

La science des petits riens

80 petites expériences de Maths Magiques

Dominique Souder



DUNOD

80 petites expériences de Maths magiques

Dominique Souder

DUNOD

Illustration de couverture : Cécile Puech
Maquette de couverture : Jean-Christophe Courte

Illustrations intérieures : Rachid Marai

Le pictogramme qui figure ci-contre mérite une explication. Son objet est d'alerter le lecteur sur la menace que représente pour l'avenir de l'écrit, particulièrement dans le domaine de l'édition technique et universitaire, le développement massif du photocopillage.

Le Code de la propriété intellectuelle du 1^{er} juillet 1992 interdit en effet expressément la photocopie à usage collectif sans autorisation des ayants droit. Or, cette pratique s'est généralisée dans les établissements

d'enseignement supérieur, provoquant une baisse brutale des achats de livres et de revues, au point que la possibilité même pour les auteurs de créer des œuvres nouvelles et de les faire éditer correctement est aujourd'hui menacée.

Nous rappelons donc que toute reproduction, partielle ou totale, de la présente publication est interdite sans autorisation de l'auteur, de son éditeur ou du

Centre français d'exploitation du droit de copie (CFC, 20, rue des Grands-Augustins, 75006 Paris).



© Dunod, Paris, 2008
ISBN 978-2-10-051800-5

Le Code de la propriété intellectuelle n'autorisant, aux termes de l'article L. 122-5, 2° et 3° a), d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective » et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause est illicite » (art. L. 122-4).

Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles L. 335-2 et suivants du Code de la propriété intellectuelle.

Table des matières

Prologue		1
NIVEAU DES TOURS		2
LA NAISSANCE D'UN(E) « MATHÉMAGICIEN(NE) »		4
Chapitre 1	Faisons simple pour commencer	7
Chapitre 2	Premières astuces avec des cartes	15
Chapitre 3	Des objets magiques pour mieux rouler vos amis	21
Chapitre 4	Méfiez-vous des mélanges et des échanges de cartes	28
Chapitre 5	Quand les découpages sont magiques...	39
Chapitre 6	Un arnaqueur doit s'organiser	45
Chapitre 7	Un Calcul se (pré)médite...	53



Chapitre 8	Du matériel de tricheur	61
Chapitre 9	Promenez vos victimes, faites-les tourner en rond !	67
Chapitre 10	Un peu d'arithmétique	76
Chapitre 11	Quelques défis magiques	87
Chapitre 12	Comment rouler les internautes dans la farine !	111
Chapitre 13	Mathématiques festives	124
Chapitre 14	Quand une formule mathématique donne la clef d'un tour	129
Chapitre 15	Poursuite de tours où le magicien essaie d'être créatif et original...	136
Chapitre 16	Tours avec deux jeux de 52 cartes	146
Chapitre 17	Comment préparer des tours sous les yeux des spectateurs...	149
Chapitre 18	Recherche d'invariants	156
Chapitre 19	Tours de cartes et changement de base de numération	166

Chapitre 20	Le mystère des congruences modulo un entier	176
Chapitre 21	Problèmes de logique...	188
Chapitre 22	Tours de calcul mental	193
Chapitre 23	De l'importance d'être pair ou impair	196
Quelques solutions		201

Prologue

Je dédie cet ouvrage à mon fils Pascal Yves SOUDER, jeune professeur des écoles qui s'investit beaucoup en ZEP de banlieue



L'ouvrage que vous avez entre les mains regroupe 84 tours de « mathémagie ». Son ambition est, au delà d'être agréable au lecteur, de lui offrir un guide pour le raisonnement, de l'initier de façon ludique aux mathématiques, et de lui apporter une source de satisfactions personnelles et d'amusements dans des échanges familiaux ou amicaux.

Après la lecture de ce livre vous ne deviendrez pas sorcier, vous ne pourrez pas faire disparaître une locomotive sous les yeux de spectateurs émerveillés. Vous n'aurez même pas l'habileté manuelle nécessaire pour faire apparaître une colombe ou une rose. Vous ne serez pas prestidigitateur ou grand illusionniste : ce n'est pas ce style de magie qui est développé ici...

Dans notre beau monde, il y a plusieurs sortes de musiques, et il est permis de les aimer toutes, même si l'on a des préférences (par exemple la musique de chambre comparée à l'opéra). En mathémagie, il est difficile de faire du grand spectacle, les choses se passent plutôt dans l'intimité d'un petit groupe, à la maison autour d'une table, entre personnes friandes de la découverte d'astuces et de défis à relever, et qui ont du temps à partager en discussion dans la bonne humeur.

Je vous souhaite beaucoup de plaisir dans le monde de la mathémagie, où les mystères de la magie et des mathématiques sont mêlés pour favoriser la curiosité scientifique et faire avancer la réflexion de tout un chacun... Un peu de réflexion à la lecture débouche ensuite sur des moments ludiques, joyeux, et... mathémagiques.

NIVEAU DES TOURS

Les 84 tours de magie présentés ici sont basés sur les mathématiques et la logique. Ils sont reproductibles par tous, sans aucun entraînement de manipulation digne d'un prestidigitateur.

Des **baguettes magiques** indiquent pour chaque tour le **niveau** auquel il correspond (débutant ou confirmé). Voici à quoi correspond chaque niveau :

– **débutant** : ces tours sont destinés non seulement aux plus jeunes, mais à ceux de tous âges qui veulent se familiariser en douceur avec les tours de magie mathématique ;

– **confirmé** : ces tours s'adressent aux amateurs de défis et compétitions et à tous ceux qui se sentent déjà un peu à l'aise en mathémagie ;



Un **index** en fin d'ouvrage répertorie les tours par thème :

- tours de cartes (impromptus, ou avec repérage visuel, ou avec préparation du jeu);

- tours avec des objets courants;
- tours avec du matériel spécial;
- tours basés sur des calculs (papier, crayon, ou calculatrice);
- tours classés selon leurs thèmes mathématiques.

Pour plus de commodité, les tours les plus simples (soit la moitié au moins des 84 tours de magie), c'est-à-dire ceux qui peuvent être réalisés par tout collégien, ont été présentés en début d'ouvrage. Chacun de ces tours peut se lire au hasard, à votre fantaisie, indépendamment des autres.

N'ayez pas peur d'être malhabile, aucune dextérité de prestidigitateur n'est nécessaire : les tours sont automatiques.

Si vous rencontrez des mathématiques, et si vous devez réfléchir, ce n'est pas par hasard... Essayez, cela va vous plaire !

Si des idées vous viennent pour inventer d'autres tours, ne vous étonnez pas, ce livre est conçu pour développer votre créativité et votre imagination...

Si vous prenez confiance en vous au fur et à mesure de votre avancement dans le livre, c'est que le pari de l'auteur est réussi : faire rêver et distraire intelligemment...

Bonne lecture, bonne réflexion, bon entraînement, et bon amusement ! Oui, je confirme : bon amusement à tous, toutes générations confondues, en famille !

Les mathématiques peuvent être conviviales et être considérées, aussi, comme un talent de société...

LA NAISSANCE D'UN(E) « MATHÉMAGICIEN(NE) »

Savez-vous qu'il y a des tours de magie automatiques, des tours qui réussissent tout seuls même quand on n'est pas prestidigitateur ? Il suffit d'essayer ! Voulez-vous un exemple ? Attention, vous allez devenir sans vous en rendre compte « mathémagicien(ne) » !

Choisissez une personne de votre entourage qui ne vous intimide pas, et qui accepte d'être votre partenaire pour un tour de magie. Adressez-vous à elle :

« Voici un jeu de 52 cartes, prenez-le. Choisissez en cachette une carte, celle que vous voulez, rappelez-vous son nom, mettez-la sur la table face cachée, puis posez dessus le nombre de cartes qu'il faut pour épeler son nom, une carte par lettre. Je ne regarde pas, faites-le. »

Par exemple, si la personne a choisi le deux de cœur, elle pose au-dessus de cette carte d'autres cartes en s'appliquant à épeler : « d-e-u-x-d-e-c-o-e-u-r », et elle obtient un petit paquet.

Retournez-vous et dites :

« Je ne connais pas votre carte, je ne connais pas le nombre de cartes de votre petit paquet, mais voilà ce que vous allez faire hors de mes yeux :

– Si votre carte est rouge, vous faites passer du dessus vers le dessous une à une les cartes en épelant r-o-u-g-e, si elle est noire vous épelez n-o-i-r-e (une carte par lettre nécessaire).

– Ensuite votre carte est-elle haute (de 10 à l'as) ou basse (de 2 à 9) ? Vous épelez soit « h-a-u-t-e » soit « b-a-s-s-e », en faisant passer les cartes de haut en bas une à une.

– Enfin, votre carte est-elle à points ou est-ce une figure ? Vous épelez « p-o-i-n-t-s » (avec un « s » à points) ou « f-i-g-u-r-e », en faisant passer les cartes une à une.

– Vous êtes d'accord que je ne peux pas retrouver facilement votre carte dans ce paquet mélangé ? Et pourtant je vais y arri-

ver. En fait, vous allez la retrouver vous-même mais bien sûr elle va se cacher, ce sera la carte de votre paquet qui restera la dernière dans la manipulation que je vous demande de faire... »

Poursuivez ainsi ensuite :

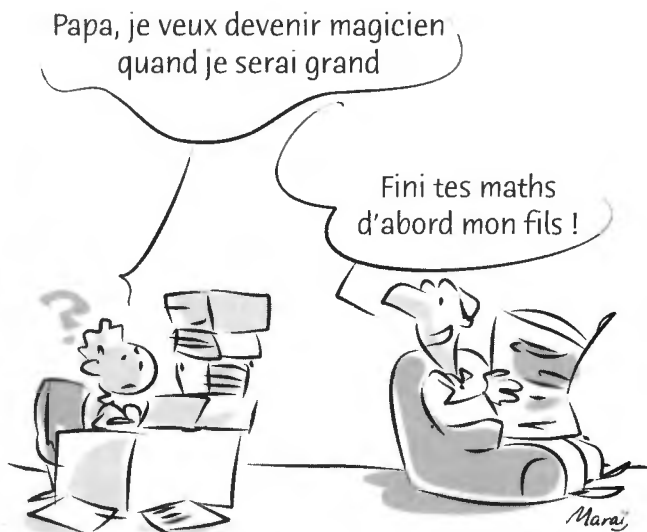
« Vous jetez sur la table la carte de dessus, vous faites passer la suivante en dessous de votre paquet. Vous jetez sur la table la nouvelle carte de dessus, puis vous faites passer la suivante en dessous de votre paquet. Et ainsi de suite jusqu'à ce qu'il ne reste qu'une seule carte en main. »

La personne retourne alors cette dernière carte : c'est bien celle qu'elle avait choisie (dans l'exemple : le 2 de cœur).

Bien sûr vous pouvez refaire le tour, avec n'importe quelle carte, quel que soit son nom, et ça marche toujours ! Vous venez de devenir mathémagicien(ne) !

QUEL EST LE TRUC ?

Pourquoi ce tour réussit-il automatiquement ? Y a-t-il des mathématiques là-dedans ? Qu'y a-t-il à comprendre ?



Voici un début de réflexion...

Cherchez toutes les longueurs possibles de noms de cartes, puis les nombres possibles de cartes du paquet constitué, et ensuite en quelle position peut se trouver la carte choisie dans ce paquet après les trois opérations de déplacements de cartes.

Pour continuer, étudiez dans tous les cas de nombres le procédé d'élimination décrit pour voir quelle est la carte qui reste : vous pouvez utiliser des papiers numérotés à la place des cartes... ou bien un dessin fait sur un papier avec un crayon.

Votre démarche sera celle d'un enquêteur scientifique comme dans la résolution d'un problème mathématique !

(La solution de ce tour apparaîtra plus loin dans ce livre. Elle n'est pas immédiate. Nous vous proposerons d'ici là, progressivement, des tours de difficulté croissante.)

Êtes-vous prêt(e) pour l'aventure ?

L'auteur

dominique.souder@gmail.com

Faisons simple pour commencer

Utilisons des objets courants pour abuser notre public !

Les occasions, dans la vie quotidienne, de faire un peu de mathématiques en s'amusant sont plus nombreuses qu'on ne pourrait le penser *a priori*. Le matériel nécessaire à ce genre de distraction est très souvent présent dans toutes les maisons, et peu onéreux, alors pourquoi se priver des petits tours suivants ?

☆ Tour de magle n° 1 ☆

Le sesquimètre de couturière



De nos jours, dans les foyers, on trouve encore des rubans de couturière, même si les mamans ou les papas ont plus rarement que dans le passé le temps de confectionner des robes ou des pantalons après avoir réalisé un patron. Ce ruban souple que l'on appelle un « mètre » ou un « centimètre » de couturière, gradué de 1 à 150 sur les deux faces, et qui en fait mesure 1,50 mètre, il faudrait l'appeler « sesquimètre » car « sesqui » veut dire « un et demi ».

Le tour suivant nécessite deux spectateurs pourvus chacun d'un petit papier blanc, d'un crayon et d'un trombone, et bien sûr d'un « sesquimètre ».



Vous êtes le magicien, et vous proposez de faire un tour à deux de vos amis.

L'EFFET

Le magicien prédit le résultat d'une addition, sans connaître les nombres additionnés !



DÉROULEMENT DU TOUR

Vous inscrivez sur une feuille de papier le nombre 302 ; pliez la feuille, et placez-la en évidence sur la table en disant que vous faites une prédiction.

Demandez à votre premier ami de placer sur le « sesquimètre » son trombone à cheval, à l'endroit qu'il veut, et de noter sur son papier le nombre du ruban apparaissant sous la partie la plus longue du trombone.

Demandez à votre deuxième ami de faire de même avec son trombone et son papier.

Repassez le sesquimètre au premier ami et demandez-lui de noter le nombre qui apparaît de l'autre côté du trombone

Faisons simple pour commencer



du deuxième ami (la partie la plus courte du trombone), sur l'envers du ruban.

Repassez le sesquimètre au deuxième ami et demandez-lui de noter le nombre qui apparaît sur l'envers du trombone du premier ami.

Demandez à vos deux amis de faire maintenant l'addition des deux nombres qu'ils ont chacun sur leur papier.

Prenez une feuille de papier, demandez à vos amis de dévoiler les deux résultats, d'écrire ces deux nombres et de les additionner (faire le total des deux totaux !).

Déployez votre prédiction : c'est le même total : 302 !

QUE S'EST-IL PASSÉ ?

Observez sous un trombone les deux nombres écrits sur le ruban l'un sur l'extérieur, l'autre sur l'intérieur : la numérotation de 1 à 150 est inversée sur les faces intérieure et extérieure du ruban. Vérifiez que le total de deux nombres sur les faces opposées du ruban est toujours 151 (en cm) : $150 + 1 = 149 + 2 = 148 + 3 = \dots = 60 + 91$, etc.

Deux trombones conduisent à additionner deux fois 151, donc à obtenir 302. Le croisement des nombres à ajouter (l'endroit de l'un des trombones, l'envers de l'autre) fait que tout le monde ne trouve pas 151, et permet que le « truc » du tour ne soit pas trop vite évident ...

☞ Voir un commentaire pour les matheux page 201.

☆ Tour de magie n° 2 ☆

Les trois dés



L'EFFET

Le magicien prédit le résultat de l'addition de 5 nombres inconnus !



DÉROULEMENT DU TOUR

Le magicien propose à un ami d'empiler verticalement 3 dés dont les faces sont numérotées de 1 à 6, et de les cacher en les entourant par un emballage cylindrique de carton (par exemple, le carton central d'un rouleau de papier toilette), ceci pendant que le magicien se retourne. Seul le nombre écrit sur la face supérieure de la pile reste visible. Le magicien fait face à son ami, et écrit une prédiction sur un bout de papier qu'il retourne.

Le magicien propose à son ami d'ajouter tous les nombres écrits sur les faces horizontales des trois dés sauf celui de la face supérieure qui est visible de tous et ne compte donc pas. Il y aura donc cinq nombres à additionner, une fois le carton cylindrique retiré.

Le total (à calculer de tête !) se révèle être le nombre prédit par le magicien...

QUE S'EST-IL PASSÉ ?

Chaque dé est fabriqué de façon que le total de deux faces opposées donne 7 ($1 + 6 = 2 + 5 = 3 + 4$). Additionner les six nombres de trois dés donne $7 \times 3 = 21$.

Si vous enlevez de 21 le nombre visible sur le dessus de la pile, vous avez le total à prédire. Par exemple, si vous voyez un 4, il faut écrire sur le papier le résultat de $21 - 4$, soit 17.

À VOUS DE JOUER !

Et si vous imaginiez maintenant un tour semblable avec quatre dés ? Comment trouverez-vous le total à prédire ?

👉 Voir les solutions page 201.

Faisons simple pour commencer



Tour de magie n° 3



Transmission de pensée par téléphone



Vous voulez impressionner un(e) ami(e) en démontrant que la télépathie existe ?



L'EFFET

Le magicien communique par télépathie avec un complice.

DÉROULEMENT DU TOUR

Dites que vous avez des relations privilégiées avec une personne éloignée que vous pouvez joindre par téléphone, et que vous allez le prouver.

Demandez à votre spectateur de choisir une carte dans un jeu de 32 cartes imaginaire, et de vous donner son nom.



Vous sortez un calepin contenant des numéros téléphoniques. Vous appelez au téléphone la personne devant votre spectateur, vous la saluez (« Comment vas-tu, X ? »), puis vous lui demandez si elle ne vient pas de sentir que vous lui avez envoyé la vision d'une carte particulière.

Passez le combiné à la personne qui avait choisi la carte. Celle-ci entend alors au téléphone votre interlocuteur lui dire le nom exact de sa carte !

QUE S'EST-IL PASSÉ ?

Vous avez dressé avec le copain à qui vous allez téléphoner un tableau de 32 prénoms associés à chacune des 32 cartes du jeu (par exemple, Pascal = 8 de carreau), et vous avez chacun un exemplaire de ce tableau. Le vôtre est justement rangé dans l'annuaire téléphonique de la maison. Le prénom que vous donnez à votre interlocuteur au téléphone lui permet de tomber juste.

	cœur	pique	trèfle	carreau
7	Adrien	Denis	Gilbert	Nicolas
8	André	Émile	Henri	Pascal
9	Antoine	Fabien	Jean	Pierre
10	Arsène	François	Justin	Raoul
V	Boris	Gabriel	Marcel	René
D	Camille	Georges	Maurice	Robert
R	Christian	Gérard	Michel	Yves
As	Christophe	Gervais	Mouloud	Zéphyrin

N'oubliez pas de donner le double de votre tableau de 32 prénoms à votre complice et de vous assurer qu'il est bien chez lui au moment où vous ferez votre tour !

Faisons simple pour commencer



Et ne soyez pas distrait au point de l'appeler par son vrai prénom au lieu de celui qu'il faut choisir dans la liste !

À VOUS DE JOUER !

Complétez ce tableau pour arriver à jouer avec 52 cartes, et si votre complice est une fille, trouvez des prénoms féminins.

☞ Voir les solutions page 202.



Tour de magie n° 4



Les pièces cachées



L'EFFET

Tendez à un ami deux pièces, l'une de 1 €, l'autre de 2 €. Votre ami place l'une en main droite, l'autre en main gauche, en cachette. Vous allez deviner dans quelle main est la pièce de 1 €, et donc dans quelle autre main est la pièce de 2 €.

DÉROULEMENT DU TOUR

Demandez à votre ami de compter 4 fois le nombre d'euros de sa main droite et d'ajouter 3 fois le nombre d'euros de sa main gauche. Demandez si le résultat est pair ou impair (vous pouvez expliquer que « pair » signifie que le nombre se termine par 2, ou 4, 6, 8 ou encore 0; « impair » signifie que le nombre se termine par 1, ou 3, 5, 7, 9).

Si le résultat est impair (votre ami aura trouvé 11), la pièce de 1 € est en main gauche, celle de 2 € en main droite.

Si le résultat est pair (votre ami aura trouvé 10), la pièce de 1 € est en main droite, celle de 2 € en main gauche.





À VOUS DE JOUER !

- Compliquez le tour en donnant davantage d'argent : une somme impaire d'euros à mettre dans l'une des mains et une somme paire dans l'autre, et réfléchissez à sa solution.
- Ne mentionnez pas les sommes que vous donnez à votre ami pour ne pas lui mettre la puce à l'oreille.

Premières astuces avec des cartes

Les jeux de cartes sont très populaires et sources de tours de magie inépuisables, que ce soit avec 52 cartes, 32 ou même moins. Voici quelques astuces, simples, pour commencer...

☆ Tour de magie n° 5 ☆

Le murmure du joker



L'EFFET

Le joker d'un jeu de cartes souffle au magicien le nom d'une carte.

DÉROULEMENT DU TOUR

Faites battre un jeu de 53 cartes (avec le joker) par un spectateur, puis prenez-le en disant que vous avez oublié de prélever le joker. Au moment où vous mettez le jeu en éventail et où vous regardez les cartes qui se présentent faces visibles devant vous pour chercher ce joker, retenez bien le nom des trois premières cartes du dessus du jeu.

Prenez le joker en main, rendez le jeu de 52 cartes au spectateur et demandez-lui de bien vouloir le distribuer faces cachées en trois piles alternativement, de la gauche vers la droite, carte à carte, jusqu'à épuisement du paquet. Vous devez donc connaître les trois cartes qui sont en dessous des trois paquets. Prenez le joker, glissez-le sans le lâcher sous le paquet de gauche, puis

portez-le à votre oreille et dites qu'il vous souffle le nom de la carte sous laquelle il s'est présenté à l'instant. Dites son nom et faites vérifier. Recommencez pour chacun des deux autres tas.

À VOUS DE JOUER !

Entraînez-vous à retenir le nom des 4 premières cartes du dessus du jeu, et adaptez le tour avec une distribution de 4 piles de cartes.

★ Tour de magie n° 6 ★

Comptons jusqu'à la carte choisie



L'EFFET

Le magicien identifie la carte choisie secrètement par le spectateur grâce à l'épellation d'une phrase magique.

DÉROULEMENT DU TOUR

Donnez le jeu à un spectateur, faites-lui distribuer sur la table le nombre de cartes qu'il veut, de 30 à 39, en cachette (tournez-vous).

Demandez-lui de regarder dans son paquet la carte qui est située à partir du dessous dans une certaine position. Cette position correspond au nombre que l'on obtient en ajoutant les deux chiffres de son nombre de cartes. Par exemple, pour 32 cartes, il regarde la $3 + 2 = 5^{\text{e}}$ carte à partir du dessous, il retient son nom, et laisse cette carte en place.

Vous vous retournez, et annoncez que vous allez retrouver la carte choisie grâce à l'épellation d'une phrase magique : « comptons jusqu'à la carte choisie ». (On ne tient pas compte de l'apostrophe quand on épelle.)

Vous prélevez une carte par lettre épelée et le « e » final correspond à la carte choisie.





QUE S'EST-IL PASSÉ ?

La réussite du tour tient à la coïncidence du nombre de lettres de la phrase, soit 28, avec la position de la carte choisie dans tous les cas.

En effet s'il y a 30 lettres, la 3^e (car $3 + 0 = 3$) à partir du dessous est la 28^e à partir du dessus; s'il y a 31 lettres, la 4^e (car $3 + 1 = 4$) à partir du dessous est la 28^e à partir du dessus, etc.

À VOUS DE JOUER !

Adaptez le tour à un nombre compris entre 20 et 29 : quelle est la position invariable de la carte qui sera choisie ? Inventez une phrase qui permette la découverte de la carte à cette position.

☞ Voir les solutions page 203.

Tout le monde connaît la différence entre nombres pairs (finissant par 2, 4, 6, 8, ou 0) et nombres impairs (finissant par 1, 3, 5, 7, ou 9). Les tours utilisant la parité peuvent aussi opposer le 1 et le 0 (comme le passage du courant électrique, ou son non-passage), ou opposer une couleur à une autre (comme les cases d'un échiquier). En voici un...



Tour de magie n° 7



Paires rouges ou noires



L'EFFET

Le magicien devine le nombre de paires rouges restant dans un jeu manipulé par le spectateur.

DÉROULEMENT DU TOUR

Les cœurs et les carreaux sont de couleur rouge, les piques et les trèfles de couleur noire. Prenez une partie d'un jeu de



cartes, et expliquez à votre ami amateur de tours qu'il va devoir sortir du paquet les cartes par deux (par paires), puis les regrouper par types : les paires de deux cartes rouges, les paires noires, les paires de couleurs différentes (paires mixtes). Joignez le geste à la parole. S'il reste une carte, dites que ce problème n'existera pas en prenant le jeu de 52 cartes complet.

Avec un peu de chance, vous pouvez obtenir un nombre de paires rouges différent du nombre de paires noires ; si ce n'est pas le cas, prenez quelques cartes supplémentaires pour y parvenir. Comptez avec votre ami le nombre de paires de chaque sorte, nombre dû au hasard bien sûr, puis faites remarquer les différences de nombres, et dites que vous allez faire un tour à ce sujet sans rien voir du travail de votre ami. Retournez-vous.

Votre ami bat les cartes, et fait à son tour, avec tout le jeu, la répartition en paires. Demandez à votre ami combien il y a de paires noires. Vous annoncez fièrement (toujours tourné) le nombre de paires mixtes, et celui des paires rouges.

QUE S'EST-IL PASSÉ ?

Dans les paires mixtes, le nombre de rouges est égal au nombre de noires. Le reste du jeu est donc constitué d'autant de rouges que de noires, donc d'autant de paires rouges que de paires noires. Dans un jeu de 52 cartes, il y a 26 paires.

Prenons un exemple :

– Si le nombre de paires de noires est 7, il y a aussi 7 paires rouges et $(26 - 2 \times 7) = 12$ paires mixtes.

– Commencez par annoncer le nombre de paires mixtes pour moins inciter votre ami à faire le lien entre les nombres de paires noires et de paires rouges.

– Si votre ami trouve ce tour trop facile, prélevez discrètement deux cartes de même couleur du jeu, et demandez-lui de refaire le tour lui-même : il va avoir des surprises !



Gai, gai, marions-les !



L'EFFET

À partir de 8 cartes mélangées, le magicien reconstitue derrière son dos, à l'aveugle, les couples dame/roi de même famille.

PRÉPARATION SECRÈTE

Sortez les 4 dames et les 4 rois du jeu et faites-en un tas, en prenant bien soin que les rois se succèdent dans le même ordre que les dames. Par exemple, dames de trèfle, carreau, cœur, pique. Ainsi, de 4 en 4, les cartes ont la même famille (dame et roi de trèfle, dame et roi de carreau, etc.).



DÉROULEMENT DU TOUR

Demandez à un spectateur de couper, puis à un autre, et enfin à toute personne qui le voudra. Annoncez que vous allez jouer au directeur ou à la directrice d'une agence matrimoniale ! Prenez les cartes, mettez-les derrière votre dos, partagez le paquet en deux moitiés de quatre cartes qu'il va falloir tenir de la même main, et de l'autre main prélevez les cartes situées sur le dessus de chacune de ces deux moitiés : elles seront de la même famille. Continuez ainsi, en prenant les cartes du dessus des deux moitiés à chaque fois. Vous aurez réalisé des mariages dame et roi de chaque famille, sans rien y voir !

QUE S'EST-IL PASSÉ ?

Pour comprendre que la coupe ne change pas la succession de 4 en 4 des couples dame-roi de même famille, étalez vos 8 cartes en cercle sur la table, effectuez une coupe et constatez que les cartes sur le cercle tournent mais que de 4 en 4 les cartes sont de la même famille.

Des objets magiques pour mieux rouler vos amis

Construire des objets magiques permettant de réaliser des tours originaux n'est pas aussi difficile que vous pouvez le penser. Vous aurez la satisfaction d'être créateur à part entière de vos tours, et de pouvoir les adapter selon les circonstances. Vous prendrez confiance en vous d'une façon dont vous n'avez sans doute pas idée. Pour vous en convaincre, lisez ce qui suit...

☆ Tour de magie n° 9 ☆

Objets magiques et additions



L'EFFET

Dans un tableau de nombres, le spectateur en choisit 5 : leur total est un nombre prédit par le magicien.

PRÉPARATION SECRÈTE

Prenons dix nombres différents dont la somme est 100.

Par exemple : $5 + 6 + 8 + 9 + 11 + 7 + 10 + 13 + 15 + 16 = 100$.



Partageons-les en deux paquets de cinq nombres. Dessinons maintenant un tableau de six lignes et six colonnes. Dans la case en haut à gauche, un signe « + » : c'est une table d'addition. Ensuite, sur la première ligne, nous écrivons les chiffres du premier paquet; et dans la première colonne (verticalement), ceux du deuxième paquet. Remplissons à présent les 25 cases de cette *table d'addition* avec les 25 sommes obtenues.

+	7	10	13	15	16
5	12	15	18	20	21
6	13	16	19	21	22
8	15	18	21	23	24
9	16	19	22	24	25
11	18	21	24	26	27

Coupons maintenant les bords du haut et de la gauche pour garder seulement les 25 cases. On obtient un objet magique avec lequel faire un tour de magie !

12	15	18	20	21
13	16	19	21	22
15	18	21	23	24
16	19	22	24	25
18	21	24	26	27



DÉROULEMENT DU TOUR

Le magicien dit à son ami spectateur qu'il va faire une prédiction qu'il écrit sur un bout de papier (il écrit 100). Le papier est plié et laissé sur la table. Le magicien propose au spectateur de placer 5 pions ou rondelles sur 5 cases de sa table magique en respectant la consigne suivante : il ne doit pas y avoir plus d'un pion par ligne, et pas plus d'un pion par colonne.

12	15	18	20	21
13	16	19	21	22
15	18	21	23	24
16	19	22	24	25
18	21	24	26	27

Quand le spectateur a fini, il doit additionner les 5 nombres sur lesquels il a mis les pions. Par exemple, si le spectateur a déposé un pion sur chacune des cinq cases grisées dans le tableau ci-dessus, on obtient :

$$16 + 15 + 21 + 26 + 22 = 100$$

Le magicien déplie son papier et prouve qu'il avait deviné le total.

QUE S'EST-IL PASSÉ ?

Chaque nombre choisi est la somme de deux des dix nombres de la table de départ. Le choix dans des lignes et des colonnes différentes à chaque fois évite de reprendre les deux mêmes nombres parmi les dix, et oblige à prendre en tout les dix nombres de départ dont la somme est 100.



À VOUS DE JOUER !

- Vous pouvez changer la somme des nombres, et le nombre de nombres...
- Vous pouvez réaliser une table d'addition magique avec de petits nombres (par exemple de 1 à 8) pour votre petit frère qui ne sait compter que jusqu'à 36 :

+	3	5	6	7
1	4	6	7	8
2	5	7	8	9
4	7	9	10	11
8	11	13	14	15

4	6	7	8
5	7	8	9
7	9	10	11
11	13	14	15

Bien sûr il vous faudra écrire pour prédiction « 36 » sur le papier.

Et si votre grand-mère fête bientôt ses 90 ans, construisez-lui une table de somme magique 90, cela lui fera plaisir...

Des objets magiques pour mieux rouler vos amis



Tour de magte n° 10



Objets magiques et multiplications



Vous venez de réaliser un objet magique avec une table d'addition ? Eh bien maintenant, nous allons passer à une autre opération : la multiplication.

L'EFFET

Dans un tableau de nombres, le spectateur en choisit 3 : leur produit est un nombre prédit par le magicien.

PRÉPARATION SECRÈTE

Prenons les six nombres différents suivants : 1, 2, 3, 4, 15, 25.

Si on les multiplie tous, on obtient : $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 15 \times 25 = 9\,000$.

Partageons-les en deux paquets de trois nombres, l'un que l'on note sur une ligne horizontale, l'autre que l'on note sur une colonne verticale, pour remplir les 9 cases de leur *table de multiplication* avec les 9 produits obtenus.

×	1	3	25
2	2	6	50
4	4	12	100
15	15	45	375

2	6	50
4	12	100
15	45	375



Coupons les bords du haut et de la gauche, on obtient un objet magique (à recopier par exemple sur un bout de carton...).

Le magicien écrit sur un papier une prédiction : 9 000. Il plie le papier.

DÉROULEMENT DU TOUR

Il propose au spectateur de placer trois pièces sur trois cases du carré de neuf cases, de façon à ce qu'il n'y ait qu'une pièce par ligne, et qu'une pièce par colonne. Le spectateur doit ensuite multiplier les trois nombres choisis. Le magicien déplie son papier : il avait prédit le bon résultat, 9 000.

QUE S'EST-IL PASSÉ ?

Le spectateur avait choisi par exemple : $4 \times 45 \times 50 = 9\,000$. Chacun des trois nombres choisis provient de deux nombres des bords de la table d'origine, et à eux trois les six nombres différents des bords sont utilisés dans le produit, ce qui donne toujours 9 000.



**À VOUS DE JOUER !**

Vous voulez joindre l'utile à l'agréable en apprenant à votre petit frère les nombres dix, cent, mille, un million, un milliard (ce que vous appellerez les puissances de 10 plus tard) ? Partez d'une table de multiplication comme la suivante :

×	1	10	1 000
1	1	10	1 000
100	100	1 000	100 000
10 000	10 000	100 000	10 000 000

Au lieu de couper les bords habituels, et d'écrire sur un carton les neuf cases en chiffres, écrivez-les en lettres... Voilà une façon pour les plus jeunes des écoliers de se familiariser avec ces nombres et leurs écritures ! Écrivez le futur résultat sur votre petit papier : dix milliards.

un	dix	mille
cent	mille	cent mille
dix mille	cent mille	dix millions

Faites faire la multiplication des trois nombres choisis (en comptant bien les zéros !) et demandez comment le résultat se prononce...

Inventez d'autres tables de multiplication intéressantes !



Méfiez-vous des mélanges et des échanges de cartes

Il est rarement gratuit qu'un magicien fasse couper un jeu ou le fasse battre d'une certaine façon, même s'il évoque le prétexte que les cartes d'un jeu doivent être bien mélangées pour que le spectateur s'assure qu'il n'y a aucune tricherie... Voici quelques tours qui vous apprendront à vous méfier si vous êtes le spectateur, ou qui vous donneront des pistes pour tromper votre public si vous jouez au magicien.

☆ Tour de magle n° 11 ☆

La logique de la coupe



L'EFFET

Le magicien identifie dans le jeu coupé par le spectateur la carte que celui-ci a choisie.

DÉROULEMENT DU TOUR

Quand vous étiez tout(e) petit(e), un des premiers tours de cartes de base que vous avez été fier (fière) de réaliser était sans doute celui-ci : vous repérez la carte située en dessous du paquet, vous faisiez choisir une carte, vous la faisiez placer sur le dessus du paquet, puis vous faisiez couper et reconsti-



Méfiez-vous des mélanges et des échanges de cartes



tuer le paquet. La carte choisie se plaçait alors naturellement après votre carte repère. En éventailant les cartes faces visibles devant vous, vous pouviez retrouver fièrement la fameuse carte choisie qui se trouvait, à partir du dessus du paquet, juste après votre carte stratégique.



Tour de magie n° 12



Ni vu ni connu,
je t'embrouille



L'EFFET

Après avoir choisi une carte et l'avoir perdue dans un jeu, le spectateur effectue divers mélanges et éliminations. Le magicien prend le jeu, porte les cartes successivement à son oreille : celle-ci désigne alors la carte choisie.

DÉROULEMENT DU TOUR

Distribuez deux mains de 5 cartes faces cachées sur la table. Faites-en prendre une à votre future victime, qui choisit une des cartes qui la compose, et la met sur le dessus de son paquet. Faites poser par-dessus le deuxième paquet de cinq cartes (mais ne dites jamais qu'il y a cinq cartes).

Demandez maintenant à votre spectateur d'enlever du dessus du paquet un nombre de cartes ne dépassant pas cinq, pendant que vous lui tournez le dos, et d'écarter celles-ci. Demandez-lui de retourner le paquet où se trouve la carte choisie, pour que les cartes soient visibles. Dites de prendre celle, visible, du dessus, de la jeter sur la table, puis de faire passer la suivante du dessus vers le dessous du paquet. La nouvelle carte du dessus est maintenant mise sur la table, toujours face visible, au-dessus de la première carte jetée; la suivante est passée vers le dessous. On continue ainsi jusqu'à ce qu'il ne reste plus qu'une seule carte en main, qui finit par



rejoindre le dessus du tas qui s'est constitué, dites-vous, au hasard dans cet ordre, carte après carte. Dites que vous allez vous retourner et qu'on doit vous tendre le paquet, faces cachées.

Dites que souvent les cartes parlent mais qu'il faut savoir les écouter. Portez la carte du dessus à votre oreille, sans la regarder : dites que vous n'entendez rien. Portez ensuite la seconde carte à l'oreille : « toujours rien ». La troisième : « c'est curieux », la quatrième : « rien », la cinquième « toujours rien ». Revenez vers la troisième carte, et dites c'était celle-là. Cela m'étonnerait beaucoup que votre spectateur ne soit pas épaté !

QUE S'EST-IL PASSÉ ?

Si vous voulez saisir le truc de ce tour, il vous faut réfléchir à ceci : la carte choisie se trouve toujours à la cinquième place à partir du dessous du paquet, faces cachées sur le dessus (ceci quel que soit le nombre de cartes enlevées par le spectateur). Quand vous retournez le paquet faces visibles, elle est cinquième à partir du dessus. Vous allez écarter sur la table la première puis la troisième, puis la cinquième des cartes. C'est donc maintenant en troisième position dans ce paquet que se trouve la carte choisie...

★ Tour de magie n° 13 ★

Échanges pour 4



L'EFFET

Quatre amis tirent chacun successivement deux cartes d'un jeu, placées aux positions données par le magicien. Ils notent chacun les deux noms de cartes sur un papier. Le jeu est reconstitué et mélangé avant de passer d'un ami à l'autre. Les 4 papiers dévoilent que les 4 amis ont tous choisi les deux mêmes cartes.



PRÉPARATION SECRÈTE

Vous avez besoin d'un paquet de 22 cartes (par exemple les 22 tarots), d'un papier et d'un crayon pour comprendre le tour suivant.

Apprenez d'abord une façon originale de battre un jeu de cartes. Le jeu se présente faces cachées sur le dessus, tenu en main gauche. On prend en main droite la carte du dessus, on fait glisser dessus la deuxième carte, puis on fait passer sous ce paquet droit la troisième carte, on fait glisser sur le dessus la quatrième carte, puis on met la cinquième carte sous le paquet, et ainsi de suite alternativement une à une dessous-dessus jusqu'à épuisement du paquet de la main gauche.

Appliquez cette méthode de mélange à votre jeu de 22 cartes, placées du 1 en haut, au 22 en bas. Notez les nouvelles positions des cartes du haut vers le bas.

Constatez qu'une carte peut rester à la même position après cette battue : laquelle ?

Quel est le numéro à partir du haut de la carte stable ?

Notez qu'il n'y a qu'elle dans ce cas.

Y a-t-il deux cartes dont les positions sont échangées ? Lesquelles ?

Si on fait le mélange une deuxième fois, qu'arrive-t-il à ses cartes échangées lors du premier mélange ?

Ordre initial	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Après un mélange											
Après deux...											

Ordre initial	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
Après un mélange											
Après deux...											



À VOUS DE JOUER !

Imaginez un tour basé sur ces observations... Allez, je vous en propose quand même un... Il vous faut préparer 4 petits papiers et un crayon et avoir 4 amis...

DÉROULEMENT DU TOUR

Tendez le paquet de 22 cartes et dites à un premier ami de noter (en cachette de tous les présents) sur une feuille de papier les noms des huitième et quatorzième cartes (et de laisser ces cartes dans leurs positions).

Tendez le paquet à un deuxième ami, demandez-lui d'exécuter le mélange magique selon la tactique exposée plus haut, et de noter les cinquième et huitième cartes sur un deuxième papier.

Faites mélanger comme plus haut par un troisième ami, qui note la huitième et la quatorzième carte. Enfin un quatrième ami fait le mélange et note la cinquième et la huitième carte sur un quatrième papier.

Les 4 papiers doivent dévoiler les deux mêmes noms de cartes...

Une bonne occasion de constater les liens de l'amitié !

À VOUS DE JOUER !

Imaginez d'autres tours basés sur cette façon de mélanger les cartes, avec d'autres nombres de cartes.

Méfiez-vous des mélanges et des échanges de cartes



Tour de magie n° 14



L'échange neutre



L'EFFET

À l'aide de cartes à points qu'il choisit, le spectateur dispose trois nombres de trois chiffres qu'il additionne. Le magicien avait aligné sur la table quatre cartes faces cachées, qui, retournées, dévoilent le total du spectateur.

PRÉPARATION SECRÈTE

Effectuez les deux additions suivantes, et comparez leurs résultats :

$$\begin{array}{r} 354 \\ + 617 \\ + 498 \\ \hline = \dots\dots\dots \\ 618 \\ + 394 \\ + 457 \\ \hline = \dots\dots\dots \end{array}$$

Observez maintenant en colonne les chiffres des unités des deux opérations, puis ceux des dizaines, et enfin ceux des centaines : il y a quelque chose à comprendre ! Pourriez-vous écrire une autre addition de trois nombres de trois chiffres donnant le même total tout en utilisant les mêmes chiffres que ceux de chacun des exemples précédents ?

Vous êtes mûr pour mettre au point le petit tour de cartes suivant...

DÉROULEMENT DU TOUR

La personne à laquelle vous allez faire le tour se tient à côté de vous. Vous lui faites choisir neuf cartes à points (pas de figures) mis à part le 10, et vous les lui faites disposer, visibles, sous forme de carré de 3 cartes sur 3. Vous avez les autres cartes en main.



Vous obtenez par exemple :

	6	3	4
+	1	9	5
+	8	4	7
<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>

Vous dessinez sur une feuille de papier à côté un tableau qui vous permettra de disposer l'addition de 3 nombres à 3 chiffres qui donnera un total ayant 4 chiffres (*abcd*). La taille de chaque case doit être celle d'une carte.

Vous calculez de tête la somme des trois nombres des trois cartes horizontales qui vous sont les plus proches. Si vous trouvez 19 comme dans l'exemple ($8 + 4 + 7$), vous reprenez le 9 qui est l'unité et vous extrayez une carte 9 du reste du jeu sans vous faire voir de votre ami. Vous posez cette carte face cachée sous la colonne de droite de l'addition, dans la case *d*. Vous reprenez 1 (la retenue du 19) que vous ajoutez aux trois nombres des trois cartes horizontales de la rangée du milieu.

Dans notre exemple, vous trouvez $1 + 9 + 5 + 1 = 16$, vous cherchez un 6 du jeu, vous le posez face cachée sous la deuxième colonne à partir de la droite, dans la case *c*. Vous reprenez 1 (la retenue du 16), que vous ajoutez aux trois nombres de la rangée horizontale la plus éloignée de vous.

Dans l'exemple, vous trouvez $6 + 3 + 4 + 1 = 14$, vous extrayez un 4 et un 1 du jeu toujours négligemment, sans vous faire voir, et vous positionnez faces cachées ces cartes : le 4 sous la colonne correspondant aux centaines, dans la case *b*, et le 1 à gauche qui donnera le chiffre des milliers, dans la case *a*.

Pendant que vous faites ces calculs de tête et cette mise en place de cartes, il vous faut expliquer à votre ami que vous êtes en train de vous concentrer pour faire une petite prédiction sous forme de ces quatre cartes cachées.



Demandez maintenant à votre ami de prendre une des trois cartes de la rangée horizontale la plus proche de vous et de la poser sur votre tableau, dans la case à droite et en haut. Ensuite, de prendre une des trois cartes de la rangée du milieu et de la poser juste à gauche de la première, et enfin de prendre une des trois cartes de la rangée horizontale la plus éloignée et de la poser à gauche des deux autres : vous obtenez ainsi un nombre de trois chiffres sur la ligne supérieure de votre tableau.

Demandez à votre ami de recommencer à fabriquer un tel nombre qui sera mis sous le premier avec la même tactique : la carte qui sera l'unité doit être prise dans la rangée du bas, celle qui fera le chiffre des dizaines sera prise dans la rangée du milieu et celle qui fera le chiffre des centaines dans la rangée du haut. Il reste à transférer les trois dernières cartes du tas de neuf pour obtenir un troisième nombre en respectant la même consigne, nombre qu'on met sous les deux autres.

Faites faire l'addition à votre ami, à haute voix, en calculant d'abord le chiffre des unités : faites-le lui annoncer et retournez alors votre carte correspondante. Faites-le poursuivre pour trouver le chiffre des dizaines, retournez alors votre carte des dizaines. Faites lui terminer l'addition et retournez vos deux dernières cartes.

Voilà un exemple de ce qui peut arriver :

$$\begin{array}{r}
 3 \quad 9 \quad 4 \\
 + \quad 6 \quad 5 \quad 8 \\
 + \quad 4 \quad 1 \quad 7 \\
 \hline
 = \quad 1 \quad 4 \quad 6 \quad 9
 \end{array}$$

QUE S'EST-IL PASSÉ ?

Vous pouvez insister sur le fait que c'est votre ami qui a fabriqué les nombres à additionner, et que votre prédiction n'était pas évidente. Il est peu probable que votre cobaye, qui



n'est pas influencé comme vous par les additions exposées dans la préparation secrète, se rende compte de ce qui s'est passé.

Vous pouvez rencontrer un petit problème avec ce tour si, dans l'addition, il apparaît un zéro (il n'y a pas de carte zéro). À vous d'être assez rapide au moment du choix des neuf cartes par votre ami, pour lui permuter deux cartes étalées par exemple (sous prétexte de les mettre bien alignées...) qui empêcheraient l'arrivée de ce zéro.

★ Tour de magie n° 15 ★

Le mélange australien



L'EFFET

Le magicien apprend au spectateur une façon particulière de mélanger les cartes : « à l'australienne ». À partir des piques en ordre apparemment quelconque, le spectateur réalise le mélange australien et obtient les piques classés par valeurs croissantes.

PRÉPARATION SECRÈTE

Prenez un paquet de cartes, faces cachées devant vous. Posez la carte du haut du paquet sur la table, face cachée. Faites passer la carte suivante du paquet en main, du haut vers le dessous de ce paquet. Prenez la carte qui est maintenant sur le haut du paquet en main, et posez-la sur la table sur celle qui y est déjà. Continuez à faire passer du dessus vers le dessous du paquet une carte, puis à mettre sur la table la suivante sur le tas en construction... À la fin, toutes les cartes constituent un paquet sur la table. Vous venez de faire un mélange australien.

Prenez maintenant les cartes de pique de 1 à 8 d'un paquet de 52. Rangez-les, de 1 en haut à 8 en bas (faces cachées).



Faites le mélange australien. Notez le nouvel ordre dans lequel se trouvent les cartes de haut en bas.

Départ	1	2	3	4	5	6	7	8
Après mélange	8	4	6	2	7	5	3	1

Inversement, dans quel ordre faudrait-il mettre les cartes au départ pour qu'après un mélange, le nouvel ordre soit 1-2-3-4-5-6-7-8 ? Si on veut le 1 en tête, il faut le mettre en huitième au départ. Si on veut le 2 ensuite, il faut le mettre en quatrième place au départ, si on veut le 3 après, il faut le placer en sixième au début, etc.

Vérifiez que le classement initial doit être 8-4-7-2-6-3-5-1.

Prenez maintenant pour les 8 cartes les 4 dames et les 4 rois du jeu. Trouvez quel doit être l'ordre initial pour que, après le mélange australien, l'ordre soit : roi de cœur, puis dame de cœur, roi et dame de pique, roi et dame de carreau, roi et dame de trèfle.

Revenons aux cartes de 1 à 8.

Essayez maintenant de trouver quel devrait être le classement initial pour qu'après deux mélanges australiens de suite le classement soit 1-2-3-4-5-6-7-8.

DÉROULEMENT DU TOUR

Voici un tour de magie que vous pouvez présenter grâce à ce qui précède.

Vous prenez un jeu de 32 cartes dont vous sortez les huit piques que vous classez ainsi : 7-8-valet-10-9-roi-dame-as. Montrez à votre ami ces cartes classées de cette façon, ce qui n'attire pas le soupçon. Montrez-lui comment se fait un mélange australien. Montrez que l'ordre est changé (« tu te rappelles le 7 et 8 étaient au-dessus, mais plus maintenant... »). Demandez-lui de faire lui-même maintenant ce mélange (ce sera le





deuxième, après le vôtre), et dites-lui qu'il aura une récompense de sa bonne volonté.

Montrez que les cartes se sont classées du 7 à l'as par valeur croissante grâce à ses qualités cachées de magicien... Et félicitez-le !

Reprenez le jeu des cartes de 1 à 8 dans l'ordre, et faites 4 mélanges australiens de suite en notant les résultats après chaque mélange. Au bout du quatrième, vous devez avoir une sacrée surprise : les cartes se sont remises dans l'ordre initial.

À VOUS DE JOUER !

- Un jour où vous avez un public d'au moins 3 amis, sortez les 8 cartes bien classées de 1 à 8. Montrez-leur ce qu'est un mélange Australien, faites constater qu'il y a vraiment mélange après votre action. Demandez successivement à chacun de vos 3 amis de faire la même chose, puis regardez le résultat final : tout s'est remis en ordre ! C'est le miracle de l'amitié qui fait que tout s'arrange...
- Je suis sûr que vous allez trouver d'autres idées de tours, avec les 13 cartes d'une famille par exemple, en notant ce qui se passe au bout d'un ou plusieurs mélanges australiens.

👉 Voir les solutions page 204.

Quand les découpages sont magiques...

Avec simplement un peu de papier et des ciseaux, on peut réaliser des découpages agrémentés d'histoires plus ou moins longues qui raviront votre public de tout âge... On peut aussi découper sans ciseaux un jeu de cartes en paquets plus petits, et obtenir des résultats surprenants...

☆ Tour de magie n° 16 ☆

Le ruban de Möbius et les deux anneaux devenant un carré



L'EFFET

Le magicien raconte une histoire de ceinture, découpe successivement trois anneaux selon leur axe et obtient des résultats surprenants...

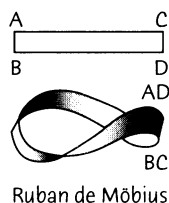
DÉROULEMENT DU TOUR

Un marchand de ceintures dans une foire voit arriver un car de touristes et s'inquiète : va-t-il manquer de matériel ? Le magicien colle les deux extrémités d'une bande de papier



représentant la ceinture, puis coupe au milieu de la largeur : il obtient deux ceintures au lieu d'une, et le marchand se prépare à faire des affaires en les vendant le même prix qu'avant !

Ensuite, notre marchand voit un gros monsieur arriver, il faut une ceinture plus longue ! Le magicien colle les deux extrémités en ayant pris soin d'effectuer une torsion (on obtient un ruban de Möbius : l'objet obtenu n'a qu'une face, on ne pourrait pas peindre par exemple de deux couleurs un intérieur et un extérieur, en effet si l'on étale une couleur en laissant glisser le pinceau sur le papier, celle-ci finit par recouvrir tout l'objet). Le magicien effectue une découpe au milieu de la largeur de la ceinture : on obtient une seule ceinture et sa longueur satisfait le gros monsieur.



Ne nous arrêtons pas là : comment réaliser une ceinture pour des frères siamois (vous savez ces enfants hélas victimes d'une monstruosité naturelle qui les soude l'un à l'autre à la naissance par une partie de leur corps), ceux qui dirigent dans la foire le stand où l'on paye pour voir des animaux ayant une difformité curieuse ? Il faut employer la même méthode que précédemment, mais on fait subir, cette fois, deux torsions à la ceinture d'origine avant de coller les deux extrémités. On obtient alors, après découpe habituelle dans le milieu de la largeur, deux anneaux entrelacés (comme les frères siamois sont enchevêtrés).

★ Tour de magie n° 17 ★

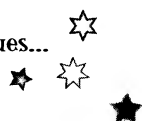
Le découpage magique



L'EFFET

Si vous avez conservé les deux ceintures de même taille obtenues (lors du tour de magie n° 16) après le premier découpage sans torsion préalable, vous pouvez les coller perpendiculairement pour obtenir une croix de deux anneaux

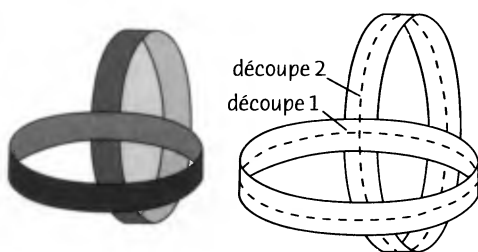
Quand les découpages sont magiques...



circulaires. Le magicien peut alors lancer un défi au spectateur :
« Pouvez-vous en deux coups de ciseaux transformer cet objet
et obtenir un carré, sans qu'il y ait de papier perdu ? »

DÉROULEMENT DU TOUR

La solution est proposée ci-contre. La première découpe en ligne droite selon l'axe du premier anneau donne un objet ressemblant à une paire de lunettes ou de menottes.



La deuxième découpe en ligne droite selon l'axe de la grande ligne droite reliant les deux menottes permet d'obtenir le carré, et même deux carrés si l'on considère le bord intérieur de l'objet puis son contour extérieur. Si les deux ronds n'ont pas la même dimension, le carré sera remplacé par un rectangle avec une longueur plus grande que la largeur.

Les activités magiques que vous venez de faire relèvent d'une branche des mathématiques que l'on appelle la topologie : celle-ci s'intéresse à la forme des objets, sans se soucier de dimensions et de nombres.

☆ Tour de magie n° 18 ☆

La magie des axes de rotation

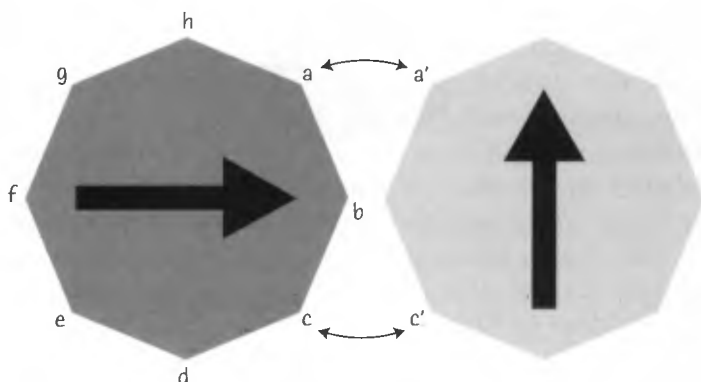


L'EFFET

Un octogone en carton présente une flèche dessinée sur chacune de ses faces, avant et arrière. Le magicien le fait pivoter et les flèches semblent tantôt s'opposer tantôt aller dans la même direction.

PRÉPARATION SECRÈTE

Pour faire tourner en bourrique votre auditoire, vous avez découpé des photocopies des deux octogones ci-dessous. Collez leurs dos l'un contre l'autre en faisant coïncider les deux sommets qui se touchent sur la planche. Votre matériel octogonal est prêt : il a une face gris foncé, et l'autre gris clair.



DÉROULEMENT DU TOUR

Présentez la face gris foncé en saisissant l'objet entre votre pouce et votre majeur qui déterminent un axe (gc), et tournez : les flèches noires indiquent des sens opposés tout en étant parallèles.

Après avoir fait des tours de magie à des amis, et les avoir réussis (!), dites qu'au début de votre spectacle vous étiez, vous, convaincu que les maths pouvaient fournir un bon spectacle de magie, mais que ce n'était pas forcément l'avis de tous autour de vous (d'où les sens différents des flèches noires quand elles tournent).

Tapez votre objet octogonal sur la table en claironnant « abracadabra ! ». Présentez de nouveau l'octogone gris foncé à votre public en le tenant verticalement selon l'axe (hd). Tournez et faites constater que la flèche noire sur fond gris clair indique une direction perpendiculaire à celle que la flèche

Quand les découpages sont magiques...



che noire sur fond gris foncé indiquait. Dites qu'à votre avis après la moitié de votre exhibition les avis étaient vraisemblablement plus partagés, moins opposés...

De plus en plus fort ! Retapez votre objet sur la table en disant de nouveau « abracadabra ! ». Montrez une troisième fois la face gris foncé à votre public, selon l'axe (*ae*) que vous tenez verticalement. Dites de bien observer la flèche noire, qui monte vers le haut à droite. Faites pivoter : sur la face gris clair visible maintenant du public apparaît une autre flèche noire donnant la même direction et le même sens que la flèche noire du fond gris foncé. Dites que les deux flèches allant dans le même sens correspondent à ce que vous, vous espériez maintenant à la fin de votre spectacle : que tout le monde pense comme vous que les maths sont aussi un talent de société.

Eh bien alors, si la magie va se nicher aussi dans la géométrie...

Découper ne se fait pas obligatoirement avec des ciseaux, on peut aussi partager des ensembles en deux, comme on va le voir ci-après...



Tour de magie n° 19



Un tour de cartes sur le sujet ?



L'EFFET

Le magicien questionne le spectateur jusqu'à ce que celui-ci sélectionne le nom d'une carte d'un jeu de 32. La carte est retrouvée dans le jeu qui se trouvait dans la poche du magicien, à la position que le spectateur demande.

DÉROULEMENT DU TOUR

Il s'agit du choix forcé... Le magicien a mis dans sa poche le paquet de 32 cartes et regardé la carte du dessous, par exemple le 7 de carreau. Il interroge le spectateur :



– « Dans un jeu de cartes, il y a les rouges et les noires. Que préfères-tu ? » Si « rouges » est répondu, tout va bien. Si « noires » est répondu, le magicien dit : « Il reste les rouges ».

– « Dans les rouges, tu préfères les carreaux ou les cœurs ? » Si « carreau » est répondu, tout va bien. Sinon, dire « il reste les carreaux ».

– « Dans les carreaux, il y a les hautes (du valet à l'as) ou les basses (du 7 au 10), tu préfères quoi ? » S'il ne répond pas « les basses », dire qu'il reste les basses.

– « Dans les cartes basses de carreau, tu préfères les paires ou les impaires ? » S'il répond « les paires », dire qu'il reste les impaires.

– « Entre le 7 et le 9 de carreau lequel tu préfères ? » Si c'est le 7, tout va bien. Sinon, dire qu'il reste le 7.

Le magicien peut conclure en disant « Je sors le jeu de ma poche, la carte que tu viens de choisir par tes 5 réponses se trouve sous le paquet de mon jeu ». Autre façon de conclure : « Tu veux que je sorte ta carte, le 7 de carreau, de ma poche, au bout de combien de cartes ? »

Le magicien sort alors une à une de sa poche, depuis le dessus de son paquet, le nombre de cartes voulu sauf une, la dernière, qu'il va chercher sous son paquet.

Un arnaqueur doit s'organiser

Un magicien doit savoir préméditer une tromperie du spectateur qui passera comme une lettre à la poste. De nombreux tours de cartes exigent une préparation, un arrangement selon un ordre magique nécessaire à la réussite du tour. Savoir préparer sous les yeux du spectateur et sans qu'il s'en doute, tout en faisant un tour, le tour qu'on enchaînera ensuite, c'est tout un art...

☆ Tour de magie n° 20 ☆

Le total prédit



L'EFFET

Le spectateur sélectionne dix cartes se suivant dans un jeu. Le total de leurs valeurs est un nombre prédit par le magicien.

PRÉPARATION SECRÈTE

Voici un tour qui nécessite un jeu préparé. Sortez pour chaque famille de cartes (T = trèfle, K = carreau, C = cœur, P = pique) les dix cartes suivantes classées dans le même ordre : 6-1-8-R-4-2-10-7-D-5.

Si l'on attribue à chaque carte un nombre correspondant à ses points, 11 pour le valet, 12 pour la dame et 13 pour le roi, le total de la série de dix cartes précédente sera 68.



Empilez, faces cachées sur le dessus, les dix cartes de la série mentionnée ci-dessus pour une famille, puis une autre, etc. Vous obtenez 40 cartes.

Mettez sur le dessus du jeu (toujours présenté faces cachées en haut) les douze cartes qui restent, mélangées comme bon vous semble. Vous êtes prêt pour proposer le tour.

DÉROULEMENT DU TOUR

Dites à votre ami spectateur que l'on peut additionner les valeurs des 10 premières cartes du dessus du jeu : effectuez le calcul avec lui. Remettez les 10 cartes sur le dessus du jeu. Coupez de façon qu'il n'y ait que quelques cartes dans la coupe supérieure (une demi-douzaine que vous faites passer sous le jeu) et dites qu'avec la nouvelle situation le total va sans doute changer : effectuez le nouveau comptage avec votre ami, qui vraisemblablement donnera un total nouveau. Remettez les 10 cartes sur le jeu. Demandez à votre ami de couper le jeu vers le milieu en complétant sa coupe. Prenez un bout de papier, et un crayon, expliquez que vous allez faire une prédiction, et écrivez en cachette 68, pliez le papier et laissez-le sur la table. Demandez à votre ami de totaliser les 10 nouvelles valeurs des cartes supérieures. Il trouvera 68 et vous pourrez déplier votre papier et montrer la réussite de votre prédiction.

QUE S'EST-IL PASSÉ ?

Quand la coupe est faite, la séquence de dix cartes qui arrive en haut du jeu n'est pas toujours constituée des 10 cartes de la série d'une même famille, mais de deux familles successives dans lesquelles les cartes qui manquent à la première (6, 1, etc.) sont remplacées par celles des mêmes valeurs de la deuxième famille.

Un arnaqueur doit s'organiser



Tour de magie n° 21



Le carré magique



L'EFFET

Le magicien propose un carré de 16 nombres. Le spectateur ajoute les 4 nombres d'une ligne quelconque ou d'une colonne ou d'une diagonale. Le total est toujours le même : le magicien l'avait prédit et écrit (« 34 ») sur un papier posé à proximité.

PRÉPARATION SECRÈTE

Voici un carré magique de $4 \times 4 = 16$ nombres de 1 à 16 : il est facile à fabriquer, regardez... À partir du carré de gauche, il suffit de croiser quatre couples de nombres (le 2 et le 15, le 3 et le 14, le 5 et le 12, le 8 et le 9, on fait une symétrie par rapport au centre du carré) pour obtenir le deuxième carré. Dans celui-ci, la somme de chaque ligne, chaque colonne, chaque diagonale est le même nombre : 34.

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

1	15	14	4
12	6	7	9
8	10	11	5
13	3	2	16

Un tel carré est dit « magique de somme 34 ».



Tour de magie n° 22



Le tour du tissu magique

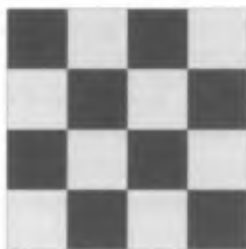


PRÉPARATION SECRÈTE ET RÉFLEXION PRÉALABLE

Colorions comme un damier une case sur deux du carré magique précédent.



1	15	14	4
12	6	7	9
8	10	11	5
13	3	2	16



Quelle est la somme de huit nombres de même couleur ?

$$12 + 13 + 15 + 10 + 7 + 2 + 4 + 5 = 68$$

$$1 + 8 + 6 + 3 + 14 + 11 + 9 + 16 = 68$$

On trouve le double de la somme magique.

Peut-être avez-vous observé une personne de votre famille faire des travaux de couture avec du tissu en damier de deux couleurs, par exemple le gris et le noir.

Imaginons que ce damier est un morceau de tissu carré, dont l'envers serait blanc. Si nous le plions selon les lignes horizontales ou verticales parallèles aux côtés et séparant les 16 carrés, une case grise vient toujours se mettre au-dessus d'une case noire et *vice versa*; mais une couleur sera tournée vers le haut et l'autre vers le bas. Si le pliage est poursuivi jusqu'à ce qu'il n'y ait plus qu'une case carrée apparente, considérons la pile de 16 carrés formée : prenons des ciseaux et rognons les bords de façon à ce que les 16 carrés empilés puissent être séparés les uns des autres. Nous pouvons les soulever l'un après l'autre, et regarder les 16 faces apparentes : il y en aura huit de même couleur et huit qui seront blanches (les envers de l'autre couleur). Vérifiez-le, c'est une expérience sur ce qu'on appelle le principe de la parité.

Nous pouvons recommencer la même expérience en imaginant de plus que le tissu a subi certaines déchirures selon des lignes de séparation des carrés (horizontales ou verticales, de la longueur d'un ou plusieurs côtés de carré) mais qu'il est resté d'un seul tenant. Le pliage pour aboutir à un empilage

Un arnaqueur doit s'organiser



sur la base d'un carré peut être encore plus varié et compliqué mais le résultat sera le même : huit carrés d'une même couleur seront visibles du dessus de la pile, et huit autres depuis le dessous.

Après avoir écrit les 16 nombres du carré magique sur un tissu blanc, le magicien fait sur un papier une prédiction : « 68 », qu'il cache.

L'EFFET

Le magicien fait plier le tissu à un(e) volontaire, avec d'éventuels découpages partiels, de façon à obtenir un empilement sur la base d'un seul carré, il fait couper à ras des bords, puis fait ajouter les nombres visibles. Il dévoile sa prédiction : c'est bien le même total de 68.



Tour de magie n° 23



L'ordre magique...



DÉROULEMENT DU TOUR

Le magicien dispose les carreaux de 1 à 8 et les trèfles de 1 à 8, à sa convenance. Le paquet de seize cartes se présente faces cachées sur le dessus. Le magicien fait passer la carte supérieure sous le paquet puis il retourne la carte suivante sur la table : c'est l'as de carreau.

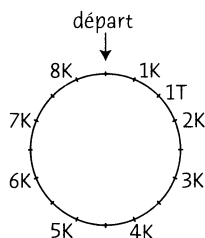
Il fait passer de nouveau la carte située en haut du paquet vers le dessous. Il retourne la carte suivante : c'est le deux de carreau. Le tour continue ainsi, les cartes retournées étant dans l'ordre les carreaux de 1 à 8, puis les trèfles de 1 à 8.

QUE S'EST-IL PASSÉ ?

Saurez-vous trouver dans quel ordre le magicien avait rangé son jeu ?



En faisant passer les cartes du dessus vers le dessous du paquet, on organise une sorte de cycle. On peut dessiner sur une feuille de papier un cercle, marquer un point de départ, et placer 16 positions sur le cercle (en comptant celle de départ). Où doit se situer alors l'as de carreau, puis le deux parmi ces positions ? Continuez avec les autres cartes.



Attention : le truc n'est pas si facile que cela à trouver, vous risquez d'avoir des surprises à l'arrivée des trèfles si vous n'avez pas tout prévu. Testez bien ce que vous croyez être la solution avant de faire le beau devant les copains !

La voilà, mais vous n'êtes pas obligé(e) de la lire avant d'avoir réfléchi vous-même !

Mettre les cartes dans l'ordre suivant à partir du dessus du paquet :

8T, 1K, 1T, 2K, 5T, 3K, 2T, 4K, 7T, SK, 3T, 6K, 6T, 7K, 4T, 8K.

À VOUS DE JOUER !

Sauriez-vous faire le même tour avec les 10 carreaux et les 10 trèfles ? Et avec les 13 carreaux et les 13 trèfles ?

☞ Voir les solutions page 206.

★ Tour de magie n° 24 ★

Le contraire d'impromptu...



L'EFFET

Le magicien trouve instantanément le nom de toute carte prélevée par le spectateur dans le jeu de 52. La carte remise dans le jeu, le tour peut être recommencé autant de fois que l'on veut !



PRÉPARATION SECRÈTE

Voici un tour utilisant un jeu de 52 cartes pré-arrangé, les cartes étant présentées faces cachées sur le dessus.

Les positions sont numérotées de 1 au-dessus du paquet, vers 52 en dessous.

Les notations sont : T = trèfle, K = carreau, C = cœur, P = pique, A = as, V = valet, D = dame, R = roi.

Position		Position		Position		Position	
1	AT	14	AC	27	AP	40	AK
2	4C	15	4P	28	4K	41	4T
3	7P	16	7K	29	7T	42	7C
4	10K	17	10T	30	10C	43	10P
5	RT	18	RC	31	RP	44	RK
6	3C	19	3P	32	3K	45	3T
7	6P	20	6K	33	6T	46	6C
8	9K	21	9T	34	9C	47	9P
9	DT	22	DC	35	DP	48	DK
10	2C	23	2P	36	2K	49	2T
11	5P	24	5K	37	5T	50	5C
12	8K	25	8T	38	8C	51	8P
13	VT	26	VC	39	VP	52	VK

Le jeu présenté ainsi paraît mélangé et honnête à votre public, mais...

– les valeurs des cartes se succèdent de 3 en 3 : 1-4-7-10-R (= 13)-3-6, etc.

– les familles de cartes se succèdent dans l'ordre T, C, P, K.

La fin du jeu VK pourrait se poursuivre par AT grâce à la même règle de fabrication, ce qui fait qu'on peut couper le jeu, et faire démarrer la succession logique des cartes à partir de n'importe quelle carte, et non de l'as de trèfle obligatoire. Cet enchaînement de cartes forme un vrai circuit fermé.

DÉROULEMENT DU TOUR

Le magicien peut présenter le tour ainsi, une fois son jeu préparé :

- il fait couper le jeu au spectateur (et compléter la coupe);
- il présente le jeu en éventail faces visibles pour le spectateur, lui demandant de prendre une carte où il le souhaite;
- il en profite pour partager le paquet en deux à l'endroit où la carte a été prélevée, et fait passer la partie inférieure vers le dessus : il y a maintenant sous le paquet la carte qui précédait la carte choisie. En égalisant le jeu pendant que le spectateur regarde et cache jalousement sa carte, le magicien prend connaissance de la carte de dessous;
- il suffit de compter 3 de plus pour obtenir la valeur de la carte choisie, et de se rappeler quelle est la famille qui suit celle de la carte de dessous. Par exemple, si la carte de dessous est un 5 K, la carte choisie est un $5 + 3 = 8$ et l'ordre des familles étant TCPK, c'est un trèfle, donc le 8T.

Important ! Apprenez bien la succession TCPK, et n'oubliez pas que le valet vaut 11, la dame 12 et le roi 13. Entraînez-vous : après une carte du dessous qui serait le 8 de cœur, quelle serait la carte choisie ? Prenez d'autres exemples avant de proposer ce tour à vos amis.

À VOUS DE JOUER !

À condition de remettre sous le tas la carte choisie que vient de retrouver le magicien, le tour peut être recommencé, en commençant par faire couper le spectateur. L'effet risque d'être de plus en plus impressionnant...

Un Calcul se (pré)médite...

Voici des tours de magie avec les nombres : un papier et un crayon sont le seul matériel nécessaire. Une calculatrice n'est pas indispensable, les opérations sont très faciles ! Certaines personnes n'aiment pas fréquenter les nombres, gageons qu'elles n'ont pas eu la chance de s'amuser avec, et de jouer, étant petites, à relever de petits défis comme ceux qui suivent...

☆ Tour de magie n° 25 ☆

Comment entourlouter
le spectateur ?



L'EFFET

Le magicien retrouve, après une suite d'opérations, un nombre choisi au départ.

DÉROULEMENT DU TOUR

Le magicien s'adresse au spectateur...

- Choisissez un nombre entier.
- Multipliez-le par 2.
- Ajoutez 9.
- Ajoutez le nombre de départ.
- Divisez par 3.
- Enlevez 3.
- Votre résultat est le nombre que vous aviez choisi !



QUE S'EST-IL PASSÉ ?

Vous pourriez prendre un exemple, écrire tous les résultats de chaque action. Puis prendre un deuxième exemple... Mais le mieux est peut-être de relire les consignes : vous devriez vous rendre compte maintenant que :

– le nombre que vous avez choisi est comptabilisé deux fois plus une, soit 3 fois, puis divisé par 3, ce qui permet de retomber dessus ;

– le nombre 9 divisé par 3 donne 3, et si on lui enlève 3 il reste 0 : il n'a donc servi qu'à vous égarer...



Au collège, on apprend à traduire ainsi ce tour en langage mathématique : si n est le nombre de départ :

$$[(2n + 9 + n)/3] - 3 = n$$



Tour de magie n° 26



Numération décimale



DÉROULEMENT DU TOUR

Choisissez deux chiffres (de 1 à 9).

Multipliez le premier par 2.

Ajoutez le deuxième.

Multipliez le résultat par 5.

Enlevez quatre fois le second chiffre.

Combien trouvez-vous ?

L'EFFET

Si le spectateur déclare 78, vous pouvez annoncer fièrement que le premier chiffre était 7 et que le deuxième était 8.

QUE S'EST-IL PASSÉ ?

Qu'arrive-t-il au premier chiffre ?

Il sera multiplié par 2 puis par 5 donc en tout par 10.

Qu'arrive-t-il au deuxième chiffre ?

Il sera multiplié par 5, mais on l'enlèvera 4 fois, donc on le retrouvera.

Le total fait donc 10 fois le premier nombre, augmenté du deuxième.

Il vous faut prendre conscience que l'écriture « ab » formée des deux chiffres a et b représente un nombre qui vaut $(10a + b)$.

Quand on apprend au collègue à faire du calcul avec des lettres, cela se traduit ainsi : si a et b sont les deux nombres, $5(2a + b) - 4b = 10a + b$.



À VOUS DE JOUER !

Inventez d'autres tours de calculs magiques du même genre !
Si les tours précédents de calcul ont bien été compris, nos jeunes lecteurs peuvent envisager les suivants qui s'adressent davantage à ceux qui commencent à manipuler les lettres qu'à des écoliers. Cette fois-ci, on utilisera des cartes (premier tour suivant), pour augmenter la curiosité inhabituelle de certains copains, et on mêlera un peu d'affectivité (âge et département de naissance, pour le deuxième tour) !

★ Tour de magie n° 27 ★

Avec un jeu de cartes qui peut même être imaginaire...



À chaque carte de 1 à 10 on attribuera sa valeur, au valet la valeur 11, à la dame 12, au roi 13. À chaque couleur, on attribue une valeur : 6 pour trèfle (T), 7 pour carreau (K), 8 pour cœur (C), 9 pour pique (P). (Le magicien peut prévoir une présentation visuelle, sinon cela fait beaucoup à retenir pour le spectateur : par exemple un carton sur lequel figure un dessin d'un trèfle = 6, d'un carreau = 7, d'un cœur = 8, d'un pique = 9.)

DÉROULEMENT DU TOUR

Le magicien parle :

- Choisissez une carte.
- Ajoutez à sa valeur naturelle (de 1 à 13) celle de la carte immédiatement supérieure (par exemple pour un 8 ce sera 9).
- Multipliez le résultat par 5.
- Ajoutez la valeur de la couleur (de 6 à 9).
- Combien trouvez-vous ?





Si le spectateur répond 63, le magicien annonce qu'il avait choisi le 5 de cœur.

QUE S'EST-IL PASSÉ ?

Si on appelle c la valeur de la carte, on commence par calculer $(c + c + 1) \times 5$ avant d'ajouter la couleur de 6 à 9.

Ceci revient à trouver $(10c + 5 + \text{la couleur})$ soit $10(c + 1)$ + un chiffre de couleur allant de 1 à 4, avec 1 pour trèfle, 2 pour carreau, 3 pour cœur, 4 pour pique.

Dans l'exemple 63, le 6 représente $(c + 1)$ donc $c = 5$, et le 3 correspond au cœur. Pour trouver le premier nombre, on diminue de 1 le chiffre des dizaines, pour trouver le deuxième chiffre, on associe les chiffres des unités de 1 à 4 aux couleurs T, K, C, P.



Tour de magie n° 28



Le département



(Pour ce tour, une calculatrice peut être utile à un jeune public pas trop habile en calcul.)

L'EFFET

Le magicien découvre l'âge du spectateur et son département de naissance.

DÉROULEMENT DU TOUR

Le magicien s'adresse au spectateur :

- Prenez votre âge (nombre entier).
- Multipliez-le par 2.
- Ajoutez 5.
- Multipliez par 50.
- Ajoutez le numéro du département où vous êtes né(e).
- Enlevez le nombre de jours qu'il y aura cette année.
- Combien trouvez-vous ?



Le magicien annonce alors l'âge du spectateur et le département où celui-ci est né.

QUE S'EST-IL PASSÉ ?

Si a est l'âge, et n le numéro du département :

$50(2a + 5) + n - 365$ se simplifie en $100a + n - 115$.

Le magicien ajoute 115 au résultat du spectateur et trouve $100a + n$.

Ceci permet de dire instantanément, avec les deux chiffres de droite le numéro du département, et avec les deux chiffres de gauche l'âge du spectateur.

Exemple pour $a = 44$ et $n = 78$: le spectateur calcule $50(44 \times 2 + 5) + 78 - 365 = 4\,363$.

Le magicien fait $4\,363 + 115 = 4\,478$ et en tire $a = 44$ et $n = 78$.

À VOUS DE JOUER !

À vous de modifier un peu ce tour pour une année bissextile de 366 jours.

👉 Voir les solutions page 206.

☆ Tour de magie n° 29 ☆

Un peu de magie avec des dominos



L'EFFET

Le spectateur choisit l'un des 28 dominos. Le magicien lui fait faire certains calculs, et quand il donne le résultat final, le magicien trouve de quel domino il s'agit.



DÉROULEMENT DU TOUR

Un ensemble de dominos est étalé sur la table, faces cachées.
Un spectateur en choisit un et le regarde en cachette du magicien.

Le magicien lui demande :

- De multiplier le nombre de gauche par 5.
- D'ajouter 7 au résultat.
- De multiplier par 2 le résultat obtenu.
- De retrancher 14.
- D'ajouter le nombre de droite du domino.
- De donner le résultat final.

Le magicien peut annoncer :

- le chiffre de gauche du domino : c'est le chiffre des dizaines du résultat,
- et le chiffre de droite du domino : c'est le chiffre des unités du résultat.

QUE S'EST-IL PASSÉ ?

L'explication est facile quand on connaît un peu l'écriture littérale des nombres et l'algèbre, ainsi que la numération de position...

Si g et d sont les chiffres de gauche et de droite du domino, les opérations successives donnent :

$$(5g + 7) \times 2 - 14 + d = 10g + 14 - 14 + d = 10g + d$$

c'est-à-dire un nombre qui s'écrit « gd ».

Pour aider un spectateur plus jeune à comprendre, on peut faire le détail des opérations à partir de son choix personnel de la façon suivante. Par exemple pour le domino (4; 3) :

$$(4 \times 5 + 7) \times 2 = 4 \times 10 + 14;$$

$$\text{ensuite } (4 \times 10 + 14) - 14 = 4 \times 10,$$

$$\text{et } (4 \times 10) + 3 = 40 + 3 \text{ qui s'écrit } 43.$$



Les deux bouts de la chaîne...



L'EFFET

À l'abri du regard du magicien, le spectateur est invité à former une longue chaîne avec tous les dominos. Sur un papier plié posé sur la table, le magicien avait prédit quels seraient les nombres des extrémités de la chaîne...

PRÉPARATION SECRÈTE

Le jeu des 28 dominos étant présenté sur la table faces cachées, le magicien en prélève en cachette un qui ne soit pas un double (il aura ainsi deux nombres différents, qu'il retient, par exemple : 4 et 1). Il prend un bout de papier et écrit une prédiction : « les deux extrémités de la chaîne seront : un 4 et un 1 ». Il laisse ce papier tourné et plié sur la table.

DÉROULEMENT DU TOUR

Les dominos sont présentés faces cachées sur la table.

Demandez à votre ami spectateur de retourner les dominos et d'en faire la chaîne la plus longue possible, en respectant la règle habituelle de juxtaposition des dominos par valeur identique. Retirez-vous à l'écart pour laisser le spectateur faire comme il l'entend.

Revenez quand il a fini, et veillez à ce que cette chaîne utilise bien tous les dominos présents.

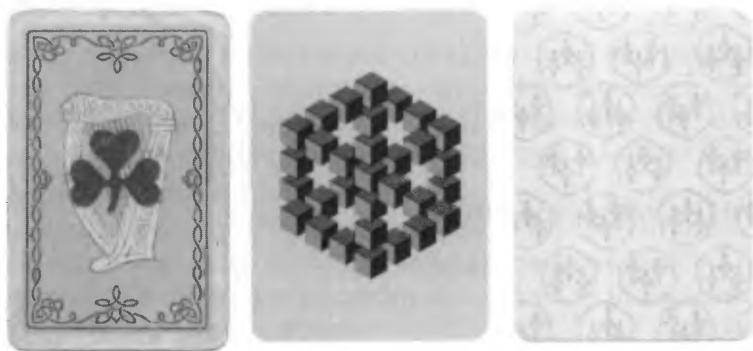
Faites alors constater que votre prédiction s'est réalisée.

QUE S'EST-IL PASSÉ ?

L'ensemble des 28 dominos peut former un cycle complet (un cercle), donc s'il enlève un domino, les valeurs extrêmes de la chaîne correspondront aux valeurs de votre domino prélevé. Si vous voulez recommencer le tour, il faut remettre le domino manquant en cachette et en prélever un autre...

Du matériel de tricheur

Avec des cartes dissymétriques...



Les cartes ci-dessus ont un point commun : leurs tarots (dos) sont dissymétriques.

En effet, si vous les faites tourner de 180° autour de leur centre, vous remarquerez qu'elles sont à l'envers, mais plus ou moins facilement :

- avec le symbole trèfle, ce sera évident ;
- avec la carte d'une vue dans l'espace, en illusion d'optique, de cubes : si l'on présente le dessin avec dans l'axe, en haut, une face supérieure se présentant sous forme de losange complet, ceci permet de distinguer ce haut du bas. En bas, en effet, le cube de dessous est présenté par deux faces entières à gauche et à droite de l'axe de la carte ;

– avec la carte la plus à droite, c'est encore plus difficile à voir : les morceaux de dessins ronds du bord du haut sont plus petits que ceux du bord du bas.

On peut imaginer des tours plus ou moins compliqués utilisant des cartes à tarots dissymétriques. On prendra pour s'expliquer l'exemple du jeu orienté avec la face de dessus du cube supérieur entièrement vers le haut.

★ Tour de magie n° 31 ★

Le principe de base



L'EFFET

Le spectateur tire une carte du jeu, la regarde, la remet dans le jeu. Le magicien la retrouve de diverses façons.

PRÉPARATION SECRÈTE

Le magicien a arrangé son paquet de façon que toutes les cartes soient orientées de la même façon par leur dos dissymétrique.

DÉROULEMENT DU TOUR

Le magicien tend le paquet à un spectateur, en éventailant un peu les cartes, et lui demande de tirer une carte puis de la regarder. Il profite de ce dernier moment pour tourner son paquet de 180° avant de faire remettre par le spectateur la carte choisie où celui-ci le désire. Le spectateur peut battre le jeu, sa carte sera la seule du paquet dont le dos sera mal orienté. Pour la retrouver, le magicien peut inventer toutes les astuces qu'il veut. Par exemple faire distribuer en quatre paquets, faces cachées, les cartes, et repérer dans quel tas la carte se trouve. Il peut donc éliminer trois tas inintéressants, puis recommencer avec les cartes restantes, jusqu'à ce qu'il ne reste plus qu'une seule carte : la bonne.



Tour de magie n° 32



Pair ou impair



L'EFFET

Le magicien peut affirmer à son public qu'il a des doigts magiques, et qu'il est capable de dire quand il fait des coupes ayant des nombres pairs ou impairs de cartes, sans avoir besoin de les compter. Et bien sûr le spectateur comptera et vérifiera que le magicien ne se trompe jamais.

PRÉPARATION SECRÈTE

Le magicien a arrangé toutes les cartes de façon à alterner une carte à dos bien orienté, une carte à dos mal orienté, etc. Les dos de la première, de la troisième, et des cartes en position impaires seront identiques. Les dos des cartes en positions paires seront dans l'autre orientation. S'il y a un nombre pair de cartes (52 par exemple), les dos de la première et de la dernière carte seront orientés différemment.

DÉROULEMENT DU TOUR

Entraînez-vous en faisant une coupe multiple donnant de la droite vers la gauche quatre paquets successifs. Si la carte de dessus du paquet (celle qui était contre votre paume de main) était orientée « losange axial entier en haut », vous savez que la carte du dessous était orientée « losange axial entier en bas ». Regardez le tas de droite : s'il a « losange axial entier en haut » sur le dessus (comme l'était le paquet au départ), il possède un nombre pair de cartes, mais s'il a « losange axial entier en bas » sur le dessus, c'est qu'il a un nombre impair de cartes. Vous pouvez connaître la carte de dessous du deuxième tas depuis la droite : elle a l'orientation différente de celle du dessus du tas de droite. Vous recommencez votre raisonnement pour dire si le deuxième tas a un nombre pair ou impair de cartes... Et ainsi de suite pour les derniers tas.



★ Tour de magie n° 33 ★

La distribution noire de bridge



L'EFFET

Le magicien distribue à trois joueurs et à lui, faces cachées, de façon apparemment fantaisiste, les cartes d'un jeu de bridge. Il se retrouve avec en main les treize piques.

PRÉPARATION SECRÈTE

Le magicien a préparé le jeu de 52 cartes avec la même orientation pour toutes les cartes sauf les piques qui sont orientées à l'envers. Il donne le jeu à battre au spectateur.

DÉROULEMENT DU TOUR

Il déclare avoir rencontré l'autre jour un joueur de bridge particulièrement ivre (carrément « noir »), qui distribuait les quatre mains de 13 cartes de façon fantaisiste, sans tourner comme habituellement autour de la table. Le magicien donne les cartes une à une, mais en servant parfois le même tas plusieurs fois, parfois non. L'essentiel est de veiller à bien donner 13 cartes à chacun et que le magicien se serve pour lui-même à chaque fois qu'il remarque l'orientation mauvaise : il obtiendra ainsi tous les piques, et pourra parader sur sa capacité à avoir un jeu d'enfer au bridge, et à faire un grand chelem noir !

★ Tour de magie n° 34 ★

Le compère



L'EFFET

Le magicien fait croire qu'il peut communiquer par la pensée avec un ami le nom d'une carte.

PRÉPARATION SECRÈTE

Le magicien est venu avec un ami après avoir rangé 16 cartes dans la même orientation.



DÉROULEMENT DU TOUR

Le magicien donne le paquet de 16 cartes à battre à un spectateur, qui les étale en 4 rangées de 4, faces visibles. Le magicien déclare pouvoir communiquer par pensée avec son ami, à qui il demande de sortir de la pièce. Le spectateur est invité à toucher du doigt une des 16 cartes. Le magicien retourne les cartes faces cachées (pour rendre le travail plus difficile à son ami), puis demande à son ami de revenir, et celui-ci donne instantanément le nom de la carte sur laquelle le spectateur avait mis le doigt.

QUE S'EST-IL PASSÉ ?

Un peu de mathématiques : les positions des 16 cartes peuvent se voir attribuer un nombre ou une lettre selon le tableau suivant :

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
T	K	C	P

Un peu d'astuce : le magicien va, en mettant les cartes faces cachées en positionner deux avec la mauvaise orientation. Son ami va les repérer facilement.

La position de l'une des cartes mal orientée donnera la famille : T pour trèfle, K pour carreau, C pour cœur, P pour pique (rangée du bas).

La position de l'autre carte donnera la valeur de 1 à 10, ou 11 pour valet, 12 pour dame. Si aucune des cartes de 1 à 12 n'est mal orientée (et donc s'il n'y a qu'une carte mal orientée), c'est que la carte à trouver est un roi.

Le compère du magicien doit bien sûr avoir parfaitement mémorisé le code pour retrouver rapidement le nom de la



carte (mais il ne saura pas où elle se cache parmi les 16 cartes faces cachées). Génial, non ? Songez bien que la carte touchée n'est pas *a priori* celle dont le dos doit être mal orienté, et que deux cartes sont le plus souvent mal orientées et non une, tout cela rendant plus difficile pour le spectateur de déceler l'astuce du magicien...



Promenez vos victimes, faites-les tourner en rond !

Les tours qui suivent ont en commun d'utiliser le cercle, par exemple comme disposition de cartes présentées comme les douze heures du cadran d'une horloge, ou d'organiser une promenade (en avant, en arrière) qui revient toujours à l'endroit voulu par le magicien.

☆ Tour de magie n° 35 ☆

L'heure de la prédiction



L'EFFET

Le magicien va réussir un coup double à partir de 12 cartes présentées aux 12 positions d'un cadran d'horloge : il va trouver combien le spectateur a mis au préalable de cartes dans sa poche, et faire constater qu'il avait prédit la position qu'aurait sur le cadran une carte particulière.

DÉROULEMENT DU TOUR

Faites battre le jeu de cartes à votre ami, puis sous prétexte de montrer que c'est un jeu normal, étalez-le sur la table faces visibles, chaque carte à gauche étant en dessous de sa voisine de droite. Faites-le avec grand soin pour la partie gauche du



jeu de façon à pouvoir compter de l'œil discrètement 13 cartes. Il vous faut retenir le nom de la première carte à partir de la gauche (en fait celle du dessus du paquet avant l'étalage) et tendre le paquet de ces 13 cartes à votre ami, faces visibles en haut (votre carte est donc la dernière des 13). Rassemblez les autres cartes en un paquet écarté pour l'instant. Prenez un bout de papier, dites que vous allez faire une prédiction, et écrivez le nom de votre carte sans être vu par votre ami. Pliez le papier et laissez-le sur la table à portée de vue de votre victime pendant tout le reste du tour.

Tournez-vous et demandez à votre ami de penser à une grande horloge et de choisir une heure parmi les douze positions possibles de son cadran. Ensuite votre ami devra prendre en cachette un petit paquet de cartes correspondant à ce nombre (l'heure) parmi celles qu'il a, à partir du dessus, faces visibles, puis le mettre en poche : par exemple, pour 4 heures, il met 4 cartes en poche. Demandez à votre ami de mettre son petit paquet restant de cartes, toujours faces visibles en haut, sur le gros tas écarté tout à l'heure présenté lui aussi faces visibles en haut. Retournez-vous et insistez sur votre ignorance du nombre de cartes dans ce paquet.

Dites maintenant que, pour dessiner le cadran de l'horloge, vous avez besoin de 12 cartes. Vous constituez une pile de 12 cartes, prises une à une du paquet faces visibles à partir du haut. Ensuite vous dessinez le cadran de l'horloge, en commençant par la position du 1 du cadran pour la première carte face en haut visible de votre pile, et en continuant dans le sens des aiguilles d'une montre. Repérez où se trouve votre carte : à quelle heure sa position correspond-elle ? Le nombre associé vous permet de dire combien votre ami a mis de cartes dans sa poche : par exemple, si votre carte est en position 4 heures, il a 4 cartes dans sa poche. Annoncez à votre ami avec le sourire que vous voyez clairement le nombre de cartes à travers sa poche, faites vérifier l'exactitude du nombre que vous énoncez.

Ce n'est pas fini ! Achevez votre victime brillamment en lui disant que son nombre de cartes correspond en plus à une heure du cadran où se trouve une carte, et que justement le

Promenez vos victimes, faites-les tourner en rond !



nom de celle-ci est écrit sur le papier de prédiction (dans notre exemple, la carte « 4 heures » est votre carte prédite). Faites déplier le papier et vérifier. Si votre ami n'est pas estomqué par ce très beau tour, changez d'ami !

QUE S'EST-IL PASSÉ ?

Si une quantité x de cartes a été mise en poche, votre carte est en position $(13 - x)$ au départ, à partir du haut.

Position de départ	1	2	...	$13 - x$	...	12
Position dans la distribution des 12	12	11		x		1
Position horaire sur l'horloge	12	11		x		1

Et voilà !



Tour de magie n° 36



L'ordre du joker



L'EFFET

Le magicien retrouve le nombre de cartes transférées en cachette, du haut vers le bas du paquet, par le spectateur.

PRÉPARATION SECRÈTE

Le magicien a rangé les onze cartes suivantes, faces cachées sur le dessus, dans l'ordre suivant, du haut vers le bas : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, Joker.

DÉROULEMENT DU TOUR

Il invite le spectateur à couper un petit paquet de cartes qu'il faut faire passer en bloc du haut vers le dessous du jeu : il lui montre l'exemple avec un bloc de trois cartes qu'il fait passer dessous. Il tend le paquet au spectateur et lui demande de compter combien de cartes celui-ci transférera en cachette de la sorte pendant que lui, le magicien, se retournera.



Quand son ami lui annonce que l'opération est faite, le magicien revient, prend les cartes, se met à les distribuer une à une sur la table et, à un moment, s'arrête et retourne une carte : sa valeur indique le nombre de cartes transférées par le spectateur. Si c'est le Joker, il signifie qu'il n'y a eu aucune carte transférée (ou toutes) et que l'ami a fait une farce qui justifie que le magicien sorte son joker.

QUE S'EST-IL PASSÉ ?

Un dessin ou un schéma en forme de tableau vaut mieux qu'un long discours...

Le haut du paquet est représenté à gauche, et le bas du paquet à droite...

Quand le transfert de trois cartes est fait par le magicien, le Joker occupe la huitième place :

4	5	6	7	8	9	10	J	1	2	3
1 ^{re}	2 ^e						8 ^e			

Si le jeu restait ainsi, en comptant 8 cartes à partir du dessus, le magicien arriverait sur le Joker représentant 0 carte transférée. Si une carte était transférée vers le dessous, la huitième carte deviendrait le 1 représentant une carte transférée. Si deux cartes sont transférées, la huitième devient le 2, etc. Le magicien obtient donc le nombre de cartes transféré en regardant la huitième carte. Si le magicien avait montré l'exemple en transférant 5 cartes, c'est la sixième (car $11 - 5 = 6$) qu'il devrait regarder (au lieu de $11 - 3 = 8$).

À VOUS DE JOUER !

Le tour peut être répété à condition de repérer quelle est la carte du dessous du paquet avant que le spectateur ne fasse son travail. Si elle a la valeur « n », il faudra que le magicien regarde la carte située en $(11 - n)^e$ position.

Promenez vos victimes, faites-les tourner en rond !



Tour de magie n° 37



Les cartes rouges en poches



L'EFFET

Le magicien devine le nombre de cartes cachées par un spectateur dans chacune de ses poches.

DÉROULEMENT DU TOUR

Le magicien se retourne et le spectateur prélève en cachette du jeu de 52 cartes des cartes rouges, par paires, qu'il met dans sa poche gauche, sans avoir besoin de les compter.

Le spectateur distribue alternativement en deux paquets le reste des cartes (ces deux paquets seront égaux, car il restait un nombre pair de cartes, mais le magicien ne le fait pas remarquer). Le spectateur en prend un, et tend le second au magicien qui reste dos tourné.

Le spectateur prélève les cartes rouges de son paquet (sans avoir besoin de les compter) et les met dans sa poche droite. Le magicien revient faire face au spectateur et lui annonce combien il a de cartes dans sa poche gauche, et combien il en a dans sa poche droite.

QUE S'EST-IL PASSÉ ?

Le magicien a compté le nombre de cartes de son paquet pendant que le spectateur prélevait ses cartes rouges. Le magicien calcule le double de ce nombre, et l'enlève de 52 pour connaître le nombre de cartes rouges mises en poche gauche au début par le spectateur.

Le magicien doit avoir compté également le nombre de cartes rouges « r » de son propre paquet. Le nombre total de cartes rouges dans le jeu étant 26, le magicien enlève de 26 ce nombre « r » et le nombre de cartes rouges en poche gauche du spectateur. Il lui reste le nombre de cartes rouges dans la poche droite du spectateur.



Exemple : s'il y a eu 10 cartes rouges prélevées, chaque paquet contient la moitié de $(52 - 10) = 42$, soit 21 cartes. Après avoir compté 21, le magicien calcule $52 - 2 \times 21 = 10$.

Si dans le paquet de 21 cartes du magicien il y a 5 rouges, dans celui du spectateur il en reste $26 - 10 - 5 = 11$.

☆ Tour de magie n° 38 ☆

20 sur 20



L'EFFET

Le spectateur choisit un nombre et la carte positionnée à cette place dans le jeu. Le magicien mélange dans son dos les cartes, puis distribue les cartes en comptant jusqu'à 20. À « 20 » la carte est retournée : c'est la carte choisie !

DÉROULEMENT DU TOUR

Le spectateur est invité à penser à un nombre inférieur à 10, et à regarder la carte située à cette position à partir du haut du paquet, puis à se rappeler son nom ; pendant ce temps, le magicien a le dos tourné. La carte choisie est laissée dans le paquet à sa position.

Le magicien se retourne, récupère le jeu, et se met à son tour à faire un travail en cachette du spectateur : dans son dos, il inverse l'ordre des 19 cartes du dessus, une à une, qu'il remet sur le jeu. Pendant ce temps, il déclare qu'il est en train de positionner la carte choisie en vingtième position.

Le jeu est ramené entre magicien et spectateur : ce dernier doit dire quel était son nombre de départ « n » (exemple : 7). Le magicien compte alors en distribuant les cartes une à une depuis le dessus du paquet : au début, il dit « n » (exemple : 7), puis la première carte est comptée « $n + 1$ » (dans notre exemple : 8), puis la suivante « $n + 2$ » (notre exemple : 9), et ainsi de suite jusqu'à 20. Cette carte est retournée : c'est la carte choisie par le spectateur.

Promenez vos victimes, faites-les tourner en rond !



QUE S'EST-IL PASSÉ ?

Si 7 est le nombre choisi, la carte en position « 7 » a $(7 - 1) = 6$ cartes au-dessus au début.

Après que le magicien ait inversé les 19 cartes, celles-ci se composent ainsi depuis le haut : $(19 - 7) = 12$ cartes, puis la carte choisie en 13^e, puis $(7 - 1) = 6$ cartes.

On vérifie que $(19 - 7) + 1 + (7 - 1) = 19$.

La place de la carte choisie est $(19 - 7) + 1 = 20 - 7 = 13^e$.

Quand on compte « $7 + 1 = 8$ » sur la première, on ajoute 7 à la position de la carte. Quand on dit 20, c'est dans le paquet la position $20 - 7 = 13$, là où se trouve la carte choisie.

On peut donner cette explication pour tout nombre n plus petit que 10 à la place de l'exemple 7.

C'est un problème de symétrie : parce que $20 - n + n = 20$ revient à imaginer que le nombre 20 est au milieu des nombres $(20 - n)$ et $(20 + n)$ comme un point O est au milieu de deux points symétriques par rapport à O.



Tour de magie n° 39



Involution



L'EFFET

Un petit paquet de cartes est choisi par le spectateur ainsi que la carte du dessous. Après divers transferts de cartes dans le jeu complet, alternativement par le magicien et le spectateur, la carte choisie est retrouvée en dessous du paquet de 52 cartes.

DÉROULEMENT DU TOUR

En cachette du magicien, le spectateur mélange le jeu et en extrait un paquet d'un petit nombre de cartes « n » (moins de 15) : il doit se rappeler le nom de la carte située en dessous, puis repose son paquet sur le reste du jeu.

Le magicien revient alors, place le jeu dans son dos, compte 15 cartes depuis le dessus, sans en changer l'ordre et fait passer ce petit paquet de 15 cartes sous le reste du jeu.



Le magicien tend alors le jeu au spectateur en lui demandant pendant qu'il tourne le dos de vérifier que sa carte choisie n'est plus dans les « n » premières cartes, puis de faire passer ces « n » cartes du dessus vers le dessous du jeu.

Le magicien peut alors reprendre le jeu, le remettre derrière son dos, transférer 15 cartes du dessous vers le dessus, en bloc. La carte qui se trouve sous le jeu est alors celle du spectateur. En jouant au magicien, vous pourrez la révéler selon votre tactique préférée.

COMMENT ÇA MARCHE ?

Soit n le nombre de cartes, $n < 15$. Voici des schémas retraçant les étapes :

Départ	En haut $(n - 1)$ cartes
	La carte en rang « n »
	Le reste de cartes en bas
Étape 1	Des cartes sans importance
	Les $(n - 1)$ cartes
	La carte choisie
	$(15 - n)$ cartes
Étape 2	Des cartes sans importance
	$(n - 1)$ cartes
	La carte choisie
	$(15 - n)$ cartes
	n cartes
Étape 3	15 cartes
	Des cartes sans importance
	$(n - 1)$ cartes
	La carte choisie

Promenez vos victimes, faites-les tourner en rond !



LE COIN DES MATHEUX

On peut dire que le tour repose sur $15 - n + n = 15$, et que les deux transferts s'annulent l'un l'autre, tout comme deux symétries centrales par rapport au même point, qu'on enchaîne, font revenir au point de départ. En mathématiques, on dit qu'une symétrie est involutive : composer une symétrie avec elle-même revient à faire l'application identique; une symétrie est sa propre fonction inverse.



Un peu d'arithmétique propriétés du 9 et carrés magiques

Voici quelques propriétés mathématiques curieuses qui ont distrait de nombreuses personnes de siècle en siècle, y compris dans des milieux très populaires. Leur charme n'est pas suranné pour autant : voyez...

Quoi de 9 ? Le 9 magique.

On dit qu'un nombre entier est « multiple de 9 » lorsque la division de ce nombre par 9 tombe juste et donne un nombre entier.

Pour savoir si une division par 9 va tomber juste, il y a un critère : il suffit de chercher si la somme des chiffres du nombre est elle-même un multiple de 9. Par exemple, au lieu de diviser 4 732 164 par 9, on calcule $4 + 7 + 3 + 2 + 1 + 6 + 4 = 27$, et comme 27 est dans la table de 9, on peut affirmer que 4 732 164 est divisible par 9.

Si deux nombres sont multiples de 9, quand on les ajoute, les soustrait, les multiplie, les résultats sont aussi des multiples de 9.

Prenons un nombre qui n'est pas divisible par 9, par exemple 1 758. Le reste de la division est 3. La somme des chiffres est 21, et le reste de sa division par 9 est le même nombre 3.





Si on soustrait $1\,758 - 21 = 1\,737$, on obtient un multiple de 9. C'est un résultat général : si un nombre n'est pas multiple de 9, son reste dans la division par 9 est le même que celui de la division de la somme de ses chiffres par 9 ; et si on soustrait d'un nombre la somme de ses chiffres, on obtient un multiple de 9.

Voici deux tours utilisant les propriétés du 9...



☆ Tour de magie n° 40 ☆

Les cartes et le nombre à quatre chiffres



L'EFFET

Un calcul est effectué par le spectateur, il donne un nombre à quatre chiffres représenté par quatre cartes. L'une est cachée, le magicien retrouve son nom au vu des trois autres cartes.

DÉROULEMENT DU TOUR

Le magicien, qui s'est tourné, demande au spectateur d'écrire un nombre de quatre chiffres en cachette, puis de lui ôter le total de ses quatre chiffres (le résultat sera donc un multiple de 9). Le spectateur doit alors choisir en cachette 4 cartes d'un jeu, ayant pour valeur les quatre chiffres de son résultat, celui des unités dans la famille cœur, celui des dizaines à carreau, celui des centaines à trèfle, et celui des milliers à pique. (S'il y a un zéro, prendre une figure). Le magicien demande au spectateur de mettre une des quatre cartes à points dans sa poche, de poser les trois autres sur la table. Le magicien se retourne et annonce quelle est la carte cachée en poche.

QUE S'EST-IL PASSÉ ?

Je suis sûr que vous avez compris : la famille (cœur, carreau, trèfle, pique) qui manque parmi les quatre se voit de suite ; quant à la valeur, il suffit de se demander combien ajouter au total des trois cartes visibles pour obtenir un multiple de 9.

(Si c'est déjà un multiple de 9, il manque un 9, ce ne peut être un zéro, car la carte en poche était « à points » et non une figure.)

★ Tour de magie n° 41 ★

Papier, crayon et calculatrice



PRÉPARATION SECRÈTE

Préparez un jeu de cartes en regardant quelle est la neuvième carte à partir du haut. Portez le jeu, un papier, un crayon, et une calculatrice à l'ami avec lequel vous voulez jouer.

DÉROULEMENT DU TOUR

Demandez à cet ami de choisir trois nombres consécutifs (comme 66, 67, 68), et d'en faire la somme (notre exemple : 201). Celle-ci sera égale à trois fois le nombre du milieu, mais ne le dites pas : vous venez de faire fabriquer un nombre multiple de 3.



Demandez à votre ami de multiplier sa somme par elle-même (on dit « calculer son carré ») : vous obtenez un nombre multiple de $3 \times 3 = 9$, mais votre ami ne le sait pas (notre exemple : $40\ 401 = 9 \times 4\ 489$).

Demandez maintenant à votre ami d'additionner les chiffres de son résultat, jusqu'à obtenir un nombre plus petit que dix : il va trouver 9 mais ne lui dites pas.

L'EFFET

Faites-lui regarder et mémoriser la carte du jeu située à partir du haut à la position correspondant à son nombre. Il va regarder la neuvième, celle que vous connaissez. Vous pouvez lui faire battre le jeu et retrouver la carte choisie par tout moyen spectaculaire de votre invention.

À VOUS DE JOUER !

À vous d'imaginer d'autres tours utilisant les propriétés du 9.

CARRÉMENT MAGIQUE

Quand on dispose les neuf nombres de 1 à 9 dans un carré comme ci-dessous, il y a des choses curieuses à remarquer...

1	2	3
4	5	6
7	8	9

1		
	5	
		9

	2	
4		
		9

		3
4		
	8	

Si vous conservez seulement trois nombres sur les neuf, en prenant soin qu'il y ait un nombre et un seul dans chaque colonne, et qu'il y ait un nombre et un seul dans chaque ligne, le total de ces trois nombres est toujours 15. Assurez-vous avec toutes les situations autres que les trois présentées ci-dessus que c'est exact...



Vous connaissez les carrés magiques ! Avec les nombres de 1 à 9, voici une disposition possible :

8	1	6
3	5	7
4	9	2

Vérifiez que la somme de chaque ligne, la somme de chaque colonne, la somme de chaque diagonale est toujours le même nombre 15.

Encore une petite réflexion préalable à notre tour...

Imaginez que vous posiez sur une table en un tas un nombre de cartes choisi de 10 à 19 compris. Si vous additionnez les deux chiffres composant le nombre, par exemple pour 16 cartes, si vous faites $1 + 6 = 7$, et si maintenant vous regardez à partir du dessous du paquet la 7^e carte, quelle était, au départ, à partir du haut, la place de cette carte dans le paquet choisi ? Et si vous changez de nombre entre 10 et 19, et continuez à choisir à partir du dessous la carte en position correspondant à la somme des chiffres, est-ce que cela change le numéro à partir du dessus du paquet de cette carte que vous regardez ?

Vous êtes maintenant en condition pour apprécier le tour qui suit...



Carré magique... ou pas !



L'EFFET

Le spectateur choisit un nombre entre 10 et 19, qui le conduit au choix d'une carte. Il choisit ensuite dans un groupe de neuf cartes trois cartes dont la somme sert au magicien à retrouver la carte choisie.

PRÉPARATION SECRÈTE

Après avoir lu ce qui précède, il vous reste à préparer le jeu (oh, le tricheur !) : mettez sur le dessus du jeu de cartes neuf cartes de 1 à 9 dans cet ordre de haut en bas, si possible avec des couleurs variées.

DÉROULEMENT DU TOUR

Prenez le jeu, dites que vous avez besoin de 9 cartes, comptez-les, et mettez-les de côté dans votre poche ; tendez le reste du jeu à votre cobaye et dites-lui de mélanger, puis de choisir un nombre de cartes de 10 à 19 en secret de vous.

Quand ce paquet est constitué, faites-lui additionner les deux chiffres de son nombre et demandez-lui de distribuer sur la table une à une ce nombre de cartes (par exemple pour 13 cartes, il fait un tas de 4), tout cela pendant que vous avez le dos tourné. Demandez-lui de prendre connaissance de la carte qui se trouve sur ce petit tas, de la laisser en place mais de s'en rappeler. Le reste de ses cartes doit être maintenant posé dessus.

Vous revenez vers votre ami et vous insistez : vous ne savez donc pas où est cette carte dans ce tas composé d'un nombre de cartes inconnu.

Vous sortez maintenant de votre poche vos neuf cartes du début, et vous demandez : voulez-vous que je les distribue régulièrement sur la table comme elles se présentent, où n'importe comment dans le désordre ? Votre distribution se fera faces des cartes cachées.

1^{er} cas : distribution régulière, vous obtenez le tableau des nombres de 1 à 9 du début ci-dessus.

2^e cas : vous distribuez pour avoir le carré magique ci-dessus (il vous faut apprendre par cœur la disposition, mais vous pouvez faire l'hésitant pour disposer « n'importe comment »).

Dans le premier cas :

– vous demandez à votre cobaye de choisir et de retourner une carte, et vous dites qu'il vous faut enlever toutes les autres cartes de la même rangée et de la même colonne (4 cartes);

– vous demandez de retourner une des cartes restantes, et vous enlevez les cartes de la même ligne et de la même colonne (2 cartes);

– il reste une carte face cachée. On la retourne.

– il y a alors 3 cartes visibles : demandez à votre ami d'additionner les trois valeurs (il trouvera 15) et mettez les six cartes sur le tas où se trouve la carte choisie tout à l'heure.

Dans le deuxième cas :

– demandez à votre victime de choisir soit une ligne soit une colonne soit une diagonale;

– faites-lui additionner les trois nombres (il trouve 15), et mettez les six cartes éliminées sur le tas contenant sa carte choisie tout à l'heure.

Il est temps de conclure, dans l'un ou l'autre cas : faites distribuer par votre ami 15 cartes (puisque'il vient de trouver 15 grâce au « hasard ») du tas écarté. Faites-lui énoncer le nom de la carte qu'il avait choisie, et faites-lui retourner la carte qui est sur le dessus du tas qui lui reste en main (donc la 16^e) : c'est la sienne !

QUE S'EST-IL PASSÉ ?

Avec tous les préliminaires, vous ne devriez pas avoir de mal à comprendre les ressorts du tour : le nombre 15 qu'on obtient invariablement, et même le rôle des six cartes posées sur le dessus du paquet à la fin (pour passer de 10 à 16 cartes). À vous de vous souvenir de tout cela...



PASSONS À LA DIMENSION SUPÉRIEURE, APRÈS UN CARRÉ 3×3 VOILÀ UN CARRÉ 4×4

Nous avons déjà réalisé un carré magique de 16 cases facilement, vous vous rappelez ?

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

1	15	14	4
12	6	7	9
8	10	11	5
13	3	2	16

Le carré magique que vous obtenez a pour somme de chaque ligne, de chaque diagonale, de chaque colonne le nombre 34. Un carré magique bien connu est celui de *La mélancolie* d'Albert Dürer, gravure effectuée en 1514. Malicieusement, les deux cases au milieu de la première rangée en haut de notre carré magique forment cette date de 1514.

Voici un tour de magie maintenant, que vous pouvez faire après avoir montré ce carré historique à votre public s'il ne le connaissait pas.



Tour de magie n° 43



Carré magique « historique »



L'EFFET

Vous construisez pour un ami le carré magique personnalisé dont la somme sera le nombre qui lui convient. Quel beau cadeau vous lui faites, pour son anniversaire, par exemple, s'il a plus de 34 ans !



DÉROULEMENT DU TOUR

Commencez un carré magique, mais demandez à votre public de décider quelle somme magique le caractérisera, au choix entre 34 (comme Dürer) et 60.

Écrivez les nombres de 1 à 4 aux bonnes positions, puis ceux de 5 à 8, et ceux de 9 à 12. Il reste quatre cases vides A, B, C, D.

	1		
			2
		3	
4			

	1		7
	8		2
5		3	
4		6	

	1	12	7
11	8		2
5	10	3	
4		6	9

B	1	12	7
11	8	A	2
5	10	3	C
4	D	6	9

Intéressons-nous au nombre A. Dans sa rangée, sa colonne, sa diagonale, la somme des trois autres nombres est la même. Combien ? Si votre ami veut une somme de 48, combien devez-vous mettre à la place de A ?

Intéressons-nous au nombre B. Dans sa rangée, sa colonne, sa diagonale, la somme des trois autres nombres est la même. Combien ? Si votre ami veut une somme de 48, combien devez-vous mettre à la place de B ?

Intéressons-nous au nombre C. Dans sa rangée, sa colonne, la somme des trois autres nombres est la même : combien ? Si votre ami veut une somme de 48, combien devez-vous mettre à la place de C ?

Intéressons-nous au nombre D. Dans sa rangée, sa colonne, la somme des trois autres nombres est la même : combien ? Si



votre ami veut une somme de 48, combien devez-vous mettre à la place de D ?

Comment calculer chacun des nombres A, B, C, D à partir de la somme magique voulue ?

Je suis sûr que vous pouvez trouver seul(e)...



Tour de magie n° 44



Les cartes magiques



L'EFFET

Le spectateur met, au jugé, en poche, près de la moitié d'un jeu de 52 cartes. Le magicien dispose 16 cartes en carré, fait compter le total des valeurs de 4 cartes d'une ligne ou d'une colonne quelconque. Il demande alors au spectateur de compter les cartes qui sont dans sa poche : c'est le même nombre !

PRÉPARATION SECRÈTE

Le magicien a préparé le jeu ainsi, à partir du dessus, faces cachées :

- 21 cartes sans intérêt;
- les 26 cartes suivantes : un joker, puis dans des familles mélangées sans importance 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, V, D, R, 1, D, 7, V, 8, 2, 5, 10, 3, 4, 6, 9;
- 6 cartes sans intérêt.

DÉROULEMENT DU TOUR

Le spectateur est invité à couper le jeu à peu près au milieu, et à prendre la partie supérieure, qu'il met dans sa poche.

Le magicien prend donc la partie inférieure du jeu qui reste, et dit qu'il va distribuer les cartes en un carré 4×4 , une à une à partir du haut de son paquet.

La première carte posée est face visible mais le magicien la retourne aussitôt en disant : « C'est mieux de mettre les cartes faces cachées. »



Il continue à poser 3 cartes, en respectant les positions suivantes d'un carré qu'il visualise intérieurement :

2 ^e			
		1 ^{re}	
			4 ^e
	3 ^e		

Ensuite il coupe un petit paquet de cartes qu'il fait passer du dessus vers le dessous du jeu. Combien ? Le nombre est égal à 10 moins la valeur de la première carte (qui doit être inférieure à 10 si le spectateur a bien coupé vers le milieu du jeu dans la série préparée ; par exemple, si c'est un 4, il transfère $10 - 4 = 6$ cartes vers le dessous).

Le magicien pose alors les cartes suivantes sans se tracasser, dans l'ordre naturel des cases vides donné par le tableau :

2 ^e	5 ^e	6 ^e	7 ^e
8 ^e	9 ^e	1 ^{re}	10 ^e
11 ^e	12 ^e	13 ^e	4 ^e
14 ^e	3 ^e	15 ^e	16 ^e

Le spectateur est alors invité à retourner les cartes. On remarque que le total de chaque ligne, chaque colonne, chaque diagonale est le même nombre. C'est un carré magique.

QUE S'EST-IL PASSÉ ?

Ne regardez pas trop vite le chapitre « solutions » ! page 207.

Quelques défis magiques pour déstabiliser les frimeurs de tout âge

Quelques affrontements directs avec le spectateur ne vous font pas peur... Les tours qui suivent ont en commun de défier l'ingéniosité du spectateur, de lui faire perdre un combat contre le magicien. Le spectateur va tout faire pour que le magicien soit pris en défaut, mais en vain si ce dernier suit bien les instructions ci-après...

☆ Tour de magie n° 45 ☆

Le pari des 12 pièces



L'EFFET

Sans voir des pièces de monnaie que le spectateur retourne sur une table, le magicien réussit le pari de lui faire tourner certaines d'entre elles de façon à obtenir un nombre égal de « face » et de « pile » visibles.

DÉROULEMENT DU TOUR

Disposez en cercle 12 pièces, côté face sur le dessus, comme pour représenter les 12 heures d'un cadran de montre. Pour



vous repérer, placez un stylo ou une clé au-dessus de la pièce qui correspond au 12 de la montre.

Dites à votre ami que vous allez réaliser ce tour à l'aveugle : vous pouvez rester tourné, ou vous pouvez avoir un bandeau sur les yeux à son choix.

Demandez à votre ami de retourner côté pile 6 pièces de son choix.

Demandez-lui ensuite de bien vouloir retourner pour vous qui n'y voyez pas les six pièces situées aux positions correspondant aux horaires suivants : 1 h 20, 5 h 35, 8 h 50. Dites que vous n'avez aucun moyen de savoir si parmi les pièces qu'il retourne pour vous il y en avait que lui-même avait précédemment déjà retournées.

Demandez-lui combien il y a de pièces maintenant visibles côté « face ».

Quelle que soit sa réponse, poursuivez : « Je te parie que je vais te faire fabriquer deux tas qui auront chacun le même nombre de pièces côté “face”, tout cela sans y voir. Sois gentil de constituer le premier tas en prenant les six pièces correspondant à : 12 h 10, 3 h 30, 9 h 55. »

Le deuxième tas est évidemment formé des six pièces qui restent. L'ami spectateur est invité à constater qu'en effet les deux tas ont le même nombre de « pile » chacun, et le même nombre de « face » chacun.

QUE S'EST-IL PASSÉ ?

Avant votre intervention, il y a 6 « face » et 6 « pile ». Vous allez retourner de 0 à 6 pièces « face » selon le hasard. Regardons ce qui se passe dans tous les cas. Dans les tableaux, la position des « pile » et « face » entre elles ne compte pas, seul leur nombre est important. Nous avons mis trois colonnes pour mieux repérer les « face » qui ne changent pas, les pièces qui sont retournées, les « pile » qui ne changent pas.



Avant retournement		FFFFFF	PPPPPP
Après		PPPPPP	PPPPPP
Avant retournement	F	FFFFFP	PPPPP
Après	F	PPPPPF	PPPPP
Avant retournement	FF	FFFFFP	PPPP
Après	FF	PPPPFF	PPPP
Avant retournement	FFF	FFFPFF	PPP
Après	FFF	PPFFFF	PPP
Avant retournement	FFFF	FFPPPP	PP
Après	FFFF	PPFFFF	PP
Avant retournement	FFFFF	FPPPPP	P
Après	FFFFF	PFFFFF	P
Avant retournement	FFFFFF	PPPPPP	
Après	FFFFFF	FFFFFF	

Vous pouvez constater qu'il y a toujours un nombre pair de « face » et de « pile », et que dans la deuxième ligne, si vous mettez ensemble les six pièces des cases gauche et droite, votre répartition en pile et face est la même que dans la case du milieu.

Les heures que vous indiquez pour constituer le tas sont les six positions que vous n'avez pas utilisées pour vos retournements personnels.

Vous avez retourné sur le cadran les places marquées : 1, 4, 5, 7, 8, 10.

Vous demandez à constituer un tas avec les places marquées : 12, 2, 3, 6, 9, 11.

Il vaut mieux s'exprimer avec les heures, cela met moins sur la piste du truc, mais il faut que le public ne soit pas trop

jeune et connaisse bien les écrans de montres à aiguilles. Quant à la question sur le nombre de faces apparentes, elle n'est là que pour noyer le poisson.

☆ Tour de magie n° 46 ☆

La clef de la prédiction



L'EFFET

Des objets sont éliminés à tour de rôle par le spectateur et le magicien. Le magicien avait parié sur le dernier qui resterait sur la table : il gagne toujours, que ce soit lui qui commence l'élimination, ou le spectateur.

DÉROULEMENT DU TOUR

Le magicien invite un spectateur à déposer sur la table tous les petits objets qui lui tombent sous la main (leur nombre n'ayant aucune contrainte). Le magicien annonce qu'à tour de rôle lui et le spectateur vont désigner deux objets, et que celui qui ne les a pas choisis décidera l'élimination de l'un parmi les deux. Il dit aussi qu'on continuera en échangeant les rôles alternativement, jusqu'à ce qu'il n'y ait plus qu'un seul objet. Le magicien pose alors sur la table une enveloppe fermée et dit qu'elle contient une feuille sur laquelle est dessinée une prédiction concernant l'objet qui restera en dernier. Le magicien défie le spectateur d'obtenir un résultat contraire à cette prédiction. Le jeu peut commencer.

► Exemple 1

Il y a 7 objets : une clé, un bouchon, un crayon, un mouchoir, une gomme, un rouleau de ruban adhésif, une carte de crédit.

Le magicien décide de commencer et choisit 2 objets parmi lesquels le spectateur élimine le ruban adhésif.

Le spectateur choisit la clef et le bouchon, le magicien élimine le bouchon.





Le magicien choisit deux objets parmi lesquels le spectateur élimine la carte de crédit.

Le spectateur choisit la clef et le mouchoir, le magicien élimine le mouchoir.

Le magicien choisit deux objets et le spectateur élimine la gomme.

Le spectateur choisit la clef et le crayon (en fait ce sont les deux objets qui restent), le magicien élimine le crayon.

Le dernier objet est donc la clef. On ouvre l'enveloppe et on trouve un dessin de clef : la prédiction est réalisée.

► Exemple 2

Il y a 8 objets, les 7 précédents et un trombone constituant le huitième.

Le magicien propose au spectateur de commencer. Le jeu se déroule comme précédemment, et à la fin c'est la clef qui reste, et la prédiction dans l'enveloppe est réalisée.

QUE S'EST-IL PASSÉ ?

– Il faut que le magicien ait un dessin de clef sur une feuille dans une enveloppe.

– Il faut qu'il ait une clef lui-même au cas où le spectateur ne proposerait pas lui-même cet objet parmi les autres.

– Si le nombre d'objets est impair, le magicien choisit de commencer; si le nombre d'objets est pair, le magicien dit au spectateur de commencer...

– Le magicien ne propose jamais la clef parmi les 2 objets, celle-ci ne peut être éliminée par le spectateur; quand le spectateur choisit la clef et un autre objet, le magicien élimine bien sûr l'autre objet.

Important ! Il faut que ce soit au magicien d'éliminer l'avant-dernier objet et de laisser la clef en dernier, et donc il faut que le spectateur ait à choisir deux objets parmi 2 ou auparavant 4 ou 6, etc. Bref, parmi un nombre pair. Quand le nombre d'objets est impair, c'est le magicien qui choisit les deux objets.

Les 5 cubes magiques

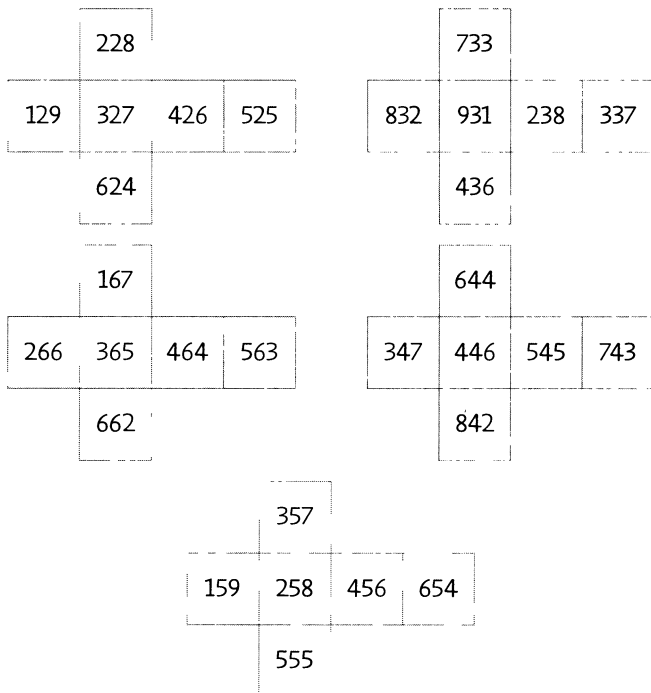


L'EFFET

Le magicien prête une calculatrice à un spectateur pour qu'il obtienne le total de l'addition de cinq nombres de trois chiffres. Le magicien, qui calculera lui de tête, défie le spectateur de donner la réponse avant lui.

DÉROULEMENT DU TOUR

Le magicien demande au spectateur de bien vouloir lancer en même temps les cinq cubes, qui fourniront les cinq nombres à additionner. Le magicien donne alors instantanément le total et gagne toujours... (On peut recommencer le jeu avec divers lancers qui ne donnent pas le même total.)





Sachant que le magicien n'est pas un calculateur prodige, comment fait-il ?

QUE S'EST-IL PASSÉ ?

1. Quel est le chiffre des dizaines sur chaque cube ?
2. Quelle est la somme des cinq chiffres des dizaines des cinq cubes ? Quel est son chiffre des unités ?
3. Comparer la somme des chiffres des unités des nombres sortis sur les cinq cubes et le chiffre des dizaines du total des cinq nombres.
4. Calculer la somme du chiffre des unités et du chiffre des centaines de tous les nombres inscrits sur les faces de cube.
5. Comparer la somme des chiffres des unités des cinq nombres obtenus avec la somme des cinq chiffres des centaines et de la retenue due à la somme des chiffres des dizaines.

👉 Voir les solutions page 208.



Tour de magie n° 48



Vu à la télé



L'EFFET

Le magicien de la télé donne des ordres au spectateur tranquillement assis devant l'écran. Il arrive à deviner quel objet parmi trois reste après des déplacements divers et l'élimination de deux objets par le spectateur.

DÉROULEMENT DU TOUR

Le magicien passait à la télé, il s'est adressé aux téléspectateurs : « Fabriquez trois carrés de papier, un sur lequel vous dessinez un O, un autre un +, et le dernier un Δ . »

Ensuite le présentateur magicien de la télé vous a demandé de les faire tenir en ligne sur l'écran (dessins vers vous) :



- « Le contact électrostatique doit suffire, ne sortez pas de colle !
- Vous pouvez les mettre dans l'ordre que vous voulez.
- Obéissez ensuite aux consignes :
 - échangez le O avec le papier situé à sa droite si c'est possible, sinon ne le bougez pas;
 - échangez le Δ avec le papier situé à sa gauche si c'est possible, sinon ne le bougez pas;
 - échangez le + avec le papier situé à sa droite si c'est possible, sinon ne le bougez pas.
- Enlevez les deux papiers de droite quand vous regardez l'écran. »

Le magicien télé a pu alors vous prédire qu'il ne reste plus que le Δ .

Tout cela à distance, dans le poste ! Quel manipulateur de cerveaux disponibles !

Vous avez voulu comprendre... Et vous avez réussi !

Vous vous êtes vous-même lancé le défi de faire un autre tour du même genre...

« Peut-on compliquer le tour précédent avec quatre dessins, le quatrième étant par exemple celui d'une étoile *, en demandant d'enlever à la fin les trois dessins de droite ? »

Ajoutez pour cela aux trois premiers échanges un quatrième qui serait :

- « échangez l'étoile * avec le papier situé à sa droite si c'est possible, sinon ne le bougez pas. »

Combien y-a-t-il de cas à examiner ? Combien réussissent ?

Vous devez avoir des problèmes quand Δ est en quatrième position au départ, parfois même quand il est en troisième...

Voici la solution de votre défi...

Si l'échange de Δ avec sa gauche arrive en dernier, il y a un problème avec le cas O + Δ . Sur les 24 cas, il y en a 6 qui ne réussissent pas, quatre avec Δ en dernier et deux autres avec Δ



en avant-dernière place vers la gauche. Le tour ne peut donc pas être présenté avec quatre consignes... Mais pouvez-vous trouver un ensemble de cinq échanges (et dans quel ordre ?) permettant de réussir ce tour avec quatre dessins ?

Eh bien oui ! En cinq échanges on peut réussir, vous avez appelé d'ailleurs ce tour :



Tour de magie n° 49



Magie à Las Vegas



L'EFFET

Sans rien voir, le magicien parvient à forcer le spectateur à éliminer trois objets parmi quatre et à garder ainsi celui qu'il avait prévu.

DÉROULEMENT DU TOUR

Voici les consignes :

– Mettez vos quatre dessins (symboles Δ , +, –, O) différents en ligne.

– Échangez le Δ avec le papier situé à sa gauche si c'est possible, sinon ne le bougez pas.

– Échangez le Δ avec le papier situé à sa gauche si c'est possible, sinon ne le bougez pas.

– Échangez le O avec le papier situé à sa droite si c'est possible, sinon ne le bougez pas.

– Échangez le + avec le papier situé à sa droite si c'est possible, sinon ne le bougez pas.

– Échangez le – avec le papier situé à sa droite si c'est possible, sinon ne le bougez pas.

– Enlevez les trois papiers de droite quand vous regardez l'écran.

Il vous reste Δ .



★ Tour de magie n° 50 ★

La légende de la fondation de la ville de Carthage



EFFET

Le magicien présente une banale feuille de papier $21 \times 29,7$ cm à son public et lance le défi suivant : « *Découpez avec ces ciseaux un trou à l'intérieur de cette feuille de façon que je puisse passer debout à travers !* »

DÉROULEMENT DU TOUR

Devant les yeux écarquillés de l'assistance et le manque de volontaire pour relever le défi, il indique qu'il va raconter une histoire dont la conclusion donnera la solution du défi...



Elle fait une escale en Afrique, sur une presque île qui fait partie maintenant du pays qu'on appelle Tunisie. Les indigènes ont à leur tête Iarbas : Didon lui demande l'hospitalité, mais aussi, pour elle et ses amis, « autant de terre que peut en contenir la peau d'un bœuf ». Iarbas se montre généreux mais peut-être pas très malin : Didon effectue le découpage en bandes fines de la peau de bœuf selon la tactique et le dessin qui suivent, et déplie...

[illegible]

(Découper selon les traits horizontaux et selon les traits pointillés, sans dépasser. Avec de l'entraînement, on peut partir d'une feuille blanche, la plier en deux, découper le pli au centre en laissant intactes les extrémités du pli, puis faire des découpes parallèles à la largeur, démarrant alternativement d'un bord et de l'autre. Attention à avoir un nombre impair de découpes parallèles, au moins 13 pour obtenir une hauteur d'homme.)

Le contour, par les bandelettes de peau, de la terre cédée à Didon se révèle suffisamment long pour que Didon puisse s'installer à l'intérieur et fonder Qart Hadasht (la nouvelle ville), autrement dit la ville de Carthage.

Le magicien a exhibé sa feuille découpée et est passé au travers à la fin de son discours, relevant lui-même son défi. Les matheux savent bien que l'aire et le périmètre ce n'est pas la même chose, et se rendent compte que si la feuille n'a pas changé d'aire pendant le découpage, le périmètre en revanche est devenu très grand. Certains profs seraient même prêts à faire calculer à leurs élèves le nombre de découpes à faire dans la feuille pour que ce soit un éléphant qui passe au travers de celle-ci !

À VOUS DE JOUER !

- Adaptez ce tour pour une carte à jouer au lieu d'une feuille de papier.
- Attention le carton est plus difficile à découper que le papier, de plus les découpes vont être très proches les unes des autres, et l'objet obtenu sera très fragile. Vous pouvez présenter ce tour comme le défi du magicien à faire passer sa tête à travers une carte.
- Pour voir le résultat, allez au chapitre « solutions » et payez-vous la tête de l'auteur !

☞ Voir les solutions page 209.



Tour de magie n° 51



Le tiercé gagnant



L'EFFET

Les tours de cartes où le magicien ne joue qu'avec un seul spectateur ne vous impressionnent plus, vous voulez défier 3 spectateurs à la fois ? Ce tour est pour vous ! Trois cartes seront retrouvées en même temps !

DÉROULEMENT DU TOUR

Tenez votre jeu de 52 cartes en main droite, faces cachées. Avec votre index gauche, faites glisser les cartes sur la table de façon à les étaler en une longue bande, la première carte à gauche chevauchant un peu au-dessus de la suivante, etc.

Demandez à trois spectateurs de prendre chacun une carte, de la regarder et de la poser devant lui. Comme les cartes sont étalées, vous pouvez compter de l'œil sans trop vous faire remarquer et prendre à partir de la gauche 10 cartes que vous rassemblez et donnez à battre au premier spectateur. Vous lui demandez ensuite de mettre sa carte choisie sur le tas de 10 cartes, qu'il pose sur la table.

Vous constituez ensuite un tas avec les 15 cartes suivantes prises de la gauche vers la droite dans votre étalage, vous demandez au deuxième spectateur de les battre, de mettre sa carte par-dessus, et de poser son tas sur celui du premier spectateur.

Vous constituez enfin un tas avec 9 cartes prises à l'extrême droite de l'étalage en disant : « celles-là c'est pour moi », et vous tendez au troisième spectateur les cartes qui restent vers le milieu sur la table (il doit y en avoir $52 - 3 - 10 - 15 - 9 = 15$, mais il n'y a que vous qui devez connaître la composition de chacun des paquets). Cette troisième victime doit elle aussi battre son paquet de cartes, mettre celle qu'elle a choisie sur le dessus et placer son paquet sur celui des deux autres spectateurs. Vous placez à votre tour votre paquet (de 9 cartes)



par-dessus en disant : « Maintenant vos trois cartes sont bien perdues... »

Expliquez maintenant que vous allez distribuer une à une les cartes en deux piles : à gauche elles seront faces visibles et à droite elles seront faces cachées. Vous donnez l'exemple : une carte face visible à votre gauche, une à côté face cachée, puis une carte face visible à gauche mise sur la première, et une face cachée à droite mise sur celle qui commençait la deuxième pile. Vous demandez si tout le monde a bien compris la tactique, vous reprenez les quatre cartes jetées en exemple, que vous placez sous le paquet (n'oubliez pas, cet essai-exemple est nécessaire pour la bonne marche du tour).

Tendez maintenant le paquet total à votre premier spectateur et demandez-lui de faire ce même travail jusqu'au bout, et ordonnez que celui des trois spectateurs qui verrait distribuer sa carte visible dise « stop » tout de suite.

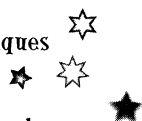
Vous constaterez qu'aucune des trois cartes n'apparaît pour le moment dans la pile des visibles. Dites : « Rien pour l'instant ? Continuons le combat ! »

Tendez le paquet des 26 cartes qui étaient faces cachées au deuxième spectateur, demandez-lui de refaire la manœuvre et dites que les trois spectateurs doivent encore être vigilants au passage éventuel de leur carte.

Aucune des trois cartes n'apparaîtra parmi les 13 visibles.

Tendez le paquet des 13 cartes cachées au troisième spectateur, demandez-lui de continuer le travail. Les nouvelles 7 cartes visibles n'apporteront rien de neuf, il restera 6 cartes faces cachées.

Prenez à votre tour ce jeu de 6 cartes. Effectuez l'opération habituelle : rien parmi les trois visibles ne sera intéressant, mais il restera trois cartes faces cachées que vous retournerez sourire aux lèvres : « mes chers amis, vous avez bien caché votre jeu jusque-là, mais voilà le tiercé gagnant ». Vos trois amis devraient rester bouche bée devant leurs cartes enfin dévoilées, et ensemble.



De plus, la carte sur le dessus de la pile de trois est celle du spectateur qui est devant vous à gauche, la suivante est celle du spectateur du milieu, et la dernière de la pile de trois est celle du spectateur qui à droite devant vous.

QUE S'EST-IL PASSÉ ?

J'aime beaucoup ce tour et je vous propose d'essayer de le décortiquer ensemble...

Nous numérotérons les cartes si vous le voulez bien à partir du dessous du paquet, qui repose sur la table : la carte du dessous est donc la première, celle du dessus, la cinquante-deuxième.

1. Vérifiez que la constitution du paquet met les trois cartes choisies en positions numéros : 11, 27, et 43.

2. Après l'essai de distribution, vérifiez que les trois cartes intéressantes sont aux positions 15, 31, 47.

3. Complétez les tableaux donnant les positions des cartes visibles donc éliminées, et des cartes cachées donc conservées pour la distribution suivante. (Trouvez les valeurs des points d'interrogation.)

(x = ne figure pas dans cette pile.)

Place au départ	52	51	50	49	48	47	...	31	...	15	...	1
Place pile visible	1	x	2	x	3	x		x		x		x
Place pile cachée	x	1	x	2	x	3		?		?		26

Place au départ	26	...	19	...	11	...	3		1
Place pile visible	1		?		?		?		?
Place pile cachée	x		4		?		?		13



Place au départ	13	12	...	8	...	4	...	2	1
Place pile visible	1	x		?		?		x	7
Place pile cachée	x	?		?		?		6	x

Place au départ	6	5	4	3	2	1
Place pile visible	1		2		3	
Place pile cachée	x	?		?		?

 Voir les solutions page 210.

Tours ou réussites avec des nombres ou des cartes...

Vous savez dessiner un carré magique 4×4 de somme 34, utilisant les entiers de 1 à 16, par exemple celui-ci :

Vous pouvez vérifier que la somme des quatre nombres de chaque ligne, de chaque colonne et de chacune des deux grandes diagonales est 34.

Voici des tours basés sur le principe de ces carrés magiques...

3	5	10	16
12	14	1	7
13	11	8	2
6	4	15	9



Un peu d'entraînement...



Savez-vous comment fabriquer à partir du précédent carré un autre carré magique dont la somme sera un nombre donné (par exemple choisi par un spectateur) supérieur à 34 ?

COMMENT FAIRE...

Une tactique pour répondre à la question ci-dessus peut être la suivante :

– par exemple pour le nombre 82, en remarquant que $82 = 34 + 48$ puis que $48 = 4 \times 12$, vous pouvez ajouter 12 à chacun des nombres du carré magique de départ, et obtenir ce carré magique suivant de somme 82 :

15	17	22	28
24	26	13	19
25	23	20	14
18	16	27	21

(la somme magique a bien été augmentée de $4 \times 12 = 48$);

– autre exemple, pour le nombre 84 : en remarquant que $84 = 34 + 50$ et que $50 = 4 \times 12 + 2$, vous pouvez ajouter 12 à trois des quatre nombres de chaque ligne, chaque colonne, ou chaque grande diagonale du carré de base, mais ajouter $12 + 2 = 14$ à un quatrième nombre sur chaque ligne ou chaque colonne ou chacune des deux grandes diagonales.

Puisqu'on remarque que les quatre nombres les plus élevés du carré précédent (25, 26, 27, 28) sont dans des lignes et des colonnes différentes, et qu'un seul d'entre eux figure dans chaque grande diagonale, vous pouvez donc augmenter ces quatre nombres-là de 2 (ce qui porte l'augmentation à partir du début à $12 + 2 = 14$ dans ces quatre cases).

La somme magique est bien augmentée maintenant de :
 $34 + (3 \times 12) + (12 + 2) = 34 + 50 = 84$.



15	17	22	30
24	28	13	19
27	23	20	14
18	16	29	21

– Dans le cas général d'un nombre « n » au lieu de 84, on lui enlève 34, on divise par 4, on obtient un quotient q et un reste r tels que $(n - 34) = 4q + r$. On ajoute q à chacun des douze nombres les plus petits; et on ajoute $(q + r)$ aux quatre derniers nombres (les plus grands à l'origine).

La somme magique est augmentée de $3q + (q + r) = 4q + r$, et devient bien « n ».

Utilisons maintenant un jeu de cartes dont nous prélevons les 4 as, les 4 valets, les 4 dames, les 4 rois.

(T = trèfle, C = cœur, K = carreau, P = pique; R = roi, D = dame, V = valet, 1 = as.)

Disposons-les dans un carré 4×4 ainsi : observez...

Chaque ligne contient un as, un valet, une dame, un roi. De même pour chaque colonne, et de même pour chaque diagonale.

Chaque ligne contient un trèfle, un carreau, un cœur, un pique. De même, pour chaque colonne ou chaque diagonale. C'est déjà, d'une certaine façon, magique, non ?

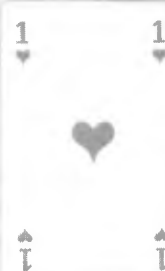
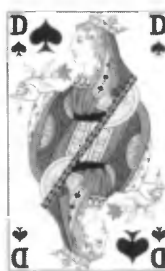
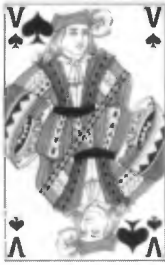
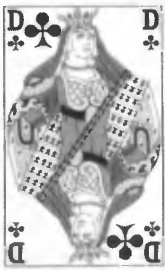
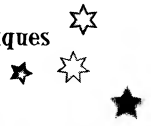
On peut s'émerveiller davantage encore...

Pour une meilleure compréhension, numérotons les 16 cases ainsi :

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

DT	1K	VC	RP
RC	VP	1T	DK
1P	DC	RK	VT
VK	RT	DP	1C

Quelques défis magiques



Le bloc central des cases 6-7-10-11 est constitué d'un seul I, d'un seul V, d'une seule D, d'un seul R d'une part, et d'un seul T, d'un seul K, d'un seul C, d'un seul P d'autre part.

L'ensemble des 4 coins (cases 1-4-13-16) vérifie la même propriété.

Les blocs de coins 1-2-5-6, ou 3-4-7-8, ou 9-10-13-14, ou 11-12-15-16 aussi.

Les ensembles de cases diagonales 5-2-15-12, ou 3-8-9-14 également.

Et même les cases en rectangles 2-3-14-15 ou 5-8-9-12...

Faisons un lien entre cartes et nombres du premier carré magique de cet article. En maths, on dirait établir une correspondance « un-un » ou une bijection :

1T = 1, VT = 2, DT = 3, RT = 4; 1K = 5, VK = 6, DK = 7, RK = 8; 1C = 9, VC = 10, DC = 11, RC = 12, 1P = 13, VP = 14, DP = 15, RP = 16.

Les deux carrés se correspondent ! Les cartes aussi sont magiques !

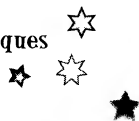
★ Tour de magie n° 53 ☆ Carrés de cartes



Voici maintenant un tour de magie basé sur ce qui précède, tel qu'on peut le présenter.

EFFET

Le magicien trace un carré 4×4 sur une feuille de papier, les 16 cases ayant la taille adaptée pour recevoir 16 cartes. Il propose au spectateur le paquet des 4 as, 4 valets, 4 dames, 4 rois. Le magicien met au défi le spectateur de remplir les cases de façon que chaque ligne, chaque colonne chaque diagonale ne contienne qu'un pique, qu'un cœur, qu'un carreau, qu'un trèfle, qu'un as, qu'un valet, qu'une dame, qu'un roi.



Vraisemblablement, le spectateur n'y arrivera pas dans un délai raisonnable. Le magicien propose alors que le spectateur place les 4 premières cartes suivantes 1T, VK, DC, RP soit sur une ligne, soit sur une diagonale, soit sur une colonne, soit aux 4 coins du carré, soit sur le bloc central de 4 cartes. Le magicien complète alors le carré pour qu'il satisfasse aux conditions indiquées. Comment fait-il ? Nous allons étudier différents cas.

DÉROULEMENT DU TOUR

1) LE SPECTATEUR REMPLIT LE BLOC CENTRAL

1	2	3	4
5	1T	VK	8
9	DC	RP	12
13	14	15	16

	1♣	1♠	V♠
	V♥	V♥	

Le coin 1 touche le 1T dont la carte située en dessous est un C, et dont la carte située à côté a pour valeur V : il faut mettre en 1 le VC. Pour le 4 qui touche le VK, la couleur est celle de la carte de dessous de cette dernière soit P et la valeur celle de la carte connue à côté soit 1 : d'où le 1P en 4. On peut compléter facilement les autres cases en réfléchissant à ne pas mettre deux familles identiques ou deux valeurs identiques sur la même ligne ou la même colonne ou la même diagonale.

2) LE SPECTATEUR REMPLIT LES 4 COINS

La case 10 doit être de la même couleur que la case 1 donc T. Sur la diagonale, il y a déjà V et D donc il faut mettre 1 ou R de T. Mais comme le 1T est déjà posé, ce ne peut être que le RT. De même, la case 11 est un K mais pas le R ou le 1 à cause de la diagonale, et pas le VK posé donc c'est la DK. Le reste suit facilement.

1T	2	3	VK
5	6	7	8
9	10	11	12
DC	14	15	RP

3) LE SPECTATEUR REMPLIT UNE COLONNE CENTRALE

La case 1 est un cœur, mais ni un V (diagonale) ni un 1 (ligne) ni la DC déjà posée; donc c'est le RC en case 1. La case 13 est un K, mais ni un R (ligne) ni une D (diagonale) ni le VK déjà posé, donc c'est le 1K. Le reste suit.



1	1T	3	4					
5	VK	7	8					
9	DC	11	12					
13	RP	15	16					

4) LE SPECTATEUR REMPLIT UNE COLONNE LATÉRALE

La case 11 est un T, mais ni une D (ligne) ni un R (diagonale) ni le 1T (posé), donc ce ne peut être que le VT. De même la case 7 est trouvée : DP, etc.

1	2	3	1T					
5	6	7	VK					
9	10	11	DC					
13	14	15	RP					



5) LE SPECTATEUR REMPLIT UNE DIAGONALE

1T	2	3	4					
5	VK	7	8					
9	10	DC	12					
13	14	15	RP					

La case 10 est un T, mais ni V (colonne) ni D (ligne) ni 1T donc c'est le RT. Puis la case 7 est le 1P, etc.

Pour les **cas de remplissage d'une ligne** par le spectateur, adapter ce qui a été vu sur une colonne.

Remarque : ce carré de 16 cartes peut être utilisé pour fabriquer un carré magique dont la somme est un nombre « n » supérieur ou égal à 34. On fait la division entière de n par 4, on obtient $n = 4q + r$ avec r entier pouvant valoir 0, 1, 2 ou 3. Il suffit maintenant de remplacer les cases occupées par les cartes par les nombres suivants :

$1T = 1 + q$, $VT = 2 + q$, $DT = 3 + q$, $RT = 4 + q$; $1K = 5 + q$, $VK = 6 + q$, $DK = 7 + q$,

$RK = 8 + q$; $1C = 9 + q$, $VC = 10 + q$, $DC = 11 + q$, $RC = 12 + q$,

$1P = 13 + q + r$, $VP = 14 + q + r$, $DP = 15 + q + r$, $RP = 16 + q + r$.

Comment rouler les internautes dans la farine !

Une demi-douzaine de tours que vous avez vraisemblablement trouvés dans votre boîte de messagerie électronique... C'est le moment d'en décortiquer le mécanisme, pour ne plus se faire avoir, ou pour trouver des idées si l'on veut en inventer soi-même.

☆ Tour de magie n° 54 ☆

La figure
disparue



EFFET

Faire croire qu'un ordinateur peut deviner la carte choisie par un interlocuteur devant son écran.

DÉROULEMENT DU TOUR

Depuis l'écran d'un ordinateur, un magicien vous passe ses ordres :



★ ☆
 ☆ 80 petites expériences de maths magiques
 ★

– Choisissez votre figure parmi les 6 suivantes :



L'ordinateur magicien va éteindre l'écran une fraction de seconde, puis afficher seulement 5 figures et vous constaterez que la carte que vous aviez choisie a disparu... L'ordinateur avait-il bien deviné votre choix ?



QUE S'EST-IL PASSÉ ?

Vous pourriez être 6 personnes à choisir une carte différente sur la première page, aucune d'entre vous six ne reconnaîtra sa carte sur la deuxième page constituée de 5 autres cartes. Bien entendu, ce cher ordinateur n'a rien deviné. Comme dans un jeu de cartes il y a 12 figures (4 valets, 4 dames, 4 rois), il peut vous montrer 12 figures différentes, et encore plus facilement 11 seulement. Aucune des 6 premières n'est reprise sur le deuxième écran, 5 nouvelles sont affichées laissant une place vide qui suggère une absence...



☆ Tour de magte n° 55 ☆

Ton âge avec des maths chocolatées

Voici un tour à proposer à une personne gourmande...

(Ce tour a navigué sur internet pendant l'année 2007.)



EFFET

Le magicien devine l'âge d'un spectateur grâce à un calcul de barres de chocolat !

DÉROULEMENT DU TOUR

Le magicien demande à un spectateur qui aime beaucoup les barres de chocolat de penser au nombre de barres qu'il mange en une semaine.



Ensuite il lui demande de faire quelques calculs :

- Multiplier par 2 ce nombre de fois.
- Ajouter 5 au résultat obtenu.
- Multiplier par 50.
- Ajouter 1 757 si le spectateur a déjà eu son anniversaire cette année, ou ajouter 1 756 sinon.
- Enlever le millésime de son année de naissance.

Le magicien peut alors annoncer l'âge du spectateur !

Comment fait-il ?

EXPLICATION...

Soit n le nombre de barres de chocolat, les consignes donnent successivement :

$$2n$$

$$2n + 5$$

$$50(2n + 5) = 100n + 250$$

soit $100n + 250 + 1\,757 = 100n + 2007$ si l'anniversaire a eu lieu

soit $100n + 250 + 1\,756 = 100n + 2006$ sinon.

Mais si l'anniversaire a déjà eu lieu en 2007, l'année de naissance est (2007 moins l'âge) que je note $(2007 - A)$ en appelant A l'âge, et le résultat final devient :

$$100n + 2007 - (2007 - A) = 100n + A$$

Et si la personne n'a pas encore fêté son anniversaire, son année de naissance vaut $(2006 - A)$ et le résultat final est :

$$100n + 2006 - (2006 - A) = 100n + A$$

Dans tous les cas, le résultat est : $(100n + A)$.

Regardons ce nombre par exemple avec $n = 7$ et 43 ans, on trouve $700 + 43 = 743$ donc on lit en effet le nombre à gauche et l'âge avec les deux chiffres à droite.

Attention (ce n'était pas indiqué !), le tour ne fonctionne pas avec une personne qui a 100 ans ou plus.



Exemple : pour $n = 7$ et 102 ans, on trouve $700 + 102 = 802$, la personne n'a pas 2 ans, et n ne fait pas 8.

On peut adapter ce tour pour l'année prochaine ou d'autres années, contrairement à ce qu'indique le message internet d'origine.

Exemple : pour 2008, il suffit de changer la consigne « tu ajoutes 1 757 si tu as eu ton anniversaire » par « tu ajoutes 1 758 si tu as eu ton anniversaire », et la consigne « tu ajoutes 1 756 si tu n'as pas eu ton anniversaire » par « tu ajoutes 1 757 si tu n'as pas eu ton anniversaire ». Et ainsi de suite pour toujours arriver à $(100n + A)$.

☆ Tour de magie n° 56 ☆

La bataille de Marignan



EFFET

L'ordinateur fait faire quelques calculs au spectateur et trouve sa date de naissance.

DÉROULEMENT DU TOUR

L'ordinateur magicien s'adresse sur l'écran au jeune spectateur :

– Je suis né le 22 août 1950, le quantième du mois est 22, le numéro du mois est 8, et le nombre formé des deux derniers chiffres de mon année de naissance est 50.

Veux-tu jouer maintenant avec moi ? Pour te faciliter le travail il te faut prendre une calculatrice...

– Prends le quantième du jour de ta naissance à toi, multiplie-le par 20.

– Ajoute 3.

– Multiplie le résultat obtenu par 5.



- Ajoute le numéro du mois de ta naissance.
- Multiplie le résultat obtenu par 20.
- Ajoute 3.
- Multiplie le résultat obtenu par 5.
- Ajoute le nombre formé des deux derniers chiffres de ton année de naissance.
- Ôte 1 515 (date de la bataille de Marignan).
- Que vois-tu s'afficher à l'écran ?
- Ta date de naissance (jj/mm/aa) !

Sauriez-vous expliquer la réussite de ce tour, en notant x le quantième, y le numéro du mois et z le nombre formé des deux derniers chiffres de l'année de naissance ?

👁 Voir les solutions page 211.

★ Tour de magie n° 57 ★

Indiscretions sur les dates



EFFET

L'ordinateur magicien fait faire quelques calculs au spectateur et trouve le quantième et le mois de sa naissance.

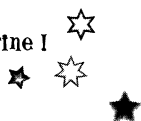
DÉROULEMENT DU TOUR

L'ordinateur magicien demande au spectateur :

- de multiplier par 31 le numéro de son mois de naissance;
- de multiplier par 12 son quantième (le numéro du jour);
- d'ajouter les deux nombres;
- de donner son résultat.

L'ordinateur magicien écrit alors sur l'écran le quantième et le mois de naissance.





QUE S'EST-IL PASSÉ ?

Les divers résultats de calculs possibles de $(31M + 12Q)$ sont indiqués ci-dessous.

On peut vérifier que ces résultats sont tous différents, et donc une personne ayant ce tableau discrètement sous les yeux peut retrouver les valeurs de Q et M , ou bien un ordinateur ayant en mémoire les diverses valeurs peut associer le numéro de la ligne et de la colonne qui contient le total proposé.

LE COIN DES MATHEUX

Peut-on faire ce tour de tête (calcul mental) sans ordinateur ?

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	43	74	105	136	167	198	229	260	291	322	353	384
2	55	86	117	148	179	210	241	272	303	334	365	396
3	67	98	129	160	191	222	253	284	315	346	377	408
4	79	110	141	172	203	234	265	296	327	358	389	420
5	91	122	153	184	215	246	277	308	339	370	401	432
6	103	134	165	196	227	258	289	320	351	382	413	444
7	115	146	177	208	239	270	301	332	363	394	425	456
8	127	158	189	220	251	282	313	344	375	406	437	468
9	139	170	201	232	263	294	325	356	387	418	449	480
10	151	182	213	244	275	306	337	368	399	430	461	492
11	163	194	225	256	287	318	349	380	411	442	473	504
12	175	206	237	268	299	330	361	392	423	454	485	516
13	187	218	249	280	311	342	373	404	435	466	497	528



★ ☆
 ☆ 80 petites expériences de maths magiques
 ☆

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
14	199	230	261	292	323	354	385	416	447	478	509	540
15	211	242	273	304	335	366	397	428	459	490	521	552
16	223	254	285	316	347	378	409	440	471	502	533	564
17	235	266	297	328	359	390	421	452	483	514	545	576
18	247	278	309	340	371	402	433	464	495	526	557	588
19	259	290	321	352	383	414	445	476	507	538	569	600
20	271	302	333	364	395	426	457	488	519	550	581	612
21	283	314	345	376	407	438	469	500	531	562	593	624
22	295	326	357	388	419	450	481	512	543	574	605	636
23	307	338	369	400	431	462	493	524	555	586	617	648
24	319	350	381	412	443	474	505	536	567	598	629	660
25	331	362	393	424	455	486	517	548	579	610	641	672
26	343	374	405	436	467	498	529	560	591	622	653	684
27	355	386	417	448	479	510	541	572	603	634	665	696
28	367	398	429	460	491	522	553	584	615	646	677	708
29	379	410	441	472	503	534	565	596	627	658	689	720
30	391	422	453	484	515	546	577	608	639	670	701	732
31	403	434	465	496	527	558	589	620	651	682	713	744

👉 Voir les solutions page 211.



☆ Tour de magie n° 58 ☆

Le lecteur de pensée virtuel



EFFET

L'ordinateur magique lit dans les pensées du visiteur d'un site internet.

DÉROULEMENT DU TOUR

Le site internet invite le visiteur à penser à un nombre entier entre 1 et 99 (exemple : 57) puis à lui enlever la somme de ses chiffres [exemple : $57 - (5 + 7) = 45$].

Un tableau de 100 symboles est affiché à l'écran, chaque nombre de 0 à 99 étant associé à un symbole. Le visiteur est invité à se concentrer sur le symbole correspondant à son résultat (exemple : 45 a pour symbole €) pour que l'ordinateur lise dans ses pensées. Le visiteur est ensuite invité à cliquer sur un carré de l'écran, qui aussitôt affiche le symbole identique (exemple €) à celui choisi. L'ordinateur a deviné !

On peut rejouer autant qu'on veut. Les symboles changent de nombres attribués dans les parties successives, et donc le symbole choisi change dans les parties, ce qui empêche de deviner trop vite le truc.

QUE SE PASSE-T-IL DANS CE TOUR, AMIS MATHEUX ?

Quand on enlève d'un nombre entier la somme de ses chiffres, on obtient toujours un multiple de 9. Dans le tableau, tous les multiples de 9, de 0 jusqu'à 81, ont le même symbole, et c'est ce symbole qui est reproduit pour chaque partie dans le carré de l'écran. La disposition du tableau est astucieuse, le symbole magique occupe la position du 0 en haut à gauche, puis neuf positions en diagonale depuis le 9 en haut à droite vers le 81 en bas à gauche, et cela ne saute pas aux yeux.

★ ☆
 ☆ 80 petites expériences de maths magiques
 ★

0 : €	1	2	3	4	5	6	7	8	9 : €
10	11	12	13	14	15	16	17	18 : €	19
20	21	22	23	24	25	26	27 : €	28	29
30	31	32	33	34	35	36 : €	37	38	39
40	41	42	43	44	45 : €	46	47	48	49
50	51	52	53	54 : €	55	56	57	58	59
60	61	62	63 : €	64	65	66	67	68	69
70	71	72 : €	73	74	75	76	77	78	79
80	81 : €	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

Les symboles inutiles n'ont pas été écrits ci-dessus (contrairement au tableau de l'écran internet) dans les quatre-vingt-dix cases qu'il est impossible d'obtenir comme résultat de la soustraction. À noter que 90 et 99 sont impossibles à obtenir, bien qu'étant multiples de 9, car 81 est le plus grand résultat possible après la soustraction; l'ordinateur peut donc leur attribuer des symboles différents.



★ Tour de magie n° 59 ★

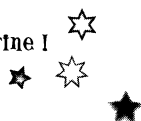
L'assiette magique : le défi à relever



EFFET

Meublez votre attente au restaurant en faisant des mathématiques magiques avec une assiette, la nappe en papier et un crayon...

Comment trouver le point diamétralement opposé d'un point choisi, A, situé sur le contour d'une assiette retournée ?



Sujets de discussion :

Il est impossible d'utiliser le centre de l'assiette...

Il n'y a pas d'objet comme une règle permettant de tracer des droites...

Tout se passe grâce à la seule assiette...

Indice...

Le défi sera relevé grâce à plusieurs cercles dessinés sur le contour de l'assiette placée en différentes positions...

Réalité ?

L'apéritif est offert à qui relève le défi...

DÉROULEMENT

Voici les différentes étapes du succès, depuis le choix du point A sur le contour, jusqu'à la construction du point A' diamétralement opposé...

On place A ci-dessous :

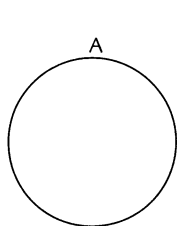


Figure 1

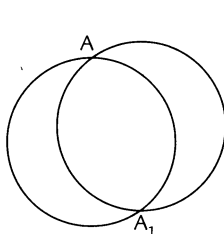


Figure 2

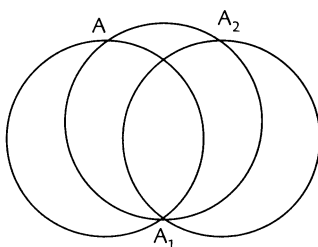


Figure 3

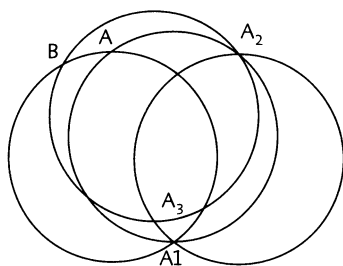


Figure 4

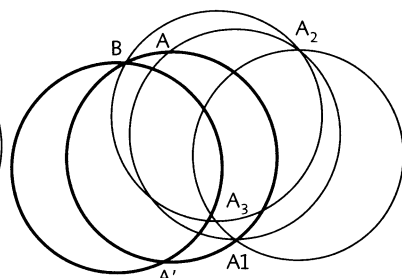
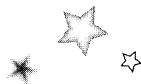


Figure 5

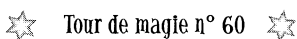
Le point A' est le point cherché...

LE COIN DES MATHEUX

Saurez-vous justifier le bien-fondé de cette construction ? (Il pourra être efficace de penser aux vecteurs.)



☞ Voir les solutions page 212.


 Tour de magie n° 60

Panoramath



EFFET

Le magicien, yeux bandés pendant tout le tour, retrouve le total de six nombres choisis par le spectateur parmi un tableau de trente-six.

DÉROULEMENT DU TOUR

Le magicien utilise un jeu de tarots. Il a préparé son jeu avant. Il dispose 36 cartes en carré, faces cachées, ayant les valeurs ci-dessous, de la façon suivante :

1	2	3	4	5	6
2	3	4	5	6	7
3	4	5	6	7	8
4	5	6	7	8	9
5	6	7	8	9	1
15	16	17	18	19	2





Les quatre premières lignes sont fabriquées avec des cœurs, des piques, des trèfles et des carreaux en tenant compte des valeurs, les familles n'ayant pas d'importance. Les deux dernières lignes sont fabriquées avec dix des atouts du jeu de tarots; vous remarquez que les quatre cinq et les quatre six du jeu (qui ne sont pas des atouts) étaient déjà utilisés dans les quatre premières lignes. Le spectateur arrive.

Le magicien se tourne et demande au spectateur de bien vouloir, en cachette, retourner faces visibles six cartes : une carte et une seule par rangée.

Le magicien demande au spectateur de lui dire combien il y a de cartes retournées dans la colonne 1 (celle de gauche), puis dans la colonne 2, etc. jusqu'à la colonne 6 (à droite).

Le magicien donne alors le total des points marqués par les six cartes retournées du spectateur. Comment fait-il ? Ne regardez pas trop vite la solution en fin d'ouvrage...

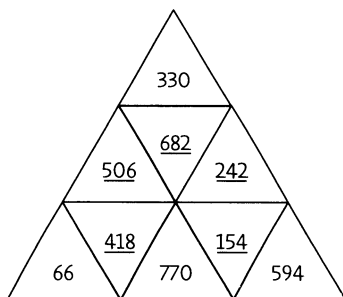
☛ Voir les solutions page 213.



Mathématiques festives les triangles anniversaires magiques de Charles Barbier

Connaissez-vous le Salon des jeux et de la culture mathématiques qui est organisé depuis l'an 2000 à Paris, place Saint-Sulpice, du jeudi au dimanche de la dernière semaine de mai ou de la première semaine de juin ? Je vous assure qu'il y a de quoi passer des heures et des heures de plaisirs ludiques et enrichissants avec des exposants tous plus créatifs et passionnants les uns que les autres ! De plus l'entrée est gratuite !

Quand j'ai rencontré Charles Barbier, le maître-magicien, au Salon de 2002, celui-ci avait 90 ans et une forme olympique. Nous avons sympathisé et quand il a su que ma mère allait avoir 88 ans en juin 2002, il a composé pour elle le triangle magique suivant :



Dans celui-ci, les nombres se succèdent de 88 en 88, depuis 66 jusqu'à 770, et le total de cinq nombres en bordure de n'importe lequel des trois côtés du grand triangle est 2002 :





$$\begin{aligned}
 2002 &= 66 + 418 + 506 + 682 + 330 \\
 &= 66 + 418 + 770 + 154 + 594 \\
 &= 330 + 682 + 242 + 154 + 594
 \end{aligned}$$

De plus, les cinq nombres soulignés, en couronne autour du petit triangle au milieu de la base, ont aussi la même somme magique :

$$418 + 506 + 682 + 242 + 154 = 2002$$

Ceci m'a donné une idée, pour le 7^e Salon qui a eu lieu en 2006 : un petit défi pour les visiteurs qui n'ont peur ni des chiffres ni de chercher...

☆ Tour de magie n° 61 ☆

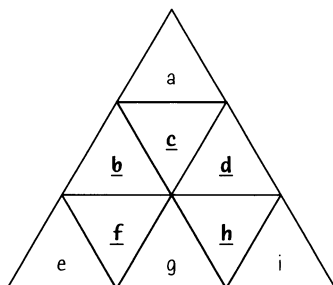
Un triangle magique



À VOUS DE JOUER POUR RÉALISER L'EFFET SUIVANT !

Construisez un triangle magique dont les nombres entiers

- se succéderont de 7 en 7;
- auront pour somme 2006 sur les bords des trois côtés ($a + c + b + f + e$, $a + c + d + h + i$, $e + f + g + h + i$) ainsi que pour les cinq nombres soulignés en couronne ($f + b + c + d + h$).

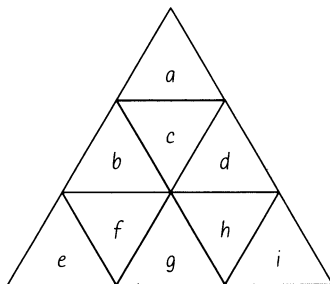


PRÉPARATION SECRÈTE

La solution du défi précédent vous est proposée plus loin, mais il ne serait sans doute pas inutile que je vous guide un peu auparavant dans l'étude de ces fameux triangles...

La recherche peut s'effectuer en commençant par envisager un triangle magique où les nombres se succèdent de 1 en 1, et à partir de 1, donc pour des nombres de 1 à 9.

Notons les neuf valeurs du triangle par des lettres placées selon le triangle qui suit :



En tournant autour du triangle, on peut obtenir trois fois la somme magique « S ».

En utilisant les notations ci-dessus on obtient alors :

$$S = e + f + b + c + a; S = a + c + d + h + i; S = e + f + g + h + i$$

En additionnant membre à membre les trois égalités :

$3S = 2a + 2c + 2e + 2f + 2h + 2i + b + d + g$, soit pas tout à fait deux fois la somme $(a + b + c + d + e + f + g + h + i)$ puisqu'il manque une deuxième fois $(b + d + g)$.

Ainsi $3S$ vaut deux fois la somme des neuf nombres de 1 à 9 (soit $2 \times 45 = 90$) diminuée du total des nombres $(b + d + g)$.

En divisant par 3, on obtient que la somme magique S vaut donc :

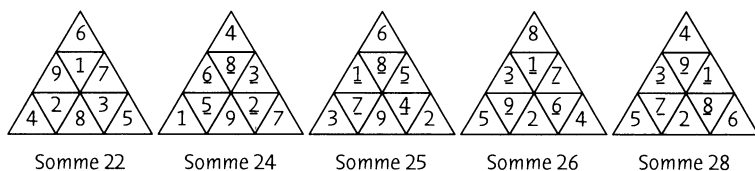
$$S = 30 - (b + d + g)/3$$

Comme b, d, g sont des nombres différents, leur minimum est $1 + 2 + 3 = 6$, et leur maximum est $7 + 8 + 9 = 24$. On obtient une somme magique minimum de : $30 - 8 = 22$ et une somme magique maximum de : $30 - 2 = 28$.

Je vous laisse faire des essais de réalisation des triangles ayant une somme magique choisie parmi tous les nombres entiers de 22 à 28... N'oubliez pas que les nombres en couronne donnent aussi la somme magique. Vous vérifierez que



les seules sommes magiques possibles avec les nombres de 1 à 9 sont : 22, 24, 25, 26, 28.



Voici la solution maintenant pour le défi du 7^e Salon.

Comment construire un triangle de somme 2 006 avec des nombres allant de 7 en 7 ?

Soit a le plus petit des neuf nombres à utiliser.

En copiant le triangle magique de somme 22 = 1 + 2 + 4 + 6 + 9 où les nombres vont de 1 en 1 à partir de 1, on peut imaginer un triangle où les nombres vont de 7 en 7 à partir de a , dont la somme est :

$$a + (a + 7) + (a + 3 \times 7) + (a + 5 \times 7) + (a + 8 \times 7) = 5a + 17 \times 7 = 5a + 119$$

On obtient $5a + 119 = 2\,006$, puis $5a = 1\,887$ ce qui est impossible avec a entier (un multiple de 5 finit par 5 ou 0, il ne peut finir par 7).

En copiant le triangle magique de somme 24 = 1 + 4 + 5 + 6 + 8, on imagine une somme de $a + (a + 3 \times 7) + (a + 4 \times 7) + (a + 5 \times 7) + (a + 7 \times 7) = 5a + 19 \times 7 = 5a + 133$ qui doit faire 2 006, on obtient $5a = 1\,873$ qui n'a pas de solution.

On peut continuer sur les modèles 25 ou 26, on échoue :

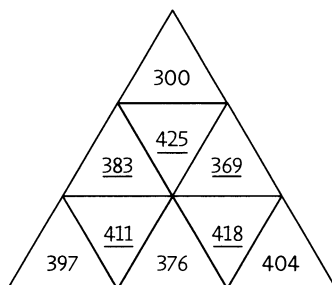
- l'un donne $5a = 2\,006 - 7 \times 20 = 2\,006 - 140 = 1\,866$;
- et l'autre donne $5a = 2\,006 - 7 \times 21 = 2\,006 - 147 = 1\,859$.

Aucun des deux résultats n'est un multiple de 5, et donc il n'y a pas de solution pour « a ».

En revanche, pour le modèle 28, on peut diviser le résultat $2\,006 - 23 \times 7 = 2\,006 - 161 = 1\,845$ par 5, et on trouve $a = 369$.



La solution proposée est basée sur le modèle 28, le plus petit nombre du triangle est donc 369. Les autres nombres se succèdent de 7 en 7 aux positions où les nombres de 1 à 9 se succédaient dans le triangle de somme 28.



★ Tour de magie n° 62 ★

Suite de l'aventure



À VOUS DE JOUER !

Voici deux questions pour ceux qui veulent poursuivre l'aventure :

Trouvez les préparations secrètes pour les effets suivants...

- À partir des triangles réalisés avec les nombres de 1 à 9, était-il possible de faire plaisir à une personne qui devait fêter ses 90 ans en 2003, c'est-à-dire auriez-vous réussi à construire un triangle magique de somme 2003 pour des nombres allant de 90 en 90 ?
- Même question ensuite pour 91 ans en 2004.

📖 Voir les solutions page 214.



Quand une formule mathématique donne la clef d'un tour

Les maths, à quoi ça sert ? À se simplifier la vie parfois, et à trouver un moyen de répondre à la même question type posée pour des nombres différents, grâce à une formule qui fait gagner un temps fou...

☆ Tour de magie n° 63 ☆

La dernière carte à jeter



EFFET

Le magicien prédit le nom d'une carte qui sera toujours la dernière d'un paquet.

DÉROULEMENT DU TOUR

Le magicien s'est approché, il a proposé un jeu de 52 cartes, duquel le spectateur pouvait enlever le nombre de cartes qu'il voulait. Le magicien a ensuite regardé les cartes du jeu calme-



ment, une à une. Il a écrit une prédiction : le nom d'une carte sur un bout de papier. Il a demandé au spectateur de prendre le paquet, de jeter la carte du dessus sur la table, de faire passer la suivante sous le dessous de son paquet, puis de jeter la carte du dessus, de faire passer la suivante en dessous du paquet, etc. jusqu'à ce qu'il ne reste plus qu'une seule carte en main du spectateur. La prédiction a alors été dévoilée, la dernière carte retournée : c'était bien cela, un vrai miracle ! Et le tour pouvait être recommencé avec un nombre quelconque de cartes, le magicien trouvait toujours à l'avance le nom de la carte qui resterait la dernière...



QUE S'EST-IL PASSÉ ?

Heureusement une démarche scientifique et un peu de mathématiques vont nous aider à comprendre le truc du magicien. Mais je connais votre impatience...

Soit x le nombre de cartes de votre paquet au départ. Numérotions de 1 (carte du dessus) vers x (carte du dessous) les cartes. Pas de suspense ! Voici tout de suite le résultat

Quand une formule mathématique donne la clef d'un tour



mathématique magique que l'on expliquera ensuite : le numéro de la carte qui restera seule à la fin de l'élimination « une sur deux » est donné par la formule $2(x - 2^n)$ où 2^n désigne la plus grande puissance de 2 inférieure strictement à x . Le magicien doit donc compter discrètement le nombre de cartes au début du tour en ayant l'air de les observer, faire un calcul de tête pour trouver le numéro de la carte qui restera la dernière, et écrire le nom de la carte située à cette position comme prédiction.

Par exemple, pour un paquet de 23 cartes, la plus grande puissance de 2 inférieure à 23 est 16, et la carte qui restera est le numéro :

$$2(23 - 16) = 2 \times 7 = 14$$

Pour un paquet de 32 cartes, la plus grande puissance de 2 strictement inférieure est encore 16, et la carte restante aura le numéro :

$$2(32 - 16) = 2 \times 16 = 32$$

c'est-à-dire sera la dernière carte du paquet.

► D'où vient cette formule ?

C'est assez difficile à expliquer... Je vous propose d'essayer doucement de voir ce qui se passe...

Dans un premier temps, nous vous invitons à vérifier la formule pour des paquets de cartes ayant un nombre de 2 à 13 cartes : vous utilisez par exemple les piques que vous classez du 1 (carte supérieure) jusqu'au nombre de cartes voulu (carte du dessous)... éventuellement valet (11), dame (12), roi (13). Vous effectuez la manœuvre, et vous vérifiez le numéro de la carte qui reste : cela doit correspondre avec la formule $2(x - 2^n)$.

Dans un deuxième temps, vous pouvez prendre papier et crayon, symboliser le mouvement des cartes qui passent du dessus vers le dessous en dessinant un cercle sur lequel sont marquées autant de positions que le nombre de cartes. Vous écrivez les numéros voulus dans le sens des aiguilles d'une montre, vous démarrez au 1 qui est jeté et que donc vous



barrez. Le 2 est gardé, et le passer en dessous du jeu revient à démarrer le cercle après lui.

Le 3 est barré, le 4 est gardé, et ainsi de suite : une carte sur deux non barrée encore est gardée ou barrée, jusqu'à ce qu'il ne reste plus qu'un seul numéro non barré.

Vous pouvez retrouver ainsi sans cartes les résultats que vous donne la formule. Vous comprenez ainsi rapidement pourquoi le numéro de la carte sélectionnée est toujours pair et pourquoi il y a un 2 en facteur dans la formule.

Dans un troisième temps, nous vous proposons d'étudier les cas où le nombre de cartes est exactement une puissance de 2. Ce sera toujours la dernière carte (celle du dessous du paquet) qui sera sélectionnée à la fin de la manœuvre (voir notre exemple avec 32 cartes). À la fin de la première étape, chaque carte ayant été touchée une seule fois pour être soit éliminée soit passée en dessous, il ne reste plus que les cartes de numéros pairs et leur nombre est le précédent divisé par 2 donc c'est encore une puissance de 2. Le dernier numéro (pair) a été gardé. La deuxième étape commence donc par l'élimination du 2, on garde le 4, etc. À la fin de la deuxième étape, il reste des multiples de 4, en un nombre qui est encore une puissance de deux. Comme 4 divise le nombre de cartes du paquet, le dernier numéro a été gardé. La troisième étape s'il y en a une, commence par l'élimination du 4, on garde le 8 et ses multiples, etc. À la fin de l'histoire, il reste un numéro qui est une puissance de 2, la plus grande possible donc ici le nombre de cartes du paquet lui-même. Remarquez que la formule donne alors :

$$\begin{aligned}
 2(x - 2^n) &= 2(2^{n+1} - 2^n) \\
 &= 2(2^n)(2 - 1) = 2(2^n) = 2^{n+1} = x
 \end{aligned}$$

Dans un quatrième temps, envisageons un nombre de cartes qui vaut un de plus qu'une puissance de 2. À la fin de la première étape d'élimination, il ne reste que les numéros pairs, mais l'élimination du dernier nombre (qui est impair) fait qu'on va garder le 2 au début de la deuxième étape, puis ses multiples. Le nombre de numéros restants est une puis-

Quand une formule mathématique donne la clef d'un tour



sance de deux. Comme le premier est gardé, le dernier est éliminé, et à l'étape suivante le 2 est de nouveau conservé, etc. On aboutit au 2 finalement.

La formule donne :

$$2(x - 2^n) = 2(1 + 2^n - 2^n) = 2 \times 1 = 2$$

Dans un cinquième temps, on pourrait envisager un nombre de cartes qui vaut deux de plus qu'une puissance de deux ; dans un sixième temps, un nombre de cartes qui vaut p de plus que 2^n avec $p < 2^n$: quand on enlève la p^{e} carte, puis qu'on passe la suivante sous le paquet, celle qui est maintenant sous le paquet avait le numéro $2p$ au départ. Comme le paquet contient alors un nombre de cartes égal à une puissance de deux, celle du dessous sera la restante. La carte de numéro $2p$ est donc la bonne soit encore le numéro $2(x - 2^n)$.

Voici un tour qui utilise cette propriété dans une très jolie présentation à mon goût. Elle est de Richard Vollmer, spécialiste mondial des cartes, et auteur d'une magnifique anthologie de tours de cartes automatiques en 9 volumes (Magix, Éditions du Spectacle, Strasbourg). C'est le tour du prologue de ce livre...



Tour de magie n° 64



L'alphabet des révélations



EFFET

Une carte choisie au départ par votre ami s'avère être toujours la carte restante après plusieurs manœuvres pour éliminer les autres cartes.

DÉROULEMENT DU TOUR

Demandez à votre ami de choisir une carte, de se rappeler son nom, de la poser sur la table face cachée. Tournez-vous. Demandez-lui de mettre sur sa carte autant de cartes (faces



cachées) qu'il est nécessaire pour épeler le nom de sa carte : une carte par lettre.

Par exemple : d-e-u-x-d-e-c-a-r-r-e-a-u nécessitera 13 cartes, r-o-i-d-e-p-i-q-u-e en nécessitera 10. N'oubliez pas de prendre en compte les lettres « de ».

Dites à votre ami de faire passer une à une du dessus vers le dessous du paquet les cartes nécessaires à épeler « rouge » ou « noire » selon sa carte. Puis de continuer la manœuvre avec « haute » ou « basse ». Et enfin d'épeler « points » ou « figure » selon le cas.

Retournez-vous. Demandez maintenant à votre ami de prendre son paquet faces cachées sur le dessus, de jeter la première carte, de faire passer la suivante dessous, de jeter la carte supérieure, de faire passer la suivante dessous, etc. Il ne doit lui rester qu'une carte.

Faites nommer la carte choisie puis retourner la carte restante : c'est la même !

QUE S'EST-IL PASSÉ ?

► Explications (nécessitant la connaissance du tour précédent)

Cœur ou pique font 5 lettres, trèfle 6 et carreau 7.

As fait 2 lettres. Six, dix, roi font 3 lettres. Deux, cinq, sept, huit, neuf, dame font 4 lettres. Trois, valet font 5 lettres. Quatre fait 6 lettres. L'épellation fait au minimum 9 lettres (as de cœur ou de pique) et au maximum 5 (quatre de carreau). En comptant la carte choisie qui est en dessous de la pile, on obtient des piles de 10 à 16 cartes.

Épeler rouge ou noire, haute ou basse, points ou figure revient à bouger les cartes de $5 + 5 + 6 = 16$ crans. La carte du dessous (celle choisie) bouge donc (remonte).

Dans chacun des cas la carte choisie est dans la position de la carte restante. Joli, non ?

Quand une formule mathématique donne la clef d'un tour



Nombre de cartes du paquet	10	11	12	13	14	15	16
Position de la carte choisie à partir du haut	4	6	8	10	12	14	16
Calcul de $2(x - 2^n)$	4	6	8	10	12	14	16

À VOUS DE JOUER !

- **Exercice 1** : imaginons cette fois que l'on prenne la première carte de la pile (celle du dessus) et qu'on la fasse passer sous le paquet, puis qu'on jette la suivante sur la table. On recommence : carte du haut passant dessous, puis carte suivante jetée... Jusqu'à ce qu'il ne reste qu'une seule carte en main. Quelle est la nouvelle formule qui permet de trouver le numéro (à partir du haut du paquet initial) de la carte qui restera la dernière ?
- **Exercice 2** : en éliminant comme dans l'exercice 1 à partir d'un paquet de cartes prélevé dans un jeu de 52, c'est la 19^e carte qui est restée la dernière. Combien le paquet pouvait-il avoir de cartes au départ ?

👉 Voir les solutions page 216.

Poursuite de tours où le magicien essaie d'être créatif et original...

Pour intéresser un public de plus en plus blasé et difficile, il est nécessaire de l'étonner.

Sans parler de toute la présentation orale à soigner, et des qualités de conteur du magicien, on peut essayer d'utiliser des accessoires en plus des cartes habituelles, ou d'inventer des tours de magie sans cartes, ou des tours en rapport avec les gens de l'assistance, qui surprennent.

La créativité se développe vite avec un peu de confiance.

Voici un tour me paraissant intéressant pour sa présentation et le matériel utilisé.

☆☆ Tour de magte n° 65 ☆☆

Le coup de l'agenda



EFFET

Le magicien propose un tour dans lequel il aura deviné une date qui sera déterminée par le spectateur après diverses manipulations. Un agenda de l'année est jeté par le magicien sur la table, et témoignera de sa prédiction.





DÉROULEMENT DU TOUR

Le magicien propose à l'observation huit cartons qui sont numérotés d'un nombre de 1 à 8 d'un côté, et d'un nombre de 9 à 16 de l'autre. Il en fait une pile, et les distribue en deux tas, un carton dans l'un, un dans l'autre jusqu'à épuisement. Il demande au spectateur de choisir un tas et d'éliminer l'autre. Il recommence à répartir de nouveau en deux tas, et redemande au spectateur de ne garder qu'un tas sur les deux.

Cette manœuvre continue une nouvelle fois jusqu'à obtenir un seul tas de deux cartons. On regarde alors les chiffres apparents des deux cartons, on en fait la somme : ce sera le numéro du mois de la date que le spectateur va désigner. Ensuite le magicien demande au spectateur de tourner au choix un des deux cartons seulement, et d'additionner les deux nombres qui seront alors apparents : cela donnera le numéro du jour du mois. Vous avez maintenant une date complète, comme par exemple le 17 septembre (9).

Le magicien demande au spectateur de chercher sur l'agenda la page de cette date. Celui-ci la trouve mais ne voit rien d'écrit. Le magicien semble alors surpris, et demande quel est le saint du jour : il s'agit de Renaud. Il suggère alors au spectateur de chercher dans la couverture de l'agenda s'il n'y a pas quelque chose d'intéressant. Le spectateur y trouve une photo, découpée dans un magazine, du chanteur Renaud !

PRÉPARATION SECRÈTE

Voici le matériel nécessaire pour faire ce tour :

- huit morceaux de carton (ou papier), numérotés pour le premier d'un côté 1, de l'autre côté 9, pour le deuxième 2 et 10, pour le troisième 3 et 11, le quatrième 4 et 12, le cinquième 5 et 13, le sixième 6 et 14, le septième 7 et 15, le huitième 8 et 16;
- et bien sûr un agenda de l'année, avec une photo de Renaud placée dans la couverture.

QUE S'EST-IL PASSÉ ?

En montrant les huit cartons numérotés de 1 à 8, il faut mettre le 2 sur le 1, puis le 3 sur le 2, puis le 4 sur le 3, montrer



les numéros suivants (5, 6, 7, 8), mais mettre le paquet comportant ces 4 premiers numéros en dessous des quatre derniers (dont l'ordre n'aura pas été, lui, inversé). Quand vous faites deux paquets, l'un contient de haut en bas 2, 4, 7, 5 et l'autre 1, 3, 8, 6. N'importe lequel peut être choisi, mettons que ce soit le premier...

Vous distribuez en deux paquets qui sont 7, 2 ou bien 5, 4. N'importe lequel de ces tas choisi donne un total de 9 ($= 7 + 2$ ou $5 + 4$) et donc le mois de septembre. N'importe lequel des cartons tournés permettra d'avoir une somme de 17 : si vous tournez le 7, vous verrez un 15 qui additionné au 2 fera 17. Si vous tournez le 2, c'est un 10 qui apparaît et $10 + 7 = 17$. Les cartons ont été conçus et rangés pour obtenir toujours la date du 17/09.

Astucieux, non ? Attention cependant, vérifiez que la saint Renaud est le 17 septembre dans votre agenda, parfois les dates de célébration des saints changent selon les années.

☆ Tour de magie n° 66 ☆

La révélation de minuit



EFFET

Minuit « l'heure du crime », peut être aussi l'heure des révélations de magicien... Il peut retrouver une carte grâce aux coups tapés par le carillon qui égrène les unes après les autres les heures de la journée...

DÉROULEMENT DU TOUR

Après toute une soirée passée avec un jeu de 52 cartes, le magicien tend au spectateur le jeu en lui demandant de prélever en cachette le nombre de cartes qu'il souhaite, entre 1 et 12 comme les coups de l'horloge. Le spectateur met les cartes prélevées dans sa poche.

Poursuite de tours où le magicien essaie d'être créatif et original...



Le magicien lui demande de regarder, toujours en cachette, la carte située à partir du dessus du jeu à la position correspondant à son nombre de cartes (s'il a pris 5 cartes, il regarde la cinquième du gros paquet).

Le magicien revient et s'empare des cartes. Il déclare qu'à minuit toutes les heures de la journée ont sonné :

– « une », et il fait passer trois cartes (u-n-e) de dessus du paquet vers le dessous, en épelant les lettres du nombre une à une;

– « deux » et il fait passer quatre cartes (d-e-u-x) du dessus vers le dessous;

– « trois » (cinq cartes), etc. jusqu'à « onze » (quatre cartes);

– et enfin « minuit » (et non douze, attention !) soit six cartes.

Le spectateur est invité à retourner la carte qui se trouve alors sur le paquet...

Surprise : c'est celle qu'il avait choisie !

Pour trouver comment ça marche : il ne vous faudra pas oublier que les magiciens sont parfois un peu coquins, et encore plus en fin de journée...

N'allez pas voir la solution tout de suite !

☞ Voir les solutions page 217.



Tour de magie n° 67



Le mois de la carte



EFFET

Le magicien retrouve le mois de naissance d'un ami en même temps que la carte qu'il a choisie.

DÉROULEMENT DU TOUR

Distribuez 12 cartes faces cachées sur la table. Dites qu'elles représentent les 12 mois de l'année. Demandez à un spectateur de battre le paquet des 12 cartes, puis de considérer celle du



haut comme la carte de janvier, la suivante comme celle de février, et ainsi de suite jusqu'à la dernière (celle du bas) représentant décembre. Le spectateur doit alors retenir le nom de la carte placée dans la position correspondant à son mois de naissance, et poser le paquet de 12 cartes sans en avoir modifié l'ordre. Pendant que le spectateur s'activait, vous avez regardé discrètement la carte supérieure et la carte inférieure du paquet des 40 cartes qui restaient.

Faites maintenant partager votre paquet en deux par le spectateur, et demandez-lui de mettre son paquet de 12 cartes sur la « moitié » supérieure de sa coupe, puis de poser la « moitié » inférieure de sa coupe par-dessus. Vous pouvez déclarer que la carte du spectateur est bien perdue dans le paquet, mais en fait vous savez qu'elle fait partie d'un ensemble de 12 cartes qui sont prises en sandwich entre vos deux cartes repères.

Dites que le spectateur doit maintenant travailler en cachette, et que donc vous allez vous tourner. Demandez au spectateur de bien vouloir repérer où est sa carte dans le jeu (sans y toucher) puis de couper le jeu de façon à ce qu'elle vienne sous le paquet de 52 cartes, et enfin de poser le paquet sur la table, que vous ne puissiez pas la voir. Retournez-vous.

Prélevez du dessus du paquet la première carte puis une deuxième, et ainsi de suite jusqu'à obtenir une pile de 12 cartes (toujours en référence avec les 12 mois de l'année).

Demandez au spectateur de bien vouloir mettre le reste du jeu par-dessus, en cachant bien le dessous de son paquet, puis ensuite de couper et de compléter sa coupe. Il peut même recouper une autre fois. Dites que sa carte doit être de nouveau bien perdue dans le jeu.

Prenez celui-ci faces visibles vers vous, repérez vos deux cartes clefs et comptez discrètement le nombre de cartes qu'il y a entre elles deux : appelons-le « n ». Ce doit être un nombre impair. Trouvez la carte du milieu entre les deux cartes clefs, mettez votre index derrière, reposez le jeu faces cachées sur la table, un peu en éventail, de façon que votre index décale suf-

Poursuite de tours où le magicien essaie d'être créatif et original...



finissant cette carte pour que vous puissiez la localiser à l'œil (mais pas trop pour ne pas alerter le spectateur).

Dites maintenant que vous pensez connaître le mois de naissance de votre ami : comptez la moitié de $(n + 1)$, ce sera le numéro du mois en question, puis annoncez-le. Par exemple pour 9 cartes, la carte du milieu est la cinquième $[(9 + 1) : 2 = 5]$ et le mois en question est celui de mai.

Revenez négligemment du doigt sur le tas de cartes faces cachées en éventail sur la table, en en bougeant quelques-unes, sans perdre de vue où se trouve la carte fatidique, puis demandez à votre ami quelle était sa carte choisie, et retournez-la.

QUE S'EST-IL PASSÉ ?

Soit x le numéro du mois de naissance (de 1 à 12). Soit R1 et R2 les deux cartes repères. Le sandwich se présente ainsi du haut (à gauche) vers le bas (à droite) :

R1	$(x - 1)$ cartes parmi les 12	La carte choisie	$(12 - x)$ cartes parmi les 12	R2
----	----------------------------------	------------------	-----------------------------------	----

Quand le jeu est coupé avec la carte choisie en dessous, on obtient :

$(12 - x)$ cartes parmi les 12	R2	Des cartes	R1	$(x - 1)$ cartes parmi les 12	La carte choisie
-----------------------------------	----	---------------	----	----------------------------------	---------------------

Quand les 12 cartes du haut sont inversées puis le reste du jeu remis dessus :

Des cartes	R1	$(x - 1)$ cartes parmi les 12	La carte choisie	$(x - 1)$ cartes quelconques	R2	$(12 - x)$ cartes parmi les 12
------------	----	----------------------------------	---------------------	---------------------------------	----	-----------------------------------

Vous pouvez constater que la carte choisie est bien au milieu des cartes encadrées par R1 et R2. De plus le nombre de cartes encadrées est :

$$(x - 1) + 1 + (x - 1) = 2x - 1$$



Si vous ajoutez 1 à ce nombre « n » qui vaut $(2x - 1)$, vous trouvez $2x$, et si vous en prenez la moitié vous retombez sur x , c'est-à-dire le numéro du mois. C'est clair ?

★ Tour de magie n° 68 ★

Les divinations jumelles



On appelle jumelles des cartes comme le 6 de cœur et le 6 de carreau, ou comme le 7 de pique et le 7 de trèfle : elles ont la même valeur et sont de deux familles de la même couleur (rouge ou noire).

PRÉPARATION SECRÈTE

Enlevez d'un jeu de 52 cartes deux cartes jumelles, par exemple les 6 de cœur et de carreau. Il reste 50 cartes que vous allez répartir en deux paquets : les 13 piques et les 12 cœurs d'une part, les 13 trèfles et les 12 carreaux d'autre part. Il faut choisir un ordre quelconque des 25 cartes, mais le même doit être pris pour le deuxième paquet pour les cartes jumelles : par exemple, si le premier commence par 6P, 7C, 2C, 10P, etc., le second commencera par 6T, 7K, 2K, 10T, etc. Placez maintenant les deux paquets l'un sur l'autre (dans n'importe quel ordre) faces cachées sur le dessus. Vous êtes prêt.

EFFET

Des cartes jumelles vont apparaître en même temps de façon inattendue dans deux paquets différents : celui du spectateur et celui du magicien.

DÉROULEMENT DU TOUR

Demandez à un spectateur de couper ce paquet, de compléter la coupe. Faites-lui distribuer les cartes une à une en deux paquets figures en bas, alternativement d'un paquet à



Poursuite de tours où le magicien essaie d'être créatif et original...



l'autre. Repérez bien le paquet où a été posée la première carte. Demandez au spectateur de choisir un des deux paquets.

Si le spectateur choisit le premier paquet, prenez l'autre, faces cachées devant vous, comptez-en en silence rapidement les 13 cartes supérieures, que vous coupez pour les faire passer en dessous.

Si le spectateur choisit le paquet où a été posée la dernière carte, prenez le premier paquet, comptez-en en silence les 12 cartes supérieures, que vous coupez pour les faire passer en dessous.

À cet instant, les deux paquets doivent présenter dans le même ordre les cartes jumelles ! Comment vous en convaincre ? D'abord cartes en main, puis ensuite en réfléchissant papier et crayon en main... A et B désignent les deux paquets de 25 cartes.



Haut		
1A		
2A		
3A		
...		
25A		
1B		
2B		
...		
25B		
Bas		
Haut Pile 1	Haut Pile 2	Numéro de la carte depuis le haut
24B	25B	1
...	...	...
4B	5B	11
2B	3B	12
25A	1B	13
23A	24A	14
...	...	...
3A	4A	24
1A	2A	25

Vérifiez que si vous prenez la pile 2, en passant les 13 cartes du dessus vers le dessous vous démarrez avec le 24A tandis que la première pile démarre dans l'ordre jumeau avec le 24B, etc. Vérifiez que si vous prenez la pile 1, en passant les 12 cartes du dessus vers le dessous vous démarrez avec 25A tandis que la deuxième pile démarre dans l'ordre jumeau avec le 25B, etc.

Je vous laisse le soin de vérifier que le fait de couper avant distribution en piles ne change rien.



► Comment poursuivre le tour ?

De beaucoup de manières différentes et agréables...

Faites face au spectateur. Éventaillez votre paquet devant vos yeux.

1. Vous demandez au spectateur de donner un nombre inférieur à 26, vous regardez vite dans votre paquet la carte située à cette position depuis le haut, et vous lui donnez le nom de sa carte jumelle, en précisant que ce sera le nom de la carte de son paquet située à la position correspondant à son nombre. Faites-lui vérifier votre prédiction.

2. Demandez au spectateur de couper son jeu de cartes, et de vous présenter verticalement le petit paquet partie supérieure de cette coupe, carte du dessous visible devant vous. Vous cherchez la carte jumelle dans votre paquet, vous comptez le nombre de cartes du haut jusqu'à celle-ci et vous indiquez à votre victime le nombre de cartes qu'elle a dans son petit paquet supérieur de coupe.

3. Au lieu de couper au début votre paquet personnel à 12 ou 13 cartes, vous pouvez le laisser en l'état. Demandez un nombre « n » (inférieur à 26) au spectateur. S'il a choisi le paquet 1, ajoutez 13 à son nombre et dites que sa carte en position « n » sera jumelle de la vôtre en position « $n + 13$ ». S'il a choisi le paquet 2, ajoutez 12 à son nombre, et dites que sa carte en position « n » sera jumelle de la vôtre en position « $n + 12$ ». Faites vérifier la coïncidence (qui n'en est pas une !). Si ($n + 12$) ou ($n + 13$) dépasse 25, enlevez 25.

4. Vous pouvez répéter les tours 1) ou 2) si les cartes sont laissées en place dans le même ordre. Vous pouvez aussi, après avoir fait le 3), couper votre jeu (à 12 ou 13 cartes) pour qu'il y ait ensuite parfaite coïncidence des positions, taper dessus en prononçant une phrase magique et annoncer pour conclure **que maintenant les deux paquets sont en ordre identique de toutes leurs cartes jumelles**. La vérification des coïncidences des 25 paires de cartes jumelles devrait faire son petit effet.

N'oubliez pas de réintégrer les deux cartes manquantes (et jumelles) pour reconstituer un paquet de 52 cartes à la fin.



Tours avec deux jeux de 52 cartes

Quelques effets magiques nouveaux sont possibles en utilisant ensemble deux jeux de 52 cartes. Vous allez réussir à trouver le matériel ? Deux tours vous attendent...

☆ Tour de magie n° 69 ☆

Le mélange des jeux



EFFET

Il y a coïncidence entre le choix de carte du spectateur et celui du magicien.

DÉROULEMENT DU TOUR

Le magicien demande la participation d'un spectateur sachant bien faire un mélange du jeu en queue d'aronde. Il lui montre alors deux jeux de 52 cartes, l'un à dos rouge, l'autre à dos bleu. Ils les éventaille brièvement, montrant que l'ordre des cartes a l'air quelconque et différent dans les deux jeux. Puis le spectateur exécute son mélange et réalise un gros paquet de 104 cartes.

Le spectateur est invité à distribuer en une pile les 52 premières cartes, en constatant au passage le mélange coloré des deux jeux. Il reste 52 cartes formant un deuxième paquet tel quel. Le spectateur est invité à choisir l'un des deux paquets. Le magicien prend l'autre.





Le magicien demande au spectateur s'il veut choisir une rouge ou une noire.

Le magicien présente horizontalement son paquet tenu en main gauche, faces cachées pour tous les deux, faces cachées pour lui, en poussant une à une les cartes du pouce gauche vers la main droite, sans en changer l'ordre, il demande au spectateur de choisir tranquillement (pas tout de suite) sa carte, puis de la prendre, sans la regarder, et enfin de la mettre en poche. Le magicien termine la passation des cartes de la gauche vers la droite.

Le magicien demande maintenant au spectateur de distribuer les cartes de son paquet, faces cachées, lentement. Au bout d'un moment le magicien l'arrête, et on retourne la dernière carte posée. Le magicien demande alors au spectateur de sortir de sa poche la carte qu'il avait choisie : c'est la même !

Comment un tel miracle est-il possible sachant que les cartes ne sont pas truquées et que le magicien ne peut pas lire leurs noms par un signe sur leur dos ?

☞ Voir les solutions page 218.



Tour de magie n° 70



La mini-prédiction



EFFET

Une gommette collée sur une carte d'un jeu en attente correspond au choix par le spectateur d'une carte d'un autre jeu.

PRÉPARATION SECRÈTE

Sortez de 2 jeux de 52 cartes, l'un à dos rouge, l'autre à dos bleu, les 2 de carreau et les dames de pique. Sur le jeu rouge posé faces contre table, mettez la dame de pique et enfin le 2 de carreau (qui est donc la carte placée sur le dessus du paquet, dont vous voyez le dos).

Dans le milieu du jeu bleu, mettez dans le même ordre le 2 de carreau et la dame de pique, après avoir collé sur le dos du 2



une gommette jaune, coin supérieur gauche, et une autre coin inférieur droit, ainsi qu'une gommette verte cette fois sur la face (et non le dos) de la dame, coin supérieur gauche et une autre coin inférieur droit. Rangez ce paquet bleu dans son étui et laissez-le traîner sur la table.

C'est prêt, vous pouvez inviter un spectateur à venir admirer un tour de cartes pas banal...

DÉROULEMENT DU TOUR

Prenez votre jeu rouge, battez à peu près les cartes en conservant sur le dessus vos 2 cartes stratégiques. Demandez à votre victime de prendre le jeu et de distribuer une à une sur la table, faces cachées, les cartes, puis même de les distribuer par petits paquets alternativement du dessous ou du dessus du jeu vers son tas. De toute façon, vous avez réussi à ce que vos 2 cartes soient ainsi en dessous de son paquet, et le spectateur a l'impression de bien brasser le jeu.

Faites-lui maintenant distribuer son paquet en deux tas alternativement, mais cette fois-ci impérativement une à une. À la fin, vos 2 cartes sont chacune sur le dessus d'un des tas, et la dernière posée est le 2 de carreau. Demandez à votre spectateur de choisir la carte située sur le dessus d'un de ses deux tas. Vous savez quelle carte il vient de prendre.

Sortez le jeu bleu de son emballage. Si la carte choisie est le 2 de carreau, étalez les cartes du jeu bleu en ruban, dos devant vous : une seule carte aura une gommette collée sur son dos ce sera... (surprise en la retournant) le 2 de carreau. Si la carte choisie est la dame de pique, étalez le jeu bleu faces visibles, la dame de pique sera la seule carte à avoir des gommettes collées sur sa face.

Remarques : la position des gommettes sur les cartes est destinée à faciliter le repérage, il y a des gens qui étalent de gauche à droite, ou de droite à gauche... La couleur des gommettes est choisie pour bien ressortir sur le dos ou sur la face (ne pas coller une gommette bleue sur un dos bleu, ou une rouge sur une face carreau...).

Comment préparer des tours sous les yeux des spectateurs...

Vous avez remarqué que de nombreux tours de cartes nécessitent une préparation.

On ne peut changer de jeu de cartes à chaque tour, et aller chercher dans sa mallette le jeu préparé pour la réussite de tel ou tel effet. Il va falloir le plus souvent préparer le jeu sous le nez des spectateurs, à l'occasion du ou des tours précédents.

Il vous faut donc vous débrouiller pour que les tours que vous allez faire alternent des tours à préparation avec des tours impromptus sans nécessité de préparation. Ceux-ci sont précieux s'ils utilisent par exemple une petite quantité de cartes, ou des cartes particulières : ainsi vous aurez une excuse pour parcourir le jeu, et pourrez rassembler quelques cartes pouvant vous être utiles lors d'un tour prévu dans un futur proche.



Un bel enchaînement de tours

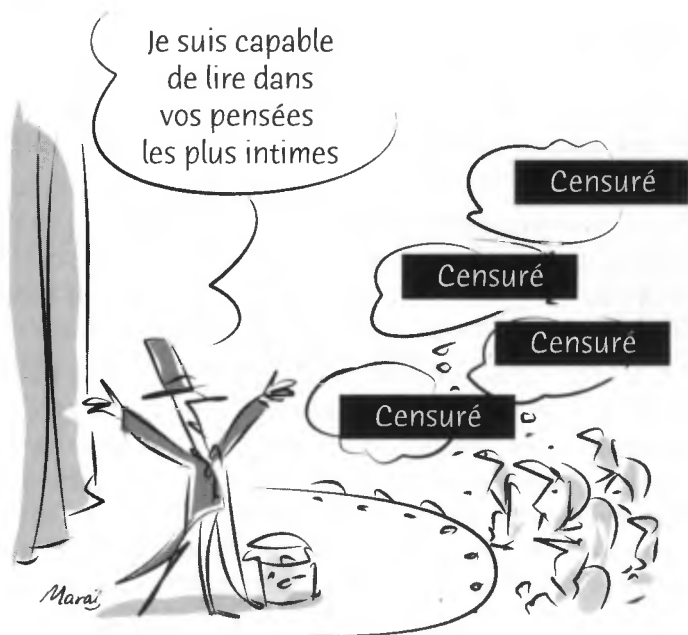


EFFET

Des tours d'épellation du nom de cartes amenant à leur découverte, et de coïncidence de choix mettant en jeu 4 spectateurs au moins s'enchaînent, plongeant le public d'étonnement en étonnement.

PRÉPARATION SECRÈTE

Voici un exemple de la façon d'enchaîner des tours qui nécessitent la préparation du jeu, sans pour autant que le spectateur se doute de la manipulation, et qu'il remarque que vous arrangez devant lui les cartes comme vous le souhaitez.



Comment préparer des tours sous les yeux des spectateurs...



Seul le premier tour utilisera un jeu préparé avant l'arrivée des spectateurs, pourtant le tour suivant sera à jeu préparé lui aussi.

Nous supposons que vous connaissez le tour numéro 23.

Vous pouvez l'adapter pour faire apparaître les piques dans l'ordre croissant de l'as, puis le deux, etc. jusqu'au roi. Il s'agit, après avoir prélevé d'un jeu ces 13 piques dans l'ordre (truqué) où ils viennent, d'épeler lettre à lettre (en faisant passer carte à carte du dessus vers le dessous du jeu, une carte par lettre) le nom de chaque carte. Ainsi pour l'as, on fait passer la carte supérieure (le *a*) sous le paquet, on prend la deuxième (le *s*), on dit que le mot « as » est terminé, on retourne la carte correspondant à ce « *s* » : c'est l'as. On poursuit en faisant passer du dessus vers le dessous les cartes prononcées d, e, u, et x : cette dernière est retournée c'est le deux de pique, etc. Le même procédé est utilisé pour obtenir successivement le retournement du T-R-O-I-S, etc., ceci jusqu'au R-O-I (sans utiliser « de pique » à chaque fois).

Vous avez trouvé l'ordre magique dans lequel il faut ranger les piques, du dessus du paquet vers le dessous pour réussir :

6-1-8-R-4-2-10-7-D-5-3-9-V

Rangez les cœurs eux aussi dans l'ordre :

6-1-8-R-4-2-10-7-D-5-3-9-V.

Vous pouvez réutiliser le principe et donc adapter ce tour par exemple pour une épellation en anglais qui donne :

Q-4-1-8-K-2-7-5-10-J-3-6-9 que vous réserverez aux trèfles du jeu.

Veuillez maintenant classer les carreaux dans l'ordre suivant :

3-V-6-10-1-5-4-D-8-9-7-R-2

Si une personne a en main les cœurs classés dans l'ordre indiqué plus haut, dont elle prend connaissance carte après carte, elle peut demander à celle qui possède les carreaux de bien vouloir par épellation sortir dans l'ordre le S-I-X puis l'A-S, puis le H-U-I-T, etc. jusqu'au V-A-L-E-T. Constatez que les carreaux sont bien rangés pour obtenir ce résultat.



Voici maintenant comment organiser et présenter la première partie d'un long tour à enchaînements...

Rangez faces cachées sur le dessus, du haut vers le bas du jeu, dans leurs ordres respectifs indiqués plus haut :

- d'abord les piques;
- puis les trèfles, les carreaux, et enfin les cœurs.

Le tour peut commencer.

DÉROULEMENT DU TOUR

Annoncez que les jeux de cartes neufs sont souvent rangés par les fabricants de façon curieuse. Éventaillez le vôtre et faites constater qu'il y a les noires sur le dessus et les rouges dessous. Dites qu'un mélange s'impose.

Séparez le jeu en deux moitiés égales pour faire un mélange en queue d'aronde (trouver le milieu est facile : la dernière carte noire (trèfle) finit la moitié haute, la première carte rouge (carreau) commence la moitié basse).

Le mélange fait, partagez de nouveau en deux moitiés à peu près égales pour faire un deuxième mélange en queue d'aronde. L'idéal serait qu'après le premier mélange la moitié haute soit constituée uniquement des piques et des carreaux, et la moitié basse des cœurs et des trèfles. Mais si vous n'êtes pas un « pro » du mélange en queue d'aronde, vous allez avoir une ou deux cartes de cœurs par exemple qui vont arriver dans le haut avant la fin des piques. Il va vous falloir contrôler un peu ce que vous avez obtenu au bout du premier mélange en éventillant un peu les cartes vers le milieu du paquet devant les spectateurs sous prétexte de vérifier que les cartes se mélangent plutôt bien. Il vous faut décaler alors les cœurs qui seraient un peu trop en avance, et les glisser après le dernier pique. Comme vous allez déclarer qu'un deuxième mélange serait encore mieux pour le mélange des quatre familles, les spectateurs ne devraient pas vous chercher des poux dans la tête. Une fois le deuxième mélange effectué, vos quatre familles de cartes doivent être dans les ordres voulus : les mélanges en queue d'aronde n'auront pas changé l'ordre



des cartes d'une même famille entre elles, ils n'auront mélangé que les quatre familles entre elles.

Demandez le concours de quatre spectateurs.

Demandez au premier quelle famille de cartes il préfère. S'il répond pique, faites-les lui prendre dans l'ordre du paquet (6-1-8, etc., faces cachées, le 6 en haut de son paquet), et veillez à ce qu'il ne perturbe pas l'ordre de ses cartes ni d'ailleurs celui du reste du paquet. Faites-lui ensuite épeler A-S, etc., et trouver tous les piques qui doivent être posés sur la table faces visibles devant vous en une pile avec l'as en dessous, et finalement le roi au dessus.

Si le premier spectateur ne répond pas pique, demandez au deuxième sa famille préférée parmi les trois qui restent, et ainsi de suite jusqu'au quatrième spectateur qui prend la dernière famille qui reste. Chacun prend les cartes de sa famille dans l'ordre du paquet sans le changer. Faites alors travailler celui qui a choisi pique comme indiqué ci-dessus.

Vous allez faire travailler ensuite entre eux les spectateurs qui ont choisi les cœurs et les carreaux. Celui qui a les cœurs doit retourner sa carte supérieure (le 6) et demander à celui qui a les carreaux d'épeler le nom de sa carte S-I-X (le S et le I passent sous le paquet de carreaux, le X est retourné c'est le 6, on le pose sur la table face visible). Le cœur qui vient alors sur le paquet des cœurs est l'as : dans le paquet de carreaux on épelle A-S et on le trouve, etc. Les cartes utilisées sont mises au fur et à mesure sur la table en deux piles faces visibles : depuis le dessous 6-1-etc jusqu'au V pour la pile des cœurs, et 6-1-etc. jusqu'au V pour les carreaux, c'est-à-dire que les deux familles sont dans le même ordre.

Le quatrième spectateur, qui possède les trèfles, peut se voir demander s'il a des origines irlandaises (l'emblème du 15 d'Irlande est le trèfle), en tout cas il faut amener la conversation sur la langue anglaise et faire trouver les cartes par épellation depuis O-N-E, puis T-W-O, etc. jusqu'à K-I-N-G (au lieu de roi) en passant par J-A-C-K (au lieu de valet) et Q-U-E-E-N (au lieu de dame). Les trèfles sont finalement sur la



table en une pile faces visibles avec l'as en dessous et le roi au-dessus ce qui donne le même ordre que les piques.

La première partie du tour est finie, mais la préparation pour passer à la deuxième partie est quasiment faite, et inaperçue. Prélevez le 6 de cœur et le 6 de carreau (ce qui est facile vu leur position dans leur pile) et conservez-les en poche. Faites un paquet faces cachées sur le dessus, constitué des 13 piques (au-dessus) et des 12 cœurs (en dessous), puis de la même façon un autre paquet avec les trèfles (au-dessus) et les carreaux (en dessous).

La deuxième partie du tour peut démarrer, (en fait un autre tour) avec les mêmes quatre spectateurs.

Nous supposons que vous connaissez le tour des divinations jumelles (numéro 68). Vous savez qu'il nécessite d'avoir un jeu constitué de 50 cartes avec le même arrangement des 25 cartes supérieures et en dessous des 25 cartes jumelles. C'est donc prêt avec ce que vous avez fait dans la première partie. Génial, non ?

Faites répartir le jeu tronqué en deux piles alternativement, carte à carte, par votre premier spectateur. Faites-lui choisir un des deux paquets. Prenez l'autre. Demandez-lui un nombre inférieur à 26. Pendant qu'il réfléchit, coupez votre jeu à 13 cartes s'il a choisi le paquet n° 1, ou à 12 cartes s'il a choisi le paquet n° 2. Trouvez la carte de votre paquet correspondant à son nombre, indiquez le nom de sa carte jumelle en disant que c'est la carte de votre spectateur qui se trouvera à la position indiquée par lui. Faites constater l'exactitude de votre prédiction. Veillez à ce que le paquet du spectateur reste dans son ordre de départ. Remettez le vôtre dans son ordre initial.

Les deux paquets sont posés sur la table. Demandez au deuxième spectateur de choisir à son tour un des deux paquets, prenez l'autre, coupez-le à 12 ou 13 cartes comme indiqué préalablement. Demandez au deuxième spectateur de couper son paquet en vous présentant verticalement sa partie supérieure pour que la carte de dessous vous soit visible. Cherchez sa carte jumelle dans votre jeu, tournez votre paquet faces

Comment préparer des tours sous les yeux des spectateurs...



cachées devant tous et comptez combien vous avez de cartes depuis le dessus de votre jeu jusqu'à celle-là : indiquer à votre spectateur qu'il a coupé un paquet ayant ce nombre de cartes. Faites vérifier.

Faites le nécessaire pour que les deux paquets reviennent sur la table dans l'ordre du départ du jeu (donc remettez le vôtre dans son état initial).

Faites choisir au troisième spectateur un des deux paquets. Demandez-lui un nombre inférieur à 26, annoncez-lui que sa carte située à cette position « n », et la vôtre située à la position « $n + 12$ » (s'il a pris le paquet 2) ou « $n + 13$ » (s'il a pris le paquet 1) seront jumelles (expliquez ce que cela signifie). Si ($n + 12$) ou ($n + 13$) dépasse 25, enlever 25.

Faites vérifier.

Veillez à ce que le paquet du spectateur revienne à son état d'origine, coupez votre paquet personnel (à 12 ou 13) pour qu'il vienne en coïncidence parfaite avec l'autre paquet. Faites en sorte que les deux paquets reviennent sur la table faces cachées.

Appelez le quatrième spectateur, dites-lui de prendre le paquet qu'il veut, et que son choix n'a pas d'importance, car les deux paquets ont maintenant des cartes jumelles placées dans le même ordre, du début à la fin du paquet. Retournez une à une en même temps, vous et votre spectateur, chaque carte de votre pile personnelle, et faites constater le miracle...

Vous trouverez en fin d'ouvrage une liste des numéros de tours de cartes impromptus, des tours préparés, vous permettant de vous organiser pour enchaîner les tours judicieusement.



Recherche d'invariants

Quand, à partir d'une figure, un élève essaye de dessiner la figure symétrique par rapport à une droite donnée, il sait que les points situés sur cette droite (cet axe) sont leurs propres symétriques : ils ne bougent pas dans la transformation, on dit qu'ils sont invariants dans cette symétrie. Quand il s'agit d'une symétrie par rapport à un point, ou d'une rotation, l'élève sait qu'il n'y a qu'un seul point invariant : le centre. En géométrie, pour reconnaître plus facilement telle ou telle machine à transformer des points en d'autres, on cherche souvent si cette transformation a des invariants, c'est-à-dire des points qui ne bougent pas.

En magie aussi de nombreux tours peuvent s'expliquer quand on a trouvé des invariants dans les diverses manipulations qui interviennent pendant leur exécution.

☆ Tour de magie n° 72 ☆

Les nombres piles



L'EFFET

Quatre amis choisissent 4 nombres différents et les représentent par des piles de cartes. Le magicien retrouve le total des 4 nombres.





DÉROULEMENT DU TOUR

Sortez votre jeu de 52 cartes. Expliquez à votre auditoire que les nombres peuvent se représenter avec des piles de cartes. Par exemple, le nombre 43 se symbolise par une pile de 4 cartes à côté d'une pile de 3 cartes.

Demandez maintenant à quatre de vos amis, pendant que vous leur tournez le dos, de constituer chacun leurs deux piles correspondant à un nombre choisi : pour le premier spectateur un nombre de 10 à 19 compris, pour le deuxième un nombre de 20 à 29, pour le troisième de 30 à 39, et pour le quatrième de 40 à 49.

Quand cela est fait, tournez-vous vers eux en leur tendant une feuille de papier et un crayon, prenez les cartes qui n'ont pas été utilisées pour faire les piles, et demandez à vos amis d'écrire leurs quatre nombres sur la feuille puis de les additionner pendant que de nouveau vous leur tournez le dos.

Comptez discrètement les cartes que vous venez de ramasser. Vous êtes à même d'annoncer maintenant, toujours dos tourné à vos amis, quel est le total de leurs quatre nombres !



QUE S'EST-IL PASSÉ ?

Imaginons que les quatre nombres s'écrivent $1a, 2b, 3c, 4d$. Leur total va être :

$$10 + a + 20 + b + 30 + c + 40 + d = 100 + (a + b + c + d)$$

Combien de cartes ont-elles été utilisées pour constituer les piles ?

$$1 + a + 2 + b + 3 + c + 4 + d = 10 + (a + b + c + d)$$

Combien de cartes reste-t-il dans le paquet ?

$$52 - (10 + a + b + c + d) = 42 - (a + b + c + d)$$

Quelle est la somme du total à deviner et du nombre de cartes qui restent ?

$$100 + (a + b + c + d) + 42 - (a + b + c + d) = 142$$

donc toujours le même nombre, quels que soient les nombres choisis par vos quatre amis ! Grâce à cet invariant (142) vous pouvez faire votre tour.

Comment obtenir le total à prédire ? Il suffit de calculer de tête 142 moins le nombre de cartes restantes !

Exemple : si vos amis choisissent les nombres 12, 23, 34, 45, leur total sera 114. Ils auront distribué 24 cartes pour leurs piles, vous aurez compté 28 cartes restantes, puis calculé de tête $142 - 28 = 114$ et vous aurez gagné !

☆☆ Tour de magie n° 73 ☆☆

Le total des trois



L'EFFET

Le magicien retrouve la position d'une carte choisie en faisant le total des valeurs de trois autres cartes retournées par le spectateur.

PRÉPARATION SECRÈTE

Le magicien prépare un jeu de cartes, tenu faces cachées vers le haut, en posant dessus douze cartes, à partir du haut de



valeurs : 2, 3, 4, 4, 5, 6, 6, 7, 8, 8, 9, 10 (les couleurs ou familles n'ont pas d'importance).

DÉROULEMENT DU TOUR

Le magicien arrive devant le spectateur avec son jeu de 52 cartes, et distribue les 12 cartes une à une, en une pile, sur la table, puis donne le reste du jeu à mélanger. Le spectateur doit maintenant prélever un gros paquet, entre 20 et 29 cartes, qu'il compte en silence pendant que le magicien tourne le dos. Le spectateur doit alors regarder à partir du dessous du paquet la carte située dans la position égale à la somme des chiffres de son nombre de cartes. Par exemple, pour 24 cartes, il regarde la sixième car $2 + 4 = 6$. Le reste du jeu est mis en dessous de façon que le magicien ne puisse pas apprécier de l'œil le nombre de cartes qui avait été choisi.

Le spectateur ne se rend pas compte qu'il a regardé de cette façon la dix-neuvième carte à partir du haut du jeu, et que ce nombre 19 est invariant quel que soit le nombre de cartes choisi : par exemple pour 25, la septième carte à partir du dessous est encore la 19^e à partir du haut, pour 26 la huitième carte à partir du dessous est toujours la 19^e à partir du haut, etc. **C'est le premier invariant de ce tour.**

Le magicien revient vers le spectateur et distribue les douze cartes en trois piles « a , b , c », carte à carte de la gauche vers la droite, une carte pile a , une carte pile b , une autre pile c , une pile a , etc. Il demande au spectateur de choisir n'importe laquelle des trois piles et de faire passer sa carte supérieure par en dessous. Ensuite le spectateur choisit une autre pile et fait passer en bloc deux cartes du dessus vers le dessous, puis pour la dernière pile fait passer en bloc trois cartes du dessus vers le dessous.

Le magicien demande au spectateur de retourner la carte supérieure de chacune des trois piles, et d'en faire le total. (Il doit trouver 21 mais le magicien ne dit rien à ce sujet). Il demande ensuite de choisir une des piles et de remplacer la carte supérieure retournée par la carte du dessous de cette



pile. Le spectateur doit calculer le nouveau total des trois cartes retournées. (Il doit trouver 19 mais le magicien ne dit toujours rien à ce sujet.)

Le magicien distribue alors le nombre de cartes correspondant au total du spectateur (soit 19), et retourne la dernière (la 19^e) : c'est la carte qui avait été choisie par le spectateur.

► Explication du caractère invariant du total de 19...

Voici les trois piles puis un exemple de ce que l'on trouve après les passages de cartes vers le dessous :

Haut de pile					
4	3	2	6	7	8
6	5	4	8	9	2
8	7	6	10	3	4
10	9	8	4	5	6
Bas					

Le total $6 + 7 + 8$ vaut 21. Si on échange carte du dessus et carte du dessous de l'une ou l'autre pile, on obtient : $6 + 5 + 8 = 19$ ou $4 + 7 + 8 = 19$, ou $6 + 7 + 6 = 19$. Toujours 19.

En fait le total des trois premières piles est $4 + 3 + 2 = 9$. Comme les nombres se succèdent de 2 en 2 dans toutes les piles, faire passer une carte du dessus vers le dessous augmente la valeur de 2, faire passer deux cartes augmente la valeur de $2 \times 2 = 4$, faire passer trois cartes augmente la valeur de $3 \times 2 = 6$. En tout, on augmente de $2 + 4 + 6 = 12$, et le total passe à $9 + 12 = 21$.

Quand on échange dans une pile au hasard carte du dessus et carte du dessous, on diminue la valeur de 2 : c'est la différence entre les deux cartes en question, quelle que soit la pile. Le total passe de 21 à 19. **C'est le deuxième invariant de ce tour !**



Tour de magie n° 74



Les 13 spectateurs



RÉFLEXION ET PRÉPARATION SECRÈTE

Faire semblant de battre les cartes, mais garder en fait leur ordre initial a toujours été un souci de magicien. Si vous n'êtes pas habile manipulateur, voici quelques ruses mathématiques qui peuvent vous intéresser.

Envisageons d'abord un paquet de huit cartes, et pour mieux suivre leur mouvement choisissons les cartes 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 d'une même couleur, par exemple pique, classées du haut du paquet vers le bas en ordre croissant.

Mettez la carte du dessus du paquet sur la table (le 1). Faites passer la carte suivante (le 2) sous le paquet en main. Placez la carte qui est maintenant sur le dessus du paquet (le 3) sur la table, au-dessus de la première. Faites passer la carte du dessus du paquet (le 4) vers le dessous du paquet en main, et continuez ainsi jusqu'à ce que votre paquet en main soit épuisé et que les huit cartes soient arrivées en une pile sur la table. Vous venez de réaliser ce qu'on appellera une « battue ».

En faisant des « battues » successives, on peut retrouver l'ordre initial des cartes.

Le tableau suivant le montre.

Départ	1	2	3	4	5	6	7	8
Après battue n° 1	8	4	6	2	7	5	3	1
Après battue n° 2	1	2	5	4	3	7	6	8
Après battue n° 3	8	4	7	2	6	3	5	1
Après battue n° 4	1	2	3	4	5	6	7	8

Après avoir effectué quatre battues, le jeu est revenu à l'état initial.



On peut suivre avec intérêt les mouvements individuels des différentes cartes :

– le 1 et le 8 s'échangent, on dit qu'il y a un cycle (1,8) d'ordre 2;

– le 2 et le 4 s'échangent aussi, d'où un autre cycle (2,4) d'ordre 2;

– le 3 reprend sa place au bout d'un cycle (3, 6, 5, 7) d'ordre 4, comme le 6, le 5, le 7.

On conçoit intuitivement qu'il y a un lien entre le Plus Petit Commun Multiple (PPCM) des nombres 2, 2, 4 et le fait qu'il soit nécessaire de faire 4 battues pour que le paquet revienne à son état initial.

On peut donc imaginer un tour où, après deux battues, le spectateur devrait regarder la première carte (ou la huitième) : le magicien saurait alors nommer la carte choisie s'il avait repéré son nom dans le paquet de départ.

Prenons maintenant un jeu de 10 cartes, du 1 au 10 de pique du haut vers le bas du paquet.

Des battues successives pour retrouver l'ordre initial conduisent au tableau suivant...

Départ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Après battue n° 1	4	8	10	6	2	9	7	5	3	1
Après battue n° 2	6	5	1	9	8	3	7	2	10	4
Après battue n° 3	9	2	4	3	5	10	7	8	1	6
Après battue n° 4	3	8	6	10	2	1	7	5	4	9
Après battue n° 5	10	5	9	1	8	4	7	2	6	3
Après battue n° 6	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

On constate la présence d'un cycle d'ordre 3 : (2, 8, 5), d'un cycle d'ordre 6 : (1, 4, 6, 9, 3, 10), et d'un cycle d'ordre 1 : (7). On dit que le 7 est invariant, il ne bouge jamais dans la



battue. Un magicien qui connaît la septième carte au départ du jeu peut deviner au bout de n'importe quel nombre de battues la valeur de la septième carte du spectateur.

Le PPCM de 1, 3, 6 est 6, et il faut 6 battues pour que le jeu revienne à l'état de départ.

À VOUS DE JOUER !

Vérifiez qu'avec 6 cartes il faut 6 battues pour revenir à l'état initial, et qu'avec 12 cartes il en faut 12. Constatez qu'il n'y a pas d'invariant dans ces cas.

☞ Voir les solutions page 219.

Prenons maintenant un jeu de 13 cartes : tous les piques 1, 2, 3... V, D, R.

Observons l'évolution des battues.F

Départ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	V	D	R
Après battue n° 1	10	2	6	D	8	4	R	V	9	7	5	3	1
Après battue n° 2	7	2	4	3	V	D	1	5	9	R	8	6	10
Après battue n° 3	R	2	D	6	5	3	10	8	9	1	V	4	7
Après battue n° 4	1	2	3	4	8	6	7	V	9	10	5	D	R

Il n'est pas nécessaire d'aller jusqu'au bout, tous les cycles sont déjà apparents :

- deux d'ordre 1 : (2) et (9);
- un d'ordre 3 : (5, 8, V);
- deux d'ordre 4 : (R, 1, 10, 7) et (3, 6, 4, D).

Le PPCM de 1, 1, 3, 4, 4 est 12. Il faudrait 12 battues pour retrouver l'ordre initial.



Voici un tour utilisant ce que l'on vient d'observer, et qui a l'avantage de faire jouer avec vous **13 spectateurs d'un coup !**

EFFET

Le magicien fait choisir 13 cartes à 13 spectateurs, après divers mélanges du jeu. Il retrouve les noms des 13 cartes choisies adaptées à leurs propriétaires !

PRÉPARATION SECRÈTE

Regroupez les piques dans un ordre qui vous est familier et que vous connaissez par cœur, par exemple : 6, 1, 8, R, 4, 2, 10, 7, D, 5, 3, 9, V du haut vers le bas.

DÉROULEMENT DU TOUR

Mettez les 13 spectateurs en cercle. Attribuez-leur un numéro à chacun (au besoin un carton numéroté pour chacun peut être distribué).

Donnez le paquet de 13 cartes au premier spectateur. Faites-lui faire une « battue » selon le procédé mentionné plus haut. Demandez-lui de regarder la deuxième carte à partir du haut (sans l'enlever ou perturber le paquet). Nommez-la : vous avez deviné (la deuxième dans l'enchaînement est l'as de pique).

Demandez au deuxième spectateur de regarder la neuvième carte : vous la nommez (dans votre série fétiche, c'est le 5 de pique).

Demandez au troisième spectateur de faire une deuxième battue. Dites-lui qu'une troisième battue serait encore plus rassurante sur l'honnêteté du tour. Après celle-ci, faites-lui choisir la cinquième carte : nommez-la (c'est le 4 de pique qui est revenu en position initiale au bout de trois battues).

Faites passer le paquet au quatrième spectateur, qui doit choisir la huitième (le 7 de pique), puis au cinquième spectateur qui choisit la onzième (le 3 de pique).

Demandez au sixième spectateur de faire une nouvelle battue (c'est la quatrième). Faites-lui choisir la première carte (c'est



le 6 de pique qui est revenu en position initiale au bout de quatre battues).

Demandez au septième spectateur de choisir la troisième carte (le 8 de pique), au huitième de choisir la quatrième (le roi), au neuvième de choisir la sixième (le 2), au dixième de choisir la septième (le 10), au onzième de choisir la dixième (le 5), au douzième de choisir la douzième (le 9) et au treizième et dernier de choisir la treizième (le valet). Vous pouvez bien sûr dévoiler les noms de toutes les cartes choisies par vos victimes !

J'espère que ce tour sera apprécié à sa juste valeur ! Présenté ainsi, il correspond à la logique de son étude mais vous pouvez sans doute améliorer sa présentation.

Vous pouvez par exemple choisir toujours le même spectateur pour faire les battues, et appeler le spectateur numéro 2 d'abord à choisir la carte située dans la position correspondant à son numéro, puis le spectateur numéro 9 à choisir la 9^e, ceci au bout d'une ou deux battues.

Au bout de trois battues, vous pouvez demander aux spectateurs numéro 5, 8 et 11 de choisir la 5^e, la 8^e, la 11^e carte.

Au bout de quatre battues, vous pouvez demander aux spectateurs qui n'ont pas encore joué de se faire connaître : le premier regardera la première carte, le 3^e regardera la 3^e, etc. : vous n'aurez pas à vous rappeler quels numéros n'ont pas encore été sollicités.

Chaque carte choisie par un spectateur numéro « *n* » sera la carte située en position « *n* » dans votre arrangement des 13 piques proposé au départ.

Voilà **13 invariants** pour un tour mémorable, non ?



Tours de cartes et changement de base de numération

Au lieu de compter en utilisant dix symboles pour écrire les chiffres (il s'agit de notre système décimal), on peut le faire avec seulement deux ou trois.

Divers tours utilisent à leur avantage des classements par deux, par trois, etc.

☆ Tour de magie n° 75 ☆

Les 6 cartes binaires



Au lieu d'utiliser les dix chiffres de 0 à 9 pour écrire les nombres, on peut n'en utiliser que deux, le 0 et le 1 : c'est le système binaire cher aux informaticiens et aux électroniciens (avec 1 le courant passe, 0 il ne passe pas). Évidemment il a un inconvénient, il faut de la place pour écrire les nombres.





Le nombre...	s'écrit...						
1							1
2						1	0
3						1	1
4					1	0	0
5					1	0	1
6					1	1	0
7					1	1	1
8			1	0	0	0	0
9			1	0	0	0	1
10			1	0	1	0	0
11			1	0	1	1	0
12			1	1	0	0	0
13			1	1	0	1	0
14			1	1	1	0	0
15			1	1	1	1	0
16		1	0	0	0	0	0
17		1	0	0	0	0	1
18		1	0	0	1	0	0
19		1	0	0	1	1	0
20		1	0	1	0	0	0
21		1	0	1	0	1	0
22		1	0	1	1	0	0
23		1	0	1	1	1	0
24		1	1	0	0	0	0
25		1	1	0	0	1	0
26		1	1	0	1	0	0
27		1	1	0	1	1	0
28		1	1	1	0	0	0
29		1	1	1	0	1	0
30		1	1	1	1	0	0
31		1	1	1	1	1	0
Valeur de la colonne...		$2^4 = 16$	$2^3 = 8$	$2^2 = 4$	$2^1 = 2$	$2^0 = 1$	



Ainsi le nombre qui s'écrit habituellement 17 s'écrit 10 001 en base deux :

$$(17 = 1 \times 16 + 0 \times 8 + 0 \times 4 + 0 \times 2 + 1)$$

Chaque nombre a une écriture unique en base deux et ne peut être confondu avec un autre.

Comment traduire un nombre écrit en base deux ?

Il faut ajouter différentes valeurs de puissances de deux :

- le chiffre le plus à droite donne 0 ou 1 ;
- le suivant en allant vers la gauche donne 2 multiplié par 0 ou 1 ;
- puis le troisième en continuant vers la gauche donne 4 multiplié par 0 ou 1 ;
- le quatrième donne 8 multiplié par 0 ou 1, etc.

Ainsi 10 111 donne $1 + 1 \times 2 + 1 \times 4 + 0 \times 8 + 1 \times 16 = 23$.

À VOUS DE JOUER !

Poursuivez le travail de traduction et écrivez les nombres de 32 à 63 en base deux sur le modèle du tableau ci-dessus.

Observons maintenant les six cartes ci-dessous que vous pourriez photocopier puis découper...

Chaque carte sera désignée pour aller plus vite par son nombre écrit en haut à gauche.

Vérifiez que :

- chaque carte peut être désignée par une puissance de 2 ;
- dans la carte « 1 », il n'y a que des nombres qui s'écrivent en base deux avec le chiffre 1 à droite, et parmi les nombres de 1 à 63 tous ceux qui ont cette propriété sont dans cette carte ;
- dans la carte « 2 », il n'y a que des nombres qui s'écrivent en base deux avec le chiffre 1 en deuxième position à partir de



la droite, et parmi les nombres de 1 à 63 tous ceux qui ont cette propriété sont dans cette carte;

– dans la carte « 4 », il n'y a que des nombres qui s'écrivent en base deux avec le chiffre 1 en troisième position à partir de la droite, et parmi les nombres de 1 à 63 tous ceux qui ont cette propriété sont dans cette carte;

– dans la carte « 8 », il n'y a que des nombres qui s'écrivent en base deux avec le chiffre 1 en quatrième position à partir de la droite, et parmi les nombres de 1 à 63 tous ceux qui ont cette propriété sont dans cette carte;

– dans la carte « 16 », il n'y a que des nombres qui s'écrivent en base deux avec le chiffre 1 en cinquième position à partir de la droite, et parmi les nombres de 1 à 63 tous ceux qui ont cette propriété sont dans cette carte;

– dans la carte « 32 », il n'y a que des nombres qui s'écrivent en base deux avec le chiffre 1 en sixième position à partir de la droite, et parmi les nombres de 1 à 63 tous ceux qui ont cette propriété sont dans cette carte.

Abordons maintenant le tour de magie...

EFFET

Le spectateur choisit un nombre. Le magicien propose 4 tableaux de nombres : le spectateur doit dire pour chacun si son nombre y figure ou non. Le magicien retrouve alors le nombre choisi.

DÉROULEMENT DU TOUR

Rangez les cartes faces visibles devant vous dans l'ordre carte « 1 », puis en dessous carte « 2 », carte « 4 », carte « 8 », carte « 16 », carte « 32 ».

Demandez à un spectateur de choisir un nombre entre 1 et 63, et dites-lui que vous allez le trouver rapidement grâce à vos pouvoirs de mémoire.

Tournez le paquet devant votre spectateur, carte « 1 » visible pour lui, et demandez-lui :



– « Dans cette carte, y a t-il votre nombre ? » (s'il répond *oui* comptez 1, s'il répond *non* comptez 0).

Faites passer la carte « 1 » derrière (pour le spectateur) le paquet. Le spectateur a devant les yeux la carte « 2 ».

– « Dans cette carte, y a t-il votre nombre ? » (s'il répond *non* comptez 0, s'il répond *oui* comptez 1×2 , et ajoutez ce nombre au nombre précédent dû à la première carte).

Continuez ainsi pour les cartes « 4 », « 8 », « 16 », « 32 », en ajoutant soit 0 quand on répond non, soit une fois le nombre en haut et à gauche de la carte, et faites votre total : c'est le nombre choisi. Vous pouvez l'annoncer fièrement à votre spectateur.

1 3 5 7 9 11 13 15 17 19 21 23 25 27 29 31 33 35 37 39 41 43 45 47 49 51 53 55 57 59 61 63	2 3 6 7 10 11 14 15 18 19 22 23 26 27 30 31 34 35 38 39 42 43 46 47 50 51 54 55 58 59 62 63	4 5 6 7 12 13 14 15 20 21 22 23 28 29 30 31 36 37 38 39 44 45 46 47 52 53 54 55 60 61 62 63
8 9 10 11 12 13 14 15 24 25 26 27 28 29 30 31 40 41 42 43 44 45 46 47 56 57 58 59 60 61 62 63	16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 48 49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60 61 62 63	32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60 61 62 63

Vous pouvez faire croire que vous êtes capable d'avoir en tête les nombres qui sont sur chacune des six cartes, puis que vous êtes capable de retrouver le nombre qui serait commun à toutes les cartes auxquelles le spectateur a répondu « oui ». En fait, dans ce tour, vous demandez sans qu'il le sache à votre spectateur quelle est l'écriture de son nombre en base deux :



– pour la première carte, il vous dit s'il y a 1 ou 0 dans l'écriture à droite;

– pour la deuxième carte, il vous dit s'il y a 1 ou 0 dans l'écriture de la colonne 2^1 ;

– pour la troisième carte, il vous dit s'il y a 1 ou 0 dans l'écriture de la colonne 2^2 ; etc.

Le spectateur vous livre son nombre sans s'en rendre compte, non ?



Tour de magie n° 76



Le journal déchiré en 16 morceaux



EFFET

Le magicien prédit laquelle des 16 régions d'un journal déchiré un spectateur va choisir.

Le magicien utilisera une double page de journal dépliée avec le pli en creux devant lui, la dimension horizontale étant toujours supérieure à la dimension verticale. Une double page publicitaire de photos de divers produits de consommation courante, ou de maisons à vendre fera bien l'affaire. Elle permettra de signaler facilement par ce qu'elle contient une des 16 zones de la double page qu'on obtiendra à la fin du tour.

Le magicien effectuera un pliage vertical, déchirera le journal selon le pli, et mettra (sans la retourner) soit la partie gauche en dessous, soit la partie gauche au-dessus de l'autre partie du journal, puis tournera la pile de papier obtenue d'un quart de tour dans le sens des aiguilles d'une montre, de façon à avoir de nouveau la grande dimension sur l'horizontale. Ceci sera recommencé de sorte qu'à la fin il y ait eu 4 pliages verticaux et déchirures, suivis de quart de tour à chaque fois, permettant d'obtenir 16 morceaux de papier empilés.



RÉFLEXION ET PRÉPARATION SECRÈTE

Considérons les 16 parties de la double page du journal en leur donnant un nom...

a	b	i	j
c	d	k	l
e	f	m	n
g	h	o	p

Nous allons nous intéresser à la case notée *k*. C'est celle que le magicien doit repérer avant de commencer son tour : il écrira en cachette ce qu'elle contient sur un bout de papier qui sera sa prédiction de départ du tour (par exemple : produit ménager à 6,45 euros, ou maison à La Rochelle à 450 000 euros), papier qui sera mis dans une enveloppe qui traînera sur la table sous les yeux du spectateur pendant toute la durée du tour auquel il participera.





DÉROULEMENT DU TOUR

Le magicien se présente devant le spectateur avec une pile de 16 petits cartons numérotés de 1 à 16, classés de 1 en haut à 16 en bas, mais présentés avec les écritures dessous. Il fait couper, compléter la coupe. Ceci plusieurs fois. Puis il éventaille les cartons et en fait choisir un au spectateur qui doit le poser sur la table sans regarder ce qui est écrit dessous.

Le magicien fait passer la partie de la pile qui était au-dessus du carton choisi sous l'autre partie de pile, tape l'ensemble perpendiculairement à la table comme pour égaliser le paquet, et avant de le poser définitivement sur la table, jette un œil au numéro qui est dessous. Ce numéro est égal au nombre choisi par le spectateur diminué de 1. Entraînez-vous jusqu'à avoir compris ce résultat et avoir rendu naturelle et rapide la manipulation. Le fait de couper ne trouble pas l'enchaînement des numéros de 1 en 1. Si vous voyez le 7, le spectateur a pris le 8 ; cas particulier : si c'est le 16, il a pris le 1.

Pour que le tour du journal déchiré soit réussi, il faut que le magicien à l'issue des 4 déchirures ait positionné la case k en une position sur la pile des 16 morceaux, à partir du haut, correspondant au nombre écrit sur le carton choisi par le spectateur. Le magicien dira : regardons le numéro de votre carton, cherchons le morceau de papier situé sur la pile à cette place, lisons ce qui est imprimé. Vérifiez ma prédiction, j'avais écrit qu'on arriverait sur ce produit ménager ou sur cette maison...

Pour parvenir à la réussite, il faut utiliser le nombre égal à 1 de moins que le numéro du carton choisi (donc le nombre lu sur le carton de dessous par le magicien). Ce nombre va servir à déterminer, après chacune des 4 déchirures, s'il faut mettre la moitié gauche de journal au-dessus ou au-dessous de l'autre.

Notons G quand le magicien met le paquet des morceaux déchirés de gauche sous l'autre moitié, et notons D quand il met le paquet de gauche au-dessus.

Soit n le nombre choisi et $(n - 1)$ le nombre lu.



Pour choisir entre G et D à chaque déchirure, il faut commencer par décomposer de tête $(n - 1)$ en une somme des puissances de 2, en commençant par 8 puis 4 puis 2 puis 1.

Exemple : si $(n - 1) = 10$, on obtient $10 = (1 \times 8) + (0 \times 4) + (1 \times 2) + (0 \times 1)$.

Le nombre 0 doit être associé à « mettre la moitié de gauche en dessous », le nombre 1 doit être associé à « mettre la moitié de gauche au-dessus ». Il faut commencer par le 0 ou le 1 attribué au « 1 » puis ceux attribués dans l'ordre au « 2 », au « 4 », et finir par le « 8 ». Dans l'exemple, on met après la première déchirure la moitié gauche dessous, après la deuxième on met la moitié gauche au-dessus, après la troisième au-dessous, et la quatrième fois au-dessus. On peut dire qu'à 10 est associé le positionnement GDGD. Chacun des 16 nombres sera associé à une suite de 4 lettres G ou D.

À VOUS DE JOUER !

Traduisez les 15 autres nombres en suites de G ou D.
 (Cas particulier : le 16 sera assimilé à un 0)

ESSAYONS DE COMPRENDRE CE QUI SE PASSE MAINTENANT...

Analysons la position de la case k dans cet exemple où $n = 11$ et $(n - 1) = 10$.

Après la première déchirure, on met la partie gauche sous l'autre, on fait le quart de tour, et on obtient ceci (chaque lettre entre parenthèses est en dessous de l'autre de la même case) :

O (g)	M (e)	K (c)	I (a)
P (h)	N (f)	J (d)	L (b)



Après la deuxième déchirure, on met la partie gauche au-dessus, on fait le quart de tour et on obtient (dans les parenthèses, « de haut en bas » est représenté par « de gauche à droite ») :

P (hjd)	O (gkc)
N (flb)	M (eia)

Après la troisième déchirure, on met la partie gauche en dessous, on fait le quart de tour et on obtient :

M (eianflb)	O (gkcphjd)
----------------	----------------

Après la quatrième déchirure, on met la partie gauche au-dessus, on fait le quart de tour et on obtient :

M (eianflb ogkcphjd)

La position du k est la 11^e. C'est gagné.

À VOUS DE JOUER !

À vous de vérifier maintenant, comme ci-dessus, que vous réussissez à avoir toujours la case k en bonne position...

Le tour est spectaculaire et vaut la peine de l'étudier en détail !

📖 Voir les solutions page 221.



Le mystère des congruences modulo un entier

Avant d'aborder de bien jolis tours de magie, faisons un peu de mathématiques, et expliquons le sens de ce mot « congruences »...

☆ Préambule au Tour de magie ☆

Congruences modulo 7

Prenez un nombre entier positif. Enlevez-lui autant de fois 7 qu'il est possible jusqu'à obtenir un nombre de 0 à 6. Vous venez de faire une congruence modulo 7.

Par exemple, à partir de 20 vous obtenez 6 (car $20 = 7 \times 2 + 6$) et on dit que 20 est congru à 6 modulo 7; à partir de 50 vous obtenez 1 (car $50 = 7 \times 7 + 1$), et 50 est congru à 1 modulo 7.

On peut observer que les nombres de 0 à 6 obtenus sont les restes de la division entière par 7 de notre nombre de départ.

1. Occupons-nous maintenant de l'ensemble des nombres entiers de 0 à 6 et calculons leurs doubles, mais dès que le





résultat dépasse 6, remplaçons-le par le nombre de 0 à 6 qui lui est congru modulo 7. Par exemple, $6 \times 2 = 12 = 7 + 5$ sera remplacé par 5. On dira que le double de 6 modulo 7 est 5.

Complétons le tableau suivant :

Nombre	0	1	2	3	4	5	6
Son double Modulo 7	0	2	4	6	1	3	5

On peut constater que tous les nombres de 0 à 6 sont des doubles. Ainsi 1 est le double de 4, et 4 est la moitié de 1.

On peut faire des dessins avec des flèches allant d'un nombre vers son double modulo 7. Le nombre 0 sera relié à lui-même (on a une boucle); 1 sera relié à 2, et 2 à 4 puis 4 à 1, ce qui fera un cycle de trois nombres; 3 sera relié à 6, 6 à 5 puis 5 à 3 ce qui fera un deuxième cycle de trois nombres. Faites ces dessins sagittaux.

Maintenant sur le modèle précédent, au lieu des doubles, cherchez les triples modulo 7 des nombres de 0 à 6.

Nombre n	0	1	2	3	4	5	6
Son triple ($3 \times n$) Modulo 7							

Tous les nombres de 0 à 6 sont-ils des triples ?

Faites les dessins des cycles.

2. Faites maintenant le tableau de la multiplication par 4, toujours modulo 7, des nombres de 0 à 6, puis trouvez les cycles.

Nombre n	0	1	2	3	4	5	6
Produit $4 \times n$ Modulo 7							



3. Faites maintenant le tableau de la multiplication par 5, toujours modulo 7, des nombres de 0 à 6, puis trouvez les cycles.

Nombre n	0	1	2	3	4	5	6
Produit $5 \times n$ Modulo 7							

4. Au lieu de calculer comme au 1) les doubles des nombres de 0 à 6, calculez les carrés modulo 7. Par exemple, le carré de 5 soit $5 \times 5 = 25$ sera remplacé par 4 (car $25 = 3 \times 7 + 4$). Complétez le tableau et dessinez les cycles avec leurs flèches.

Nombre	0	1	2	3	4	5	6
Son carré Modulo 7							

Tout nombre de 0 à 6 est-il un carré ?

Plusieurs nombres ont-ils le même carré ? Oui : comparez les carrés de 2 et de 5, c'est 4 à chaque fois. On pourrait dire que 4 a donc plusieurs racines carrées : 2 et 5.

Y a-t-il un autre nombre que 4 qui a plusieurs racines carrées ?

5. Cette fois-ci calculez les cubes modulo 7, et faites les dessins fléchés des cycles.

Le cube de 5 est $5 \times 5 \times 5 = 125$ qui sera remplacé par 6 (car $125 = 7 \times 17 + 6$).

Nombre n	0	1	2	3	4	5	6
Cube $n \times n \times n$ Modulo 7							

Tout nombre de 0 à 6 est-il un cube ?



Plusieurs nombres ont-ils le même cube ? Un nombre peut-il avoir plusieurs racines cubiques ?

☞ Voir les solutions page 222.

Passons aux tours de magie mathématique sur ce thème des congruences...



Tour de magie n° 77



La machine à remonter le temps



EFFET

Quel est le jour de la semaine correspondant à une date donnée ? La réponse nous est fournie par un « calendrier perpétuel ».

RÉFLEXION PRÉALABLE

Nous vous proposons de construire intellectuellement votre calendrier perpétuel !

► **Premier janvier 1900 : nous sommes un lundi.**

Les autres lundis du mois de janvier se succèdent tous les 7 jours : les 8, 15, 22, 29 janvier.

Voilà le mois de février ; le premier lundi sera le 4, et les suivants les 11, 18, 25. On constate un décalage de 3 avec les résultats de janvier.

Continuons avec mars : rappelez-vous ! Ce mois de février 1900 est celui d'une année non bissextile¹ et donc un mois de



1. Les années bissextiles ont 29 jours en février : Elles se succèdent tous les 4 ans et sont reconnaissables à ce qu'elles se divisent par 4, ce qui peut se simplifier en la possibilité de diviser par 4 le nombre formé des deux derniers chiffres de droite. Il y a une exception pour les années se finissant par 00 : le nombre formé par la partie à gauche des 00 doit se diviser par 4. Ainsi 1900, 1800, 1700 ne sont pas bissextiles car 19, 18, 17 ne se divisent pas par 4. En revanche, 1600 est bissextile et 2000 aussi car 16 et 20 sont divisibles par 4.



28 jours : on obtient comme en février les dates de 4, 11, 18, 25 pour les lundis de mars et donc le même décalage de 3 jours par rapport aux dates de janvier. Comme mars a 31 jours et que $31 = 28 + 3$, on va constater un nouveau décalage de 3 entre avril et mars, donc de $3 + 3 = 6$ entre janvier et avril.

De même, avril ayant 30 jours, il y aura un décalage d'avril à mai de : $30 - 28 = 2$, d'où un décalage entre janvier et mai de $6 + 2 = 8$, ce qui revient à 1 car $8 = 7 + 1$ (en effet un décalage de 7 jours redonne les mêmes jours de la semaine puisque celle-ci a justement 7 jours).

En poursuivant ainsi pour tous les mois, on peut attribuer à chacun un nombre qui lui permet de se ramener à ce qui se passerait si, au lieu d'être ce mois-là, on était en janvier. D'où, avec au départ un décalage de 0 pour janvier (évidemment puisque janvier n'est pas décalé par rapport à janvier) la liste des décalages pour chaque mois de l'année :

0, 3, 3, 6, 1, 4, 6, 2, 5, 0, 3, 5

À partir de là, on peut reconnaître n'importe quel jour de la semaine de 1900 : par exemple, si on parle du 15 mai, on sait que c'est le même jour de la semaine que le $15 + 1$ janvier puisque le décalage pour mai est 1. Comme le 15 janvier était un lundi, le 16 est un mardi et le 15 mai aussi.

► 1901 et les autres...

Imaginons-nous maintenant l'année suivante, en 1901. Comme 1900 n'était pas bissextile, elle avait 365 jours :

mais $365 = 7 \times 52 + 1$ (il y a 52 semaines de 7 jours + 1 jour dans une année).

L'année 1901 aura donc un décalage de 1 par rapport à la précédente. Le 1^{er} janvier ne sera pas un lundi mais un mardi.

Imaginons qu'on attribue un chiffre de 1 à 7 à chaque jour de la semaine, de la façon suivante : 1 pour le lundi, 2 pour le mardi... 6 pour le samedi, 7 donc 0 pour le dimanche. Alors, chaque jour de la nouvelle année peut être identifié en ajoutant 1 à ce qu'on aurait pour l'année 1900. Par exemple, pour le 15 mai de cette nouvelle année, on fait $15 + 1$ (dû au



mois) + 1 (dû à l'année) = 17 et le 17 janvier de l'année 1900 de référence est un mercredi, donc le jour en question aussi.

Ce qu'on peut retrouver en remarquant que $17 = 2 \times 7 + 3$ et que le 3 correspond au mercredi.

Pour 1902, il faudrait ajouter 2 par rapport à 1900, et pour 1903 ajouter 3.

Ces années s'écoulent jusqu'à ce qu'on rencontre une année bissextile, 1904, qui a 29 jours en février et donne donc un décalage supplémentaire de 1 pour les mois suivants. On ajoutera donc à ce qu'on avait appris à faire jusqu'ici 1 par année bissextile écoulée depuis 1900 et aussi pour l'année en cours si elle est bissextile et si l'on a dépassé le 28 février.

Par exemple, pour établir le jour du 22 août 1950, on additionne :

- 12 pour les années bissextiles : en effet, $50 = 4 \times 12 + 2$ (on a donc vu 12 années bissextiles s'écouler depuis 1900);

- 2 pour le mois d'août (voir année 1900);

- 22 pour le jour [on dit le « quantième » du mois (le 22 août)];

- 50 pour l'année au-delà de 1900.

Le total, 86, revient, en enlevant le plus possible de fois 7, à 2 (car $86 = 7 \times 12 + 2$). C'est donc un mardi.

► Que se passe-t-il maintenant qu'on a atteint et dépassé l'an 2000 ?

Au 27 février 2000, il s'est écoulé depuis 1900, 100 ans (ce qui donne le chiffre 2, car $100 = 7 \times 14 + 2$), et 24 années bissextiles [partie entière de $(99 : 4)$ ce qui donne le chiffre 3]. La correction est donc de $2 + 3 = 5$ (soit – 2) par rapport à ce qui se passait au 27 février 1900. À partir du 28 février 2000, on compte une année bissextile de plus, et la correction est donc de 6 (soit – 1).

Si on veut se référer à 2000 maintenant dans nos calculs au lieu de 1900, au point de vue années et années bissextiles écoulées, on peut donc enlever 1 à ce qu'on obtient par rap-



port à la tactique expliquée pour les années 1900 (sauf pour les natifs entre le 1^{er} janvier et le 28 février 2000, alors enlever 2).

Exemple pour le 15 janvier 2001 : $15 + 0$ (janvier) + 1 (an 2001) + 0 (année bissextile depuis 2000) - 1 = 15 donc 1 : c'est un lundi.

Si vous pensez que ce genre de récréation (savoir quel jour de la semaine on est né) est assez futile, sachez qu'il y a des applications inattendues très sérieuses !

Une avocate spécialiste des conflits aux Prud'hommes, a été très heureuse de connaître ce truc : en effet, les affaires se jugent hélas très longtemps après les événements conflictuels, et d'une part il est important de savoir quel jour de la semaine cela se passait (places des jours de congé, RTT, etc.) et d'autre part il est difficile de retrouver des calendriers des années passées. Qui a dit « les maths, à quoi ça sert ? ».

DÉROULEMENT DU TOUR

Le magicien demande de préférence dans l'ordre l'année (pause et réflexion du magicien), puis le mois (pause et réflexion du magicien) et enfin le quantième du mois avant d'annoncer au spectateur le jour de la semaine qui correspond à cette date.

Au chapitre « solutions » vous est proposé un petit programme sur calculatrice pour vérifier et vous rassurer dans le calcul du jour de la semaine (vous pouvez l'avoir en poche quand vous faites ce tour...).

☞ Voir les solutions page 223.

★ Tour de magie n° 78 ★

Le billet en euros



INFORMATION PRÉALABLE

Ce tour va nous amener à utiliser cette fois-ci une congruence modulo 9, c'est-à-dire à remplacer un nombre entier par son reste dans sa division entière par 9.



Le billet comporte un numéro composé d'une lettre et de onze chiffres.

La lettre X est la 24^e de l'alphabet. On remplace X par 24 à gauche des onze chiffres et on obtient : **24 22441438235**.

On cherche le reste de la division par 9 de ce nombre. C'est le même que celui de la division par 9 de la somme de ses chiffres.

La somme des chiffres est 44, et comme $44 = 9 \times 4 + 8$, le **reste est 8**.

Le saviez-vous ? Les billets sont conçus par la Banque de France pour que le reste de la division de leur numéro (obtenu en remplaçant la lettre par le numéro de sa place dans l'alphabet) par 9 soit toujours 8.

Voici un tour de magie possible à partir de cette propriété...

EFFET

Le magicien trouve le dernier chiffre du numéro d'un billet de banque à partir des lettres et des chiffres précédents.

DÉROULEMENT DU TOUR

Le magicien demande à un spectateur possédant un billet d'observer son numéro, puis de lui communiquer la lettre et tous les chiffres suivants, sauf le dernier à droite.

Dans notre exemple, il lit **24 2244143823**.

Voici le travail du magicien...

L'addition des chiffres donne 39.

Elle doit donner 8 de plus qu'un multiple de 9.

On pense à 36, plus 8 égale 44. De 39 à 44 il manque 5.

Le dernier chiffre est donc 5, c'est celui caché par le spectateur.

Cas particulier : si la somme conduit déjà à un reste égal à 8, le dernier chiffre pourrait aussi bien être 0 que 9. Mais la banque de France a décidé qu'un numéro ne se terminerait jamais par 0. Donc on conclut dans ce cas que le chiffre caché de droite est un 9.

★ Tour de magie n° 79 ★

L'Élu de son cœur



Dans ce tour il sera question, sans en avoir l'air, de congruences modulo 17 et d'addition modulo 17.

L'EFFET

C'est toute une histoire...

C'est le printemps, et ça gazouille dans la classe de troisième : qui sera le chéri de telle superbe demoiselle ? Le jeune magicien se vante de connaître un peu les cœurs, même quand ceux-ci tardent à se déclarer. En fait, lui aussi est un peu timide, mais à l'occasion d'un tour de magie, il y a peut-être un message à faire passer... Profitant d'un rassemblement de copains, il propose à celle pour laquelle il soupire de lui révéler, même si elle-même ne le sait pas encore, vers lequel des dix-sept garçons de la classe elle a un penchant...

DÉROULEMENT DU TOUR

Le magicien a préparé 17 cartons ou papiers de la taille des cartes à jouer, numérotées de 1 à 17. Il propose d'écrire sur chaque carton le nom d'un des garçons de la classe, et montre



l'exemple en écrivant le sien sur le carton numéro 1. Ensuite il passe le crayon aux autres.

Les cartons sont rassemblés dans l'ordre croissant, faces cachées, le 1 en haut du paquet, le 17 en dessous.

Le magicien demande à sa Dulcinée de distribuer de gauche à droite les cartes, une à une, alternativement, en deux piles. Celle-ci pose au choix l'une des piles sur l'autre, et coupe. Le magicien distribue alors les 17 cartons en cercle dans le sens inverse des aiguilles d'une montre, faces cachées. Il place au milieu du cercle un papier blanc sur lequel rien n'est écrit des deux côtés, comme tout le monde peut le vérifier. Il demande à son amie de choisir une carte, de la retourner en la laissant à sa place.

On regarde le numéro. On compte ce nombre de cartes, en comptant 1 sur la carte retournée à l'instant, mais maintenant dans le sens des aiguilles d'une montre, et on retourne la carte sur laquelle on arrive. On regarde son numéro, on compte ce nombre de cartes en comptant 1 sur elle au départ, et on continue ainsi de carte en carte, jusqu'à ce que toutes les cartes soient retournées sauf une. (On compte sur toutes les cartes, même retournées.)

Le magicien fera remarquer que ce n'est que la dernière carte qui donne le secret de ce que l'on a dans son cœur. Il pourra aussi faire remarquer qu'il est assez extraordinaire tout au long du tour de ne pas retomber sur une carte déjà retournée...

Le dernier carton est retourné : c'est le numéro 1, celui où est écrit le nom du magicien. Ce n'est pas fini ! Le magicien demande un briquet, prend le papier blanc, le tient au-dessus de la flamme (attention de ne pas tout faire brûler) : des mots apparaissent sur le papier : « le 1 est unique, l'amour est magique ».

Si après cela la demoiselle n'est pas convaincue de votre excellence, et du choix qu'elle a à faire, c'est à désespérer...

Réglons tout de suite une question : sur le papier blanc, vous avez écrit au préalable le texte magique avec un stylo



effaceur, ça marche très bien, ça ne se voit pas, et ça remplace le jus de citron, l'encre sympathique du passé.

Ce tour fonctionne pour 17 mais aussi 5, 7, 19, 29, 31... cartons (certains nombres premiers). Le principe de base est que, quel que soit le point de départ sur le cercle, sauf le 1, le circuit des cartes laissera le 1 à l'écart : toutes les cartes seront retournées avant lui. Si votre amie choisit de retourner au départ un carton qui se révèle être le vôtre, le numéro 1, arrêtez tout de suite le tour en enchaînant avec le message secret sur le papier.



Le mélange des cartons au départ amène les numéros à se succéder sur le cercle, dans le sens des aiguilles d'une montre, selon un ordre croissant des nombres impairs de 2 en 2, puis des nombres pairs de 2 en 2. Attention à bien prendre dans des sens différents la distribution des 17 cartes au début et le comptage vers les cartes retournées ensuite.



À VOUS DE JOUER !

Questions

- Quand on passe d'une position sur le cercle vers une autre, à quelle opération entre les nombres concernés cela correspond-il ? (En ramenant tout à des nombres entre 1 et 17, ce qui se dit travailler modulo 17.)
- Qu'arrive-t-il aux dix-sept nombres de 1 à 17 par cette opération ?
- Qu'arrive-t-il à un nombre quand on le transforme successivement seize fois ?

👉 Voir les solutions page 225.



Problèmes de logique...

Tout le monde connaît le jeu Mastermind inventé par le pédagogue Marco Meirovitz. Voici un tour de magie proche en esprit, qui développera votre logique en ne perdant pas de vue les mathématiques...

☆ Tour de magie n° 80 ☆

Repérage analogique



DÉROULEMENT DU TOUR

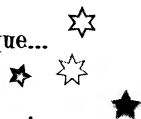
Le spectateur est invité à penser à une carte d'un jeu de 52.

Le magicien prend une pile de 7 cartons qu'il a préparés, les tient verticalement faces cachées pour lui, puis, sans regarder ses cartons sur lesquels sont représentées des cartes, il demande au spectateur s'il voit une carte de même valeur que celle qu'il a choisie.

Le spectateur doit répondre oui ou non à chaque proposition du magicien.

- Première tentative : AC, 7T, 5P, VK, 9K, 3K.
- Deuxième tentative : VC, 10T, 2P, 6P, 7K, 3T.
- Troisième tentative : 6T, 4T, 7C, 5K, 6K, DK.
- Quatrième tentative : 9C, 8P, 10P, VT, 10K, DP.





Après ces quatre tentatives, le magicien augmente le choix et change de question : « Voyez-vous une carte de même famille que la vôtre sur les cartons suivants ? »

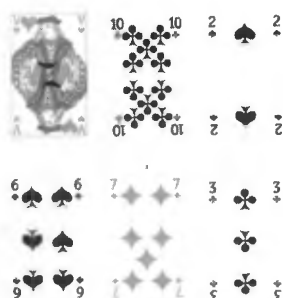
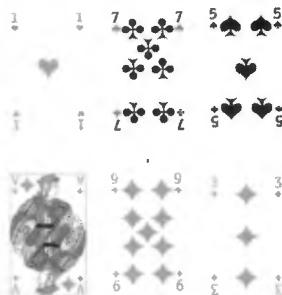
- Cinquième tentative : 6C, 2C, 8K, 5T, 5C, AK, RK.
- Sixième tentative : 9T, 2K, 8T, VP, RP, AT, 4P.
- Septième tentative : DT, 9P, DC, RT, 3C, 2T, 3P.

Le magicien, qui a seulement entendu les sept réponses « oui » ou « non », peut alors dire le nom de la carte choisie.

COMMENT ÇA MARCHE, ET POURQUOI ÇA MARCHE ?

Selon les tentatives, les cartons seront appelés K1, K2, K3, K4, K5, K6, K7.

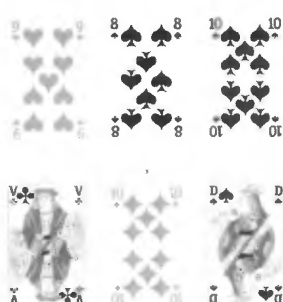
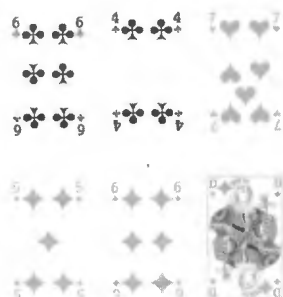
K1 Voyez-vous une carte de même valeur que la vôtre ?



K2 Voyez-vous une carte de même valeur que la vôtre ?



K3 Voyez-vous une carte de même valeur que la vôtre ?



K4 Voyez-vous une carte de même valeur que la vôtre ?

K5 Voyez-vous une carte de même famille que la vôtre ?

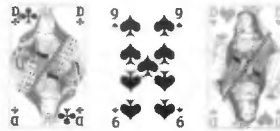




K6 Voyez-vous une carte de même famille que la vôtre ?



K7 Voyez-vous une carte de même famille que la vôtre ?



► La tactique du magicien...

Intéressons-nous aux quatre premières propositions seulement d'abord.

Un « oui » pour la première proposition K1 est comptabilisé pour 1, un « oui » pour la deuxième K2 est compté 2, un « oui »



pour la troisième K3 vaut 4 et un « oui » pour la quatrième K4 vaut 8. Un non est comptabilisé 0. On totalise les valeurs des quatre premières indications du spectateur.

Cela vous rappelle la numération en base deux ?

Observons : il n'y a qu'un as, il est dans la ligne de valeur 1 ; qu'un deux il est dans la ligne de valeur 2 ; qu'un quatre, il est dans la ligne de valeur 4 ; qu'un huit, il est dans la ligne de valeur 8.

La seule valeur de carte présente dans les lignes de valeurs 1 et 2 est un 3 ($1 + 2 = 3$).

Et ainsi de suite, par exemple si une carte est comptée $0 + 2 + 4 + 0$ c'est un six, et si une carte est comptée $1 + 2 + 0 + 8$, c'est un valet ($11 =$ valet, $12 =$ dame). Si une carte est comptée quatre fois 0, c'est un roi : c'est la seule carte qui ne figure dans aucune des quatre premières propositions.

Maintenant que les quatre premières réponses du spectateur nous ont permis de trouver la valeur de la carte, il faut trouver sa famille. Intéressons-nous aux trois dernières propositions... Dans la cinquième il n'y a pas de pique, dans la sixième il n'y a pas de cœur, dans la septième il manque les carreaux. Le « non » dans une des trois dernières propositions indique la couleur de la carte choisie : c'est celle de la famille qui manque dans cette série.

(Retenir pour les dernières propositions l'ordre P, C, K, T qui vous rappelle le bridge.)

Exemple : pour le six de pique, le spectateur répondra « non » à la cinquième proposition et le magicien pourra terminer de suite le tour. Pour le six de trèfle, il faudra attendre la septième proposition : s'il y a eu trois « oui » aux cinquième, sixième et septième propositions, c'est que la carte est un trèfle.

Tours de calcul mental

Les tours où le magicien peut montrer des compétences et une vitesse anormale dans les calculs de tête ont toujours fasciné une grande partie du public. Pourtant quelques trucs peuvent vous faire passer pour beaucoup plus fort que vous ne l'êtes en réalité !



★ Tour de magie n° 81 ★
Quel calculateur !



EFFET

Le magicien arrive à calculer le produit de deux nombres de 9 chiffres.

DÉROULEMENT DU TOUR

Le magicien a écrit au tableau le nombre 142 857 143. Il a demandé au spectateur de choisir un autre nombre de neuf chiffres, par exemple 123 456 789. Le magicien donne alors le produit de ces deux nombres de neuf chiffres chacun, en écrivant les chiffres du résultat de gauche à droite.

QUE S'EST-IL PASSÉ ?

Comment le magicien fait-il, sachant que ce n'est pas un calculateur prodige ?

Si l'on fait la division de 1 000 000 001 par 7 on trouve un quotient exact qui est 142 857 143. Multiplier tout nombre par ce dernier peut donc se faire en deux étapes : d'abord le multiplier par 1 000 000 001 puis diviser le résultat par 7.

Comment multiplier un nombre de neuf chiffres par 1 000 000 001 ? C'est très simple, il suffit de réécrire le nombre une deuxième fois à côté :

dans l'exemple $123\,456\,789 \times 1\,000\,000\,001 =$
 $123\,456\,789\,123\,456\,789$.

Il reste donc au magicien à faire de tête une division par 7 d'un nombre de dix-huit chiffres, après avoir imaginé ou visualisé la répétition de l'écriture du nombre de neuf chiffres choisi par le spectateur. On comprend ainsi pourquoi il donne l'écriture du résultat de gauche à droite.

Dans l'exemple : $123\,456\,789\,123\,456\,789 : 7 =$
 $17\,636\,684\,160\,493\,827$.





Conclusion : $142\,857\,143 \times 123\,456\,789 = 17\,636\,684\,160\,493\,827$.

Il va vous falloir un peu d'entraînement, c'est sûr, mais d'une part ce tour est très valorisant, et d'autre part il vous fait prendre conscience qu'un calcul ne s'exécute pas, mais qu'il se médite...



Tour de magie n° 82



Calcul mental à base de 9



L'EFFET

Calculez 99^2 ... Vous trouvez 9 801.

Calculez 999^2 ... Vous trouvez 998 001.

Calculez $9\,999^2$... Vous trouvez 99 980 001. Et ainsi de suite...

DÉROULEMENT DU TOUR

Le magicien donne les résultats de tête, pour tous les carrés de nombres constitués uniquement des chiffres 9.

QUE S'EST-IL PASSÉ ?

Développons $(10^n - 1)^2 = 10^{2n} - 2 \times 10^n + 1 = (10^n)(10^n - 2) + 1$.

Tout s'explique !

Comme les nombres qu'on élève au carré sont composés uniquement de 9, les calculs à effectuer sont de la forme $(10^n - 1)^2$ et l'on peut les remplacer avantageusement par le calcul de $(10^n)(10^n - 2) + 1$.

Exemples : $99 = 100 - 1$ donc $99^2 = 100 \times 98 + 1 = 9\,801$;

$999 = 1\,000 - 1$ donc $999^2 = 1\,000 \times 998 + 1 = 998\,001$.



De l'importance d'être pair ou impair

Les nombres entiers se terminant par 0, 2, 4, 6 ou 8 sont pairs, les nombres entiers se terminant par 1, 3, 5, 7, ou 9 sont impairs.

Si vous avez un porte-monnaie qui a deux compartiments, et si vous placez dans l'un les pièces de 1 cent, de 5 cents, de 1 euro, et dans l'autre compartiment les pièces de 10 cents, 20 cents, 50 cents, et 2 euros, vous venez de réaliser une répartition de vos pièces respectant la parité des nombres affichés sur celles-ci.

Dans le début de ce livre, vous avez vu le tour des 12 pièces qui est un exemple de tour lié à la parité. En voici un autre.

☆ Tour de magie n° 83 ☆

Arithmagie



DÉROULEMENT DU TOUR

Le spectateur est invité à choisir mentalement un nombre entier (n), et à le mettre en pensée dans l'une de ses poches, à droite ou à gauche. Il doit ensuite imaginer le nombre immédiatement supérieur ($n + 1$), et le mettre en pensée dans l'autre poche.





Le magicien fournit alors un papier et une calculatrice au spectateur pour que celui-ci fasse les calculs suivants :

- Multiplier par 2 le nombre qui est en poche droite.
- Multiplier par 3 le nombre qui est en poche gauche.
- Ajouter les deux résultats précédents.

Le spectateur doit ensuite donner son total et le magicien trouve de suite quel nombre est dans chaque poche.

QUE S'EST-IL PASSÉ ?

Voici un aide-mémoire pour un magicien qui n'a pas de mal à se souvenir des recettes à appliquer...

Doubler le nombre de dizaines contenu dans le résultat annoncé.

Ajouter 1.

Si l'on obtient un nombre pair, c'est le nombre de droite.

Si l'on obtient un nombre impair, c'est le nombre de gauche.

Si le résultat se termine par 7 ou 8, le deuxième nombre à trouver est supérieur au premier (et donc vaut 1 de plus).

Si le résultat se termine par 2 ou 3, le deuxième nombre à trouver est inférieur au premier (et donc vaut 1 de moins).

Exemples :

– pour un résultat annoncé de 18, le magicien calcule $1 \times 1 + 1 = 3$, c'est le nombre de la poche droite car 18 est pair, et comme le résultat se termine par 8, le deuxième nombre à trouver donc ici à gauche est $3 + 1 = 4$;

– pour un résultat annoncé de 13, le magicien calcule $1 \times 1 + 1 = 3$, c'est le nombre de la poche gauche car 13 est impair, et comme le résultat se termine par 3, le deuxième nombre à trouver donc ici à droite est $3 - 1 = 2$;

– pour un résultat annoncé de 22, le magicien calcule $2 \times 2 + 1 = 5$, c'est le nombre de la poche droite car 22 est pair, et comme le résultat se termine par 2, le deuxième nombre à trouver donc ici à gauche est $5 - 1 = 4$;

– pas de panique si le résultat annoncé est 7 par exemple, c'est que le chiffre des dizaines est 0, le magicien calcule $0 \times 2 + 1 = 1$, ce sera le chiffre de gauche car 7 est impair; comme le résultat se termine par 7, le deuxième nombre en poche droite est $1 + 1 = 2$.

Pour de petits nombres, le spectateur peut se passer de calculatrice, mais on peut le faire jouer avec calculatrice par exemple pour des nombres entre 100 et 1 000, sans que le travail du magicien soit trop difficile même de tête pour ce dernier.

Exemple : pour 2108 annoncé,

– il y a 210 dizaines, donc le magicien calcule : $2 \times 210 + 1 = 421$, c'est le nombre de droite car 2 108 est pair;

– comme le résultat annoncé se termine par 8, le deuxième nombre, qui est à gauche sera : $421 + 1 = 422$.

À VOUS DE JOUER !

Pourriez-vous justifier et remplacer les recettes précédentes par une réflexion mathématique suffisamment rapide (et sans papier ni crayon ?) pour que le tour soit présentable au public ?

👉 Voir les solutions page 226.

★ Tour de magie n° 84 ★

Deux verres pour ne pas voir double



PRÉPARATION SECRÈTE

Préparez votre jeu avant l'arrivée du spectateur : du haut vers le bas, faces cachées, deux rouges, deux noires, deux rouges, deux noires, etc. jusqu'à épuisement du paquet. Échan-



gez ensuite les as noirs et les as rouges, en veillant également à ce qu'ils soient assez éloignés les uns des autres dans le jeu. Attention, dernière préparation : faites passer la carte du dessus vers le dessous. À partir du dessus les deux premières cartes auront des couleurs différentes. Vous venez de constituer, à partir du haut du paquet, un jeu constitué de paires de couleurs différentes, sauf dans les quatre cas où l'une des cartes est un as, celle constituant la paire avec l'as étant alors de la même couleur (vérifiez).

EFFET

Après mélange, des paires de cartes sont tirées : elles seront toujours mixtes, une carte rouge, une carte noire, sauf quand il s'agit de deux as.

DÉROULEMENT DU TOUR

Faites apercevoir très rapidement au spectateur le jeu en parlant des paires qui peuvent être formées de cartes de couleurs différentes (à partir du haut, montrez les deux premières paires) ou de cartes de même couleur (passez vite vers le milieu du jeu, arrêtez-vous sur deux cartes de même couleur, puis deux autres à côté ; si vous voyez un as dans le coin, il devrait même y avoir trois cartes de même couleur à la suite). Dites que vous allez faire une expérience sur les couleurs des paires de cartes que votre ami va choisir, plus précisément que vous allez influencer le hasard pour que les paires de cartes soient toujours de couleurs mélangées sauf quand il y aura un as, auquel cas la carte qui l'accompagnera sera toujours de même couleur que lui.

Demandez au spectateur de distribuer faces cachées en deux piles les cartes sur la table : une à gauche, une à droite, etc. Posez deux verres sur la table, mettez dans chaque verre une pile, faces visibles pour vous qui êtes devant le spectateur, faces cachées pour lui.

Votre ami ne le sait pas mais vos deux piles ont des cartes du dessous de couleurs différentes, et alternent rouges et noirs (aux histoires d'as près). Demandez à votre ami de pren-



dre la carte située sous le paquet (en arrière pour lui) de l'un ou l'autre verre, et de la poser face cachée sur la table. Puis de continuer ainsi, carte à carte, en formant une pile, le verre étant choisi à chaque fois, sans obligation d'alterner un verre à l'autre. Dites à votre ami qu'il ne s'en est pas rendu compte, mais que vous avez influencé ses choix depuis le début...

En fait, après la première carte posée, les deux piles où l'on se sert ont la même couleur de carte du dessous, on peut donc prendre n'importe où sans changer le résultat.

Les deux verres finissent par s'épuiser, carte après carte. Si l'un des verres se termine très nettement avant l'autre, vous pouvez poser tel quel le contenu du dernier sur la pile de votre ami ou bien répartir dans les deux verres ce qui reste dans le dernier : si le nombre de cartes qui restent est impair, coupez pour que les deux « moitiés » finissent de la même couleur, si le nombre est pair partagez en deux moitiés égales mais inversez l'ordre des cartes de l'une de façon que les cartes de dessous soient de couleurs différentes.

Il vous reste à prendre la pile, à en extraire paire après paire en faisant constater que votre prédiction de mixité des couleurs se réalise parfaitement, sauf pour les cas particuliers des paires avec as.

Quelques solutions

☆ Tour de magie n° 1 ☆

Le sesquimètre de couturière

Ce petit tour présenté à un jeune peut lui donner de bonnes idées plus tard quand il apprendra au lycée à calculer la somme des termes d'une suite arithmétique. Par exemple, pour calculer la somme des 100 premiers entiers, on écrit en ligne cette somme S deux fois, une fois de 1 à 100 et une fois de 100 à 1 :

$$1 + 2 + 3 + \dots + 98 + 99 + 100 = S$$

$$100 + 99 + 98 + \dots + 3 + 2 + 1 = S$$

$$101 + 101 + 101 + \dots + 101 + 101 + 101 = 2 S$$

En ajoutant membre à membre les deux lignes, on en obtient une troisième qui donne $2 S$. On observe verticalement que deux nombres ont toujours pour total 101. Comme il y a 100 « verticales » de 101, le total donnant $2S$ est $101 \times 100 = 10\,100$, donc S vaut la moitié soit 5 050, et $1 + 2 + 3 + \dots + 98 + 99 + 100 = 5\,050$.

☆ Tour de magie n° 2 ☆

Les trois dés

Le total des huit nombres horizontaux des quatre dés est $(4 \times 7) = 28$.

On enlève le nombre visible sur la face supérieure de 28 pour obtenir la solution.

 Tour de magie n° 3

Transmission de pensée par téléphone

Voici un tableau valable pour 52 cartes, filles ou garçons.

	As	Roi	Dame	Valet	10	9
Cœur	Zinédine Yosra	Yoann Tess	Rafael Shabana	Wasseem Nawras	Pascalyses Octavie	Matthieu Mélanie
Carreau	Zakarie Victoria	Térence Saïma	Rahmane Rachel	Samuel Natacha	Ozkan Manar	Mickaël Lobna
Pique	Yassine Valentine	Thomas Sarah	Romain Priscilla	Rustem Nadia	Oussama Maéva	Maxime Jasmine
Trèfle	Yannis Vanda	Samy Sabrina	Rémy Ophélie	Philippe Oumaina	Mohamed Mélicia	Lorenzo Justine

	8	7	6	5	4	3	2
Cœur	Loïc Intissar	Jeff Gladys	Ismaël Fadwa	Fahem Elanar	Eddy Ceyna	Bilal Céline	Anthony Assya
Carreau	Karthike Inès	Jordan Heidi	Haris Hanane	Fayssal Derya	Élias Clara	Aurélien Carole	Aïmen Amélia
Pique	Kévin Hélène	Jaoued Fabiola	Giovan Éminé	Florian Diana	Dilhan Clarisse	Alpeur Bouchra	Abel Anne
Trèfle	Juned Hanna	Ilyes Fatma	Gerson Élisa	Fatik Chaïmaa	Cem Cindy	Alexandre Cécilia	Abdussamet Andréa

Les noms féminins sont en dessous, et l'ordre alphabétique aide à mieux se repérer.



LE COIN DES MATHEUX

Ce tour réalise une bijection entre l'ensemble fini des 32 prénoms et l'ensemble des 32 noms de cartes. À chaque prénom correspond un nom de carte et un seul, à chaque nom de carte correspond un prénom et un seul.



☆☆ Tour de magie n° 6 ☆☆

Comptons jusqu'à la carte choisie

Avec un paquet ayant entre 20 et 29 cartes au départ, on aboutira toujours à la 19^e carte. Une phrase possible de 19 lettres pour dévoiler la carte choisie est « voici la carte choisie » ou « voilà la carte magique ».

☆☆ Tour de magie n° 13 ☆☆

Échanges pour 4

Ordre initial	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Après un mélange	22	20	18	16	14	12	10	8	6	4	2
Après deux...	21	17	13	9	5	1	4	8	12	16	20

Avec 22 cartes, la 8^e à partir du haut est stable, et les 5^e et 14^e cartes échangent leurs places de mélange en mélange (pour un nombre pair de mélanges, celles-ci sont stables).



Ordre initial	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
Après un mélange	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21
Après deux...	22	18	14	10	6	2	3	7	11	15	19

☆ Tour de magie n° 15 ☆

Le mélange australien

Avec dames et rois :

Initial	DT	DP	RT	DC	DK	RP	RK	RC
Final	RC	DC	RP	DP	RK	DK	RT	DT

Avec deux mélanges :

Initial	1	2	5	4	3	7	6	8
Après 1^{re} battue	8	4	7	2	6	3	5	1
Après 2^e battue	1	2	3	4	5	6	7	8

Le tableau suivant montre qu'après avoir effectué quatre battues, le jeu revient à l'état initial.

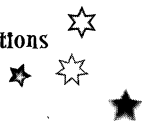
On peut suivre avec intérêt les mouvements individuels des différentes cartes :

– le 1 et le 8 s'échangent, on dit qu'il y a un cycle (1, 8) d'ordre 2;

– le 2 et le 4 s'échangent aussi, d'où un autre cycle (2, 4) d'ordre 2;

– le 3 reprend sa place au bout d'un cycle (3, 6, 5, 7) d'ordre 4, comme le 6, le 5, le 7.





Départ	1	2	3	4	5	6	7	8
Après battue n° 1	8	4	6	2	7	5	3	1
Après battue n° 2	1	2	5	4	3	7	6	8
Après battue n° 3	8	4	7	2	6	3	5	1
Après battue n° 4	1	2	3	4	5	6	7	8

On conçoit intuitivement qu'il y a un lien entre le Plus Petit Commun Multiple (PPCM) des nombres 2, 2, 4 et le fait qu'il soit nécessaire de faire 4 battues pour que le paquet revienne à son état initial.

On peut donc imaginer un tour où, après deux battues, le spectateur devrait regarder la première carte (ou la huitième) : le magicien saurait alors nommer la carte choisie s'il avait repéré son nom dans le paquet de départ.

Prenons maintenant un jeu de 13 cartes, tous les piques 1, 2, 3... V, D, R.

Observons l'évolution des battues.

Départ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	V	D	R
Après battue n° 1	10	2	6	D	8	4	R	V	9	7	5	3	1
Après battue n° 2	7	2	4	3	V	D	1	5	9	R	8	6	10
Après battue n° 3	R	2	D	6	5	3	10	8	9	1	V	4	7
Après battue n° 4	1	2	3	4	8	6	7	V	9	10	5	D	R

Il n'est pas nécessaire d'aller jusqu'au bout, tous les cycles sont déjà apparents :

- deux d'ordre 1 : (2) et (9);
- un d'ordre 3 : (5, 8, V);
- deux d'ordre 4 : (R, 1, 10, 7) et (3, 6, 4, D).



Le PPCM de 1, 1, 3, 4, 4 est 12. Il faudrait 12 battues pour retrouver l'ordre initial.

☆ Tour de magte n° 23 ☆

L'ordre magique

Avec les carreaux de 1 à 10 suivis des trèfles de 1 à 10, l'ordre magique à prévoir est celui-ci (à partir du haut du paquet, faces cachées) :

8T, 1K, 1T, 2K, 6T, 3K, 2T, 4K, 10T, 5K,
 3T, 6K, 7T, 7K, 4T, 8K, 9T, 9K, 5T, 10K

Vous avez dessiné un cercle avec 20 positions, puis placé l'as de carreau en deuxième, le deux de carreau en quatrième, le trois de carreau en sixième, etc., le dix de carreau en vingtième. Attention, pour placer les trèfles, les positions des carreaux n'existent plus. La deuxième place libre, où l'on va mettre l'as de trèfle, est la troisième position sur le cercle, entre l'as et le deux de carreau. La deuxième place libre, où il faut mettre le deux de trèfle, se situe entre le 3 et le 4 de carreau ; etc.

Avec les carreaux de 1 à 13 (roi) suivis des trèfles de 1 à 13, l'ordre magique à prévoir est celui-ci (à partir du haut du paquet, faces cachées) :

7T, 1K, 1T, 2K, DT, 3K, 2T, 4K, 8T,
 5K, 3T, 6K, VT, 7K, 4T, 8K, 9T, 9K, 5T,
 10K, RT, VK, 6T, DK, 10T, RK

☆ Tour de magte n° 28 ☆

Le département

Pour une année bissextile, le magicien ajoute 116 au total pour trouver $100a + n$.



Tour de magie n° 43



Carré magique historique

$A = 48 - 21 = 27$; $B = 48 - 20 = 28$; $C = 48 - 18 = 30$;
 $D = 48 - 19 = 29$.



Tour de magie n° 44



Les cartes magiques

Soit a la valeur de la première carte posée dans le carré, elle est entre 0 (joker) et 10, et ses trois suivantes valent $(a + 1)$, $(a + 2)$, $(a + 3)$. Dans la série de 1 à R, après la carte « a » il reste $(13 - a)$ cartes, mais si on en pose trois, il n'en reste que $(10 - a)$. Si on transfère justement $(10 - a)$ cartes, la dernière carte enlevée est le roi, et les cartes qu'on va mettre à partir de la 5^{ème} place dans le carré débutent avec l'as qui suit. De cette façon les douze cartes qui sont posées sont toujours les douze cartes finales de la préparation de 26 cartes.

Le carré des valeurs se présente ainsi de toute façon :

$a + 1$	1	12	7
11	8	a	2
5	10	3	$a + 3$
4	$a + 2$	6	9



Vous pouvez vérifier que le total de chaque ligne ou colonne ou diagonale est $(a + 21)$.

Combien le spectateur a-t-il de cartes en poche ? Les 21 premières suivies des cartes du joker jusqu'à la carte $(a - 1)$ soit $(a + 21)$ cartes. Ce nombre coïncide avec la somme du carré magique.

★ Tour de magie n° 47 ★

Les 5 cubes magiques

Les nombres d'un même cube ont le même chiffre des dizaines : 2, 3, 4, 5 ou 6. La somme des cinq chiffres des dizaines des cinq nombres obtenus est toujours 20, qui finit par un zéro.

Le total des chiffres des unités des cinq nombres obtenus va avoir pour retenue un chiffre des dizaines qui va être ajouté à zéro dans l'addition : le résultat de l'addition des cinq nombres finira donc par deux chiffres à droite qui correspondent au total des chiffres des unités.

Pour chacun des $4 \times 6 = 24$ nombres de quatre cubes, le total du chiffre des centaines et du chiffre des unités est 10; pour le cinquième cube et ses six nombres, le total est toujours 8. Pour cinq nombres obtenus, le total des cinq chiffres des centaines et de la retenue de 2 due au total des dizaines est : $4 \times 10 + 8 + 2 = 50$. Pour avoir l'écriture des deux chiffres de gauche du total, il faut faire la différence entre 50 et le total des chiffres des unités.

Exemple, si les cinq nombres sortis sont 228, 733, 842, 654, 662 :

- le magicien ajoute les unités : $8 + 3 + 2 + 4 + 2 = 19$;
- l'écriture du total finira donc à droite par 19;
- le magicien calcule $50 - 19 = 31$: ce sera les deux chiffres de gauche;
- le total de l'addition est 3 119.

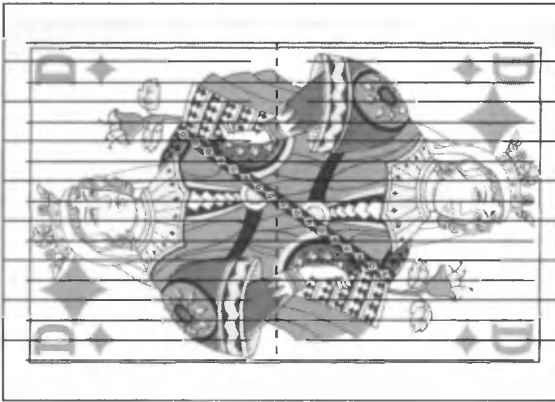




☆ Tour de magie n° 50 ☆

La légende de la fondation de la ville de Carthage

Merci pour son idée à Monsieur Jacques Chaupin, fidèle
visiteur du Salon des jeux mathématiques à Paris : le magicien
passe la tête à travers sa carte !



Merci à P'tite Momie pour ses photos...



 Tour de magie n° 51

Le tiercé gagnant

Place au départ	52	51	50	49	...	47	...	31	...	15	...	1
Place pile visible	1	x	2	x		x		x		x		x
Place pile cachée	x	1	x	2		3		11		19		26

Place au départ	26	...	19	...	11	...	3	...	1
Place pile visible	1		x		x		x		x
Place pile cachée	x		4		8		12		13

Place au départ	13	12	...	8	...	4	...	2	1
Place pile visible	1	x		x		x		x	7
Place pile cachée	x	1		3		5		6	x

Place au départ	6	5	4	3	2	1
Place pile visible	1		2		3	
Place pile cachée	x	1		2		3





Tour de magie n° 56



La bataille de Marignan

Le calcul donne :

$$\begin{aligned}
 & [[(20x + 3)(5) + y](20) + 3](5) + z - 1\,515 \\
 &= [(100x + 15 + y)(20) + 3](5) + z - 1\,515 \\
 &= (2\,000x + 300 + 20y + 3)(5) + z - 1\,515 \\
 &= 10\,000x + 1\,500 + 100y + 15 + z - 1\,515 \\
 &= 10\,000x + 100y + z + 1\,515 - 1\,515 \\
 &= 10\,000x + 100y + z
 \end{aligned}$$

Ce nombre se présente avec les six chiffres correspondant aux trois paquets de deux chiffres de la date de naissance.



Tour de magie n° 57



Indiscrétions sur les dates

Pourrait-on le faire de tête ? À condition d'être bien entraîné...

Remarquons que si M est pair, alors le nombre $(31M + 12Q)$ est pair, et si M est impair le nombre $(31M + 12Q)$ est impair. On peut donc dire de suite si M est pair ou impair. Les valeurs possibles de M sont donc à considérer de 2 en 2, ce qui intervient pour $2 \times 31 = 62$ à chaque fois dans le total.

Si on divise le total $(31M + 12Q)$ par 31, le quotient entier est $(M + \text{un entier inconnu})$. Le reste vaut $12Q$ diminué d'un certain nombre de fois 31. Pour retrouver $12Q$, on ajoute 31 au reste autant de fois qu'il faut pour obtenir un nombre entier divisible par 12.

En pratique, comme les valeurs de M vont de 2 en 2, on augmente ce reste de 62 en 62 jusqu'à obtenir un nombre divisible par 12, dont le quotient sera Q. Quant au nombre



de mois, il a diminué de 2 en 2, à partir du quotient par 31 du total; ceci à chaque fois qu'on ajoutait 62.

Exemple : pour 268, le quotient vaut un peu plus de 8, on enlève $8 \times 31 = 248$, il reste 20. On essaie $20 + 62 = 82$, puis $82 + 62 = 144$ et on a alors un multiple de 12.

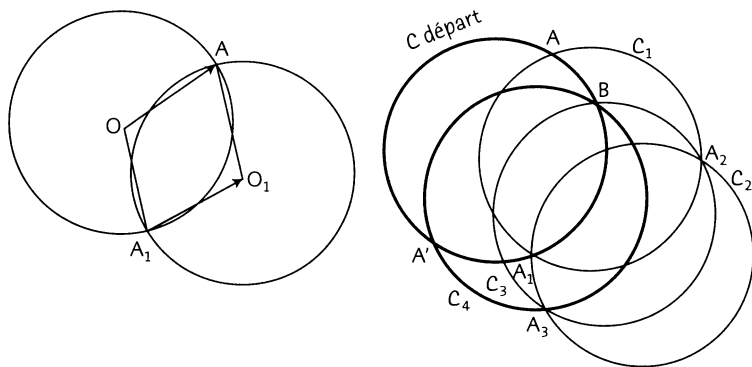
Ainsi $Q = 144 : 12 = 12$.

On a ajouté 2 fois 62, donc on enlève 2 fois 2, soit 4 de 8, et on trouve $M = 4$.

☆ Tour de magie n° 59 ☆

L'assiette magique

Considérons les cercles C et C_1 : la figure QAO_1A_1 est un losange (elle a 4 côtés égaux au rayon) d'où l'égalité des vecteurs $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{A_1O_1}$.



De même, avec C_1 et C_2 on obtient l'égalité des vecteurs $\overrightarrow{A_1O_1}$ et $\overrightarrow{O_2A_2}$. Puis avec C_2 et C_3 , celle de $\overrightarrow{O_2A_2}$ et $\overrightarrow{O_3A_3}$. Et avec C_3 et C_4 , celle de $\overrightarrow{A_3O_3}$ et $\overrightarrow{O_4A_4}$. Enfin avec C_4 et C , on a $\overrightarrow{O_4A_4} = \overrightarrow{A'O}$. On conclut que $\overrightarrow{A'O} = \overrightarrow{AO}$ et qu'ainsi A' est diamétralement opposé à A .



Les maths, c'est vraiment beau, efficace... et magique.

Conclusion, les mathématiques peuvent être, aussi, au restaurant, un talent de société !

☆ Tour de magie n° 60 ☆

Panoramath

Remarquons d'abord que les valeurs se succèdent de 1 en 1 sur chaque ligne, puis que le total des points de la première colonne est $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 15 = 30$.

Soit a le numéro de la colonne (donc entre 1 et 6) où la carte de la première rangée est retournée, et soit de même b , c , d , e , f , les numéros des colonnes où sont retournées les cartes dans les rangées de 2 à 6.

Les valeurs des cartes retournées sont $1 + (a - 1)$ dans la première rangée, $2 + (b - 1)$ dans la deuxième, etc. jusqu'à $15 + (f - 1)$ dans la sixième. Le total des points des six cartes est

$$30 + (a + b + c + d + e + f) - 6 = 24 + (a + b + c + d + e + f)$$

PREMIÈRE TACTIQUE :

Le magicien additionne à 24 le numéro de chaque colonne où figure une carte, deux fois ce numéro s'il y a deux cartes dans cette colonne, etc.

Exemple : si le nombre de cartes retournées dans les colonnes de gauche à droite est : 1, 0, 1, 0, 2, 2, le magicien compte $24 + 1 + 3 + 2 \times 5 + 2 \times 6 = 50$.

DEUXIÈME TACTIQUE :

Le total peut s'écrire :

$$= (4 + a) + (4 + b) + (4 + c) + (4 + d) + (4 + e) + (4 + f)$$

Une carte de la colonne 1 participe pour $4 + 1 = 5$ dans le décompte, une carte de la colonne 2 pour $4 + 2 = 6$, etc. jusqu'à une carte de la colonne 6 qui participe pour $4 + 6 = 10$.



Quand il y a plusieurs cartes dans la même colonne « i », il suffit de multiplier par ce nombre de cartes le nombre $(4 + i)$.

Le magicien attribue donc le nombre 5 à la colonne 1, le nombre 6 à la colonne 2, etc. jusqu'au nombre 10 pour la colonne 6. Chacun de ces nombres est multiplié par le nombre de cartes retournées de la colonne correspondante, et le total est trouvé.

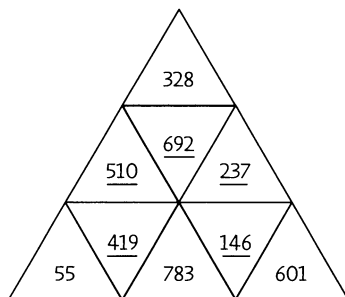
Exemple : toujours si le nombre de cartes retournées dans les colonnes de gauche à droite est : 1, 0, 1, 0, 2, 2, le magicien compte

$$1 \times 5 + 0 \times 6 + 1 \times 7 + 0 \times 8 + 2 \times 9 + 2 \times 10 = 50$$

Le total des points est 50.

☆ Tour de magie n° 62 ☆

Suite de l'aventure



Comment construire un triangle « 2003 » avec des nombres allant de 90 en 90 ?

Soit a le plus petit des neuf nombres à utiliser.

En copiant le triangle magique de somme $22 = 1 + 2 + 4 + 6 + 9$ où les nombres vont de 1 en 1 à partir de 1, on peut imaginer un triangle où les nombres vont de 90 en 90 à partir de a ,





dont la somme est : $a + (a + 90) + (a + 3 \times 90) + (a + 5 \times 90) + (a + 8 \times 90) = 5a + 17 \times 90 = 5a + 1\,530$.

On obtient $5a + 1\,530 = 2\,003$, $5a = 473$ ce qui est impossible avec a entier.

En copiant le triangle magique de somme $24 = 1 + 4 + 5 + 6 + 8$, on imagine une somme de :

$$\begin{aligned} 2003 &= a + (a + 3 \times 90) + (a + 4 \times 90) \\ &+ (a + 5 \times 90) + (a + 7 \times 90) = 5a + 19 \times 90 \\ &= 5a + 1\,710 \end{aligned}$$

d'où : $5a = 293$, ce qui, hélas, n'a pas de solution.

On peut continuer sur le modèle 25, 26, ou 28, on échoue.

La somme de cinq nombres formant la somme magique est de la forme $(5a + 90k)$.

Si la somme magique cherchée est 2003, il n'y a pas de solution car $5a$ ne peut finir par 3.

En revanche pour 2004 et des nombres de 91 en 91, on va trouver une solution.

On confronte 2004 et les valeurs de $(5a + 91k)$ selon :

– le modèle 22, avec $17 = k$ (peut-on diviser $2004 - 17 \times 91$ par 5 ?);

– le modèle 24, avec $19 = k$ (peut-on diviser $2004 - 19 \times 91$ par 5 ?);

– le modèle 25, avec $20 = k$ (peut-on diviser $2004 - 20 \times 91$ par 5 ?);

– le modèle 26, avec $21 = k$ (peut-on diviser $2004 - 21 \times 91$ par 5 ?);

– le modèle 28, avec $23 = k$. (peut-on diviser $2004 - 23 \times 91$ par 5 ?).

La solution proposée est basée sur le modèle 24, avec :

$$2004 - 91 \times 19 = 275 = 5 \times 55$$

et $a = 55$.



L'alphabet des révélations

EXERCICE 1

Supposons d'abord que le paquet possède un nombre de cartes égal à une puissance deux : 2^k . Cette fois, la carte numéro 1 revient au-dessus du paquet après élimination de toutes les cartes de rang pair, et le nouveau nombre de cartes est le précédent divisé par 2 soit 2^{k-1} .

On a un problème de même nature (une puissance de deux, et la carte numéro 1 en haut) qui conduit à envisager (de division par 2 en division par 2) le cas de départ où le nombre de cartes est 2 : la carte restante est alors la numéro 1. C'est donc la carte numéro 1 qui reste la dernière quand le paquet contient un nombre de cartes qui est une puissance de deux.

Si le paquet de n cartes contient p cartes de plus qu'une puissance de deux : $n = 2^k + p$ avec $p < 2^k$. On va obtenir un tas de 2^k cartes quand on en aura enlevé p . On aura alors fait passer p cartes vers le dessous, il y aura p cartes enlevées donc celle qui sera alors sur le dessus sera la carte numéro $(2p + 1)$. Comme alors on a un nombre de cartes qui est une puissance de deux, c'est cette carte maintenant en haut qui restera la dernière; la carte restante est donc la numéro $(2p + 1)$. Comme $p = n - 2^k$, on obtient pour numéro de la carte restante $2(n - 2^k) + 1$ où 2^k est la plus grande puissance de deux inférieure ou égale à n .

EXERCICE 2

La 19^e est la restante, il y a au moins 19 cartes.

On a $19 = n = 52$ et $2(n - 2^k) + 1 = 19$ donc $2(n - 2^k) = 18$ et $(n - 2^k) = 9$.

D'où $n = 9 + 2^k$. Ceci donne deux possibilités :

$$n = 9 + 32 = 41; \quad n = 9 + 16 = 25$$

(Pas d'autres valeurs, par exemple $n = 9 + 8 = 17$ est impossible car il faut au moins 19 cartes).





☆ Tour de magie n° 66 ☆

La révélation de minuit

Le total des lettres des nombres « une », « deux », etc., « onze », « minuit » est 50.

Soit a le nombre choisi (entre 1 et 12). Il y a « a » cartes en poche. Il y a $(52 - a)$ cartes qui restent, la « a »^e est choisie.

Prenons un exemple avec $a = 7$. Le paquet fait $52 - 7 = 45$ cartes.

Qui est la cinquantième ? C'est la cinquième carte (car $50 - 45 = 5$).

Celle qui est regardée est la suivante donc la sixième. On aurait tant voulu que ce soit la septième ! (La même valeur que a .)

Pour un nombre a abstrait, c'est pareil (deuxième tableau).

De a compris à $(a - 2)$ compris, dans un sens cela fait 3 cartes, mais dans l'autre cela fait $(a - 3)$.

Il faut ajouter $(a - 3)$ à partir de « $(53 - a)$ », pour obtenir sous la case $(a - 2)$ le nombre $(53 - a) + (a - 3) = 50$.

1 ^{re}	...	5 ^e	6 ^e	7 ^e	...	45 ^e
6 ^e	...	50 ^e	51 ^e	52 ^e	...	

1 ^{re}	...	$(a - 2)^e$	$(a - 1)^e$	a^e	...	$(52 - a)^e$
$(53 - a)^e$	...	50 ^e	51 ^e	52 ^e	...	

Alors ? Pourquoi est-ce la bonne carte qui est retournée ? [La a et non la $(a - 1)$?]



Tout simplement parce que ce coquin de magicien a retiré, avant le tour, une carte du jeu de 52 cartes : il n'en fait plus que 51.

1^{re}	...	$(a-2)^{\text{e}}$	$(a-1)^{\text{e}}$	a^{e}	...	$(51-a)^{\text{e}}$
$(52-a)^{\text{e}}$	...	49^{e}	50^{e}	51^{e}	...	

☆ Tour de magie n° 69 ☆

Le mélange des jeux

Comme le spectateur peut choisir n'importe quelle carte, le magicien doit pouvoir trouver dans l'autre paquet sa carte identique, et sans rien voir d'autre que le dos des cartes. Il y a du classement identique des deux paquets dans l'air...

En fait, le premier jeu de 52 cartes est rangé dans un ordre quelconque, mais le deuxième est rangé dans l'ordre inverse, en miroir (par exemple si le premier jeu commence par un huit de cœur, le deuxième jeu finira par le huit de cœur), ceci pour les 52 cartes. C'est évidemment du travail de préparation, mais le jeu en vaut la peine...

Le premier jeu, rouge par exemple, est rangé dans un ordre (à partir du haut) que je note R1, R2, R3, ..., R52. Le deuxième jeu (bleu) est rangé dans l'ordre B52, B51, B50, ..., B1. Les cartes ayant même numéro sont identiques (par exemple A12 et B12).

Le mélange en queue d'aronde ne change pas l'ordre des cartes d'un même jeu.

Quand on distribue les 52 premières cartes, depuis la table la pile monte avec des cartes dans un ordre proche (un mélange n'est jamais parfait) de :

R1, B52, R2, B51, etc., R26, B27



Quand le jeu est rassemblé, à partir du haut la situation est alors inversée (la distribution inverse l'ordre) :

B27, R26, ..., B51, R2, B52, R1

Le jeu de 52 cartes qui reste se présente à partir du haut :

R27, B26; A28, B25, etc., A51, B2, A52, B1

Pendant qu'il faisait choisir le spectateur, le magicien comptait les rouges ou les bleues : la couleur de la carte que le spectateur avait annoncé qu'il allait choisir.

Si le spectateur choisit la carte bleue numéro « n » du paquet du magicien, celui-ci retournera parmi les cartes du spectateur la carte rouge numéro « n ». Elles seront identiques.

Le mélange n'a pas besoin d'être parfait pour que la symétrie fasse son effet.



Tour de magie n° 74



Les 13 spectateurs

Battue de 6 cartes :

Initial	1	2	3	4	5	6
Après battue 1	4	6	2	5	3	1
Après battue 2	5	1	6	3	2	4
Après battue 3	3	4	1	2	6	5
Après battue 4	2	5	4	6	1	3
Après battue 5	6	3	5	1	4	2
Après battue 6	1	2	3	4	5	6



Battue de 12 cartes :

Initial	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Après battue 1	8	12	4	10	6	2	11	9	7	5	3	1
Après battue 2	9	1	10	5	2	12	3	7	11	6	4	8
Après battue 3	7	8	5	6	12	1	4	11	3	2	10	9
Après battue 4	11	9	6	2	1	8	10	3	4	12	5	7
Après battue 5	3	7	2	12	8	6	5	4	10	1	6	11
Après battue 6	4	11	12	1	9	7	6	10	5	8	2	3
Après battue 7	10	3	1	8	7	11	2	5	6	9	12	4
Après battue 8	5	4	8	9	11	3	12	6	2	7	1	10
Après battue 9	6	10	9	7	3	4	1	2	12	11	8	5
Après battue 10	2	5	7	11	4	10	8	12	1	3	9	6
Après battue 11	12	6	11	3	10	5	9	1	8	4	7	2
Après battue 12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12


 Dans les deux cas, pas d'invariant, et un nombre de battues nécessaire pour retrouver l'état initial égal au nombre de cartes.

Le journal déchiré en 16 morceaux

Le nombre choisi est n . On pose $G = 0$ et $D = 1$.

Nombre décomposé ($n - 1$)	G dessous ou D dessus, du 1 ^{er} empilage écrit à gauche vers le 4 ^e écrit à droite	Ordre des cases de haut (écrit à gauche) en bas	Position de la case k à partir du haut (on voit que c'est n)
16 ou $0 = 0 + 0 + 0 + 0$	GGGG	Kcogjdphiamelbnf	1
$1 = 0 + 0 + 0 + 1$	DGGG	Ckgodlhpaiembafn	2
$2 = 0 + 0 + 1 \times 2 + 0$	GDGG	Ogkcphjdmeianflb	3
$3 = 0 + 0 + 1 \times 2 + 1$	DDGG	Gockhpdlemaifnbj	4
$4 = 0 + 1 \times 4 + 0 + 0$	GGDG	Idphkcoglbfiame	5
$5 = 0 + 1 \times 4 + 0 + 1$	DGDG	Dlhpcgobjfnaiem	6
$6 = 0 + 1 \times 4 + 1 \times 2 + 0$	GDDG	Phjdogkcfnlbmeia	7
$7 = 0 + 1 \times 4 + 1 \times 2 + 1$	DDDG	Hpdlgockfnbjemai	8
$8 = 1 \times 8 + 0 + 0 + 0$	GGGD	lamelbnfkcogjdph	9
$9 = 1 \times 8 + 0 + 0 + 1$	DGGD	Aeimbjfnckgodlhp	10
$10 = 1 \times 8 + 0 + 1 \times 2 + 0$	GDGD	Meianflbogkcphjd	11
$11 = 1 \times 8 + 0 + 1 \times 2 + 1$	DDGD	Emaifnhjgockhpd	12
$12 = 1 \times 8 + 1 \times 4 + 0 + 0$	GGDD	Lbnfiamejdphkcog	13
$13 = 1 \times 8 + 1 \times 4 + 0 + 1$	DGDD	Bjfnaiemdjhpcgko	14
$14 = 1 \times 8 + 1 \times 4 + 1 \times 2 + 0$	GDDD	Nflbmeiaiphjdogkc	15
$15 = 1 \times 8 + 1 \times 4 + 1 \times 2 + 1$	DDDD	Fnbjemaihpdlgock	16

 Préambule au Tour de magie n° 77

Congruences modulo 7

1)

Nombre n	0	1	2	3	4	5	6
Son triple ($3 \times n$) Modulo 7	0	3	6	2	5	1	4

Tout nombre est un triple. Il y a un cycle avec une boucle : le 0, et un cycle de six nombres 132 645.

2)

Nombre n	0	1	2	3	4	5	6
Produit $4 \times n$ Modulo 7	0	4	1	5	2	6	3

Il y a une boucle 0, et deux cycles d'ordre trois : 142, et 356.

3)

Nombre n	0	1	2	3	4	5	6
Produit $5 \times n$ Modulo 7	0	5	3	1	6	4	2

Il y a une boucle 0, et un cycle d'ordre six 154 623.

4)

Nombre	0	1	2	3	4	5	6
Son carré Modulo 7	0	1	4	2	2	4	1

1 et 6 ont le même carré 1, donc 1 a deux racines carrées 1 et 6.

3 et 4 ont le même carré 2, donc 2 a deux racines carrées 3 et 4.



Les nombres 3, 5, 6 ne sont pas des carrés et donc n'ont pas de racines carrées.

Le dessin avec flèches comprend une boucle 0, un cycle de deux nombres : 24, auquel se rattache une flèche allant du 3 vers le 2, et une flèche allant du 5 vers le 4. Il y a une boucle sur le 1, et une flèche allant du 6 vers ce 1.

5)

Nombre n	0	1	2	3	4	5	6
Cube $n \times n \times n$ Modulo 7	0	1	1	6	1	6	6

Les nombres 2, 3, 4, 5 ne sont pas des cubes.

Le nombre 1 a trois racines cubiques : 1, 2, 4.

Le nombre 6 a trois racines cubiques : 3, 5, 6.

Le dessin sagittal comprend une boucle 0, une boucle 1 à laquelle se rattache une flèche venant de 2 et une venant de 4, et enfin une boucle 6 à laquelle se rattache une flèche venant de 3 et une venant de 5.



Tour de magie n° 77



La machine à remonter le temps

► Programme du calendrier perpétuel sur calculatrice
(Merci à mon collègue Serge Salez.)

COMMENTAIRES

Le programme ne refuse pas les dates impossibles (45-13-1945) ou anachroniques (en France, avant le 20-12-1582). On note $[X]$ la partie entière de X dans ce qui suit.

$52 \times 7 = 364$. En fin d'année, il faut donc ajouter 1 jour et éventuellement un autre jour fin février. Pour grouper ces



deux opérations, il est astucieux de commencer « l'année » le 1^{er} mars : d'où le calcul de $(M - 2)$. (Avec un complément pour janvier et février qui se retrouvent « l'année » d'avant.) Un autre avantage, et non des moindres, est que la transition d'un mois à l'autre se fait sur la base de 30 ou 31 jours (la transition de février à mars étant une transition d'une « année » à l'autre).

```
: Input "JOUR=", Q
: Input "MOIS=", M
: Input "ANNEE=", A
: M - 2 → M
: if M ≤ 0 : Then
: M + 12 → M : A - 1 → A
: End
: Q + int (31 M / 12) + A + int (A / 4) - int (A / 100) + int (A / 400) → J
: J - 7 int (J / 7) → J
: if J = 0 : Disp "DIMANCHE"
: if J = 1 : Disp "LUNDI"
: if J = 2 : Disp "MARDI"
: if J = 3 : Disp "MERCREDI"
: if J = 4 : Disp "JEUDI"
: if J = 5 : Disp "VENDREDI"
: if J = 6 : Disp "SAMEDI"
```

Les expressions avec A réalisent les différents ajustements d'une « année » à l'autre.

Il reste à effectuer les ajustements d'un mois à l'autre : $[31 M / 12] = 2M + [7M / 12]$; le premier terme prend pour base des mois de 30 jours; le second tient compte des mois de 31 jours.

► Option 1 : autres formules

Montrer que cette formule est la plus simple de la forme $[a \times M]$ (on doit avoir $7/12 = a < 3/5$).

Étudier d'autres formules de la forme $[a \times M + b]$ comme par exemple celle de Zeller : $[2,6 \times M - 0,2]$.

► Option 2 : calcul mental

Pour $A = 2000$, $A + [A/4] - [A/100] + [A/400] = 2485 = 0 \bmod (7)$.



On fait les calculs par rapport à cette date de référence, en posant $A = 2\ 000 + B$ (B pouvant être négatif).

On obtient $J \equiv Q + [31\ M / 12] + B + [B/4] - [B/100] + [B/400]$.

Pour $1900 \leq A \leq 2099$, on a : $-[B/100] + [B/400] = 0$.

La formule devient $J \equiv Q + 2M + [7M/12] + B + [B/4]$.

Exemple 1 : 17/08/1989.

$$Q = 17 \equiv 3; 2M = 2 \times 6 =$$

$$12 \equiv -2; [7M/12] = [7 \times 6 / 12] = 3$$

D'où : $B + [B/4] = -11 - 3 \equiv 0$, et $J \equiv 3 - 2 + 3 + 0 \equiv 4$.
Jeudi.

Exemple 2 : 14/07/2032.

$$Q = 14 \equiv 0; 2M = 2 \times 5 = 10 \equiv 3; [7M/12] = [7 \times 5 / 12] = 2$$

D'où $B + [B/4] = 32 + 8 = 40 \equiv -2$, et $J \equiv 0 + 3 + 2 - 2 = 3$.
Mercredi.

Remarque : on a intérêt à faire la somme au fur et à mesure. On peut aussi essayer la formule de Zeller :

$$[2,6 \times M - 0,2] = 2M + [0,6 \times M - 0,2]$$

qui est peut-être plus facile pour le calcul mental.



Tour de magie n° 79



L'Élu de son cœur

Quelles que soient les coupes, les 17 nombres se succèdent sur le cercle dans l'ordre suivant, dans le sens des aiguilles d'une montre :

1-3-5-7-9-11-13-15-17-2-4-6-8-10-12

Bien sûr, on ne sait pas où est le 1 face cachée dans le cycle, mais c'est toujours ce cycle. Les valeurs se succèdent de 2 en 2 modulo 17 (y compris au moment $17 + 2 = 19$ qui se ramène à 2).



Le comptage du nombre de cartons démarre sur le carton retourné de valeur n , donc le nombre d'intervalles de 2 pour arriver à la nouvelle position est seulement $(n - 1)$.

La nouvelle valeur retournée est donc $n + 2(n - 1) = 3n - 2$ (bien sûr modulo 17).

Voyons les transformations des 17 nombres possibles :

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
$3n - 2$	1	4	7	10	13	16	2	5	8	11	14	17	3	6	9	12	15

Dans la deuxième ligne, on trouve chaque nombre de 1 à 17 une seule fois, et le 1 provient du 1 de la première ligne seulement.

Observons comment s'enchaînent des transformations de nombres...

Partons d'un nombre, par exemple 2, on obtient :

2-4-10-11-14-6-16-12-17-15-9-8-5-13-3-7- de nouveau 2.

On obtient un cycle des seize valeurs différentes allant de 2 à 17, sans jamais passer par la valeur 1.

Si nous partons d'un autre nombre, on obtient le même cycle décalé des seize valeurs différentes de 1. Le carton qui reste le dernier est toujours le 1.

☆ Tour de magie n° 83 ☆

Arithmagie

L'un des nombres choisi est pair et l'autre impair mais on ne sait pas lequel est le plus grand. L'un des nombres est multiplié par 2, l'autre par 3. La seule façon d'obtenir une somme des deux produits impaire est que ce soit le nombre impair qui ait été multiplié par 3.



– Si le résultat annoncé par le spectateur est **impair**, c'est qu'il a un nombre impair en poche **gauche** et un nombre pair en poche droite.

– Si le résultat annoncé est **pair**, le spectateur a un nombre pair en poche **gauche**, et un nombre impair en poche droite.

On a quatre cas à envisager selon que le nombre à gauche est pair ou impair, et selon que c'est le plus petit ou le plus grand des deux nombres.

► **1^{er} cas : $G < D$ et G pair**

Les nombres peuvent s'écrire : $G = 2k$ et $D = (2k + 1)$.

On obtient $6k + 4k + 2 = 10k + 2$. Le résultat du spectateur finit par 2.

► **2^e cas : $G < D$ et G impair**

Les nombres peuvent s'écrire : $G = 2k - 1$ et $D = 2k$.

On obtient $6k - 3 + 4k = 10k - 3$. Le résultat du spectateur finit par 7.

► **3^e cas : $G > D$ et G pair**

Les nombres peuvent s'écrire : $G = 2k$ et $D = (2k - 1)$.

On obtient $6k + 4k - 2 = 10k - 2$. Le résultat du spectateur finit par 8.

► **4^e cas : $G > D$ et G impair**

Les nombres peuvent s'écrire : $G = 2k + 1$ et $D = 2k$.

On obtient $6k + 3 + 4k = 10k + 3$. Le résultat du spectateur finit par 3.

Considérons maintenant quatre situations selon le chiffre des unités du résultat donné par le spectateur...

1^{er} cas : le résultat finit par 2 : on multiplie par 2 le nombre de dizaines pour avoir G , et $D = G + 1$.

2^e cas : le résultat finit par 7 : on ajoute 3, puis on multiplie le nombre de dizaines par 2 pour avoir D , et enfin $G = D - 1$.

3^e cas : le résultat finit par 8 : on ajoute 2, on multiplie par 2 le nombre de dizaines pour avoir G , et $D = G - 1$.





4^e cas : le résultat finit par 3 : on multiplie par 2 le nombre de dizaines pour avoir D, et $G = D + 1$.

Quatre exemples :

– 1^{er} cas : résultat 382. G est pair et vaut $38 \times 2 = 76$, $D = G + 1 = 77$.

– 2^e cas : résultat 437. G est impair, $437 + 3 = 440$ et $D = 44 \times 2 = 88$, et $G = D - 1 = 87$.

– 3^e cas : résultat 418. G est pair et $418 + 2 = 420$, $G = 42 \times 2 = 84$, puis $D = G - 1 = 83$.

– 4^e cas : résultat 123. G est impair, D vaut $12 \times 2 = 24$, et $G = D + 1 = 25$.

On peut retenir :

- la parité du résultat et de G est la même ;
- si le résultat est 2 ou 3, $D = G - 1$ et un des deux nombres est le double du nombre de dizaines ;
- si le résultat est 7 ou 8, $D = G + 1$ et un des deux nombres vaut un de plus que le double du nombre de dizaines.

Index des tours

(un même tour peut appartenir à plusieurs catégories)

TOURS DE CARTES :

- impromptus : 6 à 8, 12 à 13, 27, 37 à 40, 42, 53, 54, 59, 63 à 66, 74
- avec repérages : 5, 11, 19, 35, 51, 72
- avec préparations : 3, 15, 23, 24, 34, 36, 44, 56, 67 à 71, 73, 84

TOURS AVEC DES OBJETS COURANTS : 1, 2, 4, 16, 17, 29, 30, 45, 46, 49, 50, 76, 81

TOURS AVEC DU MATÉRIEL SPÉCIAL : 3, 9, 10, 18, 20, 21, 31 à 33, 47 à 49, 70, 75 à 77, 79

TOURS BASÉS SUR LE CALCUL OU L'ARITHMÉTIQUE : 1, 2, 4, 7, 9, 10, 14, 20 à 22, 25 à 29, 37, 38, 40 à 44, 47, 52, 55 à 58, 60 à 65, 72, 73, 75 à 78, 81, 82

SYSTÈMES DE NUMÉRATION : 25 à 29, 55, 56, 58, 75 à 78

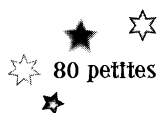
CONGRUENCES : 77 à 79

CALCUL MENTAL : 81 à 83

LOGIQUE : 5, 11, 19, 31 à 33, 40, 44 à 46, 48, 49, 53, 54, 80

ORGANISATION, COORDONNÉES, BIJECTION : 3, 11, 12, 14, 15, 23, 30, 34, 36, 39, 42, 66 à 68, 71, 73, 74, 76

PARITÉ : 4, 7, 31, 37, 45, 83, 84



80 petites expériences de maths magiques

RECHERCHE D'INVARIANTS : 1, 2, 6, 9, 10, 13 à 15, 20 à 22, 35, 37, 38, 41 à 44, 48, 49, 52, 58, 60 à 62, 65, 72 à 74

GÉOMÉTRIE :

- espace : 16 à 18
- symétries, translations, vecteurs : 7, 8, 31 à 33, 38, 39, 59, 69

Photocomposition : **SCM**, Toulouse