisons** $f(x)$ **par la quantité conjuguée du numérateur.**

**Pour** $x>0$ **et** $x\neq 1$, $f(x)=\dfrac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}{(x-1)(\sqrt{x}+1)}=\dfrac{x-1}{(x-1)(\sqrt{x}+1)}=\dfrac{1}{\sqrt{x}+1}$.

**Or** $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{1}{\sqrt{x}+1}=\dfrac{1}{2}$ **donc** $\lim\limits_{x\to 1} f(x)=\dfrac{1}{2}$.

**Méthode 2**

**Appliquer un taux d'accroissement :**

**On pose** $u(x)=\sqrt{x}$, **donc** $u'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$ **et** $f(x)=\dfrac{u(x)-u(1)}{x-1}$.

$$\lim_{x\to 1} f(x)=\lim_{x\to 1}\frac{u(x)-u(1)}{x-1}=u'(1)=\frac{1}{2\sqrt{1}}=\frac{1}{2}.$$

**Méthode 3**

**Factoriser et simplifier par** $\sqrt{x}-1$ **(origine de l'indétermination): Pour** $x>0$ **et** $x\neq 1$ **on a :** $f(x)=\dfrac{\sqrt{x}-1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}=\dfrac{1}{\sqrt{x}+1}$,

**Donc** $\lim\limits_{x\to 1} f(x)=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{1}{\sqrt{x}+1}=\dfrac{1}{2}$

## Corrigé 3

**1)** $f(x)=\sqrt{4x^2+1}-x$

**Pour lever l'indétermination ici, on procède à un changement d'écriture :**

**Pour** $x>0$,

$$\sqrt{4x^2+1}=\sqrt{4x^2(1+\frac{1}{4x^2})}=\sqrt{4x^2}\ \sqrt{1+\frac{1}{4x^2}}=|2x|\ \sqrt{1+\frac{1}{4x^2}}=2x\ \sqrt{1+\frac{1}{4x^2}}.$$

**Donc pour** $x>0$, $f(x)=2x\ \sqrt{1+\frac{1}{4x^2}}-x=x\ (2\ \sqrt{1+\frac{1}{4x^2}}-1)$.

**Or** $\lim\limits_{x\to+\infty} x=+\infty$ **et** $\lim\limits_{x\to+\infty}(2\ \sqrt{1+\frac{1}{4x^2}}-1)=1$ **donc** $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

**2)** $f(x)=\sqrt{x^2+1}-x$

**Une factorisation identique à celle de l'exercice précédent ne nous permet pas de conclure. En effet: pour** $x>0$, $f(x)=x\left(\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}-1\right)$ **et l'application des théorèmes nous ramène à une autre forme indéterminée « $\infty\times 0$ ».**

**Voici une technique très utilisée pour modifier l'écriture d'une fonction irrationnelle.**

**Multiplions et divisons f(x) par son expression conjuguée** $\sqrt{x^2+1}+x$

**(on fait ainsi apparaître au numérateur l'identité remarquable** $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ **) :**

**pour** $x>0$, $f(x)=\frac{(\sqrt{x^2+1}-x)(\sqrt{x^2+1}+x)}{\sqrt{x^2+1}+x}=\frac{(x^2+1)-x^2}{\sqrt{x^2+1}+x}=\frac{1}{\sqrt{x^2+1}+x}$.

**Alors** $\lim\limits_{x\to+\infty}(\sqrt{x^2+1}+x)=+\infty$ **donc** $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$.

## Corrigé 4

**1) L'équation de la tangente est du type** $y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$.

**On a** $f(x)=-x^4+2x^2+x$ **donc** $f'(x)=-4x^3+4x+1$ **d'où** $f'(-1)=1$ **et** $f(-1)=-1+2-1=0$ .

**L'équation de la tangente T est donc $y = 1(x+1) + 0 \Leftrightarrow y = x+1$.**

**2) Cherchons les points de la courbe où la tangente a pour coefficient directeur celui de T, c'est-à-dire 1 :**

$$f'(x) = 1 \Leftrightarrow -4x^3 + 4x + 1 = 1 \Leftrightarrow -4x^3 + 4x = 0 \Leftrightarrow 4x(-x^2 + 1) = 0$$

**Cette équation a trois solutions : $0, 1$ et $-1$.**

**La tangente au point d'abscisse 0 a pour équation $y = x$ , équation différente de celle de T.**

**On vérifie par le calcul que : $f'(1) = -4 + 4 + 1 = 1$ et $f(1) = 2$ d'où la tangente au point d'abscisse 1 a pour équation : $y = 1(x-1) + 2 \Leftrightarrow y = x+1$. C'est bien la même équation de T. Alors T est tangente à (C) en deux points A(–1, 0) et B(1, 2).**

**3) Il suffit de montrer que l'équation $f'(x) = 0$ admet trois solutions $\alpha, \beta$ et $\gamma$ vérifiant : $-0,9 < \alpha < -0,8$, $-0,3 < \beta < -0,2$ et $1,1 < \gamma < 1,2$.**

**On a : $f'(x) = -4x^3 + 4x + 1$ . f' est une fonction polynôme, donc continue sur $\mathbb{R}$.**

**Appliquons le théorème des valeurs intermédiaires :**

**f' est une fonction polynôme, donc continue sur $\mathbb{R}$.**

**$f'(-0,9) \simeq 0,316$ et $f'(-0,8) \simeq -0,152 \Rightarrow f'(-0,9) \times f'(-0,8) < 0$. Donc l'équation $f'(x) = 0$ admet une solution $\alpha$ telle que $-0,9 < \alpha < -0,8$.**

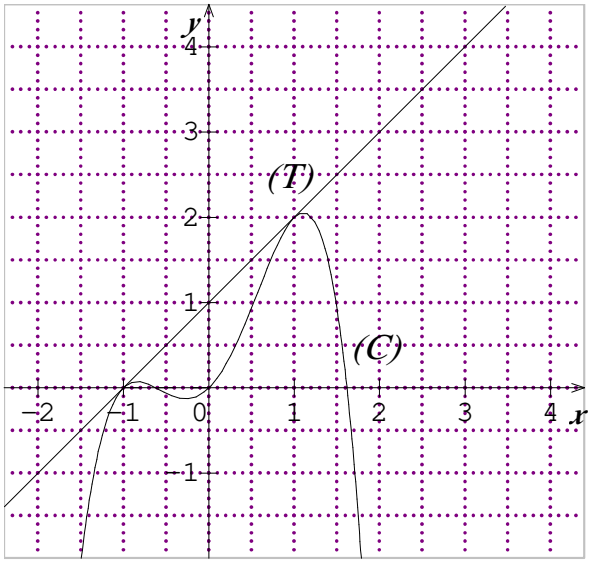
**$f'(-0,3) \simeq 0,092$ et $f'(-0,2) \simeq -0,232 \Rightarrow f'(-0,3) \times f'(-0,2) < 0$. Donc l'équation $f'(x) = 0$ admet une solution $\beta$ telle que $-0,3 < \beta < -0,2$.**

**$f'(1,1) \simeq 0,076$ et $f'(1,2) \simeq -1,112 \Rightarrow f'(1,1) \times f'(1,2) < 0$. Donc l'équation $f'(x) = 0$ admet une solution $\gamma$ telle que $1,1 < \gamma < 1,2$.**

**<u>Conclusion :</u>**

**La courbe (C) admet des tangentes horizontales en trois points d'abscisses $\alpha, \beta$ et $\gamma$ vérifiant : $-0,9 < \alpha < -0,8$, $-0,3 < \beta < -0,2$ et $1,1 < \gamma < 1,2$.**

**(Voir la figure)**




**Corrigé 5**

**1) La courbe de la fonction $f(x)=ax+b+\dfrac{c}{x-1}$ passe par $A(2\ ;\ 4)$ si $f(2)=4$.**

**Donc $2a+b+c=4$ ;**

**On a $f'(x)=a-\dfrac{c}{(x-1)^2}$. Si (C) a une tangente horizontale au point $A(2\ ;\ 4)$,**

**alors $f'(2)=0$. Donc $a-\dfrac{c}{(2-1)^2}=0\Rightarrow a=c$**

**Si (C) a au point d'abscisse 3 une tangente parallèle à la droite d'équation $y=x+4$, alors $f'(3)=1$, (le coefficient directeur de la droite). On a donc**

**$a-\dfrac{c}{4}=1$. Alors $a-\dfrac{a}{4}=1\Rightarrow a=\dfrac{4}{3}$.**

**Donc on a :**

$$\begin{cases} 2a+b+c=4 \\ a=c \\ a=\dfrac{4}{3} \end{cases}$$

**Enfin on obtient $a=\dfrac{4}{3}, b=0$ et $c=\dfrac{4}{3}$, soit $f(x)=\dfrac{4}{3}x+\dfrac{4}{3(x-1)}$.**

**2) Il suffit de montrer que $\forall x \in D_f, 2-x \in D_f$ et $f(2-x)+f(x)=\frac{8}{3}$.**

**On a $x \in D_f \Leftrightarrow x \neq 1 \Leftrightarrow 2-x \neq 1 \Leftrightarrow 2-x \in D_f$**

**On a**

$$\begin{aligned} f(2-x)+f(x) &= \frac{4}{3}(2-x)+\frac{4}{3(2-x-1)}+\frac{4}{3}x+\frac{4}{3(x-1)} \\ &= \frac{8}{3}-\frac{4}{3}x-\frac{4}{3(x-1)}+\frac{4}{3}x+\frac{4}{3(x-1)} \\ &= \frac{8}{3} \end{aligned}$$

**Alors le point $\Omega\left(1;\frac{4}{3}\right)$ est un centre de symétrie de la courbe de f.**

**Corrigé 6**

**Soit $g(x)=\frac{4}{3}x-1+\frac{4}{3x-3}$.**

**1) La fonction *g* est une fonction rationnelle définie sur $\mathbb{R}\setminus\{1\}$. Donc f est continue et dérivable sur son domaine de définition.**

$$g'(x)=\frac{4}{3}-\frac{4}{3(x-1)^2}=\frac{4}{3}\left(\frac{(x-1)^2-1}{(x-1)^2}\right)=\frac{4}{3}\frac{x(x-2)}{(x-1)^2}$$

**$g'(x)=0 \Leftrightarrow x(x-2)=0 \Leftrightarrow (x=0 \quad \text{ou} \quad x=2)$.**

**$g(0)=-\frac{7}{3}$ et $g(2)=3$.**

**Le signe de $g'(x)$ est celui de $x(x-2)$.**

**$\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\frac{4}{3}x-1\right)=-\infty$ et $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\frac{4}{3x-3}\right)=0$. Donc $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)=-\infty$**

**$\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{4}{3}x-1\right)=+\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{4}{3x-3}\right)=0$. Donc $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=+\infty$**

**$\lim\limits_{x\to1^-}(3x-3)=0^- \Rightarrow \lim\limits_{x\to1^-}\left(\frac{4}{3x-3}\right)=-\infty \Rightarrow \lim\limits_{x\to1^-}g(x)=-\infty$**

$$\lim_{x\to 1^+}(3x-3)=0^+ \Rightarrow \lim_{x\to 1^+}\left(\frac{4}{3x-3}\right)=+\infty \Rightarrow \lim_{x\to 1^+} g(x)=+\infty$$

**Tableau de variation :**

| x | $-\infty$ | 0 | | 1 | | 2 | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| g' | | + | 0 | − | ‖ − | 0 | + |
| g | $-\infty$ | ↗ | $-7/3$ | ↘ $-\infty$ | $+\infty$ ↘ | 3 | ↗ $+\infty$ |

**2) On a $\lim_{x\to 1^-} g(x)=-\infty$ et $\lim_{x\to 1^+} g(x)=+\infty$. Alors la droite d'équation $x=1$ est une asymptote verticale à (C).**

**D'autre part, on a $\lim_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$, $\lim_{x\to-\infty} g(x)=-\infty$ et**

**$\lim_{x\to\infty}\left(g(x)-\left(\frac{4}{3}x-1\right)\right)=\lim_{x\to\infty}\frac{4}{3x-3}=0$. Alors la droite D d'équation $y=\frac{4}{3}x-1$ est une asymptote oblique à (C).**

**Pour étudier la position de (*D*) par rapport à (*C*), on étudie le signe de $d(x)=g(x)-\left(\frac{4}{3}x-1\right)$. Le signe de d(x) est celui de $3x-3$ car $d(x)=\frac{4}{3x-3}$ .**

**Lorsque $x>1$, $\frac{4}{3x-3}$ est positif, (C) est au dessus de D, lorsque $x<1$, $\frac{4}{3x-3}$ est négatif,(C) est en dessous de D.**

**3) L'équation de (T) : $y=g'(3)(x-3)+g(3)$**

$$y=1(x-3)+\frac{11}{3}$$

$$y=x+\frac{2}{3}.$$

**Pour déterminer la position de (T) par rapport à (C) on a :**

$$g(x)-\left(x+\frac{2}{3}\right)=\frac{4}{3}x-1+\frac{4}{3(x-1)}-x-\frac{2}{3}$$

$$g(x)-\left(x+\frac{2}{3}\right)=\frac{1}{3}x-\frac{5}{3}+\frac{4}{3(x-1)}$$

$$g(x)-\left(x+\frac{2}{3}\right)=\frac{x^2-6x+9}{3(x-1)}$$

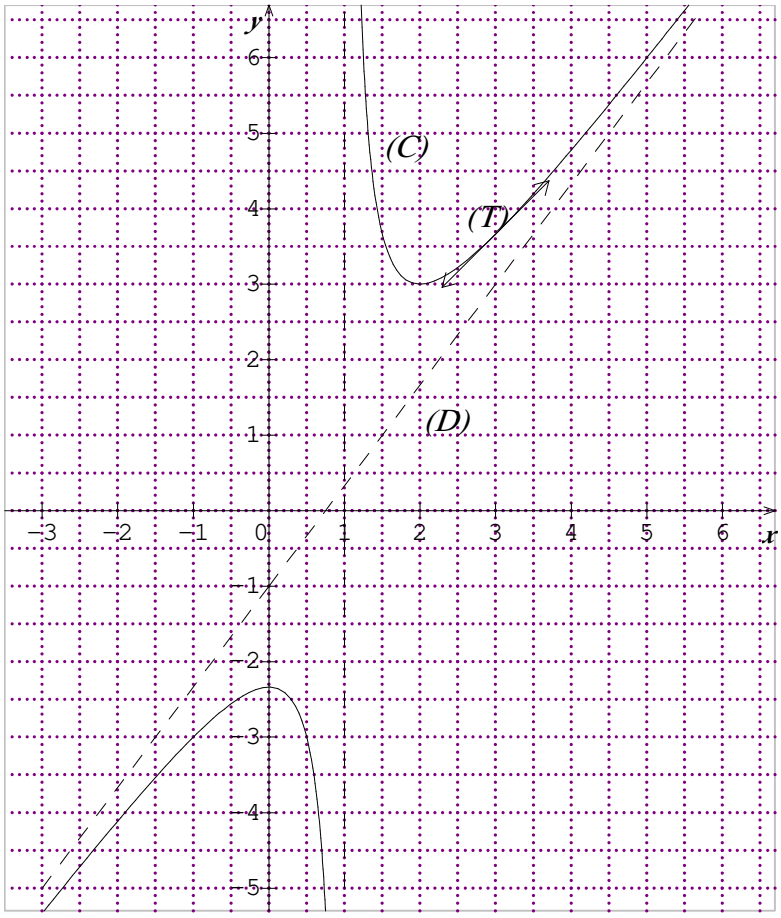
$$g(x)-\left(x+\frac{2}{3}\right)=\frac{(x-3)^2}{3(x-1)}.$$

**Le signe est celui du numérateur :**

**Lorsque $x > 1$, $\frac{(x-3)^2}{3(x-1)}$ est positif, (C) est au dessus de T, lorsque $x < 1$,**

**$\frac{(x-3)^2}{3(x-1)}$ est négatif, (C) est en dessous de T.**

**4) Représentation graphique**



**5) L'équation $4x^2-(3m+7)x+3m+7=0$ équivaut à**

$$4x^2-3mx-7x+3m+7=0 \Leftrightarrow 4x^2-7x+7=3m(x-1)$$

$$\Leftrightarrow m=\frac{4x^2-7x+7}{3(x-1)}$$

$$\Leftrightarrow m=\frac{4}{3}x-1+\frac{4}{3x-3}$$

$$\Leftrightarrow m=g(x)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y=m \\ y=g(x) \end{cases}$$

**Le nombre de solutions de cette équation est le nombre de points d'intersections de la courbe (C) de g avec la droite (horizontale) $\Delta_m$ d'équation $y=m$.**

**Les solutions sont les abscisses des points d'intersection de $(C)$ et $\Delta_m$**

**D'après la représentation graphique de g, on déduit le tableau suivant :**

| valeurs du paramètre m | nombre d'intersection de $(C)$ et $\Delta_m$ | nombre de solutions |
|---|---|---|
| $m<-\frac{7}{3}$ | 2 | 2 |
| $m=-\frac{7}{3}$ | 1 (tangente) | 1 |
| $-\frac{7}{3}<m<3$ | 0 | 0 |
| $m=3$ | 1 (tangente) | 1 |
| $m>3$ | 2 | 2 |

**Pour retrouver ces résultats algébriquement, on étudie le signe du discriminant de l'équation $4x^2-(3m+7)x+3m+7=0$.**

**$\Delta = (3m+7)^2 - 16(3m+7) = (3m+7)(3m-9)$. Le discriminant s'annule pour deux valeurs : $m = -\frac{7}{3}$ et $m = 3$.**

| valeurs du paramètre m | Signe du $\Delta = (3m+7)(3m-9)$ | nombre de solutions |
|---|---|---|
| $m < -\frac{7}{3}$ | $\Delta > 0$ | 2 |
| $m = -\frac{7}{3}$ | $\Delta = 0$ | 1 |
| $-\frac{7}{3} < m < 3$ | $\Delta < 0$ | 0 |
| $m = 3$ | $\Delta = 0$ | 1 |
| $m > 3$ | $\Delta > 0$ | 2 |

**Corrigé 7**

**1) Soit $P(x) = x^4 + 6x^2 - 16x + 9$.**

**On remarque que $P(1) = 1 + 6 - 16 + 9 = 0$. Donc 1 est une racine évidente de P. On peut alors factoriser P(x) par (x – 1) :**

**On peut utiliser le tableau d'Horner :**

| | 1 | 0 | 6 | -16 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | 1 | 1 | 7 | -9 |
| | 1 | 1 | 7 | -9 | 0 |

**Donc $P(x) = (x-1)(x^3 + x^2 + 7x - 9)$**

**On remarque que 1 est une racine évidente de $x^3 + x^2 + 7x - 9$,**

**On peut utiliser de nouveau le tableau d'Horner :**

| | 1 | 1 | 7 | -9 |
|---|---|---|---|---|
| 1 | | 1 | 2 | 9 |
| | 1 | 2 | 9 | 0 |

**Ce qui donne** $x^3+x^2+7x-9=(x-1)(x^2+2x+9)$.

**Enfin on obtient :** $P(x)=(x-1)^2(x^2+2x+9)$.

**Le discriminant du trinôme** $x^2+2x+9$ **est négatif :** $\Delta=4-36=-32$, **donc le trinôme est du signe de (+1), positif.**

**Conclusion :** $P(x)=(x-1)^2(x^2+2x+9)$ **est toujours positif.**

**2.a) La fonction** $f(x)=\dfrac{x^3-x^2+3x+5}{x^2+3}$ **est de domaine de définition** $D_f=\mathbb{R}$ **puisque** $x^2+3>0, \forall x\in\mathbb{R}$.

**b) La fonction f est rationnelle, donc dérivable sur son domaine de définition.**

$$f'(x)=\frac{(3x^2-2x+3)(x^2+3)-(x^3-x^2+3x+5)(2x)}{(x^2+3)^2}$$

$$f'(x)=\frac{x^4+6x^2-16x+9}{(x^2+3)^2} \text{ d'où } f'(x)=\frac{P(x)}{(x^2+3)^2}$$

**c) D'après 1) on a** $\forall x\in D_f, P(x)\geq 0$ **. Alors** $\forall x\in D_f, f'(x)\geq 0$**. La fonction f est croissante sur** $\mathbb{R}$.

**On a** $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x^3-x^2+3x+5}{x^2+3}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x^3}{x^2}=\lim\limits_{x\to-\infty} x=-\infty$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{x^3-x^2+3x+5}{x^2+3}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x^3}{x^2}=\lim_{x\to+\infty} x=+\infty$$

**Tableau de variations de f :**

| x | $-\infty$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | + | |
| $f(x)$ | $-\infty$ | ↗ | $+\infty$ |

**3.a) On utilise une identification pour déterminer les réels a,b et c tels que :**

$f(x) = ax + b + \dfrac{c}{x^2+3}$.

$$ax + b + \frac{c}{x^2+3} = \frac{ax^3 + bx^2 + 3ax + 3b + c}{x^2+3}$$

$$\frac{ax^3 + bx^2 + 3ax + 3b + c}{x^2+3} = \frac{x^3 - x^2 + 3x + 5}{x^2+3},$$

**Par identification :** $\begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \\ 3a = 3 \\ 3b + c = 5 \end{cases}$

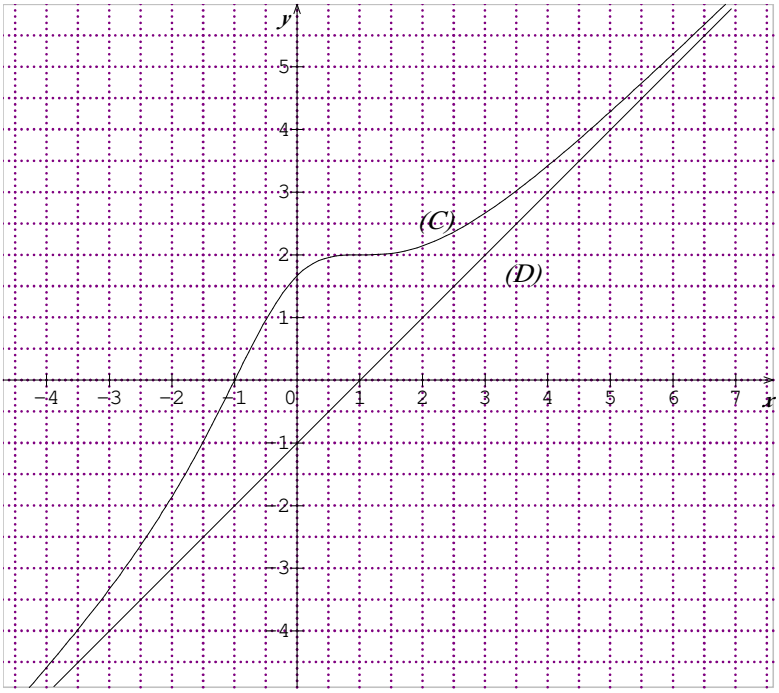
**On obtient donc :** $a = 1, b = -1, c = 8$.

**Alors** $\forall x \in D_f$, **on a :** $f(x) = x - 1 + \dfrac{8}{x^2+3}$.

**b) Or** $\lim\limits_{x \to \pm\infty} \left(f(x) - (x-1)\right) = \lim\limits_{x \to \pm\infty} \dfrac{8}{x^2+3} = 0$, **on en déduit que la droite D d'équation** $y = x - 1$ **est une asymptote à (C).**

**Comme** $f(x) - (x-1) = \dfrac{8}{x^2+3} > 0$, $\forall x \in D_f$, **la courbe (C) est au-dessus de D toujours.**

**c) Représentation graphique :**




**4.a) D'après l'étude de f et son tableau de variations on a :**

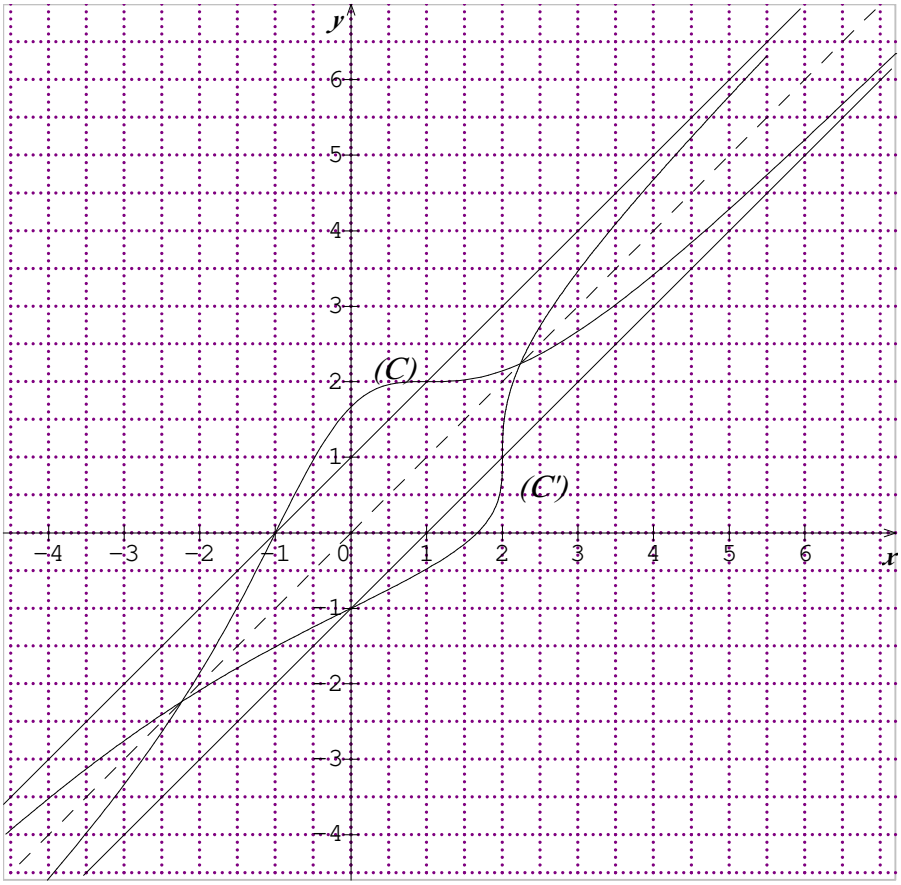
- **f est continue sur $]-\infty;+\infty[$ ;**
- **f est strictement croissante (monotone) sur $]-\infty;+\infty[$ ;**
- **$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$.**

**Donc $f:]-\infty;+\infty[\longrightarrow J=]-\infty;+\infty[$ réalise une bijection.**

**b) Construction :**

**Les courbes $(C)$ et $(C')$ sont symétriques l'une à l'autre par rapport à la droite d'équation $y=x$ :**

| **La courbe (C)** | **La courbe (C')** |
|---|---|
| **Admet une asymptote oblique d'équation $y=x-1$** | **Admet une asymptote oblique d'équation $x=y-1$ soit $y=x+1$** |
| **Coupe (Oy) en $(0;\frac{5}{3})$** | **Coupe (Ox) $(\frac{5}{3};0)$** |
| **Coupe (Ox) en (-1,0)** | **Coupe (Oy) en (0,-1)** |




**c) On a** $\left(f^{-1}\right)'(0)=\dfrac{1}{f'(f^{-1}(0))}$.

$f^{-1}(0)=-1$ **car** $f(-1)=0$, **et** $f'(x)=\dfrac{x^4+6x^2-16x+9}{(x^2+3)^2}\Rightarrow f'(-1)=2$.

**Donc** $\left(f^{-1}\right)'(0)=\dfrac{1}{f'(f^{-1}(0))}=\dfrac{1}{f'(-1)}=\dfrac{1}{2}$

## Corrigé 8

**1.a) On a** $P(x)=x^3-3x^2+2\Rightarrow P(1)=1-3+2=0$.

**En utilisant la division euclidienne (ou le tableau d'Horner ou l'identification) on obtient :** $P(x)=(x-1)(x^2-2x-2)$.

**b) Pour le trinôme** $(x^2-2x-2)$, **on a** $\Delta=12=(2\sqrt{3})^2$ **d'où les racines** $x_1=1-\sqrt{3}, x_2=1+\sqrt{3}$

**Tableau de signes :**

| $x$ | $-\infty$ | $1-\sqrt{3}$ | $1$ | $1+\sqrt{3}$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $x-1$ | - | - | + | + | |
| $x^2-2x-2$ | + | - | - | + | |
| $P(x)$ | - | + | - | + | |

**2)** $f(x)=\dfrac{x^3-3x+2}{x-2}$

**a) Calcul de limites :**

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x^3-3x+2}{x-2}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x^3}{x}=\lim\limits_{x\to\pm\infty} x^2=+\infty$ **. Il n y a pas d'asymptote horizontale.**

$\lim\limits_{x\to 2}(x^3-3x+2)=4>0$ **. Alors :**

$\lim\limits_{x\to 2^-}(x-2)=0^-\Rightarrow\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)=-\infty$ **et** $\lim\limits_{x\to 2^+}(x-2)=0^+\Rightarrow\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)=+\infty$ **.**

**Alors la courbe admet une asymptote verticale d'équation** $x = 2$**.**

**b) Calcul de la dérivée :**

**On a** $f(x)=\dfrac{x^3-3x+2}{x-2}$ **. Alors :**

$$f'(x)=\frac{(3x^2-3)(x-2)-(x^3-3x+2)}{(x-2)^2}$$

$$f'(x)=\frac{3x^3-3x-6x^2+6-x^3+3x-2}{(x-2)^2}$$

$$f'(x)=\frac{2x^3-6x^2+4}{(x-2)^2}$$

$$f'(x)=\frac{2P(x)}{(x-2)^2}$$

**c) Le sens de variation de *f* dépend uniquement du signe de *P*. On a donc le tableau de variations suivant :**

| x | $-\infty$ | | $1-\sqrt{3}$ | | 1 | | 2 | | $1+\sqrt{3}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| f' | | − | 0 | + | 0 | − | ‖ | − | 0 | + | |
| f | $+\infty$ | ↘ | $y_1$ | ↗ | 0 | ↘ | ‖ | $+\infty$ | $y_2$ | ↗ | $+\infty$ |

$y_1 = f(1-\sqrt{3}) \simeq -1,4$ **et** $y_2 = f(1+\sqrt{3}) \simeq 19,3$.

**3) La tangente est horizontale lorsque la dérivée s'annule, soit pour** $1, 1-\sqrt{3}, 1+\sqrt{3}$.

**4) Si pour tout x de** $D_f$ **:**

$$ax^2+bx+c+\frac{d}{x-2} = \frac{ax^3-2ax^2+bx^2-2bx+cx-2c+d}{x-2} \text{ alors}$$

$$ax^2+bx+c+\frac{d}{x-2} = \frac{ax^3+(b-2a)x^2+(c-2b)x-2c+d}{x-2}$$

$$f(x) = ax^2+bx+c+\frac{d}{x-2} \Leftrightarrow \frac{x^3-3x+2}{x-2} = \frac{ax^3+(b-2a)x^2+(c-2b)x-2c+d}{x-2}$$

**par identification des coefficients :** $\begin{cases} a=1 \\ b-2a=0 \\ c-2b=-3 \\ d-2c=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=2a=2 \\ c=2b-3=1 \\ d=2c+2=4 \end{cases}$

**Alors** $f(x) = x^2+2x+1+\frac{4}{x-2}, \forall x \in D_f$.

**5. a) On a :** $f(x)-g(x) = \frac{4}{x-2}$.

**Alors** $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(f(x)-g(x)\right) = \lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{4}{x-2} = 0$. **Donc les deux courbes sont asymptotes.**

**b) Pour la position relative, il est clair que le signe de $f(x)-g(x)$ est celui de $\frac{4}{x-2}$ :**

**$x<2 \Rightarrow f(x)-g(x)<0$ et C est en dessous de P**

**$x>2 \Rightarrow f(x)-g(x)>0$ et C est au-dessus de P.**

