MATH EN JEUX

Niveau 4^e/3^e

200 jeux pour aimer les maths

JOKERS-JEUX

Bordas

MATH EN JEUX

Niveau 4e/3e

Marie Berrondo-Agrell
Bui-Xuân Quang

JOKERS-JEUX

Bordas

Dessins d'illustration : Michel Beurton.
Bandes dessinées : Roberto Faulhaber - Razafy.
Conception graphique : Jehanne-Marie Husson.
Mise en pages : Teddy Balhergé.
Couverture : Paul Wolferden.

ISBN 2.04.019147.X

Nous remercions ici le journal Valeurs Actuelles qui nous a donné l'autorisation de reproduire un grand nombre d'énigmes déjà parues dans cet hebdomadaire (la date de parution est indiquée à la fin de l'ouvrage).

INTRODUCTION

Jouer avec les mathématiques peut vous paraître inconcevable, au début.
C'est que, pendant des années, les mathématiques de nos classes se sont éloignées du monde concret de la vie de tous les jours.
Même maintenant encore, le mot mathématiques seul peut provoquer dégoût et amertume dans bon nombre de foyers.

Voici un livre qui prétend vous amuser en construisant votre raisonnement logique, en développant votre ingéniosité trop longtemps ignorée.
Ce livre prétend vous réconcilier une fois pour toutes avec « les maths ».
Les jeux ou exercices, appelez-les comme vous voulez, paraîtront, au premier contact, difficiles mais les progrès (vous verrez) viendront vite et pris au piège (peut-être) découvrirez-vous un début de passion pour ces mathématiques.
Ainsi, nous aurons atteint notre but.

Les auteurs : Marie Berrondo-Agrell
Bui-Xuân Quang

N.B. : Les jeux sont classés :
* plutôt facile
** moyen ou assez difficile
*** difficile

SOMMAIRE

	Énoncés	Corrigés
1. TOUT PLEIN D'ÉQUATIONS	9	88
2. SIMPLE LOGIQUE ET QUELQUES ASTUCES	19	97
3. LA MAGIE DES NOMBRES	31	104
4. TEMPS ET DISTANCE	43	113
5. PAS DE VALSE POUR ÉLÉPHANTS AUTOUR D'UNE PENDULE	50	121
6. TRIANGLE ET CERCLE EN BONNE COMPAGNIE	54	124
7. GÉOMÉTRIE DE TOUTES LES COULEURS	63	136
8. DIAGRAMMES ET QUELQUES BONNES INVENTIONS	81	151

1 TOUT PLEIN D'EQUATIONS

APPRENONS À LIRE

Voici deux exemples qui sont en réalité plus faciles qu'ils ne le paraissent. Il faut apprendre à lire en gardant la tête froide. Pour cela, nous vous conseillons de lire chaque problème une première fois très rapidement, puis une autre fois très lentement. Vous trouverez ainsi votre propre vitesse de compréhension.

1 MON NOMBRE FÉTICHE

4* Je ne suis pas très superstitieux, mais j'ai un nombre fétiche.
3* Pendant un moment de colère, j'ai un trou de mémoire et ne le retrouve plus. Je suis angoissé et je sens que je vais craquer. Pourtant, je sais que si je l'augmente de 5, son carré augmente de 185. Pouvez-vous m'aider à le retrouver ?

2 UNE DATE CÉLÈBRE

4** Je suis une date célèbre.
3* Multipliez-moi par 2 ; divisez-moi par 101 ; puis, élevez-moi à la puissance 5. Divisez-moi ensuite par 243. Vous obtiendrez 116.5100000.
Suis-je alors le symbole de l'assassinat d'Henri IV, du sacre de Charlemagne, de la déclaration de la Première Guerre mondiale, de la Révolution française, de la bataille de Marignan ou de celle d'Austerlitz ?

Coup de pouce : Appeler x cette date inconnue.

C'EST UNE QUESTION D'ÂGES

Les problèmes sur les âges illustrent bien la difficulté due aux tournures de phrases. Nous vous conseillons ici de découper chaque phrase importante en morceaux clairs et compréhensibles. Et surtout, n'oubliez pas l'aspect concret du problème, c'est-à-dire que la différence des âges reste la même dans le temps ou que les personnes concernées vieillissent de la même façon.

3 TOI & MOI

4** J'ai deux fois l'âge que tu avais quand j'avais l'âge que tu as.
3** Quand tu auras mon âge, nous aurons ensemble 108 ans.
Quelle est la somme de nos deux âges aujourd'hui ?

Coup de pouce : Faire un tableau de trois colonnes : passé, présent, futur.

4 SÉBASTIEN & NICOLAS

4** Nicolas dit à Sébastien : « J'ai 6 fois l'âge que tu avais quand
3** j'avais l'âge que tu as. »
Et Sébastien lui répondit : « Et quand tu auras 6 fois l'âge que j'ai, la somme de nos âges fera 79 ans. »
Quel âge a Sébastien ? Quel âge a Nicolas ?

5 CHER GRAND-PÈRE

4*** 3** Quand papa est né, grand-père avait l'âge de maman aujourd'hui. Si vous enlevez au carré de l'âge de mon grand-père la somme des carrés des âges de mes parents, vous obtenez 1798. Ces deux informations vous suffisent-elles pour trouver l'âge de mon cher grand-père ?

Coup de pouce : Les âges sont des nombres entiers : ne l'oubliez pas.

6 JUMEAUX ET TRIPLÉS

4* 3** J'ai 5 enfants, des jumeaux et des triplés. La somme de tous leurs âges fait 45. Échangez les âges des jumeaux et des triplés, cette même somme devient 50.
Combien d'années se sont-elles écoulées entre la naissance des jumeaux et celle des triplés ?

7 MON ARRIÈRE-GRAND-PÈRE

3** Le carré de mon âge diminué du carré de l'âge de mon petit frère donne précisément l'âge de mon arrière-grand-père : 95 ans.
Quel âge avait ce dernier lors de ma naissance ?

8 UNE RÉPONSE TROP DISCRÈTE

4** 3** Alors que le doyen du village la questionnait sur l'âge des membres de sa famille, Madame Martin répondit :
« Mon fils aîné a trois fois l'âge de ma benjamine, alors que le cadet n'a que deux fois et demie ce même âge.
Personnellement, j'ai la somme des âges de mes deux garçons.
Quant à mon mari, il a la somme des âges qu'auront mes fils quand le cadet aura atteint l'âge de l'aîné, précisément l'année où l'on fêtera votre centenaire. »
Le doyen s'en alla souriant dans sa barbe car, il détenait par ailleurs, un renseignement supplémentaire : son âge était la somme des âges des époux Martin, ce qui lui permit, ainsi qu'à vous, de reconstituer l'âge des cinq membres de la famille Martin.

9 QUAND TU NAQUIS MON FILS

4* 3* « Aujourd'hui, mon fils, je suis 2 fois plus âgée que toi. Mais il y a 18 ans, je l'étais 3 fois plus car, quand tu naquis mon fils, j'avais... »
À vous de compléter cette phrase.

BASSE-COUR AÉRONAUTIQUE ET AUTRES HISTOIRES

- Dans le choix de l'inconnue, lorsque plusieurs possibilités se présentent, prenez la plus petite d'entre elles car il est plus facile de multiplier que de diviser.

- Pour résoudre les équations, mieux vaut prendre un peu de temps pour les examiner et les comparer les unes aux autres avant de se lancer dans les calculs. En effet, une petite astuce pourra souvent simplifier votre travail.

10 BASSE-COUR AÉRONAUTIQUE

3*** Le chien va aussi vite que le chat et la souris réunis ; le cheval aussi vite que la souris et le cochon ; le lapin aussi vite que le cochon et le chat. Quant au mouton, il court à 8 km/h. La fusée Ariane va aussi vite que le produit des vitesses (en km/h)

chat-souris-mouton-cochon et la fusée Hermès ira aussi vite que le produit des vitesses chien-cheval-lapin.
Selon ces données, pouvons-nous affirmer que la fusée Hermès ira plus vite que la fusée Ariane ou bien le contraire ?

11 DE MYSTÉRIEUSES INCONNUES

4*** Il était une fois cinq mystérieuses inconnues x, y, z, t, et u
3** qui vérifiaient les cinq équations suivantes :

$xy = 1 \quad yz = 2 \quad zt = 3 \quad tu = 4 \quad ux = 6$

Comment trouver la valeur de chacune ?

12 MA VIEILLE VOITURE AUX USA

4** Ma vieille voiture consomme exactement 11,76 litres aux
3* 100 km lorsque je roule dans Paris. La circulation à New York est comparable à celle de Paris. Si je roule un jour avec elle dans New York, combien de miles par gallon fera-t-elle ?
N.B. Un gallon = 3,785 litres ; un mile = 1,609 km.

13 DERNIÈRE DEMI-HEURE À LA PISCINE

4*** Quand le cinquième des adultes a quitté la piscine, il restait
3** 2 adultes pour 3 enfants. Puis 44 enfants s'en allèrent à leur tour : il resta alors 2 enfants pour 5 adultes.
Combien d'adultes et d'enfants y avait-il au départ ?

14 LE BLOCUS DU SUD

4*** Pendant la guerre de Sécession, les États confédérés (sudistes)
3*** se trouvèrent coupés de l'Europe d'une part, de l'Ouest d'autre part. Les États de l'Union (nordistes) avaient ainsi réussi le blocus du Sud. Il y eut en particulier pénurie de médicaments. Avant qu'intervînt ce blocus, leurs commandes dépassaient de 10 % leurs besoins et leurs stocks correspondaient à 3 mois de consommation. Du jour au lendemain, 75 % des apports furent ainsi supprimés.
Quel pourcentage de restriction durent-ils alors s'imposer pour tenir les 2 dernières années de la guerre de Sécession, de 1863 à 1865 ?

Coup de pouce : Appeler x la consommation mensuelle de médicaments avant le blocus.

15 LES DÉPENSES DE LA COLONELLE

4** Quand le lieutenant-colonel Dubois fut promu colonel, sa solde
3** a augmenté de 8 %. Quand Mme Dubois a appris l'heureuse nouvelle, elle a immédiatement augmenté ses dépenses personnelles de 18 %. Ce qui restait pour les autres dépenses du ménage était alors inchangé. On demande la proportion de la solde du colonel Dubois utilisée alors pour les dépenses personnelles de Madame.

16 SUPER FAMILY CIRCUS

4* 3* Ma fille s'occupe des girafes, c'est-à-dire des trois quarts des girafes plus trois quarts de girafe. Mon fils s'occupe des éléphants c'est-à-dire des quatre cinquièmes des éléphants plus quatre cinquièmes d'éléphant. Ma femme est trapéziste et moi je fais le clown : c'est le Super Family Circus. Oh, pardon, j'allais oublier Jocko, notre singe savant.
Pouvez-vous donner le nombre total d'êtres vivants du Super Family Circus?

Coup de pouce : Attention, on ne coupe pas les girafes en quatre. Pensez à retomber sur un nombre entier.

17 J'AI FAIM APRÈS L'ÉCOLE

4* 3* Après l'école, j'ai toujours très faim et je m'arrête à la boulangerie. Quand je prends 2 brioches et 1 croissant, cela me coûte 10 F. Quand je prends 1 brioche et 2 croissants, cela me coûte 11 F. Aujourd'hui, je n'ai pris exceptionnellement qu'une brioche et un croissant. Combien dois-je payer?

18 TEMPÊTE AU ROCHER DE LA VIERGE

4** 3** Cela se passait à Biarritz un jour de forte tempête. Nous étions allés voir sauter les vagues au rocher de la Vierge. On courait, on était douché, c'était très amusant. Il y avait heureusement un marchand ambulant qui vendait des parapluies, des chapeaux imperméables et des paquets de mouchoirs en papier pour les enrhumés.
Trois de ces paquets coûtaient autant qu'un chapeau, un parapluie autant de francs qu'il y avait de mouchoirs en papier dans 5 paquets, 2 parapluies autant que 5 chapeaux et un chapeau autant de francs que de mouchoirs en papier pour 16 francs...
Combien y avait-il alors de mouchoirs en papier dans chaque paquet?

19 MON x À MOI

4** 3* Le quart du cube du cinquième de x fait 54 fois le cent vingt cinquième de l'unité. Combien fait alors le tiers de la moitié de «mon x à moi»?

20 LES ROBES D'ANNE-SOPHIE

4*** 3*** Anne-Sophie a treize robes d'été, parmi celles-ci neuf sont à fleurs et cinq à bretelles.
De combien le nombre de ses robes d'été à fleurs et à bretelles diffère-t-il du nombre de ses robes d'été sans fleurs ni bretelles ?

Coup de pouce : Soit x le nombre des robes d'été à fleurs et à bretelles d'Anne-Sophie.

21 UNE MÉSAVENTURE DANS LA LISTE DE MARIAGE

4*** 3** Hugues et Marie-Hélène se marient. Ils ont déposé leur liste de mariage dans une excellente boutique. Lorsqu'ils vont chercher leurs cadeaux, ils découvrent que, par erreur, il a été offert 28 cuillers et 28 fourchettes en argent mais aucun des couteaux correspondants.
La vendeuse très aimable, tout en s'excusant, leur explique que pour la même somme, ils auraient pu avoir 112 tiers de couteaux. Marie-Hélène, désespérée, s'adresse alors à Hugues : « Qu'allons-nous devenir, mon chéri, si nous n'avons pas le même nombre de cuillers, de fourchettes et de couteaux ? »
Fort heureusement Hugues étant polytechnicien, trouve tout de suite le nombre de couverts complets que l'on peut avoir pour cette même somme. En feriez-vous autant ?

22 ET VIVE L'AN 2000!

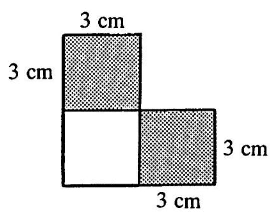
4** Voici les dernières prévisions démographiques pour l'an 2000.
3* Les Chinois et les Indiens seront ensemble 5 fois plus nombreux que les Européens, qui seront eux-mêmes 2 fois plus nombreux que les Brésiliens dont le nombre sera précisément égal à la différence entre celui des Chinois et celui des Indiens... Sachant que les Chinois sont plus nombreux que les Indiens, pouvez-vous dire quel sera le rapport entre le nombre des Chinois et celui des Indiens vers l'an 2000?

23 CHAMEAUX ET DROMADAIRES

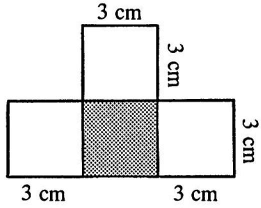
4* Grégoire a dessiné des chameaux et des dromadaires. Cela fait
3* 19 bosses et 52 pattes. Sur le dos de chaque chameau, Grégoire a dessiné un sheik arabe et sur chaque dromadaire, une fatma. De combien le nombre de sheiks arabes dépasse-t-il celui des fatmas?

24 ÉCHEC AU PUZZLE

3** J'ai trouvé 20 morceaux de carton comme ceci :



et 20 morceaux de carton comme cela :



Cela suffit-il pour recouvrir un échiquier dont chaque case mesure 9 cm^2, de la même façon qu'un puzzle?

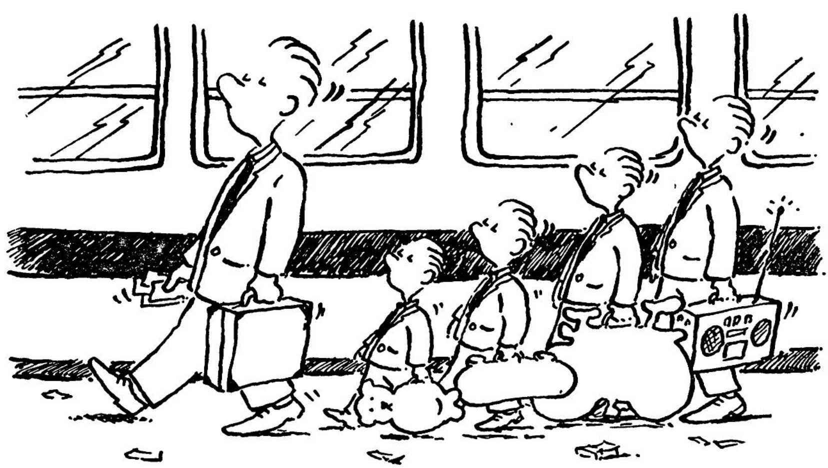
25 AU SALON DE THÉ

3** Élizabeth, Olivia et Florence se retrouvent tous les samedis après-midi au salon de thé.
Il y a 3 semaines, elles ont pris 2 mille-feuilles et 3 chocolats au lait. La serveuse leur a demandé 55 francs et 50 centimes.
Il y a 15 jours, elles ont commandé 3 mille-feuilles, un chocolat au lait et un thé. Le total n'avait pas changé.
La semaine dernière, elles ont payé 51 francs pour 3 thés et 2 mille-feuilles. Aujourd'hui, elles viennent de commander 3 mille-feuilles et 3 chocolats au lait. Combien paieront Élizabeth, Olivia et Florence ?

Coup de pouce : Faire un tableau.

26 CARTE FAMILLE NOMBREUSE

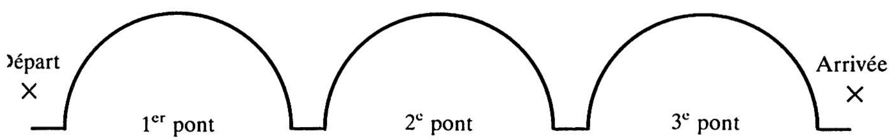
3** En 1981 j'avais trois enfants et, quand je prenais le train, seule, en première pour aller à la campagne, je bénéficiais de 30 % de réduction sur la totalité du billet. J'ai aujourd'hui 4 enfants et bénéficie donc de 40 % de réduction sur le billet de seconde, tandis que le supplément pour la première classe est devenu invariant pour tous. Résultat curieux : je paye exactement le même prix (en francs constants) qu'en 1981. Quel est donc le rapport entre le billet de seconde et le billet de première pour ceux qui ne bénéficient d'aucune réduction ?



2 SIMPLE LOGIQUE ET QUELQUES ASTUCES

SUIVRE LE FIL DE NOS IDÉES

Ce chapitre forme la base de votre raisonnement déductif.
Le point de départ, dans ce genre de jeux logiques, ne se trouve pas obligatoirement au début de l'énoncé.
Il est essentiel d'isoler des groupes d'idées. Puis, il faut déceler la phrase (ou l'idée) qui forme la liaison.
Imaginez la figure ci-dessous, chaque idée est un pont, c'est à vous de classer les ponts dans l'ordre.



1 DEAR BARBARA

4*** Barbara est de passage à Paris. Comme elle est Anglaise, elle
3*** ne parle pas le français et c'est à moi de parler anglais ou plutôt d'essayer car j'ai toujours eu avec cette langue les plus coriaces difficultés (tous mes professeurs peuvent en témoigner). Résultat, chaque fois que Dear Barbara ouvre la bouche, j'hésite entre deux sens possibles et c'est bien ennuyeux. Imaginez, pendant que nous dînons tous deux dans ma jolie petite cuisine, elle dit d'abord (le deuxième sens possible est indiqué entre parenthèses) :

— Je souffre de l'estomac (je suis très amoureuse de vous).

Puis elle dit :

— Ça sent mauvais dans la cuisine (je n'ai pas mal à l'estomac).

Elle dit enfin une plus longue phrase :

— Ça sent mauvais dans la cuisine et je ne suis pas amoureuse de vous (ça ne sent pas mauvais dans la cuisine mais j'ai très mal à l'estomac).

Mon Dieu, que dois-je faire? Ouvrir la fenêtre de la cuisine pour aérer malgré le froid, embrasser Barbara ou bien tout simplement lui offrir du bicarbonate de soude?

Coup de pouce : Partir de la troisième phrase.

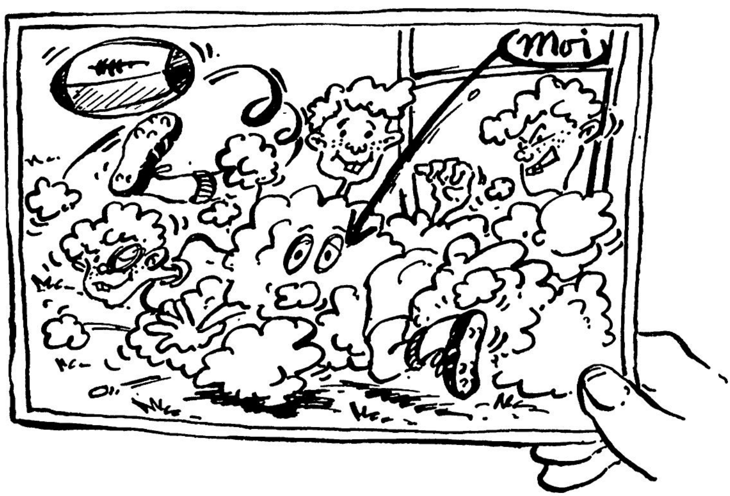
2 FRÈRES ET SŒURS

4** 3* Chacun de mes enfants a au moins 2 frères et au moins deux sœurs. Mais, si j'avais un enfant de moins, cela ne serait plus vrai. Combien ai-je d'enfants?

3 LOGIQUE À L'ANGLAISE

4*** 3** J'ai envoyé mon fils qui est en quatrième passer un mois en Angleterre, dans une famille où il y a trois garçons, Hugh, Mark et Timothy. Je lui ai demandé dans ma dernière lettre lequel était le benjamin; et voici ce qu'il m'a répondu malicieusement : «Hugh is 3 times as old as Mark will be when Timothy is as old as Hugh is now.»
Les casse-tête logiques à l'anglaise ne sont pas vraiment mon fort. Aidez-moi s'il vous plaît!

Coup de pouce : Faire un tableau, ce sera plus facile.



4 SKI DE FOND

4* Un skieur de fond hésite entre deux parcours de même
3* longueur. Le premier est intégralement plat, le second au contraire est moitié en montée, moitié en descente. Notre skieur sait qu'il est deux fois plus lent en montée qu'en plat, mais aussi deux fois plus rapide en descente qu'en plat. « Je mettrai donc, se dit-il, le même temps, que je choisisse un parcours ou l'autre. » A-t-il raison ?

5 TROIS AMÉRICAINES À PARIS

4*** Kathy, Nancy et Linda passent trois jours à Paris. Elles
3** viennent de Chicago et veulent tout voir. Voici les contenus des cartes postales qu'elles ont écrites à leurs parents respectifs à la fin de leur séjour.

Kathy : « Dear Parents, we visited the Tour Eiffel, the Arc de Triomphe and the Louvre but not the Sacré-Cœur. Love, Kathy. »

Nancy : « Dear Parents, we visited the Arc de Triomphe, but neither the Tour Eiffel nor the Musée d'Orsay. Love, Nancy. »

Linda : « Dear Parents, we visited the Tour Eiffel, the Sacré-Cœur, but neither the Arc de Triomphe nor the Musée Pompidou. Love, Linda. »

Kathy, Nancy et Linda ne se sont pas quittées pendant trois jours mais, fatiguées, chacune a fait une erreur involontaire dans sa carte postale. Qu'ont-elles réellement visité pendant leur séjour parisien ?

Coup de pouce : Faire un tableau.

6 LE DRESSING-ROOM DE PIERRE-ALEXANDRE

4* Pierre-Alexandre apprécie beaucoup son nouveau dressing-
3* room, bien que sans fenêtre. Dans un très grand tiroir se trouvent en vrac ses 8 paires de chaussures. Juste au-dessus, dans un tiroir plus petit, se trouvent en vrac 4 chaussettes noires, 6 grises et 3 bleues (chiffre impair pour cause de trou). Combien Pierre-Alexandre, les jours de panne d'électricité, doit-il attraper respectivement de chaussures et de chaussettes pour être sûr de chausser avec deux souliers symétriques ses pieds de la même couleur ?

7 BIARRITZ 1859 : UNE HISTOIRE ROYALE

4*** 3** Nous sommes en 1859 à Biarritz. Le casino Bellevue vient d'être terminé, sur la falaise qui fait face à la Villa Eugénie. Un grand bal est donné pour son inauguration. Lors de la première valse, seulement cinq couples dansent : la reine Christine des Deux-Siciles avec le roi Charles XV de Suède, la reine Stéphanie avec le mari de la reine Louise-Marie, le roi Léopold Ier de Belgique avec la reine du Portugal, la reine Lovisa avec le mari de la reine Stéphanie, le roi Pierre V du Portugal avec la reine de Suède, le roi Ferdinand II des Deux-Siciles avec la reine de Belgique... et l'empereur Napoléon III avec son épouse l'impératrice Eugénie.
Sauriez-vous déduire de tout cela les prénoms respectifs de chaque reine ici présente : celle du Portugal, celle de Suède, celle des Deux-Siciles et celle de Belgique?

Coup de pouce : Faire un schéma rassemblant toutes les informations couple par couple ou bien regarder un bon livre d'histoire du XIXe siècle.

8 UN PROBLÈME DE LEWIS CARROL

4** 3* L'auteur du célèbre *Alice au pays des merveilles* aimait à poser le problème suivant en quatre phrases :
« De deux choses l'une : ou bien le malfaiteur est venu en voiture, ou bien le témoin s'est trompé. Si le malfaiteur avait un complice, alors il est venu en voiture. Le malfaiteur n'avait pas de complice et n'avait pas la clé, ou bien le malfaiteur avait un complice et avait la clé. Le malfaiteur avait la clé. Que faut-il conclure de tout cela?

9 SJUKSKÖTERSKA (UNE VARIANTE DE DEAR BARBARA)

4** 3* Je suis infirmière. Dans le cadre des nouveaux échanges européens, on m'envoie faire un stage de six mois dans les hôpitaux suédois, où l'on me qualifie alors de « sjuksköterska ! » On me place à l'accueil d'un grand hôpital. Mais la langue suédoise n'est pas facile et chaque fois qu'on me parle, j'hésite en deux sens possibles. (Le deuxième sens est indiqué entre parenthèses).

Et voici un premier malade : Åke Björnsson.

«J'ai mal aux dents (j'ai mal aux pieds et à l'estomac). J'ai mal à l'estomac et pas aux pieds (j'ai mal aux dents et pas aux pieds). Je n'ai mal qu'à un seul endroit du corps (j'ai mal aux pieds).»
Aucun geste n'accompagne hélas ces affirmations.
Vers quels services dois-je aiguiller Åke Björnsson?

10 LES SEPT MAÎTRESSES DE DON JUAN

4*** Don Juan avait sept maîtresses, une pour chaque jour de la
3*** semaine. Il en avait quatre blondes, une rousse, les autres avaient des cheveux châtain. Trois d'entre elles étaient mariées, la rousse était divorcée, les autres étaient célibataires. Toutes étaient très jolies, toutes avaient mauvais caractère... Sauriez-vous nous dire de combien le nombre de blondes mariées différait-il du nombre de célibataires aux cheveux châtains?

Coup de pouce : Soit x le nombre de blondes mariées. Faire un tableau.

11 UN SOLDAT DANS LE KÉPI

4** Mes quatre petits-fils jouent aux soldats de plomb dans le
3** grand salon, au pied du tableau de mon grand-père à cheval. J'entends soudain un bruit étrange : l'un des quatre a maladroitement lancé une figurine de plomb au milieu du képi de mon grand-père, perçant ainsi la toile. Quelle catastrophe! Je me précipite pour punir le coupable.

— C'est Jean-Baptiste, dit Armand.
— Non, c'est Georges, dit Jean-Baptiste.
— En tout cas, ce n'est pas moi, dit Charles.
— Jean-Baptiste n'est qu'un menteur : il ose dire que c'est moi, dit enfin Georges.

Sachant que j'ai distribué onze corrections en tout (trois par mensonge et deux pour le geste maladroit lui-même), combien y en a-t-il eu pour chacun?

12 NE CASSEZ PAS VOS COLLIERS DE PERLES

4*** 3**

Nassyma a cassé ses deux colliers de perles. De celui en perles véritables, sept se sont détachées. De celui en fausses perles, une seule s'est détachée. Les huit perles sont identiques en apparence, la fausse est seulement un peu plus lourde que les autres.
Comment l'identifier en deux pesées avec une simple balance non graduée ?

13 CHEZ LES CANNIBALES

4*** 3**

Trois jeunes couples, las de passer des vacances passives dans les résidences secondaires de leurs parents respectifs, décidèrent d'aller visiter des contrées sauvages de l'Afrique. Malheureusement, ils furent enlevés par des cannibales qui, avant de les manger, les pesèrent. Le poids total des six touristes n'était pas un nombre entier tandis que celui des épouses était exactement de 171 kg. Léon pesait autant que sa femme, Victor une fois et demie de plus et Maurice deux fois plus. Georgette pesait 10 kg de plus que Simone, qui pesait elle-même 5 kg de moins qu'Élisabeth. Mais les calculs de poids traînaient un peu et, par miracle, cinq des six jeunes gens purent alors s'échapper. Seul le mari d'Élisabeth fut mangé. Combien pesait-il ?

14 AU VOLEUR

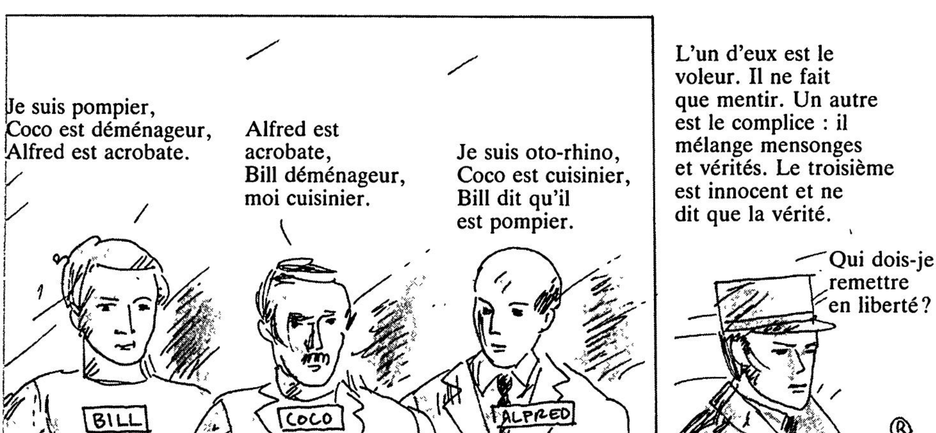
4** 3**

15 LA DÉVASTATION DES CAROLINES

4*** Dans sa terrible marche à la mer, en 1864, le général nordiste
3** William T. Sherman dévasta les Carolines après la Géorgie. Toutes les belles maisons du Sud furent saccagées. Dans 85 % d'entre elles, les pianos furent brisés, dans 80 % d'entre elles les armoires furent vidées (les soldats de l'Union aimaient à envoyer à leur femme les linges brodés des dames du Sud), dans 75 % les papiers furent brûlés et dans 70 % les tableaux furent lacérés.
3** Quel est alors le pourcentage minimal des maisons ainsi visitées par Sherman dont les pianos, les armoires, les papiers et les tableaux ont été saccagés ?

16 AMITIÉ CHÉRIE

4** «Au club, l'été dernier, c'était super. On formait une bande de
3** sept. Au début, on ne se connaissait pas du tout les uns les autres. N'empêche que c'était très sympa. Bien sûr, ils y en avaient certains dans la bande entre lesquels ça collait pas très bien. Mais quand même, chacun pouvait dire en rentrant qu'il s'était fait comme ça cinq nouveaux vrais amis. Et ça, c'est déjà vachement chouette.»
Sauriez-vous démontrer, d'après la lecture de ce texte, que l'amitié n'est pas toujours un sentiment réciproque ?



17 PARADOXE À LA COQUE

4*** Prenez un œuf à la coque. Sur l'un des côtés écrivez à l'encre
3*** de Chine : « Ce qui est écrit de l'autre côté est la vérité. »
Sur l'autre côté, toujours avec de l'encre de Chine écrivez : « Ce qui est écrit de l'autre côté est un mensonge. »

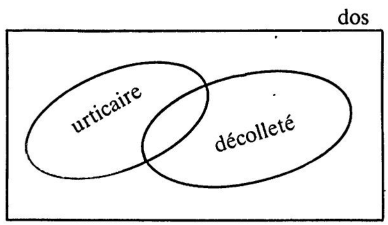
Coup de pouce : Mangez vite votre œuf, il refroidit.

18 LE DÉCOLLETÉ D'URSULE

4** Ursule a une belle robe d'été toute neuve avec des fleurs
3** blanches et vertes, une ceinture vernie en plastique vert, et un joli décolleté dans le dos. Malheureusement, cette région de son anatomie présente en ce moment une plaque d'urticaire dont le dizième apparaît, gâchant ainsi le cinquième du décolleté. Sachant qu'elle montre les deux tiers de la jolie partie de son dos, trouvez la proportion occupée par la plaque d'urticaire dans la partie cachée du dos d'Ursule.

Coup de pouce :

Voir diagramme :



19 DE L'HÉRÉDITÉ DES GOÛTS CULINAIRES

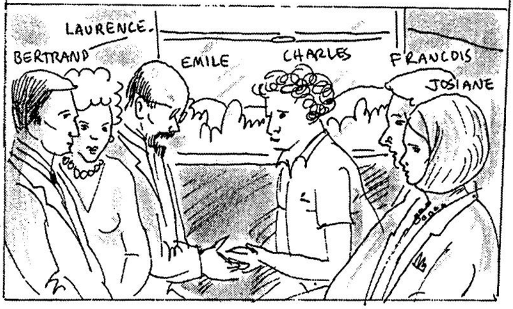
4** Maman aime manger de tout pourvu que cela ne soit ni
3* parfumé à l'ail, ni arrosé d'alcool. Quant à papa, il n'a horreur que des coquillages, des framboises, du fenouil et du lapin. Moi, je ne mange que ce qui plaît à la fois à mon père et à ma mère. Ma sœur aînée n'aime que ce qui plaît à un des deux exactement. Ma petite sœur ne se régale qu'avec ce que papa déteste. Mon grand frère ne mange que ce qui déplaît à la fois à nos deux parents. Mon petit frère aime ce qui plaît à papa et pas à maman. Quant à mon frère jumeau, ses goûts sont tout juste l'inverse de ceux de papa.
Aujourd'hui, c'est dimanche. Nous sommes tous les 8 réunis à la maison. Maman est à la cuisine. Elle veut préparer un repas qui plaise au plus grand nombre d'entre nous. Que va-elle-choisir ?

Coup de pouce : Faire un tableau.

20 DE PARIS À LYON

4**
3**

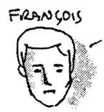
Six personnes, se trouvant dans un compartiment de première, engagent une conversation polie et se présentent :



Puis ils font des constatations générales que voici :

Je n'habite pas dans la région parisienne.

Moi non plus.



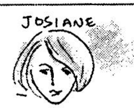
On ne trouve parmi nous que des médecins, des professeurs, et des ingénieurs.

Charles, François et moi avons chacun une profession différente.

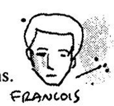
J'avais déjà rencontré François car j'ai la même profession que lui.

Je suis ingénieur.

Moi aussi.



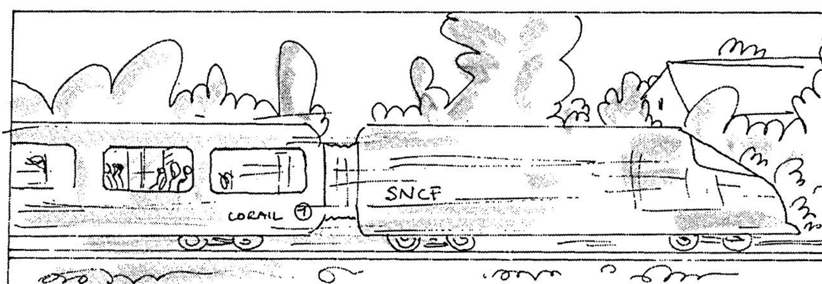
Parmi ceux d'entre nous qui habitent la même ville que moi, il y en a au moins un qui n'a pas la même profession que moi.



Il y a parmi nous autant de lyonnais que de médecins.

Il n'y a parmi nous que des parisiens et des lyonnais.

Mais aucun des médecins présents n'est lyonnais.



Quelle est la profession de chacun d'entre nous?

21 QUELLE FAMILLE!

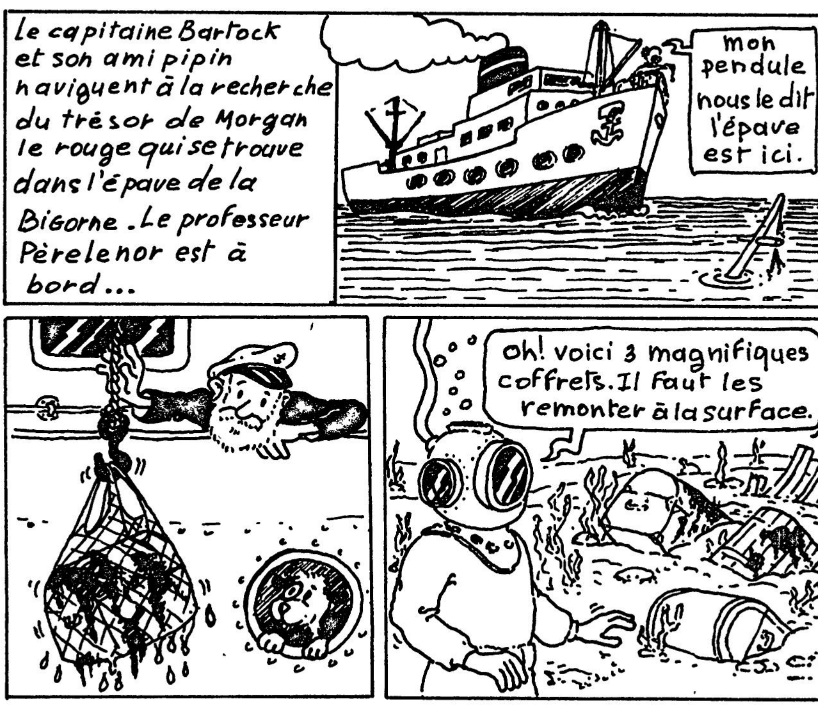
4* Toute la famille Labrûche part dans une grande voiture
3* familiale de sept places. Il y a une grande-mère et un grand-père, une belle-mère et un beau père, une belle fille, deux sœurs, deux filles, deux fils, un frère, deux pères et deux mères.
Comment diable ont-ils pu s'installer, sans même se serrer?

22 SAUT EN HAUTEUR

4* Georges a sauté 10 cm moins haut que Jérôme, André 20 cm
3* moins haut que Nicolas, Jérôme 50 cm moins haut que Sébastien, Nicolas 50 cm plus haut que Georges et Sébastien 30 cm plus haut qu'André.
Quel est alors le plus grand écart que l'on puisse trouver entre deux de leurs cinq sauts?

23 LE TRÉSOR DE RACKHAM LE ROUGE (VARIANTE)

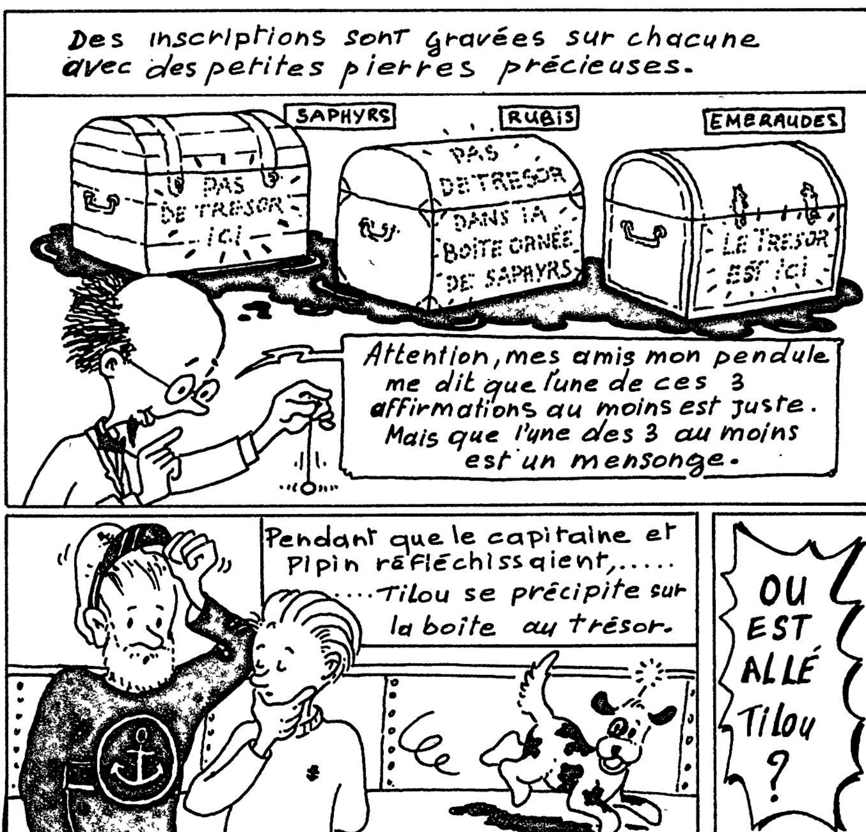
4**
3**



24 CONGÉS DE MATERNITÉ

4* Mme Dupont et Mme Durand sont toutes deux enseignantes à
3* l'université ; elles attendent toutes deux un troisième enfant et se préparent ainsi à prendre 6 mois de congé de maternité (2 mois avant la naissance et 4 mois après). Mais, alors que Mme Dupont a la « chance » que son congé de maternité soit totalement en dehors des dates de fermeture universitaire annuelle (25 juin au 25 septembre), Mme Durand a au contraire la « malchance » de voir son propre congé de maternité recouvrir totalement ces dates de fermeture. En supposant le nombre de naissances stables pendant toute l'année, que vous semble-t-il le plus fréquent, l'heureuse chance de Mme Dupont ou la triste malchance de Mme Durand ?

Coup de pouce : Faire le schéma des mois de l'année.



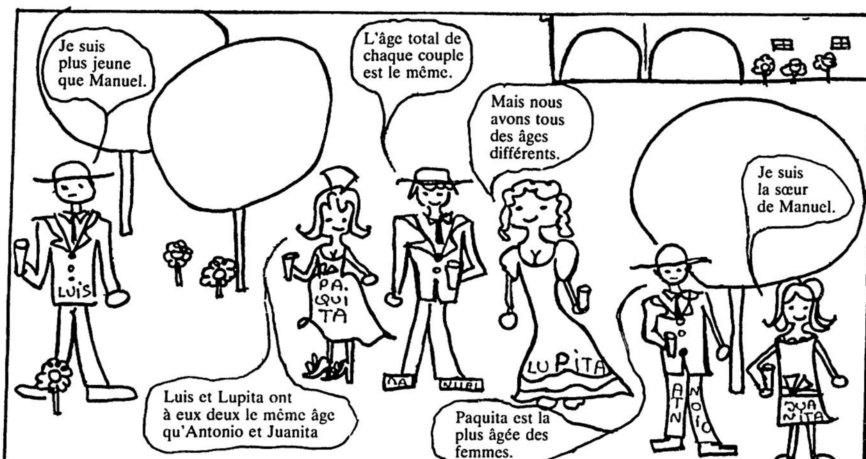
25 TRAVERSONS LA RIVIÈRE

4*
3*

Nous sommes trois adultes et trois enfants. Nous devons traverser la rivière avec une barque si petite que seul un adulte peut y prendre place, ou bien 2 enfants. Combien de passages de barque seront-ils nécessaires ?

26 SOIR D'ÉTÉ DANS UN JARDIN ANDALOU

4**
3**



Trois couples sont réunis autour de boissons glacées.

Qui est marié avec qui ?

3 LA MAGIE DES NOMBRES

L'HABITUDE ARITHMÉTIQUE

Le but de ce chapitre est de vous habituer aux nombres.
La calculatrice peut vous aider à faire rapidement les opérations, mais malheureusement elle ne peut pas (pour l'instant) réfléchir à votre place.
N'hésitez pas à lire la solution, puis à refaire les calculs vous-même.

1 LA MARELLE FINLANDAISE

4* «Yxi, kaksi, kolme, nălje, viisi, kuusi, setsinen, kahdeksan,
3* yhdeksăn» : voici, au cas où vous ne l'auriez pas deviné, comment on compte de 1 à 9 en finlandais. Il ne vous reste plus qu'à placer ces 9 jolis noms sur la marelle suivante afin d'obtenir la même somme sur chacune des 3 lignes, des 3 colonnes et des 2 diagonales :

Pour vous aider, sachez que cette somme commune fait tout simplement : «viisikymmentă».

2 ROLAND-GARROS

4* Pour les rencontres de Roland-Garros, la Fédération de tennis
3* a retenu 128 joueurs de simple masculin, 128 joueurs de double masculin, 128 joueuses de simple féminin, 128 joueuses de double féminin et 128 joueurs de double mixte.
Combien faudra-t-il d'arbitres en tout si chacun d'eux ne peut arbitrer que cinq matches au maximum?

3 CHARLES-ÉDOUARD, VOUS ÊTES UN COCHON!

4* «Charles-Édouard, vous êtes un cochon», me dit mon
3* institutrice privée. Vous avez fait des taches sur votre soustraction, des taches sur votre multiplication, des taches sur votre addition et des taches sur votre division. Vous avez un zéro. Je vous rends votre devoir. Le voici. Allez le montrer à Madame votre Mère.»

Charles-Édouard
Devoir d'arithmétique

$$\begin{array}{r} ■■■■25 \\ \times \quad 7 \\ \hline 7■■■■75 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 19■7 \\ + ■■91 \\ \hline ■087■ \end{array} \qquad \begin{array}{r} 9■ \\ - ■9 \\ \hline 9 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} ■9■ & 8 \\ \cline{2-2} ■■ & ■2■ \\ ■■ & \\ 0 & \end{array}$$

Quelle est celle de ces 4 opérations qui est nécessairement fausse?

4 NE SOYEZ PAS JALOUX

4** «Mon verre contient ... grammes de plus de nectar d'abricot
3** que le vôtre. Mais ne soyez pas jaloux. Je vais en verser dans le vôtre assez pour doubler la quantité que vous avez.

Puis, vous en verserez dans le mien assez pour doubler la quantité que j'aurai alors. Et enfin, j'en verserai à nouveau dans le vôtre assez pour doubler ce qu'il vous restera. Et vous verrez : nous pourrons alors boire, chacun, exactement 144 grammes de délicieux nectar d'abricot. »
Voulez-vous compléter la première phrase de ce texte ?

Coup de pouce : Considérer le problème à partir de la fin et faire un tableau.

5 LE MILLIONIÈME JEU MATHÉMATIQUE

4** 3* Alexandre n'avait qu'une seule passion au monde : les jeux mathématiques. Il s'y est consacré tous les jours de son existence, sauf les dimanches et le jour de Noël, depuis le jour de ses vingt ans. Il commençait à 9 heures du matin et finissait à 18 h 30, s'arrêtant 45 min pour déjeuner et 5 min pour un thé frugal. Il passait systématiquement 13 min sur chaque problème. Hélas, le millionième jeu mathématique était si difficile qu'il arriva à la fin de la treizième minute sans l'avoir résolu. Son chagrin fut si vif qu'il mourut aussitôt d'une crise cardiaque. Quel âge avait notre héros mathématicien lorsque ce fatidique millionième jeu mathématique mit un terme à une si belle vie ?

6 MOINS D'UNE MINUTE CHRONO

4* 3* Pouvez-vous, en moins de soixante secondes, calculer :

$(x-a)(x-b)(x-c)\ldots\ldots(x-z)$?

7 UNE ÉVIDENCE POUR LES SURDOUÉS

3*** Considérez le nombre entier suivant :

$N = 27\,195^8 - 10\,887^8 + 10\,152^8$.

Sachant que $a^n - b^n$ est un multiple de $a-b$, pouvez-vous dire si N est un multiple de 26 460 ou de 16 308 ?

Coup de pouce : Considérer $27\,195^8 - (10\,887^8 - 10\,152^8)$ puis $(27\,195^8 - 10\,887^8) + 10\,152^8$.

8 FAMILLE NOMBREUSE

4*** 3*** Monsieur X a six enfants. Quand il multiplie l'âge de chacun par la somme des âges des cinq autres, il obtient respectivement 264, 325, 549, 825, 901 et 1 000.
Quel âge avait l'aîné, Sébastien, à la naissance de son frère cadet, François-Christophe ?

9 L'ANNIVERSAIRE D'ONCLE RODOLPHE

4*** 3*** Chaque année, depuis son plus jeune âge, l'anniversaire d'oncle Rodolphe a été célébré par un gros gâteau avec des bougies : des bleues pour indiquer le chiffre des dizaines, des blanches pour celui des unités. Or, tout à l'heure, après son déjeuner d'anniversaire, oncle Rodolphe s'est tourné vers son arrière-petite-nièce Maud et lui a dit : « Toi qui n'as encore soufflé de toute ton existence que 28 bougies, songes que j'en ai déjà soufflé 882. »
Quel âge avait oncle Rodolphe à la naissance de Maud ?

Coup de pouce : Tableau de 0 à 99 ans (10×10). Décomposez. Additionnez. Et si ça ne va pas, lisez la solution.

10 INTERRO !

3* « Vous êtes en 3^e, nous dit notre professeur de mathématiques, vous avez quinze ans ; et moi, grâce au ciel, je serai dans huit ans à la retraite et n'aurai plus alors à enseigner les identités remarquables à des garnements comme vous !
Prenez une feuille et simplifiez l'expression :

$$X = \frac{15}{4}\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\left(1-\frac{1}{4^2}\right)\ldots\left(1-\frac{1}{14^2}\right)\left(1-\frac{1}{15^2}\right).$$

Attention : Le nombre de minutes que vous avez pour trouver le résultat est égal au résultat lui-même. »
Dans combien de minutes ces pauvres jeunes élèves devront-ils rendre leur interrogation de mathématiques ?

Coup de pouce : Utiliser l'expression $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$.

11 BIOLOGIE MARTIENNE

4***
3** Savez-vous combien les Martiens ont de bras, de jambes et d'yeux ? C'est très simple. Considérez pour les deux premiers nombres cherchés la somme puis le produit. Ajoutez-les. Vous obtiendrez 34. Faites-en autant pour les jambes et les yeux : vous obtiendrez 14.
Qu'en déduisez-vous ?

Coup de pouce : $(a+1)(b+1) = ab + a + b + 1$
et n'oubliez pas que les nombres de bras, de jambes et d'yeux sont des nombres entiers.

12 PETITE SALADE ET GRANDE ASTUCE

3** On remarque que $65^2 - 56^2 = 33^2$.
Comment trouver alors la racine carrée de $6\,565^2 - 5\,656^2$?

Coup de pouce :

$6\,565^2 = (6\,500 + 65)^2$ et $5\,656^2 = (5\,600 + 56)^2$
$6\,500^2 = 65^2 \times 10^4$
$5\,600^2 = 56^2 \times 10^4$.

13 FARENHEIT ET CELSIUS FONT LA PAIX

3** Anna considère toujours la température en degrés Celsius, et Sally en Farenheit. Aussi quand il commence à geler, Sally dit qu'il fait 32° et quand l'eau bout, que cela fait 212°. Mais aujourd'hui, Anna et Sally sont d'accord : la température extérieure s'exprime de même pour Sally et Anna. Combien fait-il donc ?

14 MESSAGE SECRET

4*
3* Vous allez découvrir un message secret en complétant les deux carrés ci-dessous, en décodant les lettres correspondantes puis en les disposant comme il faut. Vous connaîtrez alors le sujet qui obsède son auteur.

18	24		6	12
10	11		23	4
22	3	9	15	16
14		21	2	
	7		9	25

15	18		4	7
24	2	10		16
8	11		22	
17	25	3	6	14
		12		23

15 DE 1990 À 1991

4** Sauriez-vous, s'il vous plaît, simplifier l'expression :
3**

$$E = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 6} + \frac{1}{6 \cdot 7} \ldots + \ldots + \frac{1}{1990 \cdot 1991}.$$

Coup de pouce : Essayez d'écrire les termes d'une autre façon.

16 MATHUSALEM ÉTAIT MENTEUR

4*** Mathusalem a dit un jour : « Prenez quatre fois mon âge et
3*** vous obtiendrez le carré de l'âge de mon petit-fils préféré,

diminué de trois. » Sauriez-vous alors, cher(e) ami(e), expliquer le titre de ce problème ?

Coup de pouce : Un multiple de 4 augmenté de 3 ne peut être égal à un multiple de 4 augmenté de 1.

17 MANIPULATION ARITHMÉTIQUE

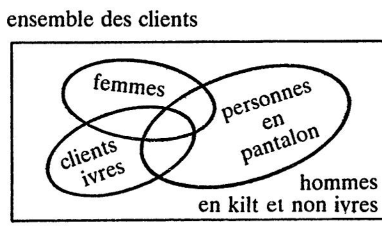
4*** 3** Je suis un nombre entier à 3 chiffres. Si vous échangez mes 2 chiffres les plus à droite, j'augmente de 36. Si vous échangez ceux de gauche, j'augmente de 270. Si vous me divisez par 9, serais-je encore un nombre entier ?

18 FRANCE-ÉCOSSE

4*** 3** Le match France-Écosse est terminé. Que d'émotions ! Il me faut une bière. Voici justement un café. Avant d'y entrer, j'observe sa clientèle. On y trouve 8 femmes, 82 personnes en état d'ébriété, 2 hommes en kilt n'ayant pas trop bu, 4 femmes en pantalons, 6 personnes ivres portant des pantalons, 77 hommes en kilt, 19 personnes en pantalons, et une femme ivre portant des pantalons. Combien cela fait-il de clients ?

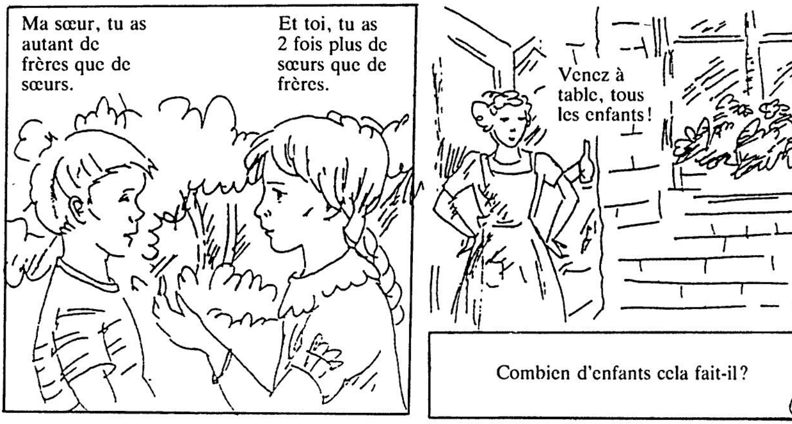
Coup de pouce :

Voir diagramme.



19 MON FRÈRE, MA SŒUR

4**
3*



20 CONTES DE FÉES AU CARRÉ

3*** Prenez l'âge qu'aurait Blanche-Neige aujourd'hui si elle vivait encore. Ajoutez-lui quatre fois son carré. Vous obtiendrez ainsi le carré de l'âge qu'aurait Barbe-Bleue s'il vivait toujours. Peut-on croire encore aux contes de fées ?

Coup de pouce : L'âge de Barbe-Bleue est-il un nombre entier ?

21 UNE ANOMALIE AU STADE DE FOOT

4** 3** Voici notre nouveau stade de football. Les tribunes est et nord contiennent ensemble 11 000 spectateurs, les tribunes nord et ouest 8 000, les tribunes ouest et les gradins numérotés 13 000, les gradins numérotés et la tribune sud 5 000, les tribunes sud et est 7 000. Ce stade comporte hélas une anomalie. Trouvez-la...

22 QUATRE PETITS GOURMANDS

3** Caroline, Paul, Florence et Béatrice s'arrêtent à la boulangerie en sortant de l'école. On y trouve 4 chewing-gums pour 1 franc, des coquillages à sucer pour 4 francs pièce et 2 bonbons acidulés pour 1 franc. Ils mettent leurs économies

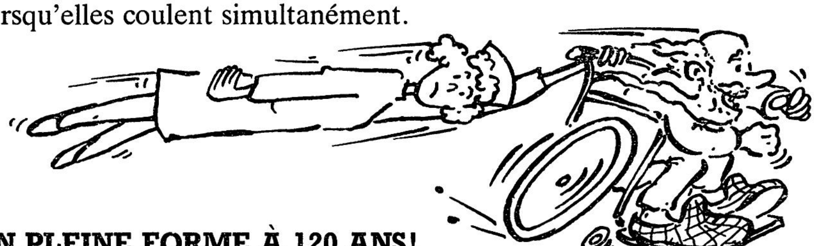
en commun : cela fait 80 francs. Ils dépensent tout et de telle façon que chacun des 4 se trouve en fin de compte avec le même paquet de 20 gourmandises.
Qu'y a-t-il dans chaque paquet?

23 SEPTENNATS EN SYLDAVIE

3*** La république de Syldavie existe depuis plus de 100 ans, maïs depuis moins de 1000 ans tout de même. Le président de la République y change tous les 7 ans et jamais aucun septennat n'y fut interrompu. Considérez bien l'âge de cette république : si vous ajoutez au double du nombre des dizaines le triple de celui des unités, puis que vous lui retirez le nombre des centaines, vous obtenez 17, c'est-à-dire le nombre de millions d'habitants de la république syldave.
Sauriez-vous en déduire, cher lecteur, si, cette année, il y aura oui ou non un changement de président de la République en Syldavie?

24 LE BASSIN DES QUATRE FONTAINES

4** Quatre fontaines alimentent un bassin. La première le remplit
3* à elle seule en 1 jour, la deuxième en 2, la troisième en 3 et la quatrième en 4. Lorsqu'il cesse d'être alimenté, le bassin s'évapore complètement en 20 jours. On demande combien de temps il faut aux quatre fontaines pour remplir le bassin lorsqu'elles coulent simultanément.



25 EN PLEINE FORME À 120 ANS!

4* Dans notre pays, on vit toujours très vieux et chacun a
3* 4 enfants peu avant l'âge de 30 ans. Je suis moi-même en pleine forme et m'apprête à fêter mon cent vingtième anniversaire. Pour cette occasion, je compte inviter tous mes descendants directs (sans les conjoints) et personne d'autre : je tiens à conserver un caractère intime à cet événement. J'ai réservé cependant un salon pour 300 personnes.
J'ai vu large, n'est-ce pas?

26 AU BOULOT TOUS LES TROIS

4**
3*

27 NOMBRES IMPAIRS

4* Trouvez trois nombres impairs consécutifs dont la somme est
3* égale à 63.

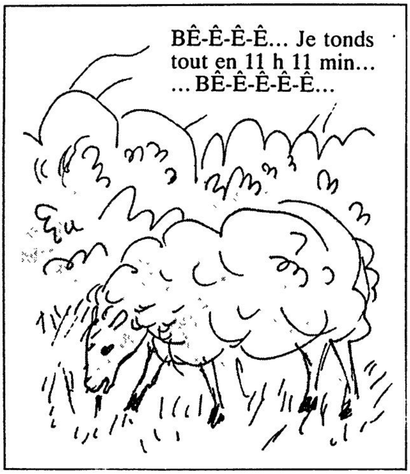
Coup de pouce : Un nombre impair peut s'écrire sous la forme $2n+1$, n étant un nombre entier.

28 BICENTENAIRE BORDELAIS

4** Ajoutez tous les numéros des années de 1789 à 1989 et vous
3* obtiendrez le nombre des habitants de la ville de Bordeaux, c'est-à-dire...

29 LES POISSONS ROUGES

4** Combien y a-t-il de poissons rouges dans le bassin du parc du
3* collège ? Je voulais le savoir. C'est ainsi qu'un soir, j'attrapai discrètement avec un filet 12 poissons rouges que je marquai d'un point vert. Le lendemain, je revins à la même heure, et j'attrapai encore des poissons rouges avec mon filet. Cette fois-ci, j'en avais 11, dont 4 avaient un point vert. J'en déduisis aisément le nombre approximatif de poissons rouges que l'on pouvait trouver dans le bassin du parc du collège. En feriez-vous autant ?



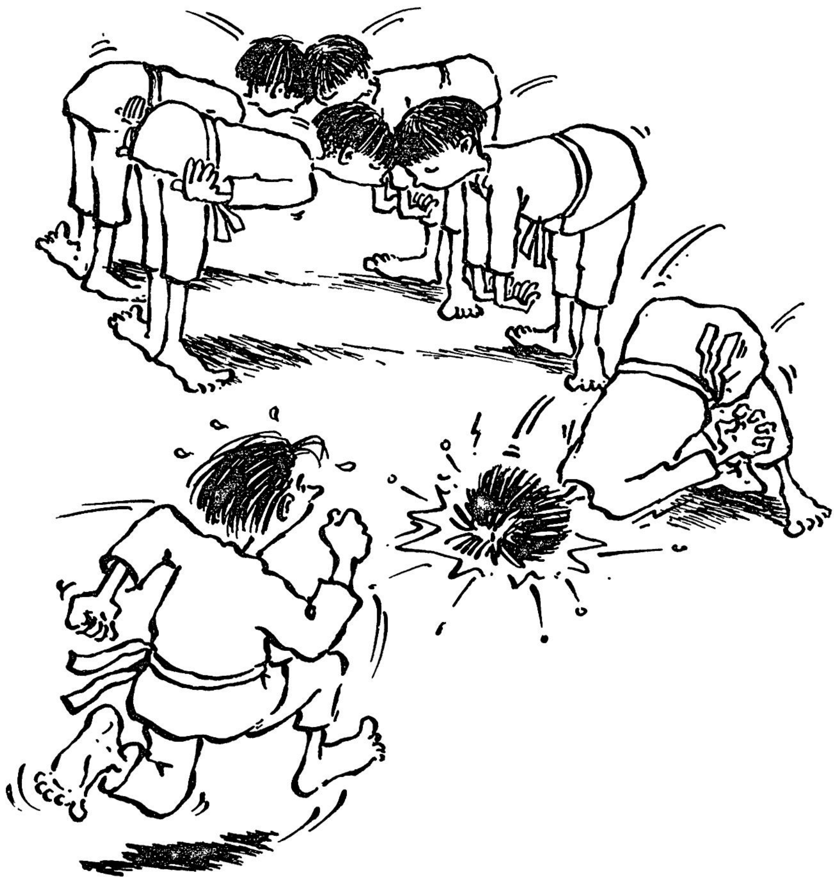
30 Y A-T-IL DES FEMMES DANS L'AVION ?

3** Un airbus A-320 est équipé de 100 places de première classe et 200 de classe touriste. On constate que, parmi les passagers, 10 hommes sur 21 et 2 femmes sur 10 optent pour la première classe. Pour le vol présent, l'avion est plein aux sept huitièmes en classe touriste et aux quatre cinquièmes en première classe. Sauriez-vous déduire de ces informations, équipage mis à part, le nombre de femmes présentes dans l'avion ?

31 AU KARATÉ

3*** « J'ai deux enfants », me dit Tri, mon professeur de karaté, qui adorait l'arithmétique. « Khê est l'aîné et Viêt le plus petit. Multipliez la somme de leurs âges par la différence des carrés de ces mêmes âges. Enlevez alors le produit de leurs âges par la différence de ces mêmes âges, et vous obtiendrez tout simplement mon propre âge : 37 ans. »
Sauriez-vous déduire de ce charabia arithmético-vietnamien, l'âge qu'avait Tri, mon professeur de karaté lors de la naissance de Khê, l'aîné.

Coup de pouce : N'oubliez pas que 37 est un nombre premier.



32 LA GRIPPE ASIATIQUE

4** Je suis revenu d'Asie il y a un mois avec la grippe asiatique.
3* C'est un virus vraiment très bizarre. Tout d'abord, il vous cloue au lit pendant 6 jours. Le 7e jour, vous vous sentez guéri, vous sortez et passez aussitôt le virus aux 7 premières personnes que vous pouvez rencontrer et c'est fini pour vous : vous êtes alors en pleine forme. Mais avec un tel système, je viens de calculer que mon voyage en Asie a déjà provoqué 400 grippes ! De grands savants ont expliqué que ce virus très très bizarre s'arrêtera de sévir en France dès qu'il aura atteint 137 257 Français.

Selon ces informations, sauriez-vous dire dans combien de semaines sera terminée l'épidémie de grippe asiatique ?

4 TEMPS ET DISTANCE

ET SURTOUT NE PAS PERDRE DE TEMPS

Pour ces problèmes de temps et distance, nous vous conseillons de faire très attention à l'unité de temps, surtout dans l'expression de la vitesse, et de retenir la formule passe-partout : $D = v \times t$.
D : distance, v : vitesse, t : temps. Pensez à la cohérence des unités utilisées dans les trois expressions D, v et t. Par exemple, si la vitesse est exprimée en km/min, alors la distance est en km et le temps en min.
La formule précédente peut aussi être utilisée sous la forme :

$v = \frac{D}{t}$ ou $t = \frac{D}{v}$.

1 JUMEAUX À VÉLO

4** Chaque matin, Antoine et Guillaume prennent leur bicyclette
3** pour se rendre au lycée. Guillaume met 15 min ; Antoine, qui pédale moins fort, en met 20. Aussi ce dernier part-il toujours 4 min avant son frère jumeau.
Combien de minutes Antoine devra-t-il encore pédaler après avoir été doublé par Guillaume ?

2 RENDEZ-VOUS SOUS LE SAULE PLEUREUR

4** À trois heures de l'après-midi, Valentine quitta sa maison en
3** voiture (à 45 km/h). À trois heures et quart, Augustin quitta la sienne (à 60 km/h). Tous deux se rendirent à leur rendez-vous secret sous un saule pleureur situé à mi-chemin entre leurs domiciles. Ils y arrivèrent en même temps : c'était précisément l'heure à laquelle ils s'étaient donné rendez-vous, c'est-à-dire... ?

3 CANOTAGE

4*** Jeannot met 2 h pour descendre la rivière et 3 h pour faire le
3** trajet de retour en ramant à la même allure. Combien de temps aurait-il mis pour couvrir la même distance totale, toujours à la même allure, mais sur un lac?

Coup de pouce : Faire intervenir la vitesse du courant de la rivière.

4 BICYCLETTES SUÉDOISES

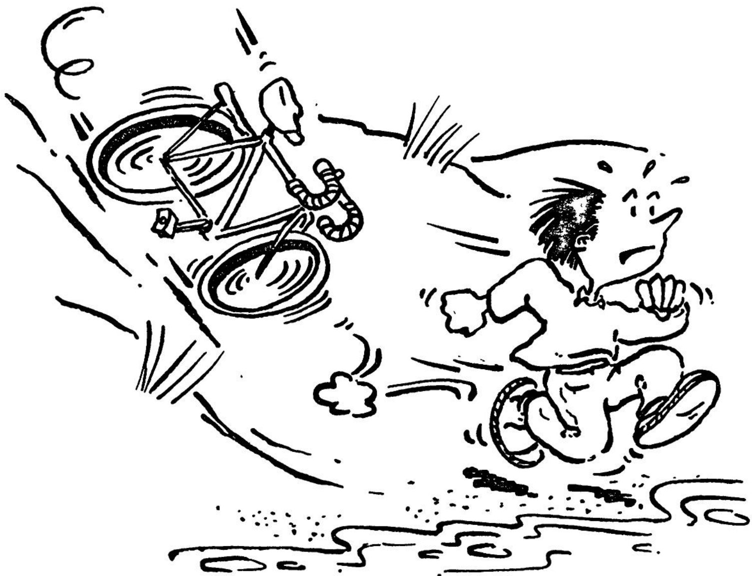
4** À 8 h du matin, Ann-Kristin part à bicyclette de Lilleby pour
3** se rendre à Storeby. Elle emporte des petits gâteaux pour le cas où elle rencontrerait Hans-Olov. À 8 h et quart Hans-Olov part de Storeby pour se rendre à Lilleby à bicyclette également. Il a préparé du café dans une bouteille Thermos pour le cas où il rencontrerait Ann-Kristin. Ils se croisent effectivement et s'arrêtent alors un petit moment dans la forêt de sapins environnante pour prendre le café et les petits gâteaux («kaffe med dopp» en suédois). Puis ils repartent chacun de leur côté et arrivent tous deux à 9 heures à leur destination respective.

4** Sachant que Hans-Olov va une fois et demie plus vite qu'Ann-
3** Kristin, combien de temps se sont-ils arrêtés dans la forêt pour prendre leur «kaffe med doop»?

5 MA FEMME EN 2 CV, MOI PAS...

4*** Quand je quitte le village A avec ma grosse voiture en
3*** direction du village B (qui est plus au sud), et que ma femme quitte en même temps B avec sa 2 CV en direction de A, nous nous croisons au bout d'une demi-heure. Quand nous partons tous les deux vers le sud, moi de A et elle de B, il me faut deux heures pour la doubler. Si j'avais alors diminué ma vitesse moyenne d'un dizième pendant que ma femme avait augmenté la sienne d'un sixième, je l'aurais doublée au bout de x heures. Pouvez-vous trouver x?

Coup de pouce : Exprimer la distance de A à B de trois façons différentes.



6 ROUE AVANT ET ROUE ARRIÈRE

4*** La roue avant de ma bicyclette a 60 cm de diamètre et la roue
3*** arrière 70 cm (c'est curieux, n'est-ce-pas ?). Quand je vais de chez moi à la plage, la roue avant tourne 758 fois de plus que la roue arrière. À combien de kilomètres de la plage se trouve ma maison ?

Coup de pouce : Soit k le nombre de tours effectués par la roue avant.

7 MES SUPER-VACANCES

4** Je quitte Paris en train rapide pour Dax où je retrouve ma
3* meilleure amie Stéphanie. Puis je prends un express pour Montpellier où m'attend ma cousine Isabelle. Avec sa voiture, nous longeons la côte, très encombrée en ce début d'été, et nous arrivons à Perpignan où nous faisons une visite à notre vieil oncle Paul. Quelques jours plus tard, nous reprenons la voiture pour nous rendre à Barcelone par l'autoroute et y visiter la Sagrada Familia. Le lendemain, je prends l'avion pour Strasbourg, où ma tante Simone m'invite à déjeuner dans un délicieux restaurant ; et c'est donc avec elle, en voiture, à mes risques et périls, que je regagne Paris en rencontrant, hélas, de terribles embouteillages.

Pour aller de Paris à Dax, j'ai mis curieusement autant d'heures qu'il y a de centaines de kilomètres entre Strasbourg et Paris, et pour chacun des cinq autres trajets successifs, autant d'heures qu'il y avait de centaines de kilomètres dans le trajet précédent. Sauriez-vous en déduire, chers amis, quelle a été ma vitesse moyenne pour l'ensemble de ces six trajets?

8 LA VISITE À TANTE BERTHE

4*
3*

Ma cousine Mélanie met trois quarts d'heure pour aller voir notre vieille tante Berthe en maison de retraite. Pour les deux premiers tiers du trajet, il y a une autoroute et elle roule à 100 km/h de moyenne. Pour le dernier tiers, c'est une petite route et elle ne peut faire que 50 km/h en moyenne.
À combien de kilomètres de la maison de Mélanie habite tante Berthe?

9 ESCALIER ROULANT

4***
3***

Quand je monte l'escalier roulant à la vitesse ordinaire, je mets le pied sur 18 marches. Quand je double ma vitesse, je mets le pied sur 24 marches sans en sauter aucune. Sur combien de marches me faut-il alors mettre le pied quand l'escalier roulant est en panne?

Coup de pouce : Soit x le nombre de marches inconnu, V la vitesse de l'escalator (en nombre de marches par minute), v ma propre vitesse ordinaire.

10 UN RETOUR BIEN PARISIEN

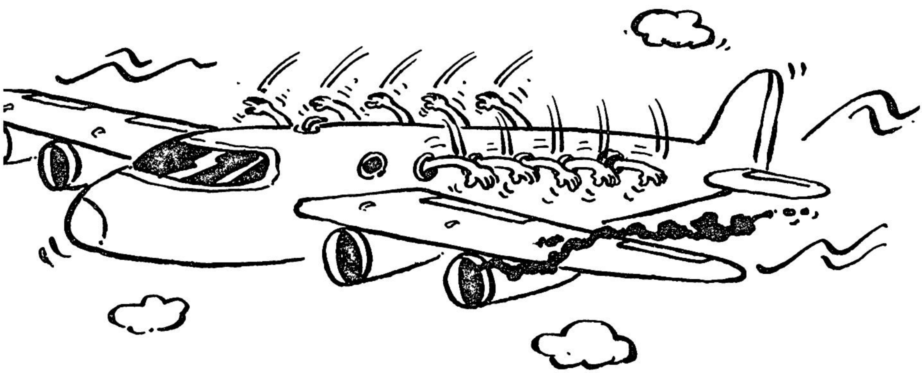
4***
3***

Par la route nationale, papa rentre à Paris à 80 km/h de moyenne. Il peut aussi emprunter l'autoroute, qu'il rejoint par une route départementale sur laquelle il fait du 60 km/h. Son trajet total est ainsi augmenté de 20 %, mais il gagne 10 % de temps. La vitesse limite sur cette portion d'autoroute est de 110 km/h. Est-il alors en infraction, sachant qu'il a roulé 5 fois plus longtemps sur l'autoroute que sur la départementale?

Coup de pouce : Soit n la distance sur la nationale, d la distance sur la départementale, a la distance sur autoroute, x la vitesse sur autoroute.

11 PATTY ET SALLY AU PAYS BASQUE

4** 3* Patty et Sally passent leurs vacances au Pays Basque, logeant respectivement à Bayonne et à Hendaye. Par un beau matin du mois d'août, elles décident d'emprunter la nouvelle voie cyclable qui relie les deux villes, et de pique-niquer à mi-chemin. Pour cela, Patty quitte Bayonne à 11 h 05, à 16 km/h, tandis que Sally a quitté Hendaye à 10 h 40 à 12 km/h. Elles arrivent ensemble au lieu prévu pour le pique-nique. Quelle est la longueur de la voie cyclable Bayonne-Hendaye ?



12 QUADRIMOTEUR EN PANNE

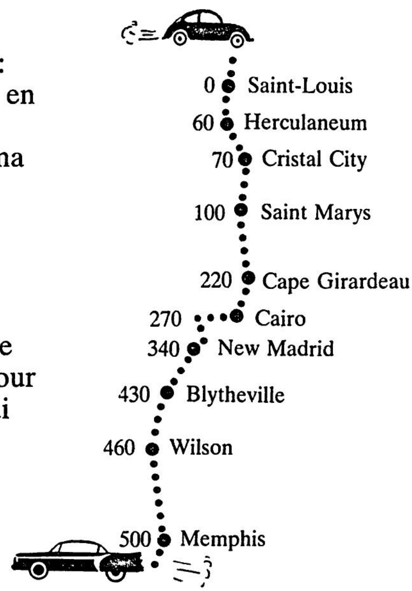
4*** 3*** Vingt-quatre minutes après le décollage à Roissy de son quadrimoteur, le pilote fait passer à la radio le message suivant : « Un moteur en panne. Vitesse réduite d'un quart. Tentons réparation provisoire pouvant tenir 240 km. Si réussissons, prévoir 24 min de retard, sinon 32. Transmettre message préfecture d'arrivée. Merci. »
De quelle préfecture française s'agit-il ?

13 757 GAG 77

4** 3* La voiture immatriculée « 757 GAG 77 » quitte la ville X à 8 h 03 et se dirige vers la ville Y à 80 km/h par l'autoroute. À 8 h 18, la voiture immatriculée « 575 GAG 75 » quitte la ville Y et se dirige vers X à 120 km/h. Les deux voitures se croisent sans s'arrêter à 8 h 30.
Quelle est celle des deux qui arrive la première à sa destination ?

14 EN DESCENDANT LE MISSISSIPPI

4** 3** Je quitte Saint-Louis avec ma petite voiture (consommation : 7,35 litres aux 100 kilomètres) en direction du sud, le long du Mississippi. Je m'arrête dans ma propriété pour changer de véhicule et c'est avec ma décapotable, qui peut rouler 16 miles par gallon, que je termine le trajet jusqu'à Memphis. Je constate alors que j'ai consommé 17,48 gallons pour effectuer les 500 kilomètres qui séparent Saint-Louis de Memphis.
Où se trouve ma propriété ?

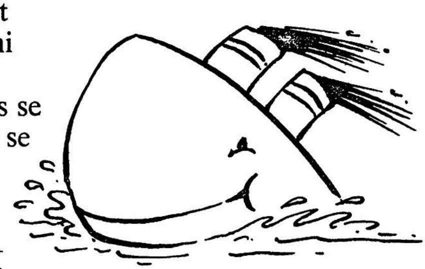


15 BOLUMBO - KOTUMBA

4*** 3** Chaque jour, à midi, un Dakota quitte l'aéroport de Bolumbo pour celui de Kotumba. Chaque jour, à midi, un autre Dakota quitte l'aéroport de Kotumba pour celui de Bolumbo. Comme la météorologie locale est très calme et qu'il n'y a pas de vent, les deux avions se croisent à mi-distance entre Kotumba et Bolumbo.
On prévoit maintenant de remplacer un des deux Dakota par un DC 4, qui vole une fois et demie plus vite. En décollant toujours à midi, l'avion de Kotumba et celui de Bolumbo se croiseront à 70 km du lieu où ils se croisent aujourd'hui.
Pouvez-vous nous dire la distance entre Bolumbo et Kotumba ?

16 LES DEUX BALEINES

4*** 3** Deux baleines nageaient tranquillement en ligne droite à 6 km/h, en plein océan Antarctique. L'une d'elles eut soudain envie d'aller plus vite. Elle partit ainsi à 10 km/h, sans changer de direction. Puis elle fit demi-tour brusquement et revint auprès de son amie qui n'avait modifié pendant ce temps-là ni sa vitesse ni sa direction. Sachant que nos deux baleines se sont quittées à 9 h et quart et se sont retrouvées à 10 h, quelle heure était-il lorsque la plus rapide a fait son demi-tour?



Coup de pouce : Faire un schéma avec les mouvements des baleines.

17 EN BRETAGNE

3** Je vais toujours chez ma grand-mère à bicyclette. Le vent souffle chaque fois avec la même force. Quand il est avec moi, je mets 5 min et 48 s. Quand il est contre moi, je mets 8 min et 12 s. Combien de temps me faudrait-il si, par un hasard extraordinaire, il n'y avait pas de vent?

18 LES JOIES DU PÉRIPHÉRIQUE

4** 3* Chaque jour, Marguerite prend sa voiture pour se rendre à son bureau, en région parisienne. Elle fait la première moitié du trajet sur le périphérique à 40 km/h de moyenne, et la seconde moitié sur une autoroute à 95 km/h de moyenne. Un beau jour, la circulation est particulièrement dense sur le périphérique et sa moyenne descend à 23 km/h. «Très bien, se dit Marguerite, je rattraperai cette chute de 17 km/h en augmentant ma vitesse sur autoroute de 17 km/h, c'est-à-dire en roulant à 112 km/h.»
Que pensez-vous de Marguerite?

19 AEROLINEAS ARGENTINAS

4*** 3*** L'aéroport international de Buenos-Aires (Ezeiza) se trouve à 40 km du centre-ville. Toutes les 10 min, un autobus quitte ce centre-ville et se rend à Ezeiza, par l'autoroute, à 80 km/h. Quand je suis arrivé moi-même à cet aéroport par avion en provenance de Rio de Janeiro, mon chauffeur m'attendait et c'est à 120 km/h que nous avons rejoint mon bureau au milieu de Buenos Aires. Combien d'autobus avons-nous ainsi croisés?

5 PAS DE VALSE POUR ELEPHANTS AUTOUR D'UNE PENDULE

ICI, ON TOURNE

Nombreux sont les jeux mathématiques qui traitent des horloges. La marche de leurs aiguilles nous réserve en effet bien des mystères. Et, en attendant l'invention de la machine à voyager à travers le temps, voici une sélection de quelques jeux.
Nous commencerons par un attendrissant « Coucou, grand-père », pour terminer avec un « pas de valse pour éléphants » sur lequel il est permis aussi de s'attendrir.

1 COUCOU GRAND-PÈRE

4** « Quand j'emmène ma petite-fille Béatrice au jardin public,
3* nous nous arrêtons toujours au manège. Elle choisit toujours le petit cochon rose, et fait sur son dos un tour complet toutes les 20 s. Pendant ce temps, je marche à contresens à la vitesse d'un tour par minute autour du manège. Chaque fois qu'elle me croise, elle crie de toutes ses forces « Coucou grand-père », ce qui lui prend 2 s, et je me sens alors plus fier que si j'étais admis à l'Académie française ! »
On demande le nombre de secondes à attendre entre deux « Coucou grand-père » successifs.

2 DE MIDI À MINUIT

4** 3** Si vous enlevez au temps à passer jusqu'à minuit le temps passé depuis midi, vous obtiendrez l'heure indiquée sur votre montre. Combien d'heures vous reste-t-il alors avant que la petite aiguille arrive à 12, et qu'il soit à nouveau midi ou minuit?

3 MON FRÈRE, MA SŒUR ET MOI

4** 3* J'habite Paris et j'ai horreur de tout voyage. Mon frère, au contraire, est capitaine au long cours et navigue en permanence sur toutes les mers du monde. Quant à ma sœur, elle est hôtesse de l'air et vole de jour et de nuit en n'importe quel point du globe. Je les suis tous les deux en pensée et ne puis m'endormir tranquillement que lorsque nous sommes tous trois sur une même demi-sphère du globe terrestre.
Quel est donc le pourcentage de nuits où j'ai du mal à m'endormir?

4 L'ASTRONOMIE SELON CHRISTOPHUS-EUSEBIUS DUPONT

4** 3* Je fais une thèse d'astronomie. J'ai découvert deux nouveaux satellites de la planète Pluton. Je les ai appelés comme moi, chacun portant l'un de mes deux prénoms. C'est ainsi que Christophus tourne autour de l'équateur de Pluton en 24 h, et Eusebius en 18 h. Ils vont en sens contraire et se croisent donc toutes les 6 h puisque $24-18=6$.
Vous êtes bien d'accord avec moi, n'est-ce pas?
Car Christophus-Eusebius Dupont ne se trompe jamais.

5 NOCES DE QUOI?

4** 3** «Quand je me suis marié, ma seule richesse consistait en une très vieille et très belle horloge, qui avançait hélas d'une seconde toutes les 5 h. Ma femme ne possédait également, comme unique bien, qu'une horloge tout aussi respectable que la mienne, mais qui avançait de 3 s toutes les 10 h. Le jour de notre mariage, nous les avons mises toutes deux à l'heure. Puis, nous les avons régulièrement remontées sans jamais les remettre à l'heure.

Or, aujourd'hui pour la première fois, elles indiquent à nouveau simultanément l'heure exacte. J'ai décidé de les faire enfin réparer. Ce sera la surprise que je ferai à ma femme en l'honneur de nos noces de ... »
S'agit-il, cher lecteur, des noces de laine, de bronze, d'argent, d'or ou de platine?

6 PENDULE, MA PENDULE

4*
3*
Pendule, ma pendule, il est six heures et demie du soir. Quel est donc l'angle que forment tes aiguilles?

7 PLATE-FORME PÉTROLIÈRE

4*
3*
Pour aller de l'aéroport norvégien de Stavanger à la plate-forme pétrolière de Frigg, je pris un hélicoptère. Je fis 100 km vers l'ouest, puis 100 km vers le sud.
Au retour, je fis 100 km vers l'est, puis 100 km vers le nord. Comment s'est passé l'atterrissage?

8 RAJEUNISSEMENT MIRACLE

4**
3**
Si vous voyagez d'ouest en est, vous gagnez un jour chaque fois que vous traversez la ligne de changement de date au milieu du Pacifique. Si vous y arrivez ainsi à 10 heures du matin du mardi, il sera ensuite 10 heures du matin du lundi. Vous aurez envie de repasser cette ligne d'ouest en est une autre fois. Mais comme il faut actuellement près de 24 heures en avion pour faire le tour du monde, vous ne gagnerez rien du tout. Si, en revanche, un super-Concorde avec une autonomie de vol beaucoup plus grande est mis à la disposition des voyageurs, il ne faudra plus que 12 heures peut-être pour réaliser ce tour complet. En 24 heures, vous pourrez ainsi avoir deux changements de date! Il n'y a plus alors qu'à utiliser ce système génial pour rajeunir, en tournant sans arrêt vers l'est avec un super-Concorde.
De combien peut-on ainsi rajeunir en 10 jours?

9 LA PETITE ÎLE

4**
3*
Pour faire le tour de la petite île, Sophie met une demi-heure avec sa barque et Nicolas cinq minutes avec son bateau à

moteur. Il vient ainsi de la dépasser. Dans combien de temps la dépassera-t-il de nouveau?

10 LILLIROCK ET METEORKLASSIK

4*** 3** On lance simultanément deux satellites musicaux depuis une base située sur l'équateur. Lillirock met 30 h pour faire le tour de la Terre en survolant chaque fois les deux pôles et en émettant sans arrêt du rock'n roll. Meteorklassik survole l'équateur en 42 h, et n'émet que de la musique classique. Quand ils se croisent au-dessus d'un point précis de la Terre, Elvis Presley et Jean-Sébastien Bach se transforment en d'effroyables parasites qui assourdissent toute la zone environnante.
Ce triste phénomène a donc lieu toutes les ... heures.
À vous de compléter, chers amis, le nombre manquant.

11 PAS DE VALSE POUR ÉLÉPHANTS

4*** 3*** Deux éléphants entrent sur la piste du cirque, l'empruntant, l'un sur la droite, l'autre sur la gauche. Quand les éléphants se croisent, ils simulent un pas de valse d'une durée de 12 s et continuent leur trajet.
Le cornac veille à l'entrée de la piste, car, pour l'harmonie du spectacle, les éléphants doivent sortir ensemble, c'est-à-dire après une pirouette effectuée devant l'entrée de l'arène.
Sachant que, pris indépendamment, les animaux font le tour de piste, l'un en 40 s, l'autre en 60 s, le chef d'orchestre nous demande de calculer la durée minimale du morceau de musique qui accompagnera ce fameux numéro...

6 TRIANGLE ET CERCLE EN BONNE COMPAGNIE

LE RETOUR DE LA GÉOMÉTRIE

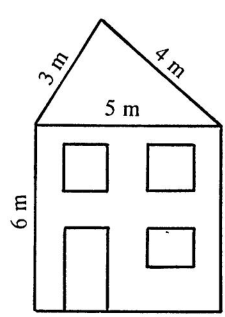
Après des errements — sort jeté par des Dieux courroucés — qui ont duré des générations, les mathématiques (françaises) sont revenues au pays de la raison.
La géométrie reprend une place importante, celle qui lui revient de droit.
Avec ce chapitre, découvrez les secrets du triangle et du cercle.

1 4 PETITS TRIANGLES

4* 3* Il était une fois 4 petits triangles très orgueilleux. Tous se vantaient d'être des triangles rectangles. Les côtés du premier mesuraient respectivement 3, 4 et 5 cm ; ceux du second 7, 8 et 10 ; ceux du troisième 6, 7 et 9, et ceux du quatrième 6, 8 et 10 cm.
Quels étaient ceux qui disaient ainsi la vérité ?

2 MAISON BASQUE

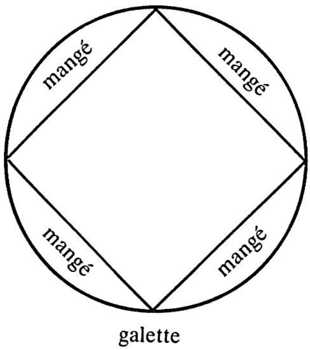
4* 3* Nous voici cet été à Espelette, charmant village basque, où nous avons loué la petite maison que voici :



Quelle est sa hauteur totale ?

3 LA GALETTE CARRÉE

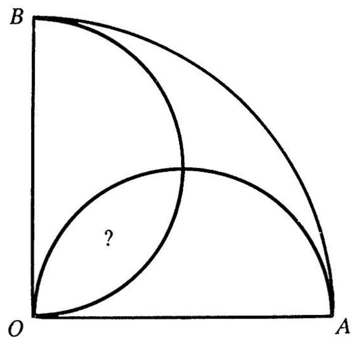
4** Maman vient de faire une délicieuse galette des rois.
3* Malheureusement, ma petite sœur Pascale, très gourmande, a pénétré subrepticement dans la cuisine et en a mangé quatre morceaux, transformant ainsi la galette en un carré aussi grand que possible :



Quelle est la proportion de galette ainsi disparue ?

4 UN QUART ET DEUX DEMIS

4** Sur la figure ci-dessous, vous observez le quart d'un disque de
3** rayon OA, égal à R, ainsi que deux demi-disques de diamètres respectifs OA et OB. Quelle est donc l'aire de la partie commune à ces deux demi-disques ?



Coup de pouce : Faire auparavant l'exercice précédent.

5 UN QUART ET DEUX DEMIS (BIS)

4** 3** Avec la même figure que l'exercice précédent, comment démontreriez-vous le plus simplement possible que l'aire de la surface commune aux deux demi-disques est égale à celle de la surface du quart de disque restée à l'extérieur des deux demi-disques ?

6 DEUX TURBO FORMULES

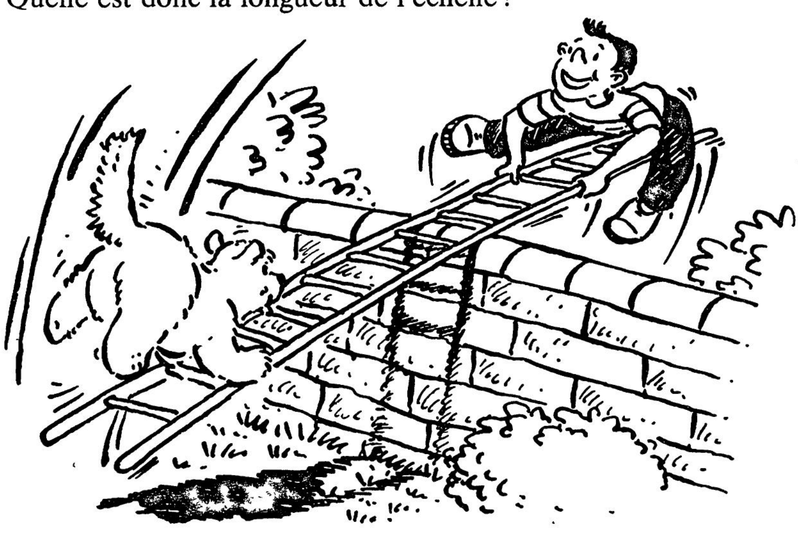
3* Pouvez-vous donner rapidement, sans réfléchir, l'expression de la hauteur d'un triangle équilatéral de côté a ? de la diagonale d'un carré de côté x ?

7 JE SUIS UN CARRÉ

3* Je suis un carré. La différence entre la longueur de chacune de mes diagonales et la longueur de chacun de mes côtés est de 828 mm. Quelle est mon aire ?

8 ÉCHELLE PYTHAGORICIENNE

4** 3* Lorsque l'échelle est debout contre le mur du jardin, elle le dépasse de 10 cm. Mais quand on écarte son pied de 70 cm, elle arrive juste en haut du mur.
Quelle est donc la longueur de l'échelle ?



9 MÉDIANE PARALLÈLE

3*** Par un point quelconque P de la base $[BC]$ d'un triangle ABC, on mène la parallèle à la médiane $[AD]$. Elle rencontre les côtés $[AB]$ et $[AC]$ aux points M et N.
Sauriez-vous démontrer que la somme des longueurs $PM + PN$ ne dépend pas de la position du point P sur $[BC]$?

Coup de pouce : Utiliser la propriété de Thalès.

10 *ABCDPQRS*

3*** Soit $ABCD$ un quadrilatère dont l'aire est 28 cm^2. Soit P le milieu de $[AB]$, Q celui de $[BC]$, R celui de $[CD]$, et S celui de $[DA]$.
Quelle est l'aire du nouveau quadrilatère $PQRS$ ainsi formé ?

11 GÉOMÉTRIE-MINUTE

4*
3* Considérez un quart de cercle AOB. Placez un point quelconque C sur l'arc AB. Projetez-le alors d'une part sur OA (point D) et d'autre part sur OB (point E).
Joignez D à E.
Le segment DE est-il alors plus court, égal ou plus long que OA ? (Réponse à donner en une minute.)

12 TRIANGLE ÉQUILATÉRAL INSCRIT

3* Quel est le rayon du cercle circonscrit à un triangle équilatéral de côté a ?
Quel est le côté d'un triangle équilatéral inscrit dans un cercle de rayon R ?

13 CARRÉ INSCRIT

3* Pouvez-vous dire, très vite, la longueur d'un côté du carré inscrit dans un cercle de rayon R ?

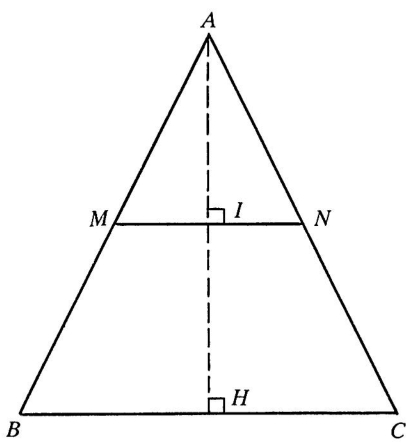
14 CARRÉ, TRIANGLE ET CERCLE

3** Prenez un cercle. Inscrivez-y un triangle équilatéral d'une part, un carré d'autre part. Puis calculez la somme de la longueur d'un côté du triangle et celle d'un côté du carré. Vous obtiendrez ainsi la longueur du demi-périmètre du cercle. Avec quelle approximation ?

15 À LA PIZZERIA

3** J'invite mon petit-fils dans une pizzeria. On nous sert une pizza marinara triangulaire, chaque côté mesurant 28 cm. Je la coupe en 2 parties égales, d'un seul coup de couteau, et parallèlement à l'un des côtés. Le nombre de centimètres formé par la coupure est approximativement égal à l'âge de mon petit-fils, c'est-à-dire...

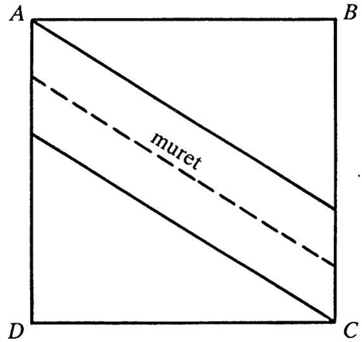
Coup de pouce : Figure ci-dessous.



16 EXPROPRIATION

4*** Ma tante a acheté un charmant terrain carré de 24 m de côté.
3** Hélas, avant même qu'elle y fasse construire une maison, on l'a expropriée des $\frac{7}{12}$ de la surface totale pour y faire passer une large route, selon le plan ci-contre :

Au milieu de la route, se trouve un muret de béton séparant les deux directions.
Quelle est la longueur de muret qui se trouve sur son charmant terrain?
(Ma tante nous demande cela car elle a l'intention d'y peindre des slogans de protestation contre cette odieuse expropriation.)



17 CINQ MINUTES CHRONO

4* Prenez un papier et un crayon. Attention, vous avez
3* exactement cinq minutes pour démontrer que l'aire d'un triangle est égale au produit du demi-périmètre par le rayon du cercle inscrit.

18 HEXAGONE CONVEXE

4** Pouvez-vous démontrer que la somme des angles d'un
3** hexagone convexe est égale à 720° ?

Coup de pouce : Décomposer l'hexagone en triangles.

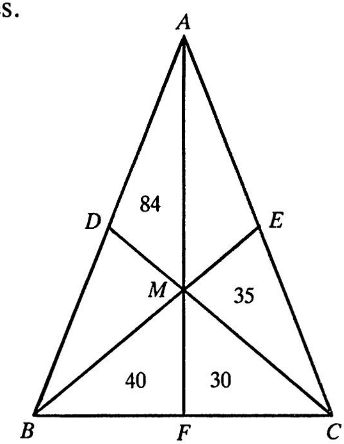
19 POLYGONE MYSTÉRIEUX

4*** La somme des angles d'un polygone convexe mesure 1 440°.
3*** Combien de côtés a-t-il?

Coup de pouce : Prendre d'abord le cas de l'hexagone convexe.

20 MI QUERIDA ESTANCIA

3** Je possède une vaste propriété au milieu de l'Argentine. Elle est triangulaire.
Trois chemins rectilignes la traversent et ma maison se trouve à leur intersection. Voici les surfaces de 4 des 6 parcelles ainsi déterminées. Mes vaches sont innombrables mais je sais que j'ai autant de chevaux que d'hectares.
Combien cela en fait-il au juste?



Coup de pouce : Quand deux triangles ont une même base, le rapport des aires est égal au rapport des hauteurs.

21 HAUTEUR ET BISSECTRICE

4** 3** Construisez un triangle quelconque ABC ($AC > AB$). Tracez ensuite la bissectrice (AD) et la hauteur (AH). D et H sont des points de BC.
Comment exprimez-vous de façon aussi simple que possible la valeur de l'angle $\widehat{DAH}$ en fonction des angles en B et en C?

22 QUADRILATÈRE CIRCONSCRIPTIBLE

4** 3** On dit qu'un quadrilatère est « circonscriptible » s'il existe un cercle tangent à la fois à chacun de ses quatre côtés.
Quelle condition les longueurs des côtés doivent-elles respecter pour qu'un quadrilatère possède cette propriété?

23 ÉTRANGE PROPRIÉTÉ DU TRIANGLE ÉQUILATÉRAL

4*** 3*** Considérons un triangle ABC, et M un point variable à l'intérieur de ce triangle.
La somme des distances de M aux trois côtés du triangle est constante. Pourquoi cela?

24 BISSECTRICE

3** Dans tout triangle, la bissectrice d'un angle est confondue avec celle de l'angle formé par la hauteur et le diamètre du cercle circonscrit issu du même sommet. Pourquoi cela?

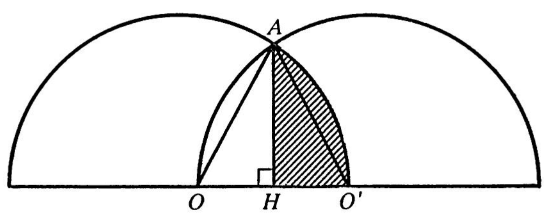
25 UNE PETITE CONSTRUCTION

4** 3** Par deux points fixes A et B, sauriez-vous construire deux droites parallèles distantes d'une longueur donnée x inférieure à la distance qui sépare A et B?

26 UN PARE-BRISE ET DEUX ESSUIE-GLACES

3*** Un pare-brise est balayé par deux essuie-glaces de longueur L articulés autour de deux points distants d'une longueur égale à L. Chacun d'eux couvre ainsi un demi-cercle. Quelle est la surface totale balayée?

Coup de pouce : Pour avoir l'aire de la partie hachurée, on calcule l'aire du secteur OAO' et on lui enlève celle du triangle OAH.



27 LE PHARE

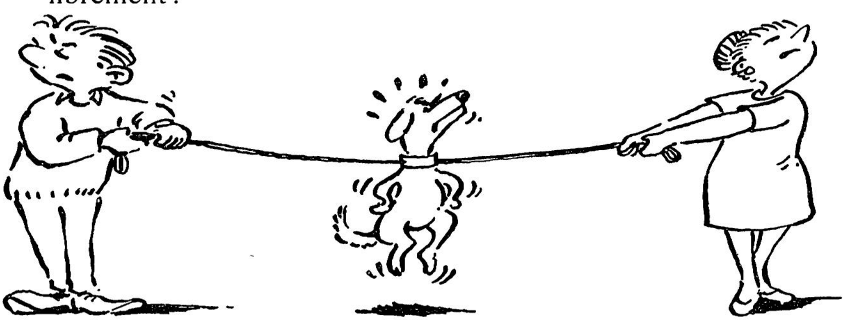
4*** 3** Du sommet d'un phare situé à 125,7 m au-dessus du niveau de la mer, on observe l'horizon. À quelle distance est-il approximativement, sachant que le tour du monde fait 40 000 km et que la Terre est ronde?

28 TRÈS MÉDIANE

4*** 3** La longueur de toute médiane d'un triangle est comprise entre la demi-somme et la demi-différence des longueurs des côtés qui la comprennent. Pourquoi cela ?

29 LA PROMENADE DU CHIEN

3*** Monsieur et Madame Smith vont faire une promenade avec leur chien Robi.
Chacun d'eux voulant lui-même le tenir en laisse, ils finissent par accrocher à la pauvre bête deux laisses différentes, mesurant chacune 1 m. Sachant que Monsieur et Madame Smith marchent toujours à 1 m de l'autre, quelle est à chaque instant la surface dans laquelle le chien peut évoluer librement ?



30 SURFACES ÉGALES

3*** Considérez un triangle isocèle ABC, rectangle en A. Tracez-en le demi-cercle circonscrit, puis l'arc de cercle tangent en B à AB et en C à AC, intérieur au triangle. L'aire comprise entre l'arc et le demi-cercle est égale à celle du triangle lui-même. Pourquoi cela ?

31 LES DEUX CERCLES

3** Deux cercles sont tangents intérieurement en un point A. Soit B le point diamétralement opposé à A sur le plus grand des deux cercles. On y mène une corde BD, tangente en C au plus petit des deux cercles. AC est alors la bissectrice de l'angle $\widehat{BAD}$. Pourquoi cela ?

7 GEOMETRIE DE TOUTES LES COULEURS

L'INTUITION D'ABORD

Vous trouverez dans ce chapitre tous les tours et détours de la géométrie. Nous vous rappelons deux idées importantes :

1. une figure propre mais tracée à main levée peut mieux faire développer votre intuition qu'une figure exagérément soignée;
2. pour un problème de construction, il faut faire une figure « d'analyse » : on suppose la figure construite, on étudie ses propriétés; puis, on reconstruit avec les données : c'est alors la figure de « synthèse ».

1 ANGLE AU CUBE

4*
3* Considérez, sur un cube, deux faces adjacentes : la face $ABCD$ et la face $CDEF$. Construisez alors les diagonales $[AC]$ et $[CE]$. Quelle est la valeur de l'angle ainsi formé au point C?

2 SI LA TERRE ÉTAIT UNE ORANGE

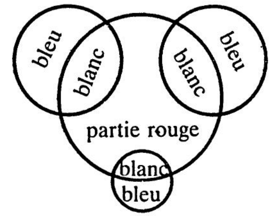
4*
3* Cerclez une orange bien ronde avec une ficelle rouge. Puis allongez la ficelle de façon à entourer l'orange d'un anneau circulaire situé à un mètre de sa surface. Cerclez ensuite la Terre entière (supposée sphérique) avec une ficelle bleue. Allongez cette ficelle de façon à entourer la Terre d'un anneau circulaire situé à un mètre de sa surface.

Quel est, selon vous, le plus grand des deux allongements, celui de la ficelle rouge autour de l'orange ou celui de la ficelle bleue autour de la Terre?

3 PEAU DE POMME

4**
3** La peau de la dernière pomme golden que j'ai mangée pesait quatre fois moins que celle de la dernière rainette. Combien de fois la rainette pesait-elle alors plus lourd que la golden?

4 ATTENTION AUX MARTIENS

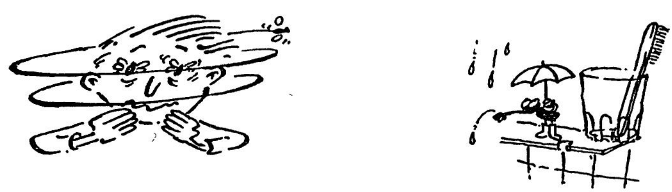


4** 3** Des martiens ont été vus à divers endroits de notre planète. Toutes les observations concordent. Voici leur tête (le grand cercle a 12 cm de diamètre, les petits en ont respectivement 8,8 et 4.

La figure est symétrique et les 3 petits cercles n'ont pas d'intersections communes).
Mais le célèbre astronome Aristide Dupond affirme que la partie rouge est supérieure à la partie bleue tandis que son collègue Alexander Smith affirme le contraire. À qui donneriez-vous le prix Nobel?

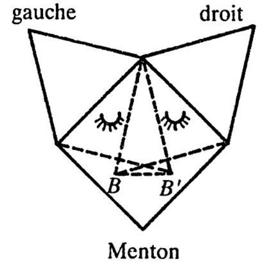
5 LES 9 MOUCHES DE LA SALLE DE BAINS

4** 3** Ma salle de bains est un cube de 2 mètres de côté. Je viens hélas d'y compter 9 mouches! Se peut-il qu'à un instant donné elles soient toutes distantes de plus de 174 cm les unes des autres?



6 BÉCASSINE FAIT LA TÊTE

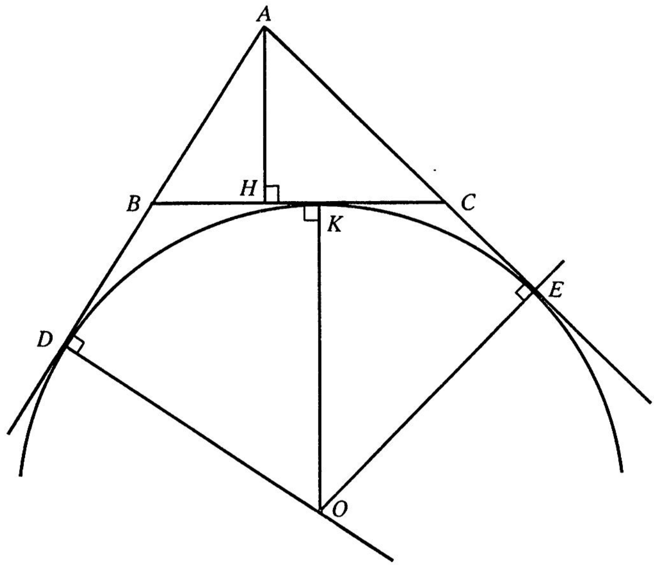
4*** 3** Quand Bécassine voulait faire sa tête en dessin, pour amuser Loulotte, elle prenait deux triangles équilatéraux blancs attachés à un carré beige par deux côtés adjacents. Puis elle découpait l'ensemble, laissait Loulotte faire les yeux comme elle le voulait mais, pour marquer la bouche, Bécassine avait sa technique « scientifique » : elle prenait successivement chacun des 2 triangles de la coiffe et le repliait sur le carré beige. Cela marquait ainsi, l'une après l'autre, les 2 extrémités de la bouche. Bien sûr, ce n'était pas très beau mais quand



même, avec cette méthode « scientifique », le menton, l'extrémité droite de la bouche et le sommet droit de la coiffe étaient alignés. Et il en était de même à gauche. Comment expliqueriez-vous plus tard à Loulotte les raisons de ces alignements ?

7 TRIANGLES, CERCLES ET TANGENTES

4*
3*



Examinez bien la figure ci-dessus.
Que pensez-vous des distances AD et AE, sachant que

$AB + BC + CA = 20$ cm ?

8 DROITES IMMÉDIATES

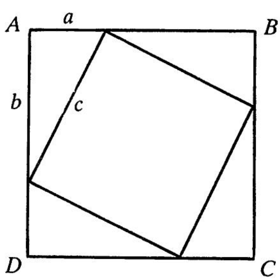
3* Dans un système orthonormal (O, I, J), soit $\mathcal{D}$ une droite d'équation $y = -2x + 6$.
Pouvez-vous, sans faire de graphique et sans calcul, donner l'équation de la droite Δ parallèle à $\mathcal{D}$ et passant par le point $A\ (0 ; 6)$? Indiquez ensuite l'équation de la droite Δ' perpendiculaire à $\mathcal{D}$ passant par le même point A.

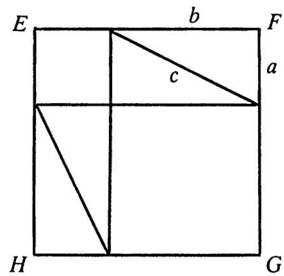
9 HAUTEUR IMMÉDIATE

4* Pouvez-vous répondre rapidement à ces deux questions :
3* 1. Dans un système orthonormal, on a trois points $A\,(0;5)$; $B\,(-3;0)$; $C\,(4,0)$. Quelle est la particularité de ces points?
2. Donnez ensuite l'équation de la hauteur du triangle ABC issue de A.

10 LA PLUS SIMPLE DÉMONSTRATION DE LA PROPRIÉTÉ DE PYTHAGORE

4** Observez les deux figures ci-dessous :
3*





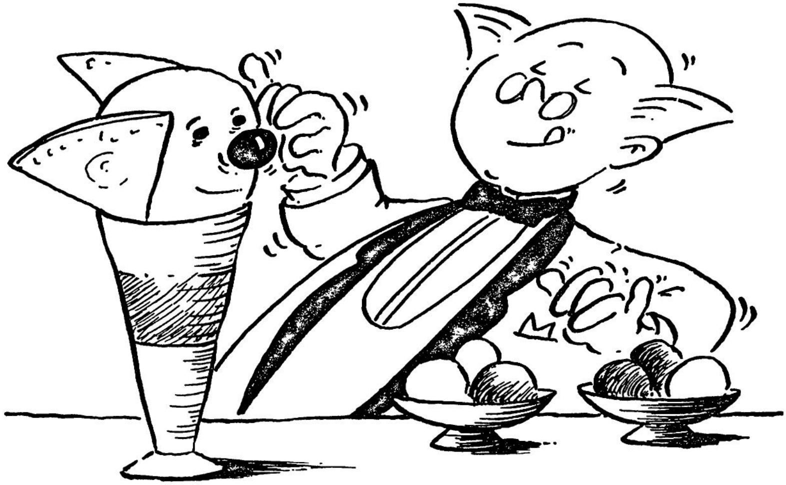
Les deux carrés $ABCD$ et $EFGH$ ont la même aire.
Chaque côté est égal à $a+b$.
Comment peut-on, à partir de ces deux figures, démontrer la propriété de Pythagore, c'est-à-dire : « Dans un triangle rectangle, le carré de l'hypothénuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés? »

11 CÔNE AGRANDI

3* Que devient le volume d'un cône lorsqu'on double sa hauteur?

12 DÉLICE-CITRON

3** Dans un verre conique, on vient de me servir un « délice-citron ». Cela comporte trois couches d'épaisseur égale : un fond de sauce au citron, puis de la pâte sablée, et de la meringue sur le dessus. Quels sont les rapports entre les trois volumes des trois couches?



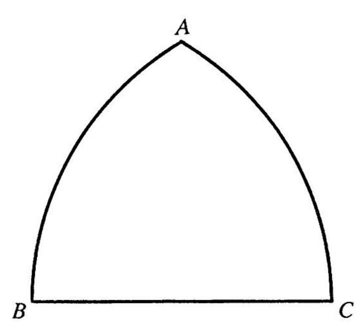
13 DROITE D'EULER DANS UN TRIANGLE ISOCÈLE

4*
3* Euler a démontré que dans tout triangle, le centre de gravité, l'orthocentre et le centre du cercle circonscrit sont alignés. Pour un triangle isocèle c'est évident n'est-ce-pas ? Alors dites-nous rapidement pourquoi.

14 DRÔLE DE TRIANGLE

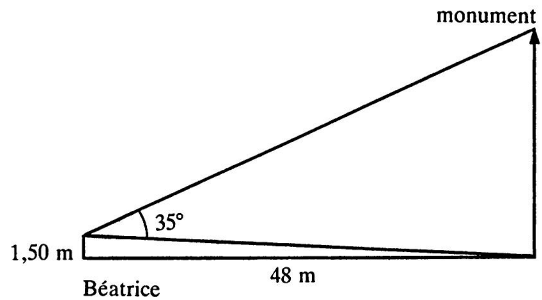
4**
3** $\overset{\frown}{AB}$ est un arc du cercle de centre C et de rayon CB.

$\overset{\frown}{AC}$ est un arc du cercle de centre B et de rayon BC. Sachant que $BC = 6$ cm, pouvez-vous calculer l'aire de ce drôle de triangle ?



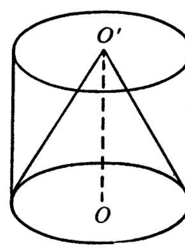
15 UN TRÈS BEAU MONUMENT

3** En reculant pour voir le monument entier, Béatrice se trouve à 48 m de ce dernier. Ses yeux couvrent alors un angle de 35° environ. Sachant que Béatrice mesure 1 m 50, quelle est la hauteur approximative du monument ?



16 CÔNE DANS UN CYLINDRE

3* D'après la figure ci-dessous, sauriez-vous nous dire en moins de 5 s la proportion que représente le volume du cône par rapport à celui du cylindre ?

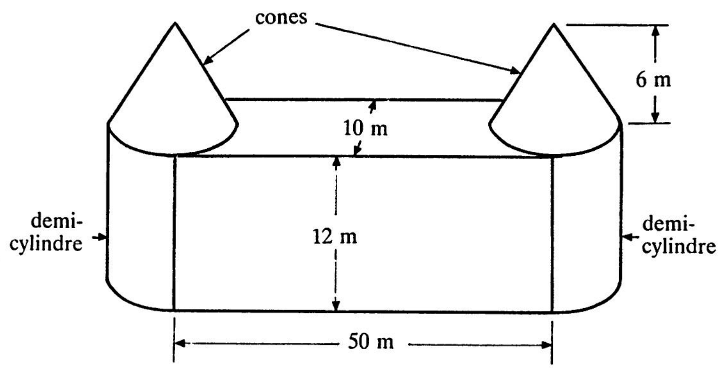


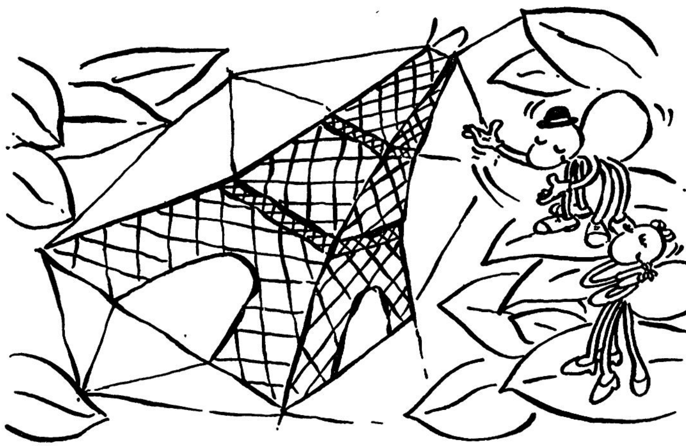
17 SAURIEZ-VOUS TRACER UN CERCLE ?

4** Sauriez-vous tracer un cercle passant par deux points donnés et
3* centrés sur une droite $\mathcal{D}$ donnée ?
Est-ce toujours possible ?

18 UNE ARAIGNÉE AU MÈTRE CUBE

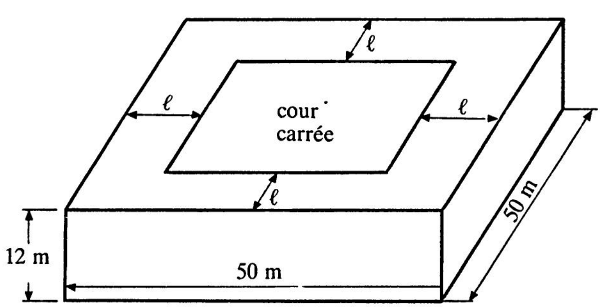
3* Voici mon petit château :
Comme vous le voyez, il a la forme d'un parallélépipède rectangle ($50 \times 12 \times 10$ m), complété symétriquement par deux demi-cylindres et agrémenté de deux toits coniques (hauteur 6 m). Sachez enfin qu'il y a une araignée par mètre cube. Combien cela en fait-il ?





19 HLM

4* Je vis dans une HLM. Vue de haut, c'est un grand carré, percé
3* d'une cour carrée. Chaque façade est un rectangle de 50 m de long et de 12 m de haut. Le volume total est de 19 200 m^3. Sauriez-vous en déduire la surface de la cour carrée intérieure ?

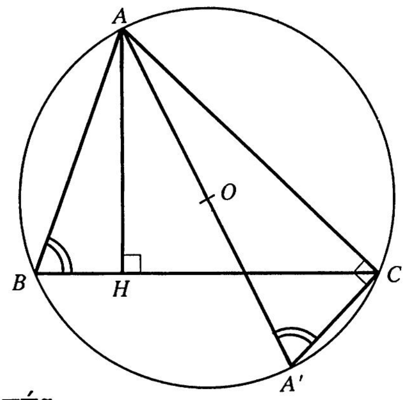


20 DIAMÈTRE, HAUTEUR ET CÔTÉS

3** Dans tout triangle, le produit des longueurs de deux des côtés est égal à celui de la longueur du diamètre du cercle circonscrit par la longueur de la hauteur s'appuyant sur le troisième côté. Sauriez-vous démontrer cette propriété ?

Coup de pouce : Voir figure. Il faut démontrer :

$AB \times AC = AH \times AA'$.

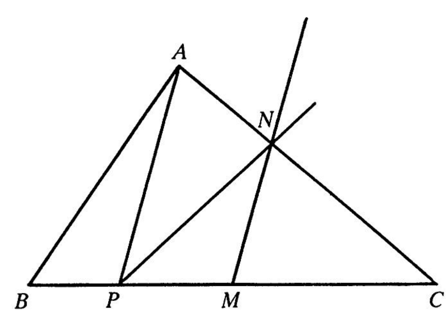


21 DE FAUSSES DIFFICULTÉS

3** A, B, C et D sont quatre points quelconques d'un cercle de centre O.
Soit M, N, P et Q les milieux respectifs des arcs AB, BC, $\overset{\frown}{CD}$ et $\overset{\frown}{DA}$.
Calculez l'angle formé par les droites (MP) et (NQ).

22 DEMI-TRIANGLE

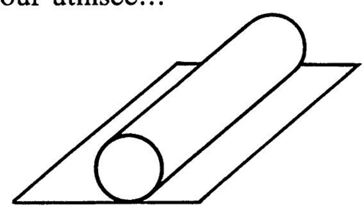
4*** 3** Soit un triangle ABC.
M est le milieu de $[BC]$.
P est un point quelconque de $[BC]$.
On trace la parallèle à (AP) passant par M.
Cette droite coupe $[AC]$ en N.
Pourquoi $[PN]$ partage-t-il ABC en deux surfaces de même aire ?



23 LA BÛCHE DE NOËL

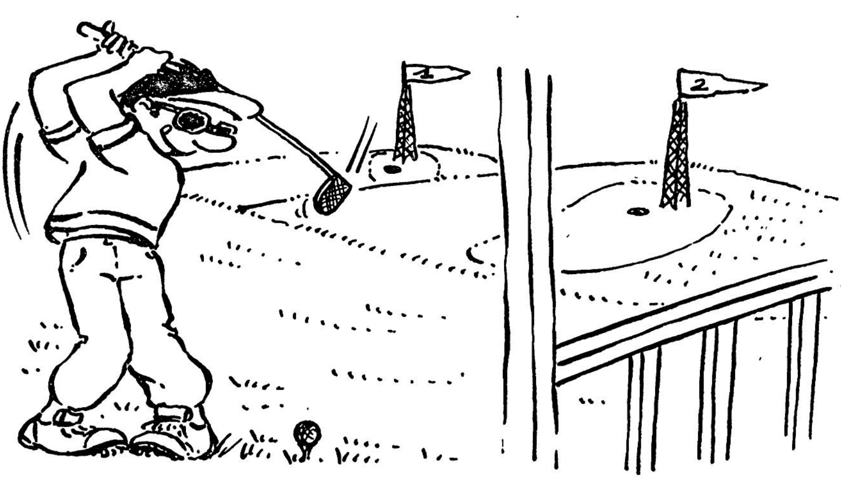
4** 3* J'ai une excellente recette de bûche de Noël. Je prépare la pâte puis je la mets sur la plaque allant au four. Un quart d'heure de cuisson suffit. La pâte est alors épaisse de 2 cm et je la roule aussi serrée que possible. Cela fait une bûche de 25 cm de long et 8 cm de diamètre, que je recouvre de crème au beurre parfumée au marron, en la parsemant de-ci de-là avec des mini-champignons en meringue. Mais au lieu de vous demander de la partager avec moi, je vous demande de trouver les dimensions de la plaque de four utilisée...

Coup de pouce :
Voir figure ci-contre.



24 DALLAS

4** 3* Je suis propriétaire de 3 puits de pétrole au Texas, que je vois de mon bungalow climatisé. Deux d'entre eux sont à 300 yards d'ici, le troisième, un peu plus loin, est situé à 225 yards de chacun des 2 premiers. À quelle distance suis-je donc précisément de mon troisième puits de pétrole, sachant que mes 2 premiers puits sont situés à 360 yards l'un de l'autre?



25 COMTESSE OU MARQUISE

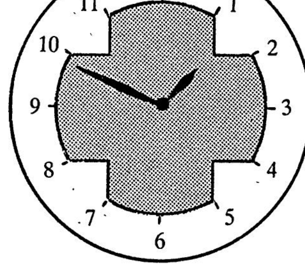
4* Marie-Madeleine hésitait entre deux prétendants, le
3* Marquis Hugo de Lamartine et le comte Alfred de Châteaubriand. Le premier lui offrit alors une splendide émeraude sphérique de 6,2 mm de diamètre et le second un merveilleux saphir cylindrique de 5,8 mm de diamètre et de 5,5 mm de longueur.
Marie-Madeleine choisit tout simplement le prétendant dont le cadeau était le plus volumineux.
Devint-elle ainsi Marquise de Lamartine ou Comtesse de Chateaubriand?

26 MA NOUVELLE PISCINE

4*** Ma nouvelle piscine est un rectangle $ABCD$. J'y nage la
3*** brasse. Mes yeux se trouvent à l'instant présent respectivement à 3,5 et 6 m des sommets A, B et C. À quelle distance suis-je alors du 4^e sommet D?

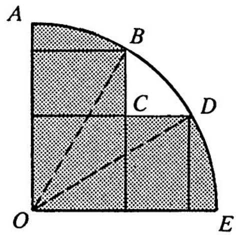
27 UNE PENDULE SUPER-CHIC

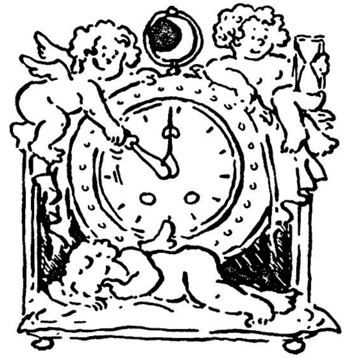
4*** Ma pendule est super-chic. Voici son cadran :
3*** Comme vous le voyez, il est décoré d'une large croix dorée aux extrémités arrondies selon le contour du cercle qui porte les indications horaires (rayon 10 cm). Tout le reste du cadran est blanc (ou noir pour les chiffres et les aiguilles).



On demande ici l'aire de cette croix dorée super-chic?

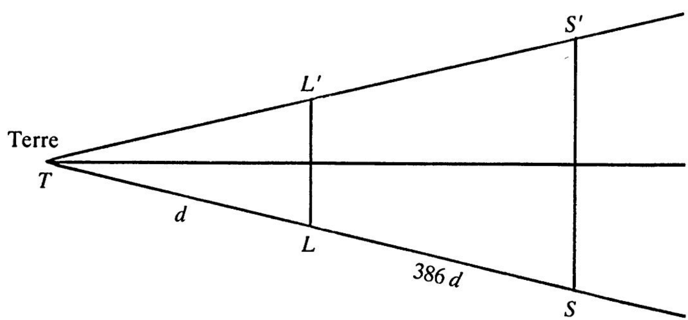
Coup de pouce : Voir figure.





28 TERRE, LUNE ET SOLEIL

3*** Depuis la Terre, la Lune et le Soleil semblent à peu près de même grosseur. Sachant que le Soleil est environ 387 fois plus éloigné que la Lune, combien faudrait-il de lunes pour faire un volume égal à celui du Soleil?



Coup de pouce : Soit ℓ le diamètre de la Lune et s celui du Soleil.
Approximativement, on peut écrire : $LL' \approx \ell$ et $SS' \approx s$.

29 UNE HISTOIRE DE BOLS

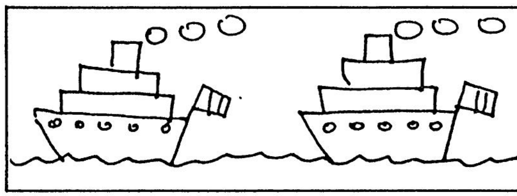
4*
3* «Nos bols blancs ont approximativement la forme d'une demi-sphère. Il y en a des petits pour le café au lait du matin (un quart de litre) et des grands pour servir des laitages ou des compotes (un litre). Les petits ont 4 cm de rayon et les grands en ont 8.»
Changez, s'il vous plaît, le chiffre inexact dans ces propos.

30 GABRIELLE AUX CUBES

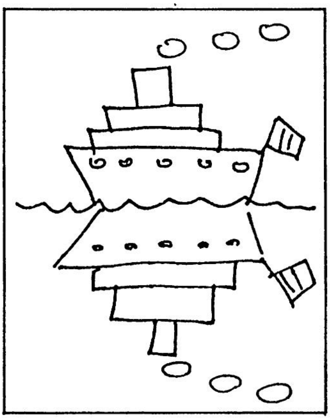
4** Gabrielle a reçu pour Noël 2 boîtes cubiques contenant des
3** cubes identiques. Cela fait en tout 152 cubes. Quand Gabrielle met une boîte au-dessus de l'autre, elle obtient une construction de 28 cm de haut.
Quel est le volume de chacun de ces 152 cubes?

31 BATEAUX EN MOUVEMENT

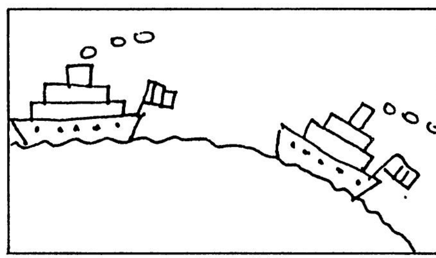
4*
3*



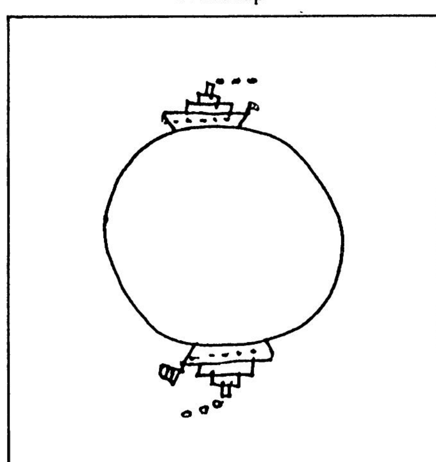
un peu



se reflète



beaucoup



jusqu'aux antipodes

Selon que le bateau avance un peu, beaucoup, va jusqu'aux antipodes ou se reflète, on parlera de rotation, de translation, de symétrie axiale ou de symétrie centrale.
Quelle est ainsi la transformation géométrique qu'il faut respectivement associer à chacun de ces 4 mouvements ? (se reporter aux dessins ci-dessous).

32 À LA PÉTANQUE

4**
3**

J'ai l'habitude de ranger mes deux boules de pétanque (un kilo chacune) l'une sur l'autre, dans un petit cylindre métallique où elles rentrent tout juste. Aujourd'hui, le petit cylindre était tombé dans une rigole et il était plein d'eau. Aussi, après y avoir rangé très délicatement mes deux boules de pétanque, il ne pesait qu'un kilo de plus qu'avant.
Quel est alors le poids de l'eau restant dans ce petit cylindre ?

33 TROUVEZ MES DIMENSIONS

4**
3*

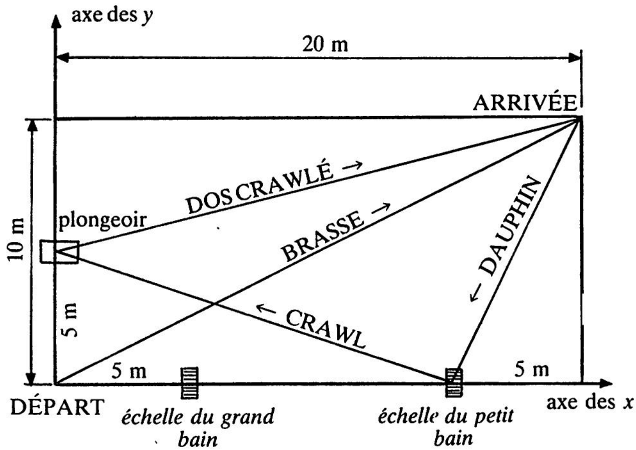
Je suis un vecteur dans un système orthonormal.
Selon que vous m'ajoutez ou que vous m'enlevez un certain vecteur $\vec{X}$, vous obtiendrez le vecteur $\vec{S}\,(6\,;\,5)$ ou le vecteur $\vec{D}\,(3\,;\,2)$.
Quelles sont mes dimensions (coordonnées) ?

34 VECTEURS DE MÊME LONGUEUR : $\sqrt{50}$

4*** 3** Nous sommes deux vecteurs de même longueur $\sqrt{50}$ dans un système orthonormal.
Si vous ajoutez l'un à l'autre, vous obtiendrez un vecteur de longueur 10. Si vous retranchez l'un de l'autre, quelle sera donc la longueur du nouveau vecteur obtenu?

35 PROF DE MATHS, PROF DE NAT

3* Ma mère a réservé pour moi chaque jour du mois d'août une heure de leçon de mathématiques suivie d'une heure de leçon de natation (dans notre piscine privée rectangulaire). C'est hélas le même professeur qui a été choisi pour ces deux disciplines en la personne de Monsieur Jean-Philibert Duplantin. Toujours imaginatif, il a décidé de mélanger les deux types d'activité.
En voici le triste résultat :
«Jeune homme, vous nagerez me dit-il selon le plan indiqué :



Puis, vous trouverez la bonne équation de chacune de vos quatre trajectoires sans vous tromper, parmi les cinq équations écrites ci-dessous :

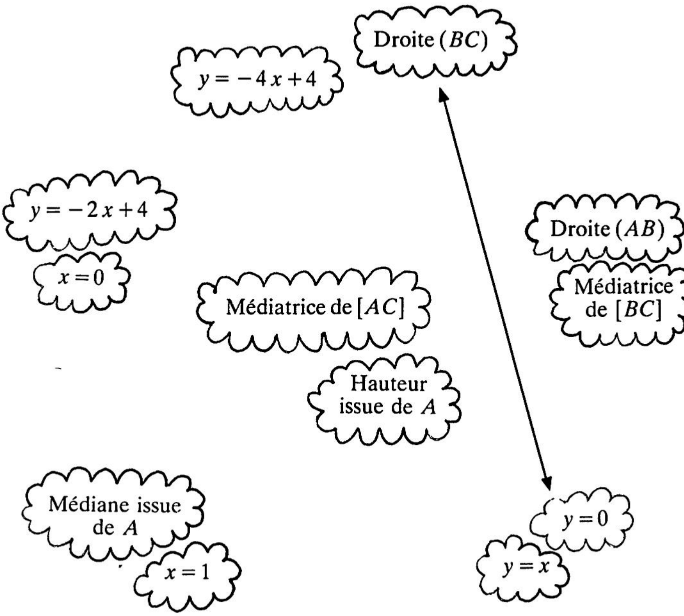
$y=\frac{x}{4}+5$;	$y=\frac{x}{2}$;	$y=\frac{-x}{3}+5$;
$y=\frac{-x}{2}+5$;	$y=2x-30$.	

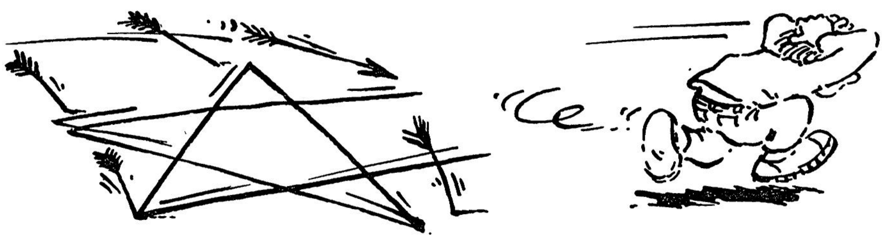
36 PROF DE MATHS, PROF DE NAT, SUITE ET FIN

3** «Vous placerez ensuite une bouée au point précis où vos trajectoires en brasse et en crawl se sont croisées. Après avoir trouvé ses coordonnées, vous calculerez enfin la distance totale parcourue à la nage. Vous découvrirez ainsi un nombre de mètres approximativement égal à l'âge que j'ai maintenant ; c'est-à-dire... »
Après un tel discours, je me sens dans un état de dépression totale. Aidez-moi, je vous en prie, à répondre à toutes les questions de mon cruel professeur Jean-Philibert Duplantin !

37 L'ÉTOILE FLÉCHÉE

3** Placez-vous dans un système orthonormal. Le point A, sur l'axe des y, a une ordonnée égale à 4. Les points B et C, sont sur l'axe des x, de part et d'autre de l'origine, à des abscisses respectives de -2 et $+4$. Considérez alors dans le triangle ABC les six droites notées ci-dessous ainsi que leurs six équations. Indiquez par des flèches les correspondances qui s'imposent. Vous comprendrez alors le titre du problème.

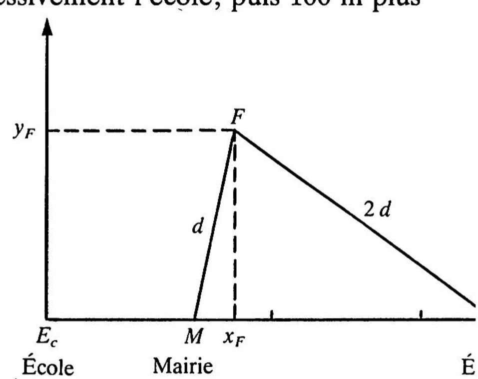




38 L'ÉGLISE, L'ÉCOLE ET LA MAIRIE

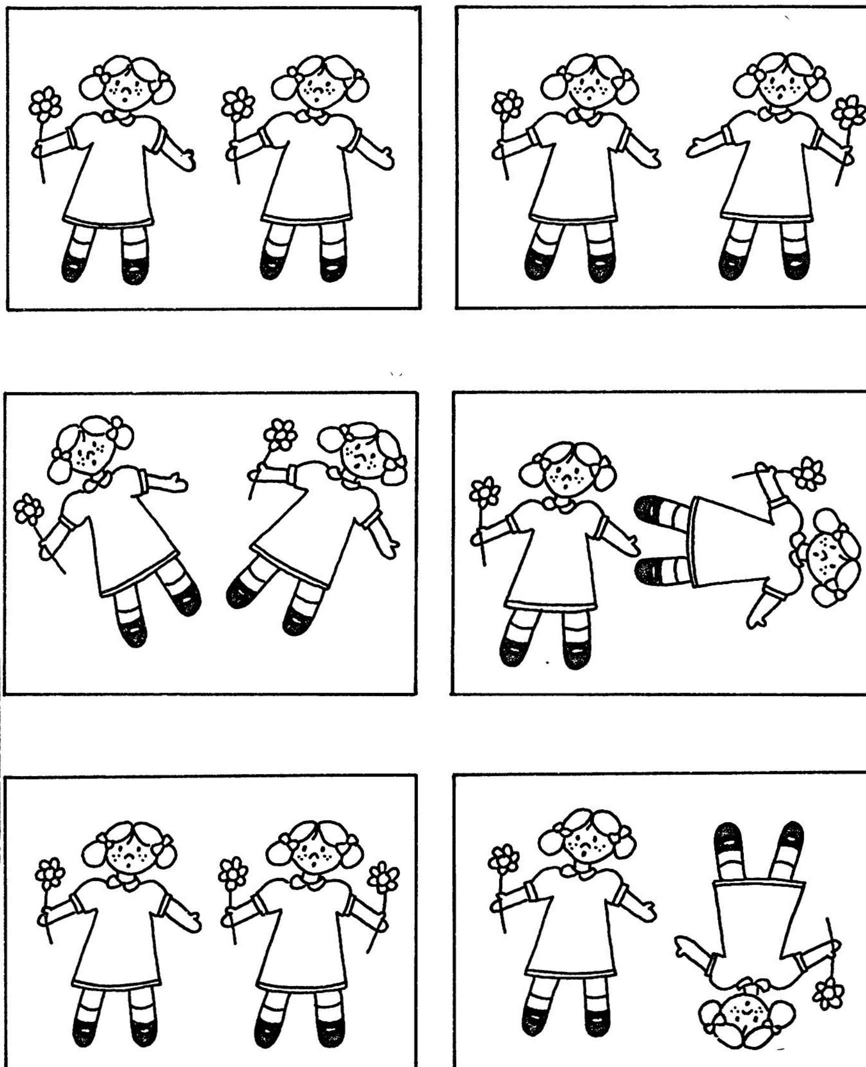
3** Dans notre village, il n'y a qu'une seule route toute droite sur laquelle on rencontre successivement l'école, puis 100 m plus loin la mairie, et 300 m plus loin l'église. Notre ferme se trouve au milieu des champs, deux fois plus éloignée de l'église que de la mairie. À quelle distance est-elle de l'école ?

Coup de pouce : Voir figure.



39 POUPÉES JUMELLES

4* Les figures ci-dessous représentent six couples de poupées
3* jumelles. Elles se déduisent l'une de l'autre par les six transformations indiquées sur la colonne de droite. Avec un crayon (et une gomme), complétez les flèches reliant chaque couple avec la transformation correspondante :



40 LE PETIT VILLAGE DES LANDES

4** 3** Nous voici dans un petit village des Landes. Le paysage est tout plat, tandis que la voie ferrée, la nationale et les rues sont toutes droites. La nationale est perpendiculaire à la voie ferrée. La gare donne sur la nationale, l'église aussi, 300 m plus loin. La rue Victor-Hugo joint l'église à la mairie par un trajet de 250 m et la rue du Général-de-Gaulle joint la gare à la mairie en 250 m également. La rue Victor-Hugo se prolonge au-delà de la mairie jusqu'à la voie ferrée par un passage à niveau manuel. Quelle distance doit-effectuer le garde-barrière quand il se rend à l'église ?

8 DIAGRAMMES ET QUELQUES BONNES INVENTIONS

MIEUX VOIR AVEC VENN

Nous vous proposons dans ce chapitre quelques exercices d'initiation à la statistique.
Vous pourrez voir aussi que l'utilisation de diagrammes, dits diagrammes de Venn, éclaire de nombreux cas.

1 LOGIQUE ARGENTINE

4*** Buenos-Aires comporte aujourd'hui 13 millions d'habitants et
3*** augmente de 3 % par an. La population totale de l'Argentine fait 30 millions d'habitants et diminue de 1 % par an. Selon cette perspective, dans combien d'années pourra-t-on approximativement dire que tous les Argentins vivent à Buenos-Aires ?

Coup de pouce : Connaître les puissances et avoir une calculette.

2 L'ÂGE DU CAPITAINE

3** «Je suis capitaine au long cours. J'ai 13 marins à bord. Vous voulez savoir mon âge? Vous l'obtiendrez en prenant la moyenne entre l'âge médian et le poids modal de mes 13 marins que je vous présente ci-dessous :

Alberto	: 19 ans, 75 kg	Hubert	: 20 ans, 74 kg
Bob	: 27 ans, 90 kg	Isidore	: 20 ans, 80 kg
Charly	: 20 ans, 65 kg	Jacky	: 25 ans, 75 kg
Dédé	: 18 ans, 60 kg	Ken	: 19 ans, 100 kg
Ernest	: 22 ans, 80 kg	Luigi	: 25 ans, 70 kg
Fiffi	: 44 ans, 95 kg	Marcel	: 48 ans, 70 kg
Gaston	: 33 ans, 80 kg		

Quel et donc l'âge du capitaine?

4* 3* **Coup de pouce :** Le poids modal est le poids le plus répandu; le poids médian est celui qui est tel qu'il y en a autant de supérieurs que d'inférieurs.

3 ÉVOLUTIONS DÉMOGRAPHIQUES

3** Notre ville n'était qu'un village agricole à population stable jusqu'en 1970, date à laquelle on découvrit un petit gisement de pétrole à proximité. La population se mit alors à augmenter de 5 % par an jusqu'en 1975. Puis il y eut sept années de stabilité suivies d'une diminution annuelle de 2 % par an. Quand nous retrouverons-nous à un niveau de population identique à celui de 1970?

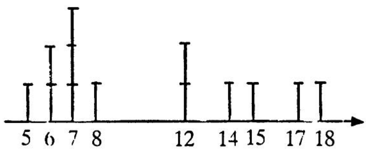
Coup de pouce : Soit p la population en 1970.

4 UNE HISTOIRE TRÈS MOYENNE

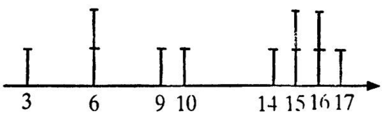
4*** 3** Nous sommes 55 millions de Français dont les $\frac{3}{4}$ ont atteint leur taille définitive (1,67 m en moyenne). Si l'on vous dit que la femme française moyenne mesure 1,61 m et l'homme français moyen 1,74 m, sauriez-vous en déduire de combien le nombre de femmes dépasse-t-il celui des hommes dans notre pays?

5 ANGLAIS, ALLEMAND OU ESPAGNOL ?

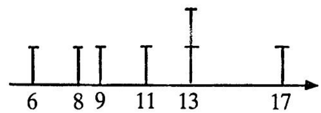
3* Dans notre classe de 3^e, les élèves se partagent pour la 2^e langue entre l'anglais, l'allemand et l'espagnol. Le professeur principal a fait de beaux graphiques représentant les distributions des notes de chacune de ces trois matières. Les voici :



distribution n° 1 (13 élèves)



distribution n° 2 (7 élèves)



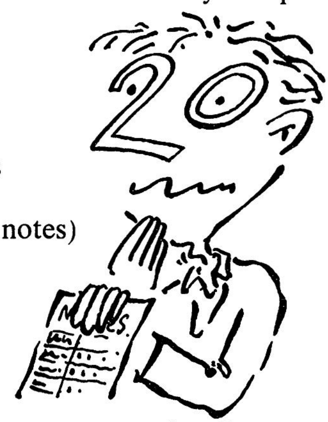
distribution n° 3 (11 élèves)

Pour identifier ces distributions, il se souvient seulement qu'en espagnol, la médiane est égale à la moyenne, qu'en anglais, elle est supérieure à la moyenne et qu'en allemand, elle lui est inférieure. Pourra-t-il en déduire le nombre d'élèves ayant opté pour chacune des trois langues ?

6 STÉPHANE FAIT LE MALIN

4** Stéphane présente à sa mère ses notes
3* trimestrielles (notées sur 20) :

Mathématiques : 6 - 8 - 12,5 - 17,5 (4 notes)
Français 11 - 5 - 8 (3 notes)
Latin : 7,5 - 4,5 (2 notes)
Anglais : 16 - 18 (2 notes)
Espagnol : 13, [illegible] (2 notes)
Histoire et géographie : 8,5 (1 note)

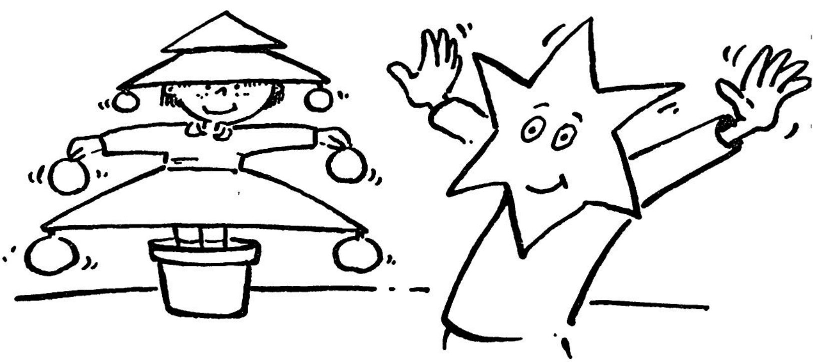


— Stéphane, lui dit sa mère, quelle est ta note au deuxième contrôle d'espagnol ? elle est illisible !
— Je ne me la rappelle pas, répond Stéphane en faisant le malin comme d'habitude, mais je sais que la moyenne de toutes mes notes est précisément égale à la moyenne de mes moyennes par matière.
Pouvez-vous aider la mère de Stéphane (qui est elle-même nulle en maths) à retrouver la note illisible ?

7 LE SAPIN DE LAURENT ET DE DANIÈLE

4** Laurent prend une feuille blanche de format $21 \times 29{,}7$ pour y
3** peindre un beau sapin de Noël. Il commence par un triangle équilatéral vert foncé (côté 20 cm), puis en dessous, il peint un rectangle marron foncé de 10 cm^2 et au-dessus une étoile dorée, de 10 cm^2 également. Sa jeune sœur, Danièle, arrive alors avec 10 petites étiquettes rouges et rondes (rayon 0,55 cm). Elle les colle toutes pour décorer la peinture de son frère. Certaines sont à l'intérieur du triangle vert, d'autres lui sont au contraire extérieures. Il reste alors approximativement 423 cm^2 de fond blanc. Combien de petites étiquettes Danièle a-t-elle collées sur le sapin lui-même ?

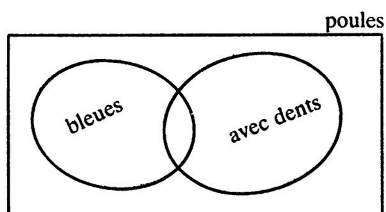
Coup de pouce : Calculer l'aire totale des surfaces de couleur après le passage de Danièle.



8 QUAND LES POULES BLEUES AURONT DES DENTS

4*** Les progrès de la génétique sont merveilleux : dès aujourd'hui,
3*** une poule sur 5 a des plumes bleues, 3 poules sur 7 ont des dents, et il y a autant de poules avec dents sans plumes bleues que de poules sans dents ni plumes bleues.
Quelle est alors la proportion de poules ayant des dents parmi celles aux plumes bleues ?

Coup de pouce :
S'aider du diagramme ci-contre.



9 LA ROUGE OU LA GRIS-MÉTALLISÉ?

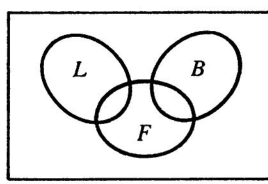
4***
3*** Je laisse ma voiture devant la gare. J'observe alors l'ensemble du parking. Il y a 36 % de voitures japonaises. Les voitures noires sont aussi nombreuses que les grises, les bleues, les vertes, les rouges ou les blanches. Il y aussi des voitures jaunes mais elles sont toutes fabriquées au Japon d'une part et 4 fois moins nombreuses que les voitures de chacune des six autres couleurs d'autre part. Sachez aussi qu'il y a autant de japonaises grises que de bleues des autres pays et autant de japonaises blanches que de vertes des autres pays. Je vous laisse alors deviner si j'ai une voiture japonaise rouge ou une française gris-métallisé...

Coup de pouce : Faire un tableau et suivre l'énoncé pas à pas.

10 13 FOIS GRAND-PÈRE

4***
3*** Je suis 13 fois grand-père. Quand mes petits-enfants sont tous réunis, je compte 8 filles, 6 têtes blondes, 5 porteurs de lunettes, 3 filles blondes, 3 filles à lunettes, 2 têtes blondes à lunettes, et 1 garçon brun sans lunettes. Me direz-vous alors combien j'ai de petites-filles blondes à lunettes?

Coup de pouce :
Voir diagramme ci-contre.



11 MESSE DE MINUIT

4**
3** J'ai 79 ans. Chaque année, depuis l'âge de 4 ans, je vais à la messe de minuit s'il ne neige pas et si je n'ai pas de rhume. Or il neige ici un jour de Noël sur 5; quand il neige, une fois sur 3 je suis enrhumé et quand j'ai un rhume, il neige un jour sur 4. Sauriez-vous déduire de toutes ces passionnantes remarques le nombre approximatif de messes de minuit auxquelles j'ai assisté dans ma vie?

Coup de pouce : Faire un diagramme.

12 RÊVERIE SUR LAC

4** 3** Les îles occupent le quart de l'ensemble du lac. Les roseaux recouvrent le quart des îles et le quart des roseaux sont sur les îles. Quelle est alors la proportion de surface aquatique qui se trouve sous les roseaux ?

Coup de pouce : Faire un diagramme.

13 AQUARELLE

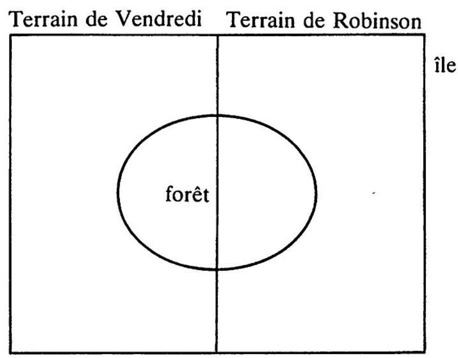
4*** 3*** Je peins une aquarelle. Je prends un fond blanc, j'y mets une tache de bleu, puis une tache de rouge ayant même surface que la précédente, et enfin une tache de jaune égale aux autres. Tous les recouvrements possibles existent. Quand les trois couleurs se superposent à la fois, cela fait du marron. La zone violette se trouve être égale à la zone orange. Croyez-vous que cela entraîne une égalité entre les zones bleue et jaune ou bien entre les zones verte et rouge ?

Coup de pouce : Faire un diagramme.

14 ROBINSON ET VENDREDI

4*** 3*** Quand Robinson et Vendredi ne s'entendirent plus aussi bien, ils partagèrent l'île en deux. Vendredi prit en particulier les deux tiers des quatre septièmes de la zone déboisée. Sachant que les cinq sixièmes des trois cinquièmes du terrain de Robinson étaient encore recouverts de forêt, tout comme les douze treizièmes des trois quarts du terrain de Vendredi, quel est celui des deux qui a reçu dans ce partage la plus grande surface totale ?

Coup de pouce : Voir schéma ci-dessous. Posez z l'aire de la zone déboisée et v l'aire du terrain de Vendredi.



15 DOCTEUR MATRIAKOTSOULOS

4*** 3** Le célèbre psychiatre Matriakotsoulos ne soigne que les complexes d'Œdipe et les anorexies mentales. Il a remarqué que 18 % de ses anorexies souffrent aussi du complexe d'Œdipe et que 27 % de ses complexés d'Œdipe sont anorexiques. Il cherche alors à en déduire le pourcentage de ses clients souffrant à la fois du complexe d'Œdipe et d'anorexie mentale. Mais, le docteur Matriakotsoulos ayant lui-même un blocage primaire fœto-végétatif inguérissable contre les mathématiques, il n'y arrive pas. Aidez-le s'il vous plaît.

Coup de pouce :
Faire un diagramme.

CORRIGÉS

— 1 / TOUT PLEIN D'ÉQUATIONS —

1 MON NOMBRE FÉTICHE

Soit x le nombre fétiche. Si on l'augmente de 5, le nombre devient : $x+5$ et son carré : $(x+5)^2$.
En ajoutant 5 au nombre fétiche, son carré augmente de 185.
Ce qui s'exprime par :

$$\begin{aligned}(x+5)^2 &= x^2+185\\ x^2+10x+25 &= x^2+185\\ 10x &= 160\\ x &= 16.\end{aligned}$$

Nombre fétiche : 16.

Remarque : Les élèves de 4^e peuvent calculer $(x+5)^2$ sous la forme $(x+5)(x+5)$.

2 UNE DATE CÉLÈBRE

Soit x cette date inconnue.
L'hypothèse nous donne :

$$\left(\frac{2x}{101}\right)^5 \times \frac{1}{243} = 100\,000$$

ou :

$$\begin{aligned}\left(\frac{2x}{101}\right)^5 &= 243\times 10^5\\ \left(\frac{2x}{101}\right)^5 &= 3^5\times 10^5\\ \left(\frac{2x}{101}\right)^5 &= (3\times 10)^5,\end{aligned}$$

ce qui donne :

$$\frac{2x}{101} = 3\times 10.$$

Donc :

$$x = \frac{3\times 10\times 101}{2}$$

ou :

$$x = 1515.$$

1515 : Date de la bataille de Marignan.

3 TOI & MOI

Soit x mon âge et y ton âge.

	Passé	Présent	Futur
Moi	y	x	$x+(x-y)$
Toi	$\frac{x}{2}$	y	x

Exprimons que la différence d'âges ne change pas entre le passé et le présent :

$$x-y = y-\frac{x}{2}$$

ou $\dfrac{3x}{2}-2y=0 \quad (1).$

Exprimons que quand tu auras mon âge, nous aurons ensemble 108 ans :

$x+(x-y)+x=108$

ou $\quad 3x-y=108 \quad (2),$

ce qui nous donne le système :

$$\begin{cases}3x-4y=0 & (1)\\ 3x-\ \ y=108 & (2).\end{cases}$$

La méthode par addition ou par substitution donne :

$$x=48, \quad y=36.$$

J'ai 48 ans, tu en as 36.

4 SÉBASTIEN & NICOLAS

Soit n l'âge de Nicolas et s l'âge de Sébastien.

	Passé	Présent	Futur
Nicolas	s	n	$6s$
Sébastien	$\frac{n}{6}$	s	$s+(6s-n)$

Exprimons que Nicolas a 6 fois l'âge qu'avait Sébastien lorsque Nicolas avait l'âge actuel de Sébastien. Voir colonne : **Passé.**
Dans la colonne **Futur,** nous exprimons que quand Nicolas aura 6 fois l'âge de Sébastien, son âge aura augmenté de $6s-n$, donc l'âge de Sébastien a aussi augmenté de :

$$6s-n.$$

Exprimons que la différence d'âge ne change pas entre le passé et le présent :

$$n-s=s-\frac{n}{6}$$

ou $\dfrac{7n}{6}-2s=0$

ou $7n-12s=0 \quad (1)$.

Exprimons que la somme des âges de la colonne **Futur** est égale à 79 :

$6s+s+(6s-n)=79$

ou $\quad -n+13s=79 \quad (2)$.

Nous avons le système :

$$\begin{cases} 7n-12s=0 & (1) \\ -n+13s=79 & (2), \end{cases}$$

ce qui donne $\quad n=12, \quad s=7.$

Nicolas a 12 ans, Sébastien en a 7.

5 CHER GRAND-PÈRE

Soit p, m, g les âges respectifs de papa, maman et grand-père.

	Passé	Présent
Papa	0	p
Maman		m
Grand-père	m	g

La colonne **Passé** montre que lorsque papa est né, grand-père avait l'âge de maman aujourd'hui.
Exprimons que l'âge de papa et celui de grand-père ont augmenté de la même façon :

$g-m=p \quad$ donc $\quad g=p+m \quad (1).$

Exprimons que si on enlève au carré de l'âge de grand-père la somme des carrés des âges de papa et maman, on obtient 1798 :

$$g^2-(p^2+m^2)=1\,798 \quad (2).$$

On a donc le système :

$$\begin{cases} g=p+m & (1) \\ g^2-p^2-m^2=1\,798 & (2). \end{cases}$$

Dans l'équation (2), remplaçons g par $p+m$:

$$\begin{aligned} (p+m)^2-p^2-m^2&=1\,708 \\ 2pm&=1\,798 \\ pm&=899. \end{aligned}$$

Comme les âges ne peuvent être que des nombres entiers :

$$pm = 29 \times 31.$$

Donc grand-père a :

$$29 + 31 = \mathbf{60\ ans}.$$

6 JUMEAUX ET TRIPLÉS

Soit j l'âge de chaque jumeau, et t celui de chaque triplé.
Nous avons :

$$\begin{cases} 2j + 3t = 45 & (1) \\ 3j + 2t = 50 & (2). \end{cases}$$

Soustrayons :

$$-j + t = -5 \quad \text{ou} \quad j - t = 5.$$

Cinq années se sont écoulées entre la naissance des jumeaux et celle des triplés.

7 MON ARRIÈRE-GRAND-PÈRE

Soit x mon âge et y l'âge de mon petit frère.
Exprimons que le carré de mon âge diminué du carré de l'âge de mon petit frère donne l'âge de mon arrière-grand-père (95 ans) :

$$x^2 - y^2 = 95$$

soit $(x - y)(x + y) = 95.$

Les âges sont des nombres entiers, nous avons :

$$(x - y)(x + y) = 5 \times 19$$

$$(x - y)(x + y) = 5 \times 19$$

$$\begin{cases} x - y = 5 & (1) \\ x + y = 19 & (2). \end{cases}$$

Additionnons :

$$2x = 24, \quad \text{donc,} \quad x = 12.$$

À ma naissance, mon arrière-grand-père avait :

$$95 - 12 = \mathbf{83\ ans}.$$

8 UNE RÉPONSE TROP DISCRÈTE

Soit x l'âge de la benjamine, on en déduit :
l'âge de l'aîné : $3x$;
l'âge du cadet : $2{,}5x$;
l'âge de Mme Martin : $3x + 2{,}5x$.

Quand le cadet aura atteint l'âge de l'aîné, c'est-à-dire $3x$, l'aîné aura $3x + (3x - 2{,}5x)$.

Donc M. Martin a actuellement $3x + (3x - 2{,}5x) + 3x$.

Le doyen a actuellement : $100 - (3x - 2{,}5x)$.

Résumons dans le tableau suivant :

	Présent	Futur
La benjamine	x	
L'aîné	$3x$	$3x + (3x - 2{,}5x)$
Le cadet	$2{,}5x$	$3x$
Mme Martin	$3x + 2{,}5x$	
M. Martin	$3x + (3x - 2{,}5x) + 3x$	
Le doyen	$100 - (3x - 2{,}5x)$	100

Exprimons que l'âge du doyen est la somme des âges des époux Martin :

$$3x+2{,}5x+3x+(3x-2{,}5x)+3x = 100-(3x-2{,}5x)$$

ce qui donne $x=8$.

Âges des membres de la famille Martin :

la benjamine : 8 ans;
le cadet : 20 ans;
l'aîné : 24 ans;
Mme Martin : 44 ans;
M. Martin : 52 ans.

9 QUAND TU NAQUIS MON FILS

Soit x l'âge actuel du fils. Remplissons le tableau suivant :

	Il y a 18 ans	Maintenant
Moi	$2x-18$	$2x$
Mon fils	$x-18$	x

Exprimons qu'il y a 18 ans, j'avais 3 fois ton âge :

$$2x-18=3(x-18)$$

ce qui donne : $x=36$.

Âge du fils : 36 ans, âge du père : 72 ans.

Quand tu naquis mon fils, j'avais 36 ans.

10 BASSE-COUR AÉRONAUTIQUE

Soit x, y et z les vitesses respectives du chat, de la souris et du cochon en km/h. ($x+y$: vitesse du chien; $y+z$: vitesse du cheval; $z+x$: vitesse du lapin.)
Vitesse d'Hermès :

$$(x+y)(y+z)(z+x).$$

Vitesse d'Ariane : $8xyz$.
Pour comparer les deux vitesses faisons leur différence D :

$$D=(x+y)(y+z)(z+x)-8xyz$$
$$D=2xyz+xy^2+yz^2+zx^2+xz^2+xy^2+yx^2-8xyz$$
$$D=xy^2+yz^2+zx^2+xz^2+zy^2+yx^2-6xyz$$
$$D=(xy^2+xz^2-2xyz)+(yz^2+yx^2-2xyz)+(zx^2+zy^2-2xyz)$$
$$D=x(y-z)^2+y(z-x)^2+z(x-y)^2.$$

D est positif (ou nul).

La vitesse d'Hermès sera donc supérieure (ou égale) à celle d'Ariane.

11 DE MYSTÉRIEUSES INCONNUES

Notre système s'écrit :

$$xy=1$$
$$2=yz$$
$$zt=3$$
$$4=tu$$
$$ux=6.$$

Multiplions les membres de gauche entre eux, puis faisons de même pour les membres de droite. Nous avons :

$$8x^2yztu=18yztu$$
$$x^2=\frac{9}{4} \text{ donc } x=\frac{3}{2} \text{ ou } x=-\frac{3}{2}.$$

On en déduit :

$$y=\frac{2}{3} \quad \text{ou} \quad y=-\frac{2}{3}$$
$$z=3 \quad \text{ou} \quad z=-3$$
$$t=1 \quad \text{ou} \quad t=-1$$
$$u=4 \quad \text{ou} \quad u=-4.$$

Ce qui donne ainsi deux groupes de solutions.

12 MA VIEILLE VOITURE AUX USA

Transformons la consommation aux 100 km en gallons :

$$\frac{11,76}{3,785} \approx 3,107 \text{ (gallons/100 km).}$$

Un gallon permettra donc de rouler sur une distance de :

$$\frac{100}{3,107} \approx 32,185 \text{ (km).}$$

Transformons cette distance en miles : $\dfrac{32,185}{1,609} \approx 20.$

Ma vieille voiture fera environ 20 miles par gallon.

13 DERNIÈRE DEMI-HEURE À LA PISCINE

Soit a le nombre d'adultes initial, et e celui des enfants.
Quand le cinquième d'adultes a quitté la piscine, il restait $\dfrac{4}{5}\,a.$

Exprimons qu'il restait 2 adultes pour 3 enfants :

$$\frac{4}{5}\,a \times \frac{1}{2} = e \times \frac{1}{3}$$

ou $\qquad \dfrac{2\,a}{5} = \dfrac{2}{3}$ ou $6\,a = 5\,e. \qquad (1)$

Exprimons que lorsque 44 enfants s'en allèrent, il resta 2 enfants pour 5 adultes :

$$\frac{4}{5}\,a \times \frac{1}{5} = (e-44)\,\frac{1}{2}$$

ou $\dfrac{4\,a}{25} = (e-44)\,\dfrac{1}{2}$

ou $8\,a = 25\,e - 110. \quad (2)$

Nous avons le système :

$$6\,a = 5\,e \qquad (1)$$
$$8\,a = 25\,e - 1\,100. \quad (2)$$

Ce qui donne : $a = 50$ et $e = 60.$

Au départ, il y avait 50 adultes et 60 enfants.

14 LE BLOCUS DU SUD

Soit x la consommation mensuelle de médicaments.
Apport mensuel avant le blocus : $x + \dfrac{10\,x}{100}$ ou $1,1\,x.$
Pendant le blocus, 75 % des apports furent supprimés ; il reste donc 25 % c'est-à-dire : $1,1\,x \times \dfrac{1}{4}\cdot$
Stock lors du début du blocus : $3\,x.$
Ce stock est à répartir sur 2 ans, c'est-à-dire par mois : $\dfrac{3\,x}{24}\cdot$
Consommation mensuelle possible pendant le blocus :

$$\frac{1,1\,x}{4} + \frac{3\,x}{24} \quad \text{ou} \quad \frac{11\,x}{40} + \frac{x}{8}\cdot$$

Ce qui donne : $\dfrac{16\,x}{40}$ ou $\dfrac{4\,x}{10}$ ou $\dfrac{40\,x}{100}\cdot$

Il faut réduire la consommation de 60 %.

15 LES DÉPENSES DE LA COLONELLE

Soit s le salaire initial de Monsieur et d les dépenses personnelles initiales de Madame (avant la promotion).
Malgré l'augmentation de 8 % du salaire, une augmentation de 18 % des dépenses personnelles de

Madame fait que pour les dépenses restantes, rien n'a changé :

$$s+\frac{8s}{100}-\left(d+\frac{18d}{100}\right)=s-d$$

ou $1{,}08s-1{,}18d=s-d$.

Soit $8s=18d$

$$d=\frac{8s}{18} \text{ ou } d=\frac{4s}{9}.$$

Avant la promotion, la proportion de la solde du lieutenant-colonel Dubois utilisée pour les dépenses personnelles de Madame était de $\frac{d}{s}$.

Après la promotion, elle devient :
$\frac{1{,}18d}{1{,}08s}$ c'est-à-dire $\frac{118}{108}\times\frac{4s}{9d}=0{,}485$.

Madame Dubois utilise pour ses dépenses personnelles 48,5 % de la solde de son mari.

16 SUPER FAMILY CIRCUS

Soit g le nombre de girafes :

$$g=\frac{3}{4}g+\frac{3}{4}.$$

Donc $g=3$.
Soit e le nombre d'éléphants :

$$e=\frac{4}{5}e+\frac{4}{5}.$$

Donc $e=4$.

Nombre total d'êtres vivants :
3 girafes + 4 éléphants + 4 humains + 1 singe = **12.**

17 J'AI FAIM APRÈS L'ÉCOLE

Soit b le prix d'une brioche, et c le prix d'un croissant.

Exprimons que 2 brioches et 1 croissant coûtent 10 F :

$$2b+c=10. \quad (1)$$

De même, 1 brioche et 2 croissants coûtent 11 F :

$$b+2c=11. \quad (2)$$

Nous avons le système :

$$\begin{cases} 2b+\ \ c=10 & (1) \\ \ \ b+2c=11. & (2) \end{cases}$$

Additionnons les 2 équations membre à membre. Nous avons :

$$3b+3c=21$$
$$b+c=7.$$

Il faut payer 7 F pour une brioche et un croissant.

18 TEMPÊTE AU ROCHER DE LA VIERGE

Soit x le prix d'un paquet de mouchoirs en papier, y le prix d'un chapeau, z le prix d'un parapluie, n le nombre de mouchoirs en papier par paquet.

Nous avons :

$$\begin{aligned} 3x&=y & (1)\\ z&=5n & (2)\\ 2z&=5y & (3)\\ y&=\frac{16n}{x}. & (4) \end{aligned}$$

L'équation (2) donne $n=\frac{z}{5}$,

l'équation (3) donne $z=\frac{5y}{2}$.

Donc $n=\frac{y}{2}$. Dans l'équation (4), remplaçons n par $\frac{y}{2}$, nous avons :

$y=\frac{16}{x}\times\frac{y}{2}$. Ce qui donne $x=8$.

Puis par substitutions successives, $y=24$, $z=6$, $n=12$.

Il y a 12 mouchoirs en papier par paquet.

19 MON x À MOI

Formulons successivement :
« Le cube du cinquième de x » :

$$\left(\frac{x}{5}\right)^3.$$

« Le quart du cube du cinquième de x » : $\frac{1}{4}\left(\frac{x}{5}\right)^3$.

« 54 fois le cent-vint-cinquième de l'unité » : $54 \times \frac{1}{125}$.

Nous avons : $\frac{1}{4}\left(\frac{x}{5}\right)^3 = \frac{54}{125}$.

Donc $\left(\frac{x}{5}\right)^3 = \frac{3^3 \times 2 \times 2^2}{5^3}$

ou $\left(\frac{x}{5}\right)^2 = \left(\frac{6}{5}\right)^3$

$$\frac{x}{5} = \frac{6}{5}.$$

Il en résulte $x=6$. « Le tiers de la moitié » correspond à : $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$.

Le tiers de la moitié de mon x à moi est égal à 1.

20 LES ROBES D'ANNE-SOPHIE

Soit x le nombre de robes d'été à fleurs et à bretelles d'Anne-Sophie.
Nombre de robes à fleurs sans bretelles : $9-x$.
Nombre de robes à bretelles sans fleurs : $5-x$.
Nombre de robes sans fleurs ni bretelles :

$$13 - x - (9-x) - (5-x) = x-1.$$

Le nombre de robes d'été à fleurs et à bretelles dépasse donc d'une unité le nombre de robes d'été sans fleurs ni bretelles d'Anne-Sophie.

21 UNE MÉSAVENTURE DANS LA LISTE DE MARIAGE

Soit x le nombre de couverts complets demandé.
Soit p les prix d'une cuiller et d'une fourchette réunies.
Soit q le prix d'un couteau.
Exprimons que le prix des 28 cuillers et fourchettes est égal à celui des $\frac{112}{3}$ de couteaux ; et c'est aussi le prix de x couverts complets :

$$28p = \frac{112}{3}q = x(p+q).$$

Donc $p = \frac{4}{3}q$

et $\frac{112}{3}q = x\left(\frac{4}{3}q + q\right)$.

Ce qui donne $x = \frac{112}{7} = 16$.

Hugues et Marie-Hélène auront 16 couverts complets.

22 ET VIVE L'AN 2000 !

Soit x le nombre de Chinois et y le nombre d'Indiens.
Nombre de Brésiliens : $x-y$.
Nombre d'Européens : $2(x-y)$.

Exprimons que les Chinois et les Indiens seront ensemble 5 fois plus nombreux que les Européens :

$$x+y=5\times 2(x-y)$$
$$9x=11y$$
$$\frac{x}{y}=\frac{11}{9}.$$

Le rapport entre le nombre de Chinois et celui d'Indiens sera de $\frac{11}{9}$.

23 CHAMEAUX ET DROMADAIRES

Le chameau a deux bosses et le dromadaire en a une. Soit c le nombre de chameaux et d celui des dromadaires.
Exprimons que le nombre total des bosses est 19 :

$$2c+d=19. \quad (1)$$

Exprimons que le nombre total des pattes est 52 :

$$4c+4d=52. \quad (2)$$

Nous avons le système :

$$\begin{aligned} 2c+d&=19 \quad (1)\\ 4c+4d&=52. \quad (2)\end{aligned}$$

L'équation (1) donne $d=19-2c$.
Remplaçons cette expression de d dans (2) : $4c+4(19-2c)=52$.
Ce qui donne $-4c=-24$,
ou $c=6$ et $d=7$.

Il y a 1 fatma de plus que de sheiks arabes.

24 ÉCHEC AU PUZZLE

Supposons le problème résolu. Soit x le nombre de morceaux « comme ceci » et y le nombre de morceaux « comme cela » utilisés.
Nombre de cases noires : $2x+y$.
Nombre de cases blanches : $x+3y$.

Il y a en tout 32 cases noires et 32 cases blanches.
D'où le système d'équations :

$$\begin{cases} 2x+y=32 & (1)\\ x+3y=32. & (2)\end{cases}$$

Remplaçons y par $32-2x$ dans l'équation (2) :

$x+3(32-2x)=32$, ce qui donne $x=12{,}8$.

Donc x n'est pas entier et le recouvrement est impossible.

25 AU SALON DE THÉ

Synthétisons les données :

	Il y a 3 semaines	Il y a 15 jours	La semaine dernière	Aujourd'hui
Mille-feuilles	2	3	2	3
Chocolat au lait	3	1		3
Thé		1	3	
Prix à payer	55,50 F	55,50 F	51 F	

Soit m le prix d'un mille-feuille, c celui d'un chocolat et t celui d'un thé.

Nous avons :

$$\begin{aligned} 2m+3c &= 55{,}50 \quad (1) \\ 3m+c+t &= 55{,}50 \quad (2) \\ 2m+3t &= 51. \quad (3) \end{aligned}$$

En comparant les relations (1) et (3) nous déduisons :

$$3c-3t=4{,}50 \quad \text{ou} \quad c-t=1{,}50.$$

En remplaçant t par $c-1{,}50$ dans la relation (2) nous obtenons :

$$3m+2c-1{,}50=55{,}50$$
ou $\quad 3m+2c=57 \qquad$ (2 bis).

Comparons les relations (1) et (2 bis). Additionnons membre à membre :

$$\begin{aligned} 2m+3c &= 55{,}50 \quad (1) \\ 3m+2c &= 57 \quad (2\,\text{bis}) \end{aligned}$$

$$5m+5c=112{,}50$$

Ce qui donne : $\quad m+c=22{,}5.$

Pour aujourd'hui, le prix à payer est de : $3m+3c$ donc 67,50 F.

26 CARTE FAMILLE NOMBREUSE

Soit p le prix normal et s le supplément en première.

Prix à payer avec 30 % de réduction sur la totalité du billet :

$$\frac{(p+s)\times 70}{100}=0{,}70(p+s).$$

Prix à payer avec 40 % de réduction sur le prix normal (mais sans réduction sur le supplément) :

$$0{,}60p+s.$$

Exprimons que les deux prix à payer sont identiques :

$$0{,}70(p+s)=0{,}60p+s$$

ou : $\quad 0{,}1p=0{,}3s$

donc : $\quad s=\frac{p}{3}.$

Rapport demandé : $\quad \dfrac{p+\frac{p}{3}}{p}=\frac{4}{3}.$

Un billet de première coûte les $\frac{4}{3}$ d'un billet de seconde.

2 / SIMPLE LOGIQUE ET QUELQUES ASTUCES

1 DEAR BARBARA

Prenons la troisième phrase : « ça sent mauvais dans la cuisine et je ne suis pas amoureuse de vous » ; avec un deuxième sens possible : « ça ne sent pas mauvais dans la cuisine mais j'ai très mal à l'estomac ». Supposons que le deuxième sens soit exact, alors la deuxième phrase n'a aucun sens possible. « Ça sent mauvais dans la cuisine (je n'ai pas mal à l'estomac) ». Donc le premier sens de la troisième phrase est exact. Elle n'est donc pas amoureuse. Et, d'après la première phrase, elle a mal à l'estomac.

En conclusion, Barbara a dit :

— Je souffre de l'estomac.
— Ça sent mauvais dans la cuisine.
— Je ne suis pas amoureuse de vous.

Je dois ouvrir la fenêtre, donner du bicarbonate de soude à Barbara et surtout ne pas tenter de l'embrasser.

2 FRÈRES ET SŒURS

J'ai 3 filles et 3 fils, c'est-à-dire 6 enfants.

En effet, si j'avais un enfant de moins, par exemple une fille, mes 2 autres filles ne pourraient plus dire qu'elles ont au moins 2 frères et au moins 2 sœurs.

3 LOGIQUE À L'ANGLAISE

L'âge de chaque garçon étant symbolisé par la première lettre de son prénom : nous avons d'après la phrase anglaise : $t<h$. D'où le schéma :

Présent	Futur
h	
m	$m+(h-t)$
t	h

Dans la colonne futur, nous avons donné à Timothy l'âge de Hugh, son âge a donc augmenté de $h-t$; de même l'âge de Mark a progressé de $h-t$.

Exprimons que Hugh aura 3 fois l'âge de Mark :

$$h=3\,[m+(h-t)]$$
$$h=3\,m+3\,h-3\,t.$$

Il nous faut comparer t et m (car nous savons déjà : $t<h$)

ou :
$$3\,t=3\,m+2\,h$$
$$t=\frac{3\,m+2\,h}{3}$$
$$t=m+\frac{2}{3}h.$$

Ce qui prouve que : $m<t$. **Mark est le benjamin.**

4 SKI DE FOND

Le skieur n'a pas raison, car le temps mis pour la montée est déjà égal à celui mis pour l'ensemble du parcours, sur le terrain plat.
Il est plus rapide de choisir le terrain plat.

5 TROIS AMÉRICAINES À PARIS

Résumons les cartes postales des trois amies de Chicago dans le tableau :

	Kathy	Nancy	Linda
La **Tour Eiffel**	oui	non	oui
L'**Arc de Triomphe**	oui	oui	non
Le **Louvre**	oui		
Le **Sacré-Cœur**	non		oui
Le **Musée d'Orsay**		non	
Le **Centre Pompidou**			non

Si elles ne sont pas allées à la Tour Eiffel, Kathy et Linda se sont trompées sur la Tour Eiffel mais les autres informations qu'elles donnent doivent être vraies. Or elles se contredisent sur l'Arc de Triomphe et le Sacré-Cœur. Donc c'est Nancy qui se trompe sur la Tour Eiffel. Ainsi, toutes les autres informations de Nancy sont vraies. Linda se trompe donc sur l'Arc de Triomphe et son affirmation pour le Sacré-Cœur est exacte, etc.
Ce qui nous permet de conclure :

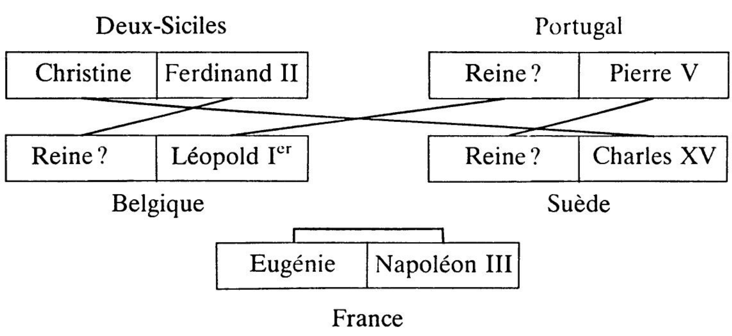
Tour Eiffel	oui	Sacré-Cœur	oui
Arc de Triomphe	oui	Musée d'Orsay	non
Louvre	oui	Centre Pompidou	non

6 LE DRESSING-ROOM DE PIERRE-ALEXANDRE

Comme il y en a 8 paires, Pierre-Alexandre doit attraper au moins **8 + 1 chaussures** pour être sûr d'avoir **2 chaussures symétriques.** Pour les chaussettes, comme il y a 3 couleurs différentes, il suffit de prendre **4 chaussettes** pour en avoir **2 de la même couleur.**

7 BIARRITZ 1859 UNE HISTOIRE ROYALE

Une première lecture du texte nous montre qu'il y a 4 couples royaux (plus un couple impérial), que l'on peut symboliser par le schéma suivant :



(Les flèches symbolisent le fait de danser ensemble.)

Nous avons 3 prénoms à placer : Stéphanie, Lovisa et Louise-Marie. « La Reine Stéphanie danse avec le mari de la Reine Louise-Marie, la Reine Lovisa avec le mari de la Reine Stéphanie. »
Sur le schéma, nous voyons que la Reine de Belgique danse avec le mari de la Reine Christine. D'après la phrase « Clé », ce n'est ni Stéphanie, ni Lovisa; c'est donc Louise-Marie.
Le mari de Louise-Marie danse avec la Reine Stéphanie, c'est-à-dire la Reine du Portugal. Lovisa est donc la Reine de Suède.
Conclusion :
Reine de Belgique : Louise-Marie. Reine du Portugal : Stéphanie. Reine de Suède : Lovisa.

8 UN PROBLÈME DE LEWIS CARROL

Lewis Caroll donne une suite de quatre propositions (dans quatre phrases).
Il faut partir de la dernière, on en déduit :

4. Le malfaiteur avait la clé.

3. Il avait un complice.

2. Il est venu en voiture.

1. Le témoin ne s'est pas trompé.

9 SJUKSKÖTERSKA

Prenons la troisième phrase : je n'ai mal qu'à un seul endroit du corps (j'ai mal aux pieds).
Si l'expression entre parenthèses était vraie, aucune expression de la 2^{e} phrase n'aurait de sens. Donc pour la 3^{e} phrase, il faut comprendre : je n'ai mal qu'à un seul endroit du corps. Ce qui nous amène à la 1re expression : « j'ai mal aux dents ». Il faut aiguiller Åke Björnsson vers le service dentaire.

10 LES SEPT MAÎTRESSES DE DON JUAN

Posons x le nombre de blondes mariées. Lisons l'énoncé lentement et remplissons au fur et à mesure le tableau suivant :

	Blondes	Rousses	Châtaines	Total
Mariées	x	0	$3-x$	3
Divorcées	0	1	0	1
Célibataires	$4-x$	0	$3-(4-x)$ $=x-1$	3
Total	4	1	2	7

Donc le nombre de célibataires aux cheveux châtains est de $3-(4-x)$ c'est-à-dire $x-1$.
Le nombre de blondes mariées dépasse de 1 celui des célibataires aux cheveux châtains.

11 UN SOLDAT SANS LE KÉPI

Il y a donc pour 11 corrections, 3 mensonges et une maladresse. Georges dit la vérité puisque la deuxième partie de sa phrase est vérifiée : Jean-Baptiste l'a bien accusé. Ainsi, la première partie de sa phrase est vraie : Jean-Baptiste est bien un menteur. Et les deux autres aussi, puisqu'il y a trois menteurs en tout.

On en déduit que Charles est menteur et comme il a dit : « ce n'est pas moi », c'est lui qui a fait le geste maladroit.
Distribution des corrections :
Armand : 3, Jean-Baptiste : 3, Charles : 5, Georges : 0.

12 NE CASSEZ PAS VOS COLLIERS DE PERLES

Sur les 8 perles la fausse est plus lourde.
Mettons 3 perles au hasard dans chacun des 2 plateaux de la balance.
S'il y a équilibre, la 2e pesée, en comparant les 2 perles restantes identifiera la fausse.
S'il y a déséquilibre, la 2e pesée, en comparant 2 des perles du plateau le plus lourd, permettra aussi d'identifier la fausse.
En effet, s'il y a équilibre, c'est la perle restante, s'il y a déséquilibre la plus lourde est la fausse.

13 CHEZ LES CANNIBALES

Soit s le poids de Simone, on en déduit le poids de Georgette : $s+10$, et celui d'Élisabeth : $s+5$.

Exprimons que le poids total des 3 jeunes femmes était égal à 171 :

$s+s+10+s+5=171$ ce qui donne $s=52$.

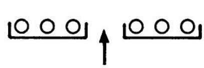
Simone pesait 52 kg, Geogette 62 kg et Élisabeth 57 kg.

Considérons maintenant les 3 époux. Le poids total des six jeunes gens n'était pas un nombre entier. Or nous savons que Léon pesait autant que sa femme, Victor une fois et demie de plus et Maurice deux fois plus.
Victor devait donc être l'époux d'une femme dont le poids était un nombre impair : Élisabeth.

Victor fut donc mangé, il pesait 85,5 kg.

Premier cas

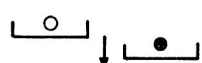
première pesée



équilibre

deuxième pesée

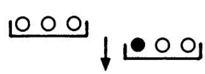
(perles restantes)



fausse perle

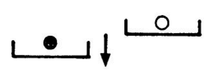
Deuxième cas

première pesée



déséquilibre

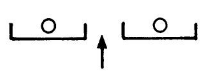
deuxième pesée



(2 des 3 « perles lourdes »)

fausse perle

ou



équilibre

dans ce cas, la fausse perle est la 3e perle qui n'est pas pesée.

14 AU VOLEUR

Alfred dit : « Bill dit qu'il est pompier » cela est vrai, il est donc soit le complice, soit l'innocent.

S'il est le complice, Bill et Coco doivent se contredire sur tous les points. Or, ils sont d'accord pour dire qu'Alfred est acrobate. Nous pouvons ainsi déduire qu'Alfred est innocent. Toutes ses affirmations sont vraies.

Coco est donc cuisinier. Il dit une vérité, c'est lui le complice, Bill est le voleur.

Il faut remettre en liberté Alfred.

15 LA DÉVASTATION DES CAROLINES

15 % de ces belles maisons ont eu leur piano intact

\+

20 % de ces belles maisons ont eu leurs armoires intactes

\+

25 % de ces belles maisons ont eu leurs papiers intacts

\+

30 % de ces belles maisons ont eu leurs tableaux intacts

---

90 % est le pourcentage total maximal de ces belles maisons qui ont eu un de ces quatre éléments intact.

10 % d'entre elles au moins ont donc eu à la fois pianos, armoires, papiers et tableaux saccagés.

16 AMITIÉ CHÉRIE

Si l'amitié était un sentiment réciproque, la somme du nombre de nouveaux amis de chacun serait nécessairement paire puisque chaque nouvelle amitié correspondrait deux fois à un nouvel ami.
Or le nombre de nouveaux amis est $7 \times 5 = 35$.
Ce nombre n'étant pas pair, l'amitié n'est pas toujours réciproque.

17 PARADOXE À LA COQUE

Le paradoxe est total.

18 LE DÉCOLLETÉ D'URSULE

Soit u l'aire de la surface de la plaque d'urticaire.
Aire de la surface d'urticaire découverte : $\frac{u}{10}$.

$\frac{u}{10}$ gâche le cinquième du décolleté, donc l'aire de la surface totale du décolleté est égale à $\frac{5u}{10}$.

Aire de la partie de jolie peau découverte :

$$\frac{5u}{10} - \frac{u}{10} = \frac{4u}{10}.$$

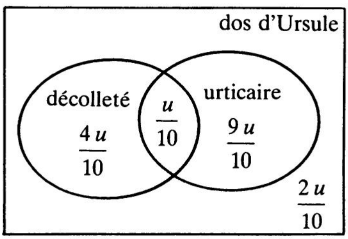
$\frac{4u}{10}$ correspondent aux 2 tiers de la jolie partie de son dos, donc $\frac{2u}{10}$ est l'aire de la partie jolie et cachée.

Surface totale cachée :

$$\frac{9u}{10}+\frac{2u}{10}=\frac{11u}{10}.$$

Proportion occupée par la plaque d'urticaire dans la partie cachée du dos d'Ursule : $\dfrac{\dfrac{9u}{10}}{\dfrac{11u}{10}}=\dfrac{9}{11}.$

Voici un diagramme récapitulatif :



19 DE L'HÉRÉDITÉ DES GOÛTS CULINAIRES

Nous observons ici 4 types de goûts avec leurs amateurs respectifs :

	Papa mais pas maman	Papa et Maman	Maman mais pas papa	Ni papa ni maman
Papa	*	*		
Maman		*	*	
Frère aîné				*
Sœur aînée	*		*	
Moi		*		
Mon jumeau			*	*
Petit frère	*			
Petite sœur			*	*
	3	3	4	3

Pour plaire au plus grand nombre possible, maman doit faire un repas qui lui plaise mais qui déplaise à son mari.

Ce sera : coquillages, lapin au fenouil et framboises, le tout sans ail ni alcool.

20 DE PARIS À LYON

Classons les professions en 3 types A, B, C et remplissons le tableau ci-dessous au fur et à mesure :

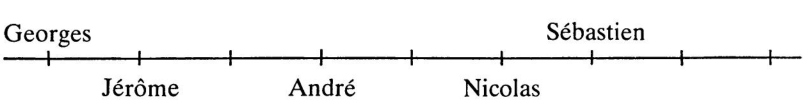
Nom	Région	Type de profession	Profession
Bertrand	Lyon	*B*	Ingénieur
Laurence	Paris	*C*	Médecin
Émile	Paris	*A*	Professeur
Charles	Paris	*B*	Ingénieur
François	Paris	*C*	Médecin
Josiane	Lyon	*A*	Professeur

21 QUELLE FAMILLE !

Ils sont juste sept. Monsieur et Madame Labrûche, leur fils et sa femme ainsi que les 3 petits-enfants : un garçon et deux filles.

22 SAUT EN HAUTEUR

Le plus grand écart qui existe entre 2 de leurs 5 sauts est celui entre les sauts de Georges et de Sébastien : **60 cm.**

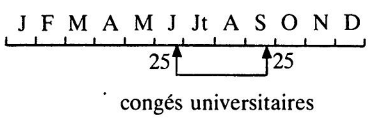


23 LE TRÉSOR DE RACKHAM LE ROUGE

Si l'inscription en émeraudes dit vrai, l'une au moins des deux autres inscriptions doit être un mensonge. Ce n'est pas possible car la vérité est inscrite sur le coffret saphirs et cette vérité est confirmée par le coffret rubis.
Donc l'inscription en émeraudes est un mensonge.
L'une au moins des deux autres inscriptions doit dire la vérité. Comme les deux affirmations sont concordantes, elles disent toutes deux la vérité.

Milou se précipite sur la boîte rubis.

24 CONGÉS DE MATERNITÉ



Rappelons qu'il y a 2 mois de congé de maternité avant la naissance et 4 mois après.

Le bébé Dupont doit naître entre le 25 novembre et le 25 février pour que le congé de maternité ne coïncide pas avec les vacances universitaires : période possible 3 mois.

Au contraire, le bébé Durand, dont la naissance se situera au moment des vacances universitaires verra le jour entre le 25 mai et le 25 août : période possible 3 mois.

En conclusion, **la « chance » de Mme Dupont** ou **la « malchance » de Mme Durand** arriveront avec la **même fréquence : 3 sur 12, soit 25 %.**

25 TRAVERSONS LA RIVIÈRE

Rappelons que la barque ne peut transporter qu'un seul adulte ou deux enfants.
Deux enfants traversent. L'un d'eux revient. Un premier adulte traverse. Le deuxième enfant revient.
On recommence 3 fois cette série de 4 traversées (une fois pour chaque adulte).
On finit par 3 derniers passages pour les 3 enfants.

Quinze passages auront donc été nécessaires.

26 SOIR D'ÉTÉ DANS UN JARDIN ANDALOUX

Juanita est la sœur de Manuel, donc Manuel ne peut être son mari.
Manuel ne peut être le mari de Paquita car elle est la plus âgée des femmes et lui n'est pas le plus jeune des hommes : il est plus âgé que Luis.
Manuel est donc le mari de Lupita.
Antonio et Juanita ne peuvent former un couple, car sinon Luis et Lupita formeraient aussi un couple : « Luis et Lupita ont à eux deux le même âge qu'Antonio et Juanita. »
Comme Lupita est la femme de Manuel, elle ne peut être la femme de Luis, et Juanita n'est pas la femme d'Antonio.
Paquita est donc la femme d'Antonio et Juanita la femme de Luis.
Conclusion : **Manuel et Lupita. Luis et Juanita. Antonio et Paquita.**

— 3 / LA MAGIE DES NOMBRES —

1 LA MARELLE FINLANDAISE

kahdeksan = 8	yxi = 7	kuusi = 6
kolme = 3	viisi = 5	setsinen = 7
nälje = 4	yhdekján = 9	kaksi = 2

Total viisikymmentä = 15.

2 ROLAND-GARROS

Comme chaque match élimine un joueur de simple, ou une paire de joueurs de double, il faudra arbitrer 2 fois 127 matches de simple et 3 fois 63 matches de double.

Nombre total des matches :

$$(2 \times 127) + (3 \times 63) = 443.$$

En divisant 443 par 5, on voit qu'il faudra 89 arbitres.

3 CHARLES-EDOUARD, VOUS ÊTES UN COCHON !

Complétons les 4 opérations :

$$\begin{array}{r} .\ .\ .\ .\ 2\ 5 \\ \times \qquad\quad 7 \\ \hline \boxed{7}\ .\ .\ .\ .\ 7\ 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1\ 9\ 8\ 7 \\ +\ 8\ 8\ 9\ 1 \\ \hline 1\ 0\ 8\ 7\ 8 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 9\ 8 \\ -\ 8\ 9 \\ \hline 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{l|l} 9\ 9\ 2 & 8 \\ \cline{2-2} 1\ 9 & 1\ 2\ 4 \\ \ \ 3\ 2 & \\ \ \ \ \ 0 & \end{array}$$

La multiplication est nécessairement fausse (à cause du chiffre encadré qui ne peut dépasser 6).

4 NE SOYEZ PAS JALOUX

Considérons le problème à partir de la fin :

	À la fin	Au stade précédent	Au stade précédent	Au début
Votre verre	144	72	180	90
Mon verre	144	216	108	198
Total constant	288	288	288	288

Mon verre contenait 108 g de plus que le vôtre.

5 LE MILLIONIEME JEU MATHÉMATIQUE

Temps de travail quotidien : 520 min.
Nombre de problèmes quotidiens : 40.
Nombre de problèmes hebdomadaires : 240.
Nombre de problèmes en 52 semaines : 12 480.
Nombre d'années de 52 semaines passées au travail :

$$\frac{1\,000\,000}{12\,480}=80{,}128.$$

Notre sympathique héros avait donc cent ans (il avait commencé à résoudre les jeux à 20 ans), quand une crise cardiaque l'emporta, hélas !

6 MOINS D'UNE MINUTE CHRONO

$(x-a)(x-b)(x-c)\dots(x-x)$
$(x-y)(x-z)=\mathbf{0}.$

Lorsqu'un facteur est nul, le produit est nul, n'est-ce pas ?

7 UNE ÉVIDENCE POUR LES SURDOUÉS

Nous avons :

1. $N=27\,195^8-(10\,887^8-10\,152^8)$,
or $27\,195=3\times5\times7^2\times37$
et $10\,887-10\,152=735=3\times5\times7^2$.

Donc N est multiple de $3\times5\times7^2$.

2. $N=(27\,195^8-10\,887^8)+10\,152^8$,
apor : $27\,195-10\,887=16\,308$
$=2^2\times3^3\times151$ et
$10\,152=2^2\times3^3\times47$.

Donc N est un multiple de $2^2\times3^3$.

En conclusion, N est un multiple de $3\times5\times7^2$ et de $2^2\times3^3$.

Donc N est un multiple de :
$2^2\times3^3\times5\times7^2=\mathbf{26\,460}$
(et pas de 16 308).

8 FAMILLE NOMBREUSE

Soit s l'âge de Sébastien (l'aîné), et f l'âge de François-Christophe (le cadet). f est un facteur de 264 ; s, un facteur de 1 000.
La somme des facteurs est la somme des âges des 6 enfants, donc elle doit être la même.
Or :

$$\begin{aligned}264&=1\times164=2\times132=3\times88\\&=4\times66=6\times44=8\times33\\&=11\times24=12\times22.\end{aligned}$$

Somme des facteurs correspondants :

$$\begin{aligned}1+164&=165\\2+132&=134\\3+88&=91\\4+66&=70\\6+44&=50\\8+33&=41\\11+24&=35\\12+22&=34.\end{aligned}$$

Et pour 1000, on a :

$$\begin{aligned}1\,000&=1\times1\,000=2\times500\\&=4\times250=5\times200\\&=8\times125=10\times100\\&=20\times50=25\times40.\end{aligned}$$

Somme des facteurs :
1 001, 1 000, 254, 205, 133, 110, 70, 65.
La seule somme commune est 70.
Donc François-Christophe a 4 ans et Sébastien en a 20.
Sébastien avait seize ans à la naissance de son petit frère.

9 L'ANNIVERSAIRE D'ONCLE RODOLPHE

Maud a soufflé 28 bougies :

1 an : 1 bougie
2 ans : 2 bougies
3 ans : 3 bougies
4 ans : 4 bougies
5 ans : 5 bougies
6 ans : 6 bougies
7 ans : 7 bougies

total : 28 bougies

Maud a donc 7 ans.
Considérons tous les âges de 0 à 99 ans.

00	01	02	....	09
10	11	12	....	19
20	21	22	....	29
. . . .				
90	91	92	....	99

N'oublions pas que les bougies bleues représentent les dizaines et les blanches des unités. Il faut additionner les chiffres des dizaines entre eux (par colonne), et les chiffres des unités entre eux (par ligne).
Prenons par exemple la 1re colonne, additionnons 0 avec 9, 1 avec 8, 2 avec 7, etc. Nous calculons $(0+9)+(1+8)+(2+7)+(3+6)+(4+5)$.
La moyenne des deux chiffres est 4,5. Nous avons cinq couples, cela fait $5\times 4{,}5$.
En tout, nous avons 100 fois 2 chiffres dont la valeur moyenne est 4,5.
Cela fait $100\times 2\times 4{,}5=900$.
L'oncle Rodolphe en a soufflé 882, il lui en manque 18. Il a 98 ans, alors que Maud en a 7.
Mais comme il vient de fêter ses 98 ans, lorsque Maud fêtait ses 7 ans, il n'en avait que 97.
À la naissance de Maud, oncle Rodolphe avait 90 ans.
Vous avez compris? Bravo!

10 INTERRO!

Rappelons d'abord que :

$$a^2-b^2=(a-b)(a+b).$$

donc : $1-\frac{1}{2^2}=\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{2}\right)$, etc.

Nous avons :

$$X=\frac{15}{4}\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{3}\right)\ldots\left(1-\frac{1}{14}\right)\left(1+\frac{1}{14}\right)\left(1-\frac{1}{15}\right)\left(1+\frac{1}{15}\right)$$

$$X=\frac{15}{4}\times\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{4}{3}\times\frac{3}{4}\times\frac{5}{4}\ldots\times\frac{13}{14}\times\frac{15}{14}\times\frac{14}{15}\times\frac{16}{15}$$

$$X=\frac{15}{4}\times\frac{1}{2}\times\frac{16}{15}$$

$\mathbf{X=2.}$

Les élèves ont 2 minutes pour trouver le résultat.

11 BIOLOGIE MARTIENNE

Appelons b le nombre de bras, j le nombre de jambes et y le nombre d'yeux.
Nous avons : $b+j+bj=34$ (1)
et : $j+y+jy=14.$ (2)

Rappelons :

$$(b+1)(j+1)=bj+b+j+1.$$

Les relations (1) et (2) peuvent donc s'écrire :

$$(b+1)(j+1)=35$$

et : $$(j+1)(y+1)=15.$$

Nous pouvons en déduire $b+1=7$, $j+1=5$, $y+1=3$.

Les Martiens ont donc 6 bras, 4 jambes et 2 yeux !

12 PETITE SALADE ET GRANDE ASTUCE

Remarque préliminaire :

$$65^2-56^2=1\,089 \text{ et } 33^2=1\,089.$$

Nous avons :

$$\begin{aligned}
&6\,565^2-5\,656^2\\
&=(6\,500+65)^2-(5\,600+56)^2\\
&=(6\,500^2+2\times 6\,500\times 65+65^2)\\
&\qquad -(5\,600^2+2\times 56\times 5\,600+56^2)\\
&=6\,500^2-5\,600^2+200\times 65^2-200\\
&\qquad \times 56^2+65^2-56^2\\
&=10^4(65^2-56^2)+200(65^2-56^2)\\
&\qquad +65^2-56^2\\
&=10^4\times 33^2+200\times 33^2+33^2\\
&=3\,300^2+2\times 3\,300\times 33+33^2\\
&=(3\,300+33)^2\\
&=3\,333^2.
\end{aligned}$$

Ce qui donne :

$$\boldsymbol{\sqrt{6\,565^2-5\,656^2}=3\,333.}$$

13 FARENHEIT ET CELSIUS FONT LA PAIX

Quand la température Celsius augmente de 0° à 100 °C, la température Farenheit augmente de 32 °F à 212 °F.

1 °C correspond donc à :

$$\frac{212\,°F-32\,°F}{100}=1{,}8\,°F.$$

Soit x la température Celsius, et y la température Farenheit.
$x=0$ correspond à $y=32$.
$x=1$ correspond à $y=1{,}8$.

Donc y est une fonction affine de x telle que :

$$y=1{,}8\,x+32.$$

Écrivez l'égalité entre x et y :

$$\begin{aligned}
1{,}8\,x+32&=x\\
0{,}8\,x&=-32\\
x&=\frac{-32}{0{,}8}=-40.
\end{aligned}$$

Il fait −40 °C ou −40 °F. Il fait vraiment très froid !

14 MESSAGE SECRET

18	24	5	6	12
10	11	17	23	4
22	3	9	15	16
14	20	21	2	8
1	7	13	9	25

15	18	21	4	7
24	2	10	13	16
8	11	19	22	5
17	25	3	6	14
1	9	12	20	23

Le total de chaque ligne, colonne ou diagonale, égale 65.

Décodons selon les rangs alphabétiques :

1	1	5	5	8	9	13	13	17	19	20	20	21
A	A	E	E	H	I	M	M	Q	S	T	T	U

ce qui donne comme sujet obsessionnel : **MATHÉMATIQUES.**

15 DE 1990 À 1991

On peut écrire E sous la forme :

$$E = \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \dots$$
$$+ (\dots) + \left(\frac{1}{1990} - \frac{1}{1991}\right)$$
$$E = 1 - \frac{1}{1991} = \frac{1990}{1991}$$
$$\mathbf{E = \frac{1990}{1991}.}$$

16 MATHUSALEM ÉTAIT MENTEUR

Soit m l'âge de Mathusalem et p celui de son petit-fils préféré.

Nous avons :

$$4m = p^2 - 3 \quad \text{ou} \quad p^2 = 4m + 3.$$

p^2 est égal à un multiple de 4 augmenté de 3, p est donc impair; posons $p = 2k + 1$.

Ce qui donne $p^2 = (2k+1)^2$
$p^2 = 4k^2 + 4k + 1.$

p^2 est égal à un multiple de 4 augmenté de 1.

Un multiple de 4 augmenté de 3 ne pouvant être égal à un multiple de 4 augmenté de 1, **Mathusalem était donc un menteur.**

17 MANIPULATION ARITHMÉTIQUE

Soit c le chiffre des centaines, d celui des dizaines et u celui des unités. Première information :

$$(100c + 10u + d)$$
$$- (100c + 10d + u) = 36$$

donc $u = d + 4$.
Deuxième information :

$$(100d + 10c + u)$$
$$- (100c + 10d + u) = 270$$

donc $d = c + 3$. Pour reconnaître la divisibilité par 9 on calcule :

$$u + d + c.$$

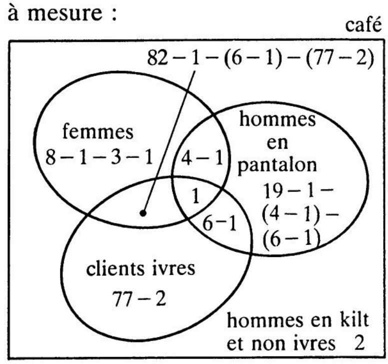
D'où il résulte que :

$$u + d + c = c + 3 + 4 + c + 3 + c$$
$$= 3c + 10.$$

c est un chiffre positif.
Donc $u + d + c$ sera égal à 13, 16, 19, 22, 25, 28, 31, 34 ou 37.
$u + d + c$ n'est donc pas divisible par 9 :
Le nombre en question n'est pas divisible par 9.

18 FRANCE-ÉCOSSE

Résumons l'énoncé dans un diagramme, et remplissons-le au fur et à mesure :



Femme ivre en pantalon : 1.
Femmes non ivres en pantalon :

$$4-1=3.$$

Hommes ivres en pantalon :

$$6-1=5.$$

Hommes non ivres en pantalon :

$$19-1-(4-1)-(6-1)=10.$$

Hommes ivres en kilt :

$$77-2=75.$$

Femmes ivres ne portant pas de pantalon :

$$82-1-(6-1)-(77-2)=1.$$

Femmes non ivres et ne portant pas de pantalon :

$$8-1-(4-1)$$
$$-[82-1-(6-1)-(77-2)]=3.$$

Hommes en kilt non ivres : 2.

Nombre total de clients :

$$1+3+5+10+75+1+3+2=100.$$

Il y a déjà 100 clients; mieux vaut trouver un endroit plus tranquille...

19 MON FRÈRE, MA SŒUR

Soit f le nombre de filles et g le nombre de garçons.

Exprimons que la petite-fille a autant de frères que de sœurs : $g=f-1$. (1)

Exprimons que le petit garçon a 2 fois plus de sœurs que de frères : $f=2(g-1)$. (2)

Nous avons le système :

$$\begin{cases} g=f-1 & (1) \\ f=2(g-1). & (2) \end{cases}$$

Remplaçons, dans (2), g par $f-1$: $f=2(f-2)$.
Ce qui donne : $f=4$ et $g=3$.

Cela fait 7 enfants : 4 filles et 3 garçons.

20 CONTES DE FÉES AU CARRÉ

Soit b l'âge de Blanche-Neige et B celui de Barbe-bleue.
Nous avons : $b+4b^2=B^2$.

Donc : $4b^2<B^2<4b^2+4b+1$
ou : $(2b)^2<B^2<(2b+1)^2$.

Soit : $2b<B<2b+1$.

B n'est pas un nombre entier : Barbe-bleue n'a jamais existé. **Il ne faut pas croire aux contes de fées.**

21 UNE ANOMALIE AU STADE DE FOOT

Soit N, E, S, O et n les nombres de places respectifs des tribunes Nord, Est, Sud, Ouest et numérotées.

$$E+N=11\,000\ .$$
$$N+O=8\,000$$
$$O+n=13\,000$$
$$n+S=5\,000$$
$$S+E=7\,000.$$

Nous avons :

$$(E+N)+(O+n)$$
$$<(N+O)+(n+S)+(S+E)$$

ou :

$$11\,00+13\,000$$
$$<8\,000+5\,000+7\,000,$$

c'est-à-dire : $24\,000<20\,000$.

Il y a là une **incohérence :** notre nouveau stade comporte bien une anomalie.

22 QUATRE PETITS GOURMANDS

Soit g le nombre de chewing-gums, c celui des coquillages et b le nombre de bonbons de chaque paquet.

Il y a 20 gourmandises, par paquet et 4 paquets coûtent 80 F :

$$\begin{cases} g + c + b = 20 & (1) \\ g + 16c + 2b = 80. & (2) \end{cases}$$

Retranchons la relation (1) de la relation (2) membre par membre.

Nous avons : $15c + b = 60$ (3).

Examinons cette relation (3) et écrivons-la sous la forme :

$$b = 60 - 15c.$$

c ne peut prendre que les valeurs 1, 2 ou 3. Mais la relation (1) montre que b ne peut dépasser 20.

Ce qui donne :

$$c = 3 \quad \text{et} \quad b = 15.$$

D'où : $g = 2$.

Chaque paquet contient donc 2 chewing-gums, 3 coquillages et 15 bonbons.

23 SEPTENNATS EN SYLDAVIE

Considérons l'âge de la république syldave. C'est un nombre à 3 chiffres.

Soit c le chiffre des centaines, d celui des dizaines et u celui des unités.

Notre hypothèse s'écrit :

$$2d + 3u - c = 17$$

ou $$c = 2d + 3u - 17. \quad (1)$$

Nous devons en déduire si l'âge de cette république $(100c + 10d + u)$ est un multiple de 7, car le changement du président de la République a lieu tous les 7 ans.

Essayons de dégager de :
$100c + 10d + u$ les multiples de 7 sans oublier l'équation (1) :

$$\begin{aligned} &100c + 10d + u \\ &= 98c + 2c + 7d + 3d + u \\ &= (7 \times 14c) + 2(2d + 3u - 17) \\ &\qquad + 7d + 3d + u \\ &= (7 \times 14c) + (7 \times 2d) + 7u - 34 \\ &= 7(14c + 2d + u - 5) + 1. \end{aligned}$$

L'âge de la république syldave est un multiple de 7 plus 1 : il n'y aura pas cette année de changement de président de la République en Syldavie.

24 LE BASSIN DES QUATRE FONTAINES

Sans évaporation, en un jour, la première fontaine seule remplit le bassin, la deuxième fontaine en fait la moitié, la troisième le tiers et la quatrième le quart.

Avec l'évaporation, en un jour, en ouvrant les quatre fontaines, nous remplissons une proportion du bassin égale à :

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{20}$$
$$= \frac{60}{60} + \frac{30}{60} + \frac{20}{60} + \frac{15}{60} - \frac{3}{60} = \frac{122}{60}.$$

Le bassin sera donc rempli en $\frac{60}{122}$ jours ou 11 h 48 min 12 s environ.

25 EN PLEINE FORME À 120 ANS !

Pas si large que ça. En effet, il faut prévoir 4 enfants de 90 ans environ, 16 petits-enfants de 60 ans environ, 64 arrière-petits-enfants de 30 ans environ et 26 arrière-petits-enfants très jeunes.
Total : $1+4+16+64+256=341$.
Un salon de 300 personnes ne suffit donc pas !

26 AU BOULOT TOUS LES TROIS

En une minute, Mélanie peut tondre $\frac{1}{143}$ du gazon avec la vieille tondeuse, et Pierre $\frac{1}{86}$ avec la nouvelle tondeuse tandis que le mouton tond $\frac{1}{671}$ du gazon.
À eux trois, en une minute : ils peuvent tondre :

$$\frac{1}{143}+\frac{1}{86}+\frac{1}{671}\approx 0{,}02 \text{ ou } \frac{2}{100}.$$

Pour tondre tout le gazon ils mettent $\frac{100}{2}$ minutes ou 50 minutes.

27 NOMBRES IMPAIRS

Soit n un nombre entier.
Le premier nombre impair de la suite est de la forme $2n+1$.
Le deuxième est de la forme $2n+3$, le troisième $2n+5$.
Exprimons que la somme est égale à 63 :
$(2n+1)+(2n+3)+(2n+5)=63$,
ce qui donne $n=9$.

Les trois nombres impairs consécutifs cherchés sont : 19, 21, 23.

28 BICENTENAIRE BORDELAIS

Nous devons additionner 201 nombres dont la valeur moyenne est bien sûr : 1 889. Le résultat cherché est ainsi :

$$201\times 1\,889=379\,689 \text{ habitants.}$$

29 LES POISSONS ROUGES

Soit N ce nombre inconnu.
Proportion de poissons marqués en vert : $\frac{12}{N}$ ou $\frac{4}{11}$.
Nous avons : $\frac{12}{N}=\frac{4}{11}$.
Donc : $4N=132$ et $N=33$.
Il y a approximativement 33 poissons dans le bassin du parc du collège.

30 Y A-T-IL DES FEMMES DANS L'AVION ?

Soit h le nombre des hommes et f celui des femmes.

Nombre de passagers en classe touriste : $\frac{7}{8}\times 200=175$.

Nombre de passagers en première classe : $\frac{4}{5}\times 100=80$.

En suivant l'énoncé, nous pouvons écrire :

$$\frac{11}{21}h+\frac{8}{10}f=175$$

$$\text{et}\quad \frac{10}{21}h+\frac{2}{10}f=80.$$

Nous avons le système :

$$\begin{cases} 110\,h + 168\,f = 36\,750 & (1) \\ 100\,h + \;\;42\,f = 16\,800. & (2) \end{cases}$$

Multiplions l'équation (1) par 100 et l'équation (2) par -110.

$$\begin{array}{r} 11\,000\,h + 16\,800\,f = \;\;3\,675\,000 \\ -11\,000\,h - \;\;4\,620\,f = -1\,848\,000 \\ \hline 12\,180\,f = \;\;1\,827\,000 \end{array}$$

$$f = \frac{1\,827\,000}{12\,180}$$

$$f = 150.$$

Il y a 150 femmes dans l'avion.

31 AU KARATÉ

Soit k l'âge de Khê (l'aîné) et v celui de Viêt (le plus petit).

Nous avons :

$$(k + v)(k^2 - v^2) - kv\,(k - v) = 37.$$

Soit :

$$(k + v)(k + v)(k - v) - kv\,(k - v) = 37$$

ou $\quad (k - v)\,[(k + v)^2 - kv] = 37.$

37 étant un nombre premier :

$$k - v = 1$$

et par suite $(k + v)^2 - kv = 37.$

Remplaçons k par $v + 1$ dans cette dernière relation :

$$(v + 1 + v)^2 - (v + 1)\,v = 37$$
$$4\,v^2 + 4\,v + 1 - v^2 - v = 37$$
$$3\,v^2 + 3\,v = 36.$$

Soit $\quad v\,(v + 1) = 12.$

v est entier, nous avons donc : $v = 3$ et $k = 4$.

Si Khê a 4 ans, mon professeur de karaté avait 33 ans lors de sa naissance.

32 LA GRIPPE ASIATIQUE

Examinons la situation à partir de mon voyage en Asie :

Semaine n°	1	2	3	4	5	6	7
Nombre de malades	1	7	49	343	2 401	16 807	117 649
Nombre total de personnes atteintes	1	8	57	400	2 801	19 608	137 257

Si le virus a déjà provoqué 400 grippes, c'est que nous sommes dans la 4e semaine depuis mon retour d'Asie. Or, d'après le tableau ci-dessus, l'épidémie se terminera à la fin de la 7e semaine suivant mon retour, c'est-à-dire dans un peu plus de 3 semaines.

4 / TEMPS ET DISTANCE

1 JUMEAUX À VÉLO

Soit d la longueur du trajet, en kilomètres; vitesse d'Antoine : $\frac{d}{20}$.

Vitesse de Guillaume : $\frac{d}{15}$ (vitesse exprimée en km par minute).

Vitesse de rattrapage (de Guillaume sur Antoine) en km par minute : $\frac{d}{15} - \frac{d}{20} = \frac{d}{60}$.

Avance d'Antoine, à son départ : $\frac{d}{20} \times 4 = \frac{d}{5}$.

Temps de rattrapage : $\frac{d}{5} : \frac{d}{60} = 12$ (en minutes).

Après avoir été doublé par Guillaume, Antoine devra pédaler pendant : $20 - 12 - 4 = 4$; soit **4 min.**

Remarque : N'oublions pas qu'Antoine est parti 4 min avant Guillaume.

2 RENDEZ-VOUS SOUS LE SAULE PLEUREUR

Nombre de kilomètres faits par Valentine avant le départ d'Augustin : $\frac{45}{4}$.

C'est alors leur différence de distances avec le saule pleureur.

Mais à chaque minute Augustin rattrape sur cette différence une longueur égale à :

$$\frac{60}{60} - \frac{45}{60} = \frac{1}{4} \text{ (km)}.$$

Temps nécessaire pour avoir parcouru la même distance (ils avaient rendez-vous à mi-chemin de leurs domiciles) :

$$\frac{45}{4} : \frac{1}{4} = 45 \text{ (min)}.$$

Ils avaient rendez-vous à :

3 h 15 min + 45 min = 4 h.

3 CANOTAGE

Travaillons en km, h et km/h.

Soit V la vitesse sur le lac, v la vitesse du courant de la rivière et ℓ la longueur du trajet aller.

Exprimons que Jeannot met 2 h pour descendre la rivière :

$$\frac{\ell}{V + v} = 2,$$

ce qui donne $\ell = 2V + 2v$. (1)

Jeannot met 3 h pour faire le retour :

$$\frac{\ell}{V - v} = 3 \quad \text{ou} \quad \ell = 3V - 3v. \quad (2)$$

Nous avons le système :

$$\begin{cases} \ell = 2V + 2v & (1) \\ \ell = 3V - 3v. & (2) \end{cases}$$

Éliminons v :

$$5\ell = 12\ V,$$

$\frac{\ell}{V}$ correspond au temps mis pour parcourir la moitié du trajet total sur le lac :

$$\frac{\ell}{V} = \frac{12}{5} \quad \text{et} \quad \frac{2\ell}{V} = \frac{24}{5}$$

ou 4 h 48 min.

4 BICYCLETTES SUÉDOISES

Soit x ce résultat inconnu (en min).
Temps de parcours d'Ann-Kristin : $60 - x$.
Temps de parcours de Hans-Olov : $45 - x$.
Comme Hans-Olov va une fois et demie plus vite qu'Ann-Kristin, le temps de parcours d'Ann-Kristin est une fois et demie plus long que celui de son ami :

$$60 - x = 1{,}5\,(45 - x),$$

ce qui donne $x = 15$.

Hans-Olov et Ann-Kristin se sont donc arrêtés un quart d'heure dans la forêt de sapins pour prendre leur «kaffe med dopp».

5 MA FEMME EN 2 CV, MOI PAS!

Soit D la distance AB, V la vitesse de la grosse voiture et v celle de la 2 CV. Soit x le temps demandé.
Exprimons que si les deux voitures se dirigent l'une vers A et l'autre vers B, elles se croisent au bout d'une demi-heure :

$$\frac{D}{V+v} = \frac{1}{2} \quad \text{ou} \quad D = \frac{V+v}{2}.$$

Quand les deux voitures se dirigent toutes les deux vers le sud, la mienne met 2 h pour doubler la 2 CV :

$$\frac{D}{V-v} = 2 \quad \text{ou} \quad D = 2\,(V - v).$$

Si la vitesse de ma voiture était diminuée d'un dixième et celle de la 2 CV augmentée d'un sixième, j'aurais rejoint la 2 CV au bout de x h.

$$\frac{D}{\frac{9\,V}{10} - \frac{7\,v}{6}} = x \quad \text{ou} \quad D = \left(\frac{9\,V}{10} - \frac{7\,v}{6}\right) x.$$

On peut ainsi écrire D de trois façons différentes :

$$D = \frac{V+v}{2} = 2\,(V - v) = \left(\frac{9\,V}{10} - \frac{7\,v}{6}\right) x.$$

Puisque $\frac{V+v}{2} = 2\,(V - v)$,

alors $V + v = 4\,V - 4\,v$
$5\,v = 3\,V$ ou $15\,v = 9\,V$.

$$\text{Or } x = \frac{D}{\frac{9\,V}{10} - \frac{7\,v}{6}} = \frac{D}{\frac{15\,v}{10} - \frac{7\,v}{6}} = \frac{3\,D}{v},$$

$$\text{et } D = \frac{V+v}{2} = \frac{\frac{5}{3}\,v + \frac{3\,v}{3}}{2} = 4\,v.$$

Donc $\frac{D}{v} = 4$

et $x = 3\left(\frac{D}{v}\right) = 3 \times 4$

d'où $\mathbf{x = 12.}$

6 ROUE AVANT ET ROUE ARRIÈRE

Soit k le nombre de tours de la roue avant, le nombre de tours de la roue arrière est : $k - 758$.

Circonférence de la roue avant : $\pi \times 60$.
Circonférence de la roue arrière : $\pi \times 70$.
Exprimons que les deux roues ont parcouru la même distance x :

$$k \times 60\pi = (k-758)\,70\pi$$
$$= k \times 70\pi - 758 \times 70\pi,$$

ou $\quad -10\pi \times k = -758 \times 70\pi$

$$k = \frac{758 \times 70 \times \pi}{10 \times \pi}$$
$$k = 5\,306.$$

D'où la distance cherchée :
$5\,306 \times 60 \times \pi \approx 1\,000\,157{,}4$ (cm) **soit 10 km environ.**

7 MES SUPER-VACANCES

Soit a, b, c, d, e et f les distances respectives (en km) de chacun des six trajets.
Comme le nombre d'heures mis pour faire un trajet est égal à la centaine de kilomètres de la distance du trajet précédent (le temps mis pour le premier trajet correspond à la distance du dernier), nous pouvons exprimer le temps total de parcours (en heures) sous la forme :

$$\frac{a+b+c+d+e+f}{100}.$$

D'où la vitesse moyenne

$$\frac{(a+b+c+d+e+f)}{\left(\dfrac{a+b+c+d+f+f}{100}\right)} = \mathbf{100\ km/h.}$$

8 LA VISITE À TANTE BERTHE

Le temps mis pour faire les deux premiers tiers du trajet à 100 km/h est égal au temps mis pour en faire le dernier tiers à 50 km/h.
Chacun de ces deux temps sera donc égal à la moitié du temps total du trajet : $\frac{3}{8}$ h.
Distance correspondante sur autoroute : $100 \times \frac{3}{8} = 37{,}5$ (km).
Distance sur petite route :

$$50 \times \frac{3}{8} = 18{,}75 \text{ (km)}.$$

Distance totale :

$$37{,}5 + 18{,}75 = \mathbf{56{,}25\ (km).}$$

9 ESCALIER ROULANT

Soit x le nombre de marches inconnu, V la vitesse de l'escalator (en nombre de marches par minute), v ma propre vitesse ordinaire.
Quand l'escalier roulant est immobile, il présente x marches. Quand je mets les pieds sur 18 marches, il monte de « $x - 18$ » marches.
Nous pouvons écrire :

$$\frac{V}{v} = \frac{x-18}{18}. \quad (1)$$

Lorsque je double ma vitesse, je mets les pieds sur 24 marches l'escalator en monte $x - 24$.

Nous avons : $\dfrac{V}{2v} = \dfrac{x-24}{24}. \quad (2)$

En comparant les relations (1) et (2) nous pouvons écrire :

$$2 \times \frac{x-24}{24} = \frac{x-18}{18}$$

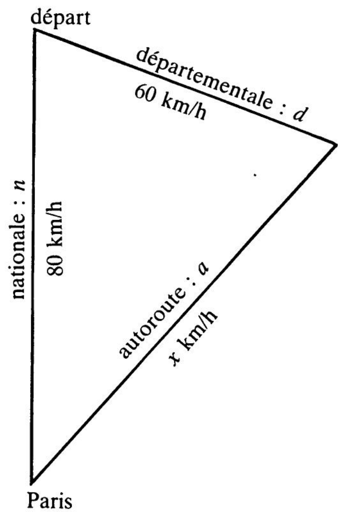
ou $\quad 18(2x-48) = 24(x-18)$,
c'est-à-dire : $x = 36$.

Quand l'escalier roulant est en panne, il faut gravir 36 marches.

10 UN RETOUR BIEN PARISIEN

Soit n la distance effectuée sur la nationale en km, d la distance sur la départementale, a la distance sur l'autoroute et x la vitesse sur l'autoroute.

Nous résumons l'énoncé par le schéma suivant :



Exprimons que, par la départementale et l'autouroute, le trajet a augmenté de 20 % :

$$d + a = 1{,}20 \cdot n. \quad (1)$$

Exprimons que papa a gagné 10 % de temps :

$$\frac{d}{60} + \frac{a}{x} = 0{,}9 \times \frac{n}{80}. \quad (2)$$

Exprimons que papa a roulé 5 fois plus longtemps sur l'autoroute que sur la départementale :

$$\frac{a}{x} = 5 \times \frac{d}{60}. \quad (3)$$

Nous avons donc le système :

$$\begin{cases} d + a = 1{,}20 \times n & (1) \\ \dfrac{d}{60} + \dfrac{a}{x} = 0{,}9 \times \dfrac{n}{80} & (2) \\ \dfrac{a}{x} = 5 \times \dfrac{d}{60}. & (3) \end{cases}$$

Utilisons l'équation (3) dans l'équation (2) :

$$\frac{d}{60} + 5 \times \frac{d}{60} = 0{,}9 \times \frac{n}{80}$$

ou $\dfrac{d}{10} = \dfrac{0{,}9 \times n}{80}$

ou $d = 0{,}1125 \times n$.

Utilisons ce dernier résultat dans l'équation (1) :

$$0{,}1125\, n + a = 1{,}20 \times n$$
$$a = (1{,}2 - 0{,}1125)\, n$$

$a = 1{,}0875\, n$.

Reportons alors ces deux expressions de d et de a en fonction de n dans l'équation (3).

Ce qui donne :

$$\frac{1{,}0875\, n}{x} = 5 \times \frac{0{,}1125\, n}{60}.$$

Soit $x = \dfrac{1{,}0875\, n}{0{,}1125\, n} \times \dfrac{60}{5}$, $\quad x = 116$.

Papa roule à 116 km/h sur cette portion d'autoroute dont la vitesse est limitée à 110 km/h. **Il est donc en infraction.**

11 PATTY ET SALLY AU PAYS BASQUE

Travaillons en km, min et km/min.

Avance de Sally : $25 \times \dfrac{12}{60} = 5$ (km).

À chaque minute, Patty rattrape :

$$\frac{16-12}{60}.$$

Temps nécessaire de rattrapage :

$$5 : \frac{16-12}{60} = 75 \quad \text{(min)}.$$

Distance parcourue par chacune :

$$75 \times \frac{16}{60} = 20 \quad \text{(km)}.$$

Longueur de la voie cyclable Bayonne-Hendaye : 40 km.

12 QUADRIMOTEUR EN PANNE

Soit v la vitesse normale du quadrimoteur (en km/h). La différence de temps mis pour parcourir 240 km selon que la vitesse est v ou $\frac{3}{4}v$ est :

$32 - 24 = 8 \quad \text{(min)}.$

D'où l'équation :

$$\frac{240}{\frac{3}{4}v} - \frac{240}{v} = \frac{8}{60}$$

$$\left(\text{rappelons : } \frac{8}{60}\text{ h} = 8 \text{ min}\right)$$

$$\frac{960}{3v} - \frac{240}{v} = \frac{2}{15}$$

$$4\,800 - 3\,600 = 2v$$

D'où $\quad v = 600 \quad$ (km/h).

Distance parcourue avant la panne :

$$600 \times \frac{24}{60} = 240 \quad \text{(km)}.$$

Nous savons que sur 240 km, un moteur en panne fait perdre 8 min. Comme on perdrait 32 min, cela correspond à un trajet 4 fois plus long c'est-à-dire 960 km.

C'est la distance que l'avion doit parcourir après la panne.

Distance totale :

$240 + 960 = 1\,200$ (km) : **Il s'agit de la préfecture d'Ajaccio.**

13 757 GAG 77

Distance parcourue par la première voiture avant le croisement :

$$80 \times \frac{27}{60} = 36 \quad \text{(km)}.$$

Distance parcourue par la seconde voiture avant le croisement :

$$120 \times \frac{12}{60} = 24 \quad \text{(km)}.$$

Temps nécessaire à la première voiture pour finir son trajet :

$$\frac{24}{80} \times 60 = 18 \quad \text{(min)}.$$

Temps nécessaire à la seconde :

$$\frac{36}{120} \times 60 = 18 \quad \text{(min)}.$$

Les deux voitures arrivent à destination en même temps.

14 EN DESCENDANT LE MISSISSIPPI

Travaillons en litres et kilomètres :
1 gallon $= 3{,}785\ \ell$;
1 mile $= 1{,}609$ km.

Nombre de kilomètres effectués par la décapotable avec un litre :

$$\frac{16 \times 1{,}609}{3{,}785} = 6{,}80.$$

Nombre de litres nécessaires pour 100 km en décapotable :

$$\frac{100}{6,80}=14,7.$$

Consommation totale pour les 500 km en litres :

$$17,48\times 3,785\approx 66,162.$$

Soit x la distance (en km) parcourue par la petite voiture, de Saint-Louis jusqu'à ma propriété.
Distance parcourue par la décapotable : $500-x$.
Exprimons que le total des consommations est égal à 66,162 ℓ.

$$\frac{7,35\,x}{100}+\frac{14,7\,(500-x)}{100}=66,162$$
$$7,35\,x+7\,350-14,7\,x=6\,616,2$$
$$-7,35\,x=-733,8$$
$$x\approx 99,84.$$

J'ai fait 100 km en voiture, ma propriété se trouve à Saint-Marys.

15 BOLUMBO-KOTUMBA

Travaillons en km, h et km/h. Soit D la distance inconnue et V la vitesse de chaque Dakota.

Temps mis avant de se croiser :

avant le changement d'avion : $\dfrac{D}{V+V}$;

après le changement d'avion : $\dfrac{D}{V+1,5\,V}$.

La différence de ces temps est égale au temps nécessaire à un Dakota pour parcourir 70 km :

$$\frac{D}{2\,V}-\frac{D}{2,5\,V}=\frac{70}{V}.$$

Ce qui donne $D=700$ (km).

Il y a 700 km entre Bolumbo et Kotumba.

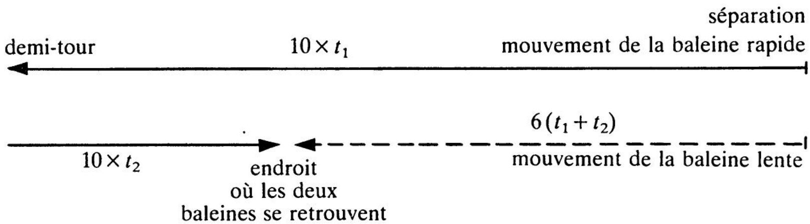
16 LES DEUX BALEINES

Choisissons l'heure comme unité de temps.
Soit t_1 le temps passé entre la séparation des deux baleines et le demi-tour de la plus rapide. Soit t_2 le temps passé entre le demi-tour et l'instant où les baleines se retrouvent :

$$t_1+t_2=\frac{3}{4}.$$

Distance entre le lieu de séparation et celui où les baleines se retrouvent :

$$6\,(t_1+t_2)=10\,t_1-10\,t_2.$$



Nous avons ainsi un système de deux équations à deux inconnues :

$$\begin{cases} 4\,t_1 + \ 4\,t_2 = 3 & (1) \\ -4\,t_1 + 16\,t_2 = 0. & (2) \end{cases}$$

Calculons t_2 :

$$20\,t_2 = 3$$

$$t_2 = \frac{3}{20}$$

ou $$t_2 = 9 \text{ min.}$$

Le demi-tour a donc eu lieu à 9 h 51 min.

17 EN BRETAGNE

Soit V ma vitesse, v la vitesse du vent et D la distance parcourue.
Travaillons en secondes, mètres et mètres par seconde.
Nous avons :

$$\frac{D}{V+v} = 348 \quad \text{et} \quad \frac{D}{V-v} = 492.$$

Ce qui donne le système :

$$\begin{cases} D = 348\,V + 348\,v & (1) \\ D = 492\,V - 492\,v. & (2) \end{cases}$$

Éliminons v en multipliant la première équation par 492 et la deuxième par 348, puis en les additionnant :

$$492\,D = 171\,216\,V + 171\,216\,v$$
$$348\,D = 171\,216\,V - 171\,216\,v$$

$$840\,D = 342\,432\,V.$$

Le temps que je mettrais s'il n'y avait pas de vent correspond au rapport $\frac{D}{V}$:

$$\frac{D}{V} = \frac{342\,432}{840}$$

$$\frac{D}{V} \approx 407{,}66 \text{ s}$$

$$\frac{D}{V} \approx 6 \text{ min } 48 \text{ s.}$$

Si par un hasard extraordinaire il n'y avait pas de vent, **je mettrais 6 min 48 s environ.**

18 LES JOIES DU PÉRIPHÉRIQUE

Posons d la moitié du trajet de Marguerite (en km).

Temps mis habituellement (en h) $\frac{d}{40} + \frac{d}{95}$.

Selon Marguerite, on peut écrire :

$$\frac{d}{40} + \frac{d}{95} = \frac{d}{23} + \frac{d}{112}$$

ou $$\frac{135\,d}{3\,800} = \frac{135\,d}{2\,575}.$$

Cette relation est visiblement fausse.

Marguerite est trop optimiste.

19 AEROLINEAS ARGENTINAS

Je mettrai 20 min entre l'aéroport d'Ezeiza et le centre de Buenos-Aires, tandis que les autobus en mettront 30.
Dans le cas général où aucun autobus n'arrive à Ezeiza précisément quand j'en pars, nous pouvons supposer que des autobus y arrivent 5, 15, 25, 35, 45 et 55 min après que j'ai quitté Ezeiza.
Ces autobus ont quitté le centre de Buenos-Aires 30 min auparavant : je les croiserai tous sauf le dernier qui n'était pas encore parti quand je suis arrivé au centre de Buenos-Aires.
J'aurai ainsi croisé 5 autobus.

—5/VALSES POUR ÉLÉPHANTS— —AUTOUR D'UNE PENDULE—

1 COUCOU GRAND-PÈRE

Ma petite-fille tourne à la vitesse de 3 tours/min.
Dans le sens contraire je fais un tour par minute.
Nous nous croisons donc 4 fois par minute, c'est-à-dire toutes les 15 s. Comme le cri prend 2 s en lui-même, **il reste 13 s à attendre entre 2 «coucou grand-père» successifs.**

2 DE MIDI À MINUIT

Soit h l'heure de la montre. Si c'est le matin, nous avons :

$$24 - h - (12 + h) = h.$$

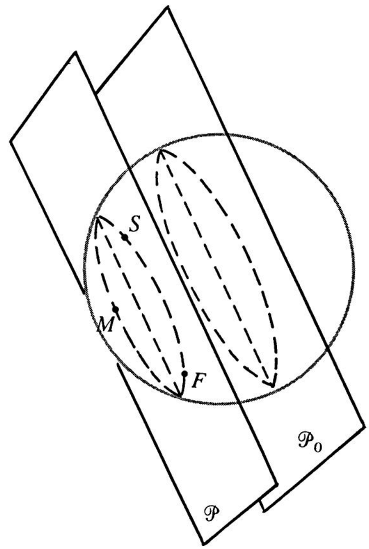
Donc $h = 4$.
Il est 4 h. Dans 8 h ce sera midi.
Si c'est l'après-midi, nous avons :

$$12 - h - h = h.$$

Donc $h = 4$.
Dans 8 h ce sera minuit.
La petite aiguille arrivera à 12 (midi ou minuit) **dans 8 h.**

3 MON FRÈRE, MA SŒUR ET MOI

Soit S la position de ma sœur, F celle de mon frère et M la mienne.
Les trois points S, F et M déterminent un plan, soit $\mathcal{P}$ ce plan.



Le fait que M se trouve à Paris ou non n'intervient pas dans le raisonnement.

Nous avons placé M de façon quelconque.

Le plan $\mathcal{P}_0$ parallèle à $\mathcal{P}$ passant par le centre de la Terre délimite une demi-sphère terrestre sur laquelle nous nous trouvons nécessairement mon frère, ma sœur et moi. Cas limite : $\mathcal{P}$ passe lui-même par le centre de la Terre. **En conclusion, il ne me reste plus qu'à dormir toutes les nuits sur mes deux oreilles.**

4 L'ASTRONOMIE SELON CHRISTOPHUS-EUSEBIUS DUPONT

Mesurons le temps à partir d'un croisement.

En une heure Christophus parcourt $\frac{1}{24}$ de tour de Pluton tandis qu'Eusebius en parcourt $\frac{1}{18}$.

L'un vers l'autre, les deux satellites font donc en une heure $\left(\frac{1}{24}+\frac{1}{18}\right)$ du tour de Pluton soit :

$$\frac{1}{24}+\frac{1}{18}=\frac{3}{72}+\frac{4}{72}=\frac{7}{72}.$$

L'intervalle de temps entre deux rencontres successives est donc : $\frac{72}{7} = 10$ h 17 min 08 s $\frac{57}{100}$.

Christophus-Eusebius Dupont devrait être plus modeste!

5 NOCES DE QUOI?

Avance par heure de chacune des horloges :
$\frac{1}{5}$ s et $\frac{3}{10}$ s.

Exprimons-la en heures : $\frac{1}{5 \times 3\,600}$ et $\frac{3}{10 \times 3\,600}$.

Chaque horloge marque l'heure exacte lorsque l'avance est de 12 h.
Temps au bout duquel chacune marquera l'heure exacte :

$12 \times 5 \times 3\,600 = 216\,000$ h ou 9000 jours et $\frac{12 \times 10 \times 3\,600}{3} = 144\,000$ h ou 6000 jours.

Les deux horloges ne peuvent marquer l'heure exacte en même temps qu'au bout de 18000 jours ce qui correspond à 49 ans et 3 mois et demi.

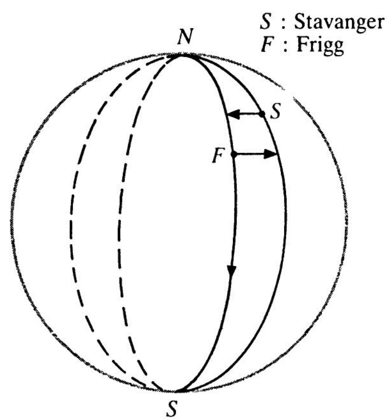
Il s'agit donc de noces d'or.

6 PENDULE, MA PENDULE

À 6 h 30 la petite aiguille est à égale distance entre le 6 et le 7 et la grande aiguille est sur le 6.
L'angle entre les deux aiguilles est donc :

$$\mathbf{\frac{1}{2} \times \frac{360°}{12} = 15°.}$$

7 PLATE-FORME PÉTROLIÈRE



L'atterrissage a dû très mal se passer! N'oublions pas que la Terre est ronde et que la distance qui sépare deux méridiens varie selon la latitude.

Pour revenir à son point de départ, le pilote aurait dû couvrir une distance plus longue, lorsqu'il a mis le cap à l'est.

8 RAJEUNISSEMENT MIRACLE

Vous n'aurez pas du tout rajeuni avec un tel système car, à chaque changement de fuseau horaire, vous devrez augmenter d'une heure votre montre... Après ces 10 jours, vous serez ainsi seulement très très fatigué(e).

9 LA PETITE ÎLE

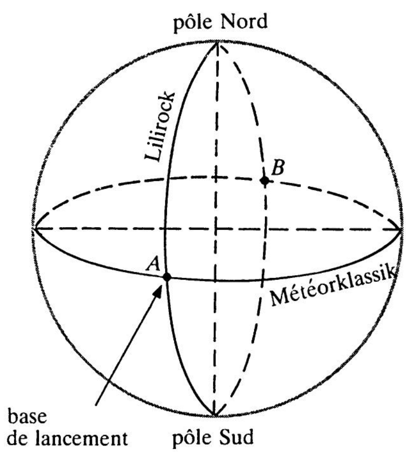
En une minute, Sophie contourne $\frac{1}{30}$ de l'île et Nicolas $\frac{1}{5}$.

Tous deux vont dans le même sens. En une minute, Nicolas a donc fait « $\frac{1}{5}-\frac{1}{30}$ » de tour de plus que Sophie.

$$\frac{1}{5}-\frac{1}{30}=\frac{6}{30}-\frac{1}{30}$$
$$=\frac{5}{30}.$$

Il la dépassera donc toutes les 6 minutes.

10 LILIROCK ET MÉTÉORKLASSIK



Lilirock traverse l'équateur toutes les 15 h.
Météorklassik traverse la trajectoire de Lilirock toutes les 21 h.
Pour trouver la fréquence de croisement des deux satellites, il faut calculer un multiple de 15 et de 21. Ils se croiseront toutes les 105 h, tantôt au point A tantôt au point B (voir figure).

11 PAS DE VALSE POUR ÉLÉPHANTS

Les éléphants font le tour de piste en 40 et 60 s, donc à chaque seconde ils parcourent respectivement $\frac{1}{40}$ et $\frac{1}{60}$ de tour l'un vers l'autre.

Soit au total : $\frac{1}{40}+\frac{1}{60}$ (tour) :

$$\frac{1}{40}+\frac{1}{60}=\frac{5}{120}=\frac{1}{24}\text{ tour.}$$

Donc toutes les 24 s, les 2 éléphants se croisent.
Comme les éléphants n'ont pas la même vitesse (40 s et 60 s), pour qu'ils puissent sortir en même temps, le premier doit parcourir trois tours et le second deux.
Comme ils se croisent toutes les 24 s, ils se croisent donc $\frac{120}{24}$ ou 5 fois. À chaque fois, ils font un pas de valse de 12 s.
Au total :

$120\text{ s}+5\times 12\text{ s}=180\text{ s}$ ou 3 min.

Durée minimale du morceau de musique : 3 min.

6 / TRIANGLE ET CERCLE EN BONNE COMPAGNIE

1 4 PETITS TRIANGLES

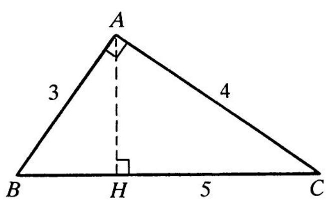
Pour être un triangle rectangle, il faut pouvoir vérifier la propriété de Pythagore. Ce qui est vrai pour le premier et le quatrième triangles :

$$3^2+4^2=5^2 \quad \text{et} \quad 6^2+8^2=10^2.$$

Les deuxième et troisième triangles sont des menteurs.

2 MAISON BASQUE

Le haut de la maison a la forme d'un triangle rectangle de côtés 3 m, 4 m et 5 m (voir « 4 petits triangles »). Calculons sa hauteur relative à l'hypoténuse.



Aire du triangle ABC :

$$\frac{1}{2}\times AB\times AC \quad \text{ou} \quad \frac{1}{2}\times BC\times AH.$$

Ce qui donne $AB\times AC=BC\times AH$

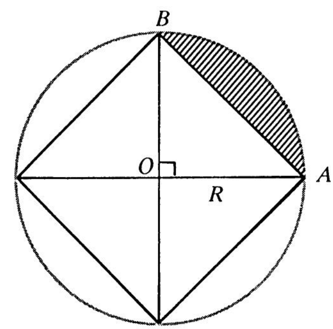
$$AH=\frac{3\times 4}{5}$$

$$AH=2{,}4 \quad \text{(en m)}.$$

Hauteur totale de la maison :

$$\mathbf{6\ m+2{,}4\ m=8{,}4\ m.}$$

3 LA GALETTE CARRÉE



L'aire de la surface hachurée est égale à l'aire du quart de cercle moins l'aire du triangle OAB :

$$\frac{1}{4}\pi R^2-\frac{1}{2}R^2.$$

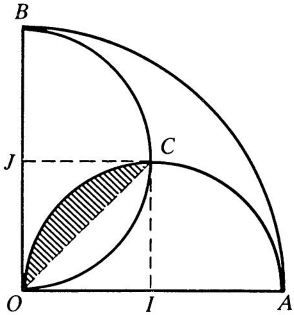
La petite sœur a mangé 4 fois cette surface : πR^2-2R^2.
Pour connaître la proportion mangée par la petite sœur on divise cette quantité par l'aire totale de la galette :

$$\frac{\pi R^2-2R^2}{\pi R^2}=1-\frac{2}{\pi}\approx 0{,}36$$

c'est-à-dire : **36 % environ.**

4 UN QUART ET DEUX DEMIS

Aire du quart de cercle de rayon OA : $\frac{1}{4}\pi OA^2 = \pi \frac{R^2}{4}$.



Considérons le cercle de centre I et de rayon IO.

Aire du secteur IOC :

$$\frac{\pi \times IO^2}{4} \quad \text{ou} \quad \frac{\pi OA^2}{16} = \frac{\pi R^2}{16}.$$

Aire du triangle IOC :

$$\frac{1}{2} IO^2 \quad \text{ou} \quad \frac{OA^2}{8} = \frac{R^2}{8}.$$

Aire de la partie hachurée :

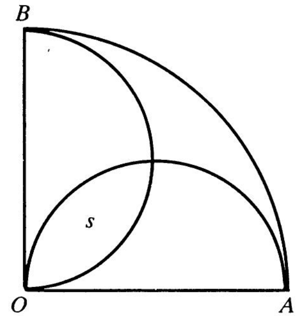
$$\frac{\pi OA^2}{16} - \frac{OA^2}{8}$$

ou $$\left(\frac{\pi}{16} - \frac{1}{8}\right) OA^2$$

ou $$\frac{\pi - 2}{16} \times OA^2 = \frac{\pi - 2}{16} \times R^2.$$

L'aire de la surface commune aux deux demi-disques est égale à 2 fois l'aire de la surface hachurée c'est-à-dire $\boldsymbol{\frac{\pi - 2}{8} \times R^2}$.

5 UN QUART ET DEUX DEMIS (BIS)



Soit S l'aire du disque de rayon OA.

Aire du quart du disque : $\frac{S}{4}$.

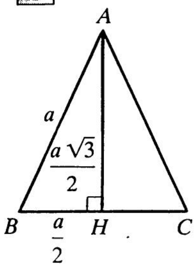
Aire du demi-disque de diamètre OA : $\frac{1}{2} \times \frac{S}{4} = \frac{S}{8}$.

Soit s l'aire de la partie commune des 2 demi-disques :
« Aire de la surface du quart de disque restée à l'extérieur des deux demi-disques » =
« Aire du quart de disque » − « Aire des deux demi-disques » + « Aire de la partie commune des deux demi-disques » :

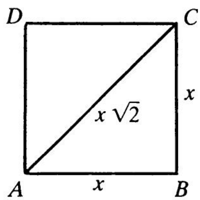
$$\frac{S}{4} - \left(\frac{S}{8} + \frac{S}{8}\right) + s = s.$$

L'aire de la surface commune aux deux demi-disques est bien égale à l'aire de la surface du quart de disque restée à l'extérieur des deux demi-disques.

6 DEUX TURBO FORMULES

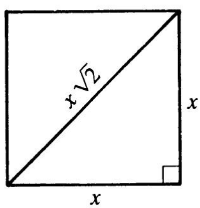


le triangle équilatéral



le carré

7 JE SUIS UN CARRÉ

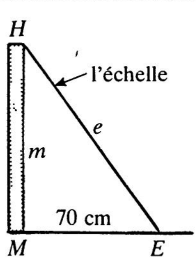


Soit x la longueur de chaque côté.
Longueur de la diagonale : $x\sqrt{2}$.
Exprimons que la différence entre la longueur des diagonales et celle des côtés est égale à 828 mm :

$$x\sqrt{2} - x = 828 \text{ (mm)}$$
$$x(\sqrt{2}-1) = 828$$
$$x = \frac{828}{\sqrt{2}-1} \qquad x \approx \frac{828}{0{,}414}$$

$x \approx 2\,000$ mm ≈ 2 m.
Aire du carré : 4 m².

8 ÉCHELLE PYTHAGORICIENNE



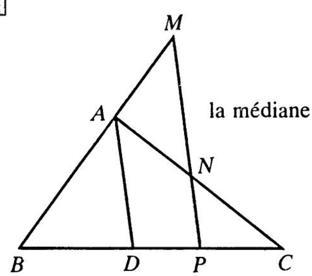
Soit m la hauteur du mur (en cm) et e la hauteur de l'échelle.
On a : $m = e - 10$.
Appliquons la propriété de Pythagore au triangle HME rectangle en M : $EH^2 = HM^2 + ME^2$

ou :

$$e^2 = (e-10)^2 + 70^2$$
$$e^2 = e^2 - 20\,e + 100 + 4\,900$$
$$20\,e = 5\,000 \quad e = 250.$$

L'échelle mesure 2,50 m.

9 MÉDIANE PARALLÈLE



Écrivons la propriété de Thalès appliquée au triangle BMP :

$$\frac{BD}{BP} = \frac{AD}{PM}$$

donc $PM = AD \times \frac{BP}{BD}$.

Considérons maintenant le triangle CAD : $\frac{CP}{CD} = \frac{PN}{AD}$

donc $PN = AD \times \frac{CP}{CD}$.

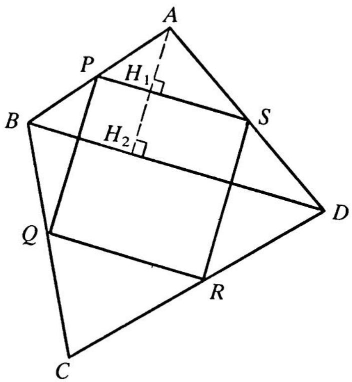
(AD) étant la médiane, $BD = CD$.
On a donc :

$$PM + PN = AD \times \frac{BP + CP}{BD}$$
$$= AD \times \frac{BC}{BD}.$$

Or $BC = 2\,BD$,
d'où $PM + PN = 2 \times AD$.

$PM + PN$ ne dépend pas de la position de P.

10 *ABCDPQRS*



Comme P et S sont les milieux respectifs de $[AB]$ et de $[AD]$, on a :

$$PS = \frac{1}{2} \times BD \quad \text{et} \quad AH_1 = \frac{1}{2} \times AH_2.$$

Aire du triangle APS :

$$\frac{1}{2} \times PS \times AH_1.$$

Aire du triangle ABD :

$$\frac{1}{2} \times BD \times AH_2.$$

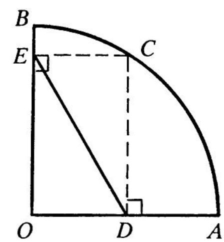
Donc, le triangle APS a une aire égale au quart de celle du triangle ABD.
De même, CQR a une aire égale au quart de celle de CBD.
APS et CQR représentent donc ensemble le quart de la surface totale des deux triangles ABD et CBD, c'est-à-dire 7 cm^2.

On démontre, de même, que l'aire totale des deux triangles BPQ et DSR fait aussi 7 cm^2.
Pour avoir l'aire de $PQRS$, il faut donc enlever 2×7 cm^2 de l'aire de $ABCD$.

Aire de $PQRS$:

$$\mathbf{28\ cm^2 - 14\ cm^2 = 14\ cm^2.}$$

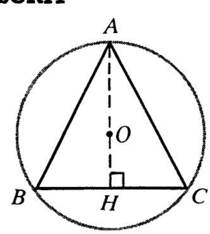
11 GÉOMÉTRIE MINUTE



$ODCE$ est un rectangle (trois angles droits).
Les diagonales $[DE]$ et $[OC]$ sont de même longueur.

$$\mathbf{DE = OC = OA.}$$

12 TRIANGLE ÉQUILATÉRAL INSCRIT



Soit a le côté du triangle équilatéral : $AH = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}\cdot$ Par ailleurs, $OA = \dfrac{2}{3} \times AH$ car O est aussi le centre de gravité de ABC.

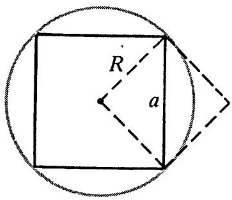
Donc $\mathbf{OA = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}}\cdot$

En posant ensuite $OA = R$, on a :

$$\boldsymbol{a = \frac{3R}{\sqrt{3}} = R\sqrt{3}.}$$

13 CARRÉ INSCRIT

Le côté d'un carré inscrit dans un cercle de rayon R est la diagonale d'un carré de côté R.
Donc : $\boldsymbol{a = R\sqrt{2}.}$



14 CARRÉ, TRIANGLE ET CERCLE

Soit R le rayon du cercle, on en déduit :

— la longueur du côté du triangle équilatéral : $R\sqrt{3}$;
— la longueur du côté du carré : $R\sqrt{2}$.

Somme de ces longueurs :

$$R\left(\sqrt{3} + \sqrt{2}\right) \approx 3{,}146\,26 \times R.$$

Demi-périmètre du cercle : $3{,}141\,59 \times R$.
Différence : $0{,}004\,67 \times R$.
Approximation : **0,15 %.**

Rappel : Procédé pour calculer un pourcentage.
On pose le tableau :

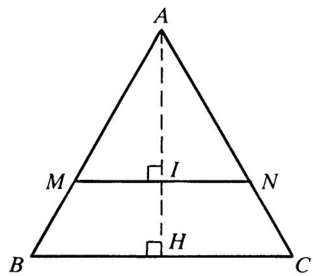
$3{,}141\,59 \times R$	100 %
$0{,}004\,67 \times R$	x %

On écrit $\dfrac{x}{100} = \dfrac{0{,}004\,67\,R}{3{,}141\,59\,R}$

soit : $x = \dfrac{0{,}004\,67\,R \times 100}{3{,}141\,59\,R}$

$$\boldsymbol{x \approx 0{,}15.}$$

15 À LA PIZZERIA



Pizza : ABC.
Coup de couteau : $[MN]$.
Posons $MN = x$,
donc $AI = \dfrac{x\sqrt{3}}{2}$.

Observons la figure ci-dessus :

aire de la pizza :

$$\frac{1}{2} \times BC \times AH = \frac{1}{2} \times 28 \times 28 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$\approx 339{,}5\ \text{cm}^2;$$

aire de chaque morceau :

$$\frac{339{,}5}{2} \approx 169{,}7\ \text{cm}^2.$$

L'un des deux morceaux est un triangle équilatéral de côté x cm.
D'où l'équation :

$$\frac{1}{2} \times x \times x\,\frac{\sqrt{3}}{2} \approx 169{,}7.$$

Soit $0{,}433\,x \approx 169{,}7$
$x \approx 19{,}8.$

Mon petit-fils a 20 ans.

16 EXPROPRIATION

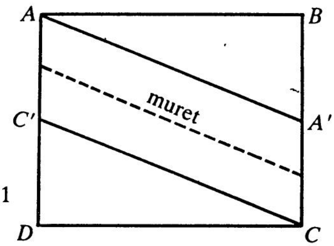


Fig. 1

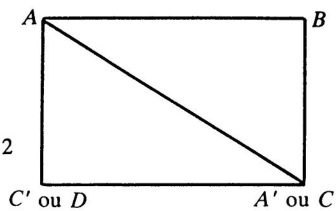


Fig. 2

Surfaces non expropriées : les triangles ABA' et CDC'.

Aire : $24^2 \times \frac{5}{12}$.

Ces deux surfaces rassemblées forment un rectangle dont la longueur est AB et dont la longueur est BA'.

Aire de $ABA'D$ (fig. 2) :

$$AB \times BA' = 24 \times BA'.$$

Nous pouvons donc écrire l'égalité de ces deux expressions :

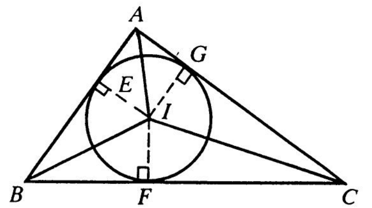
$$24 \times BA' = 24^2 \times \frac{5}{12}$$
$$BA' = 10.$$

Pour calculer AA', appliquons la propriété de Pythagore au triangle ABA' rectangle en B :

$$AA'^2 = AB^2 + BA'^2$$
$$AA'^2 = 24^2 + 10^2$$
$$AA'^2 = 576 + 100$$
$$AA'^2 = 676$$
$$AA' = 26.$$

La longueur du muret est égale à AA' : 26 m.

17 CINQ MINUTES CHRONO



Rappelons que le centre du cercle inscrit d'un triangle est le point de rencontre des bissectrices.

Nous avons :

« Aire de ABC »
= « Aire de AIB » + « Aire de BIC »
+ « Aire de AIC »

« Aire de ABC »

$$= \frac{1}{2} \times AB \times IE + \frac{1}{2} \times BC \times IF + \frac{1}{2} \times AC \times IG.$$

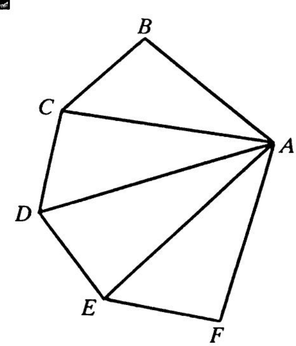
Mais $IE = IF = IG = R$ (rayon du cercle inscrit).

« Aire de ABC »

$$= \frac{AB + BC + AC}{2} \times R.$$

L'aire d'un triangle est bien égale au produit du demi-périmètre par le rayon du cercle inscrit.

18 HEXAGONE CONVEXE



Soit un hexagone convexe quelconque $ABCDEF$.

De A, traçons les trois diagonales possibles.

La somme des angles de cet hexagone est ainsi égale à la somme des angles de 4 triangles ainsi formés.

Soit $4 \times 180° = 720°$.

19 POLYGONE MYSTÉRIEUX

Prenons le cas de l'hexagone :

nombre de côtés : 6 ou n ;
nombre de diagonales : 3 ou $n-3$;
nombre de triangles : 4 ou $n-2$.

Dans le cas général, soit n le nombre de côtés, nous avons $n-3$ diagonales et $n-2$ triangles.

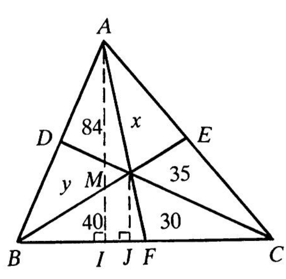
Somme totale des angles ici :

$$(n-2) \times 180° = 1\,440°.$$

Ce qui donne : $n = 10$.

Il s'agit d'un décagone.

20 MI QUERIDA ESTANCIA



Soit x et y les aires de AME et DMB respectives.

L'aire d'un triangle est égale au demi-produit de la base par la hauteur.

Et par conséquent :

$$\frac{\text{« Aire } MBF\text{ »}}{\text{« Aire } ABF\text{ »}} = \frac{\text{« Aire } MCF\text{ »}}{\text{« Aire } ACF\text{ »}} = \frac{AJ}{AI}.$$

Car, lorsque deux triangles ont une même base, le rapport des aires est égal au rapport des hauteurs.

Ce qui donne :

$$\frac{40}{124+y} = \frac{30}{65+x}.$$

Nous pouvons faire de même avec les triangles MAE, BAE, MCE et BCE :

$$\frac{x}{84+x+y} = \frac{35}{105}.$$

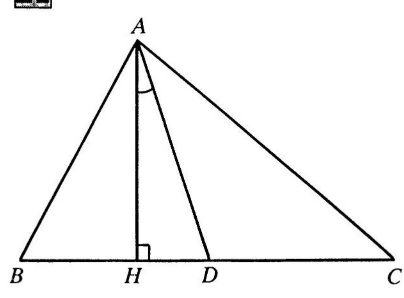
Nous avons le système (en multipliant les extrêmes et les moyens) :

$$\begin{cases} 40\,(65+x) = 30\,(124+y) & (1) \\ 105\,x = 35\,(84+x+y). & (2). \end{cases}$$

Ce qui donne : $x = 70$ et $y = 56$.

La surface totale fait donc 315 hectares, je possède 315 chevaux.

21 HAUTEUR ET BISSECTRICE



(AH) est la hauteur et (AD) est la bissectrice relative à l'angle $\widehat{CAD}$.

$$\widehat{DAH} = \widehat{CAH} - \widehat{BAC}$$

$$= (90° - C) - \frac{\widehat{BAC}}{C}$$

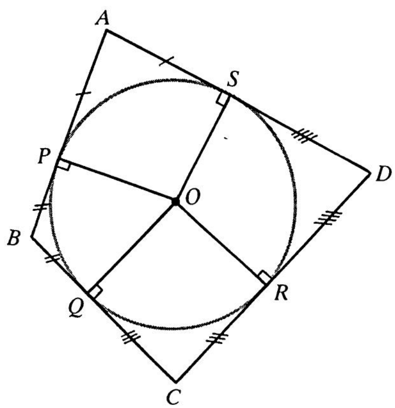
$$= (90° - \widehat{C})$$

$$- \frac{1}{2}(180° - \widehat{B} - \widehat{C})$$

$$= 90° - \widehat{C} - 90° + \frac{\widehat{B}}{2} + \frac{\widehat{C}}{2}.$$

Ce qui donne $\boldsymbol{\widehat{DAH} = \frac{1}{2}(\widehat{B} + \widehat{C})}$**.**

22 QUADRILATÈRE CIRCONSCRIPTIBLE



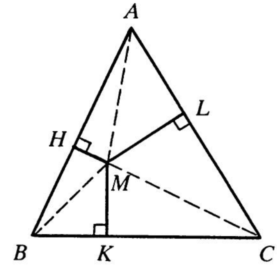
Nous avons : $AP = AS$
$BP = BQ$
$CQ = CR$
$DR = DS.$

Nous en déduisons :

$$AB + CD = BC + AD,$$

c'est-à-dire : **la somme des longueurs de 2 côtés opposés est égale à la som me des longueurs des deux autres côtés.**

23 ETRANGE PROPRIETE DU TRIANGLE ÉQUILATÉRAL



ABC est équilatéral.
Soit H, K, L les trois pieds des perpendiculaires abaissées respectivement sur $[AB]$, $[BC]$ et $[CA]$, du point intérieur variable M.
Soit h, k, ℓ les longueurs respectives de MH, MK et ML.
Aire du triangle AMB :

$$\frac{1}{2} \times AB \times h.$$

Aire du triangle BMC :

$$\frac{1}{2} \times BC \times k.$$

Aire du triangle CMA :

$$\frac{1}{2} \times AC \times \ell.$$

La somme de ces trois aires est égale à celle du triangle ABC (« Aire ABC »).

$$\frac{1}{2} \times AB \times h + \frac{1}{2} \times BC \times k + \frac{1}{2} \times AC \times \ell = \text{« Aire } ABC\text{ »}.$$

Le triangle est équilatéral :

$$AB = BC = AC.$$

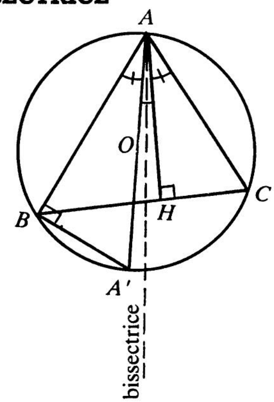
D'où :

$$\frac{1}{2} \times AB\,(h + k + \ell) = \text{« Aire } ABC\text{ »}$$

$$h + k + \ell = \frac{2 \times \text{« Aire } ABC\text{ »}}{AB}.$$

La somme des distances de M aux trois côtés du triangle ne dépend pas de la position de M.

24 BISSECTRICE



O est le centre du cercle circonscrit. A' est le point diamétralement opposé à A et H le pied de la hauteur issue de A.

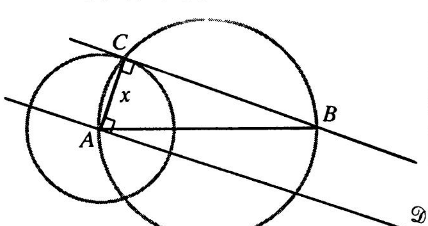
$$\widehat{HAC} = 90° - \widehat{BCA}$$
$$\widehat{BAA'} = 90° - \widehat{BA'A}.$$

$\widehat{BCA} = \widehat{BA'A}$ comme interceptant le même arc.

Donc $\widehat{HAC} = \widehat{BAA'}$ comme complémentaire de deux angles égaux.

Et par conséquent, $\widehat{A'AH}$ a même bissectrice que $\widehat{BAC}$.

25 UNE PETITE CONSTRUCTION



Rappel : A, B et la distance x sont donnés.

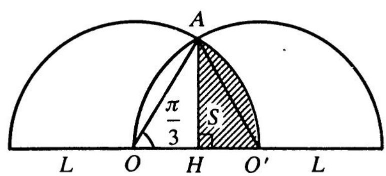
Traçons le cercle de diamètre $[AB]$ puis le cercle de centre A et de rayon x donné.

Ces deux cercles se coupent en C : $\widehat{ACB} = 90°$ car $[AB]$ est un diamètre du cercle sur lequel se trouve C.

Traçons la droite $\mathcal{D}$ passant par A et perpendiculaire à (AC).

Les deux droites parallèles cherchées sont (BC) et $\mathcal{D}$, elles sont distantes de x, longueur donnée.

26 UN PARE-BRISE ET DEUX ESSUIE-GLACES



O et O' sont les deux centres de cercle de rayon L. Surface balayée :

$$\frac{\pi L^2}{2} + \frac{\pi L^2}{2} - 2S.$$

OAO' est un triangle équilatéral de côté L.

Aire du secteur OAO' :

$$\frac{\pi L^2 \times 60}{360} = \frac{\pi L^2}{6}.$$

Aire du triangle OAH :

$$\frac{1}{2} \times OH \times AH = \frac{1}{2} \times \frac{L}{2} \times L\,\frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$= \frac{L^2\sqrt{3}}{8}.$$

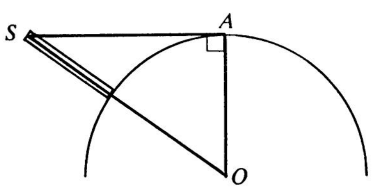
Par conséquent :

$$S = \frac{\pi L^2}{6} - \frac{L^2\sqrt{3}}{8}.$$

Surface balayée :

$$\pi L^2 - 2S = \pi L^2 - 2L^2\left(\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{8}\right)$$
$$= L^2\left(\pi - \frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$$
$$= L^2\left(\frac{2\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$$
$$= L^2(2{,}09 + 0{,}43)$$
$$= 2{,}52\ L^2.$$

27 LE PHARE



Soit S le sommet du phare. Soit A le point de l'horizon. Soit O le centre de la Terre.
(SA) est tangente à la Terre, (SA) est donc perpendiculaire à (OA).
Considérons le triangle OAS rectangle en A.
Appliquons la propriété de Pythagore :

$$OS^2 = OA^2 + AS^2.$$

Or :

$$2\pi \times OA = 40\,000\,000 \text{ (en m)}$$
$$OA = \frac{40\,000\,000}{2\pi} \text{ (en m)}$$

et :

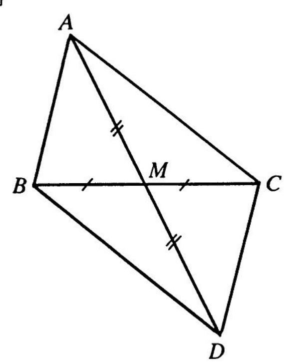
$$OS = OA + 125{,}7.$$

Nous avons :

$$AS^2 = OS^2 - OA^2$$
$$AS^2 = (OA + 125{,}7)^2 - OA^2$$
$$AS^2 = OA^2 + 251{,}4 \times OA + 125{,}7^2 - OA^2$$
$$AS^2 = 251{,}4 \times \frac{40\,000\,000}{2\pi} + 125{,}7^2$$
$$AS^2 \approx 1{,}6 \times 10^9 + 1{,}58 \times 10^4 \approx 1{,}6 \times 10^9$$
$$AS \approx 4 \times 10^4 \text{ (en m)}.$$

L'horizon est à environ 40 km du phare.

28 TRÈS MÉDIANE



Soit un triangle quelconque ABC, et $[AM]$ la médiane issue de A.
Soit D le symétrique de A par rapport à M.
$ABDC$ est un parallélogramme car ses diagonales se coupent en leur milieu.
Considérons le triangle ACD.
Nous avons :

$$AD < AC + CD$$
(inégalité triangulaire)

ou $\quad 2AM < AC + AB$

d'où $\quad AM < \dfrac{AC + AB}{2}.$

Nous savons aussi que dans un triangle, un côté est supérieur à la différence des deux autres.
Donc :

$$AD > AC - CD$$
$$(\text{ou } AD > CD - AC)$$

ce qui donne :

$$2AM > AC - AB$$
$$AM > \frac{AC - AB}{2},$$

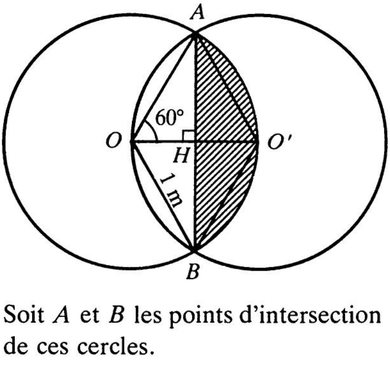
on suppose ici : $AC > AB$.

Conclusion :

$$\frac{AC - AB}{2} < AM < \frac{AC + AB}{2}.$$

29 LA PROMENADE DU CHIEN

Soit O et O' les emplacements respectifs de Monsieur et Madame Smith à un instant donné.
Si le chien n'était attaché qu'à Monsieur Smith, sa surface d'action serait $\pi \times 1^2 m^2$ ou πm^2. De même s'il n'était attaché qu'à Madame Smith.
En réalité, Robi ne peut se déplacer que dans l'intersection des deux cercles respectifs O et O' et de rayon 1 m.



Soit A et B les points d'intersection de ces cercles.

L'aire de l'intersection des deux cercles est égale à deux fois celle de la partie hachurée.
L'aire de la surface hachurée est égale à celle du secteur OAB moins l'aire du triangle OAB.
Aire du secteur OAB

$$= \frac{\pi \times 1^2}{3} = \frac{\pi}{3}.$$

Aire du triangle OAB
$= 2 \times$ Aire du triangle OAH

$$= 2 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}.$$

Aire de la surface hachurée

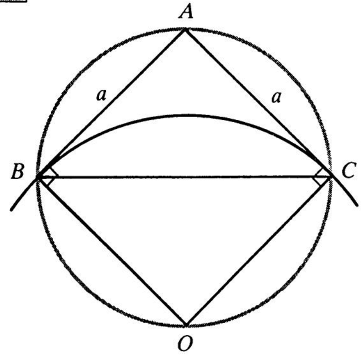
$$= \frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4}.$$

Le pauvre chien Robi peut évoluer librement dans une aire égale à :

$$\frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}$$

soit approximativement 1,228 m^2.

30 SURFACES ÉGALES



Posons $AB = AC = a$ donc :
$BC = a\sqrt{2}$ (diagonale d'un carré de côté a).
Aire du triangle ABC : $\frac{1}{2} a^2$.

Aire du demi-cercle de diamètre $[BC]$:

$$\frac{1}{2}\pi\frac{BC^2}{4}=\pi\frac{a^2}{4}.$$

Soit O le centre du cercle tangent en B à (AB) et en C à (AC).
OBC est un triangle rectangle isocèle superposable à ABC ($OBAC$ est un carré).

Aire de OBC : $\frac{1}{2}a^2$.

Aire du quart de cercle OBC : $\frac{1}{4}\pi a^2$.

Aire comprise entre les 2 arcs $\overset{\frown}{BC}$ = Aire du demi-cercle de diamètre $[BC]$
– (Aire du quart de cercle OBC
– Aire du triangle OBC.)

$$=\pi\frac{a^2}{4}-\left(\frac{1}{4}\pi a^2-\frac{1}{2}a^2\right)=\frac{1}{2}a^2.$$

L'aire comprise entre les 2 arcs BC est bien égale à celle de ABC.

31 LES DEUX CERCLES

Soit O le centre du plus petit cercle.

Les droites (CO) et (DA) sont parallèles (toutes deux perpendiculaires à (DB)).

Par conséquent, les angles $\widehat{DAB}$ et $\widehat{COB}$ sont égaux.

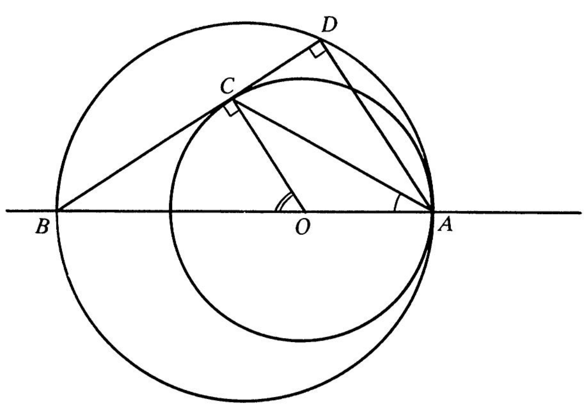
Or dans le petit cercle, $\widehat{CAO}$ intercepte un arc dont l'angle au centre correspondant est $\widehat{COB}$.

Par conséquent :

$$\widehat{CAO}=\frac{1}{2}\widehat{COB}=\frac{1}{2}\widehat{DAB}.$$

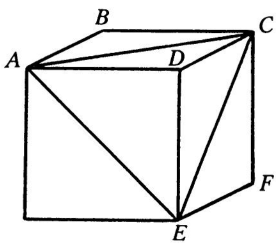
Donc $\widehat{CAO}=\widehat{DAC}$.

(AC) est la bissectrice de $\widehat{DAB}$.



7 / GÉOMÉTRIE DE TOUTES LES COULEURS

1 ANGLE AU CUBE



Construisons la diagonale $[AE]$.
Le triangle ACE est équilatéral.
L'angle formé en C dans la donnée vaut donc 60°.

Rappel : La longueur de la diagonale d'un carré de côté a est égale à $a\sqrt{2}$.

2 SI LA TERRE ÉTAIT UNE ORANGE

Soit r le rayon de l'orange, augmentons r de 1 m, la longueur de la ficelle rouge qui était de $2\pi r$ devient : $2\pi(r+1)$, l'allongement est de 2π (en m).
Soit R le rayon de la Terre supposée sphérique, augmentons de même R de 1 m, l'allongement de la ficelle bleue est égal à 2π (en m).
Les deux allongements, celui de la ficelle rouge autour de l'orange et celui de la ficelle bleue autour de la Terre sont identiques.

3 PEAU DE POMME

En supposant que la golden et la rainette ont la même densité, l'aire de la rainette est donc quatre fois supérieure à celle de la golden.
Soit g le rayon de la golden et r celui de la rainette.

Nous avons : $4\pi r^2 = 4 \times 4\pi g^2$

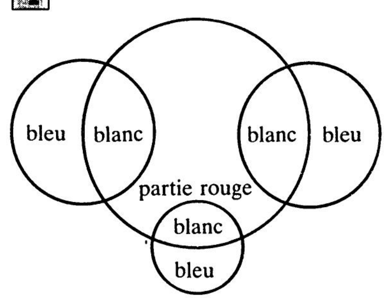
Donc : $\dfrac{r^2}{g^2} = 4$ ou $\dfrac{r}{g} = 2.$

Pour calculer la masse d'une boule, il faut faire intervenir le cube du rayon.
Rapport des deux masses :

$$\frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{\frac{4}{3}\pi g^3} = \frac{r^3}{g^3} = 8.$$

La rainette pesait 8 fois plus que la golden.

4 ATTENTION AUX MARTIENS

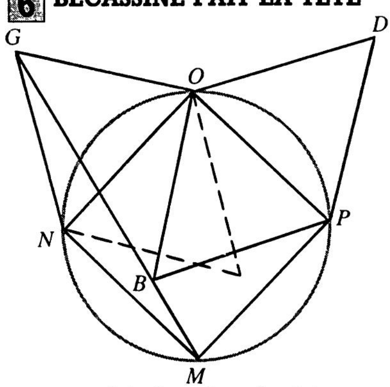


Aire de la surface rouge
$= 36\pi -$ aire de la surface blanche.
Aire de la surface bleue
$= (\pi x 4^2) + (\pi \times 4^2) + (\pi \times 2)^2$
$-$ aire de la surface blanche
$= 36\pi -$ aire de la surface blanche.
L'aire de la surface rouge est égale à celle de la surface bleue.
Ni l'un ni l'autre ne recevront le prix Nobel.

5 LES 9 MOUCHES DE LA SALLE DE BAINS

Divisons la salle de bains en 8 cubes de 1 m^3 chacun. Comme il y a 9 mouches, dans l'un de ces 8 cubes au moins, se trouveront deux des mouches. Leur distance sera alors inférieure ou égale à la plus grande diagonale d'un cube de 1 m de côté. Soit $\sqrt{1^2+1^2+1^2} = \sqrt{3}$ ou 1,732 m environ.
Il n'est donc pas possible qu'elles soient toutes distantes de plus de 174 cm les unes des autres.

6 BÉCASSINE FAIT LA TÊTE



Joignons $[GB]$ et $[BM]$. GOB est triangle isocèle car $OG = OB$ et

$$\widehat{GOB} = \widehat{GON} + \widehat{NOB} = 60° + (90° - 60°) = 90°.$$

Donc $GBO = 45°$.
BMP est isocèle car $BP = MP$.

$$\text{Donc } \widehat{PBM} = \frac{180° - (90° - 60°)}{2}$$

$$\widehat{PBM} = 75°.$$

OBP est équilatéral.
Donc $\widehat{OBP} = 60°$.
Ce qui nous donne :

$$\widehat{GBM} = \widehat{GOB} + \widehat{OBP} + \widehat{PBM} = 45° + 60° + 75° = 180°.$$

G, B et M sont alignés.

7 TRIANGLES, CERCLES ET TANGENTES

Nous avons $BD = BK$ car (BD) et (BK) sont tangentes au même cercle et D et K sont des points de contact.
De même $CK = CE$.

$$AB + BC + CA = (AB + BK) + (KC + CA) = AD + AE.$$

Comme $AD = AE$:

$$AD = AE = \frac{AB + BC + CA}{2}$$

$$AD = AE = 10 \text{ cm}.$$

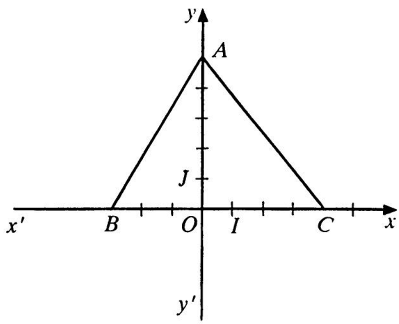
8 DROITES IMMÉDIATES

Toutes droites d'équation $y = mx + p$ passent par le point de coordonnées $x = 0$; $y = p$. La droite $\mathcal{D}$ passe par A (0; 6).
La droite Δ parallèle à $\mathcal{D}$ et passant par A est la droite $\mathcal{D}$ elle-même, d'équation : $y = -2x + 6$.
Le produit des pentes de deux droites perpendiculaires est égal à -1.

Ce qui nous donne l'équation de Δ' :
$y = \frac{1}{2}x + 6$.

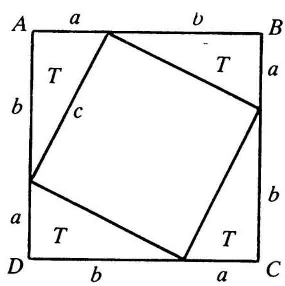
9 HAUTEUR IMMÉDIATE

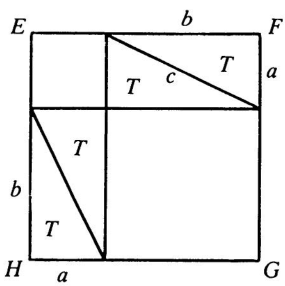
1. A, B, C se trouvent sur les axes.



2. La hauteur issue de A est l'axe $(y'y)$, son équation $x = 0$.

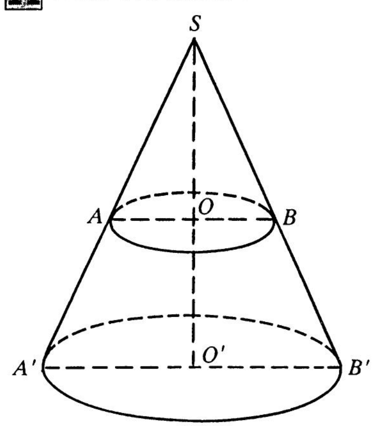
10 LA PLUS SIMPLE DÉMONSTRATION DE LA PROPRIÉTÉ DE PYTHAGORE





Les 2 carrés $ABCD$ et $EFGH$ ont la même aire : $(a+b)^2$.
L'aire des triangles T est égale à $\frac{1}{2}ab$.
Lorsqu'on enlève au carré $ABCD$, les quatre triangles T, il reste un carré de côté c.
En enlevant les quatre triangles T au carré $EFGH$, il reste deux carrés de côté a et b, respectivement.
En comparant les aires de figures restantes, nous pouvons écrire $c^2 = a^2 + b^2$.
Ce découpage peut s'adapter à n'importe quelles longueurs a et b, nous pouvons dire comme Pythagore :
Dans un triangle rectangle, le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés.

11 CÔNE AGRANDI



En doublant la hauteur du cône, on double le rayon de sa base. (Thalès.)
Soit r le rayon du cône à l'état initial, h sa hauteur et V_1 son volume.

$$V_1 = \frac{1}{3}\pi r^2 \times h.$$

Soit V_2 le volume du cône agrandi.

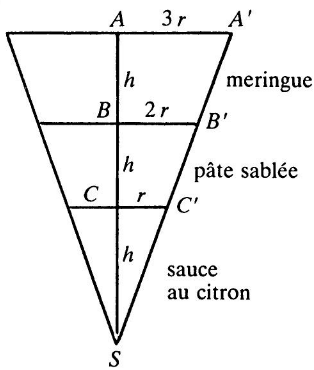
$$V_2 = \frac{1}{3}\pi(2r)^2 \times 2h$$

$$V_2 = \frac{1}{3}\pi r^2 h \times 8.$$

En doublant la hauteur d'un cône, on multiplie son volume par 8.

Remarque :
Lorsqu'on multiplie les dimensions d'une figure par un coefficient k, on multiplie son volume par k^3.

12 DÉLICE-CITRON



D'après la propriété de Thalès, si $CC' = r$, alors $BB' = 2r$ et $AA' = 3r$.

Volume de la sauce citron :

$$\frac{1}{3}\pi r^2 \times h.$$

Volume de la pâte sablée :

$$\frac{1}{3}\pi(2r)^2 \times 2h - \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{7}{3}\pi r^2 h.$$

Volume de la meringue :

$$\frac{1}{3}\pi(3r)^2 \times 3h - \frac{7}{3}\pi r^2 h - \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

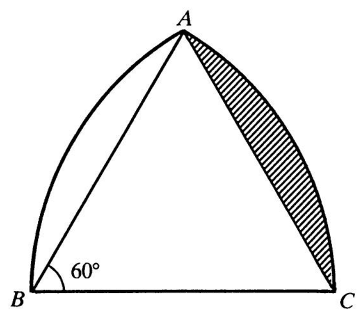
$$= \frac{19}{3}\pi r^2 h.$$

Les trois volumes sont proportionnels selon les rapports 1, 7 et 19.

13 DROITE D'EULER DANS UN TRIANGLE ISOCÈLE

Soit un triangle isocèle ABC tel que $AB = AC$. Les médianes et hauteurs passant par A ainsi que la médiatrice de $[BC]$ sont confondues. Le centre de gravité, l'orthocentre et le centre du cercle circonscrit se trouvent sur cette même droite.

14 DRÔLE DE TRIANGLE



Remarquons que le triangle ABC est équilatéral : $\widehat{ABC} = 60°$.

Aire du secteur ABC : $\frac{\pi \times 6^2}{6} = 6\pi$ (cm^2).

Aire de la surface hachurée = aire du secteur ABC − aire du triangle ABC :

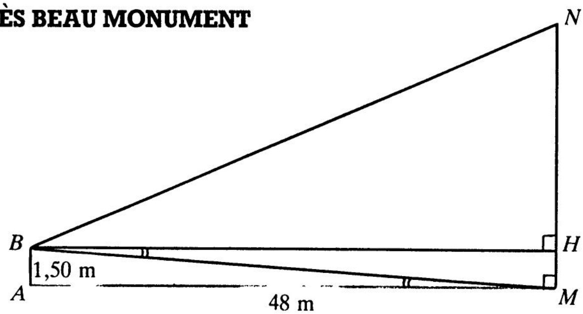
$$= 6\pi - \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{6\sqrt{3}}{2} = 6\pi - 9\sqrt{3}.$$

Aire du drôle de triangle :

$$6\pi + 6\pi - 9\sqrt{3} = 12\pi - 9\sqrt{3}$$

soit 22,1 cm^2 environ.

15 UN TRÈS BEAU MONUMENT



$$\tan \widehat{AMB} = \frac{AB}{AM} = \frac{1,5}{48}$$

d'où : $\widehat{AMB} \approx 1{,}8°$.

Les droites (BH) et (AM) sont parallèles ; $\widehat{MBH} = \widehat{AMB}$ (angles alternes-internes).

$\widehat{MBH} \approx 1{,}8°$

$\widehat{HBN} \approx 35° - 1{,}8° \approx 33{,}2°$.

Donc :

$\frac{HN}{HB} \approx \tan 33°2$, $\frac{HN}{48} \approx 0{,}654\,4$.

D'où $HN \approx 48 \times 0{,}654\,4$
$HN \approx 31{,}40$.

Hauteur du monument :

$$MH + HN \approx 1{,}50 + 31{,}40.$$

La hauteur du monument est de 32,90 m ou 33 m environ.

Remarque : En négligeant la taille de Béatrice, nous pouvons écrire :

$$\frac{MN}{MA} \approx \tan 35°,$$

ce qui donne :

$$MN \approx 48 \times 0{,}7 \approx 33{,}60.$$

Ce procédé est rapide et l'approximation valable dans ce cas concret.

16 CÔNE DANS UN CYLINDRE

Le rapport est de $\frac{1}{3}$.

Explication :

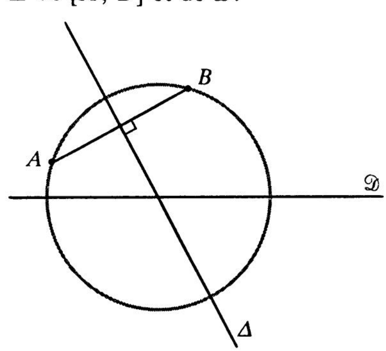
Volume du cylindre : $B \times h$

Volume du cône : $\frac{1}{3} \times B \times h$.

avec B : aire de la base.
et h : hauteur du cylindre ou du cône.

17 SAURIEZ-VOUS TRACER UN CERCLE ?

Soit A et B les deux points donnés.
Le centre du cercle cherché est le point de rencontre de la médiatrice Δ de $[A, B]$ et de $\mathscr{D}$.



Remarque : Cette construction n'est pas possible dans le cas où Δ et $\mathscr{D}$ sont disjointes (Δ et $\mathscr{D}$ n'ont aucun point commun). C'est-à-dire lorsque (AB) est perpendiculaire à $\mathscr{D}$.
Si, au contraire, $\mathscr{D}$ est la médiatrice de $[A, B]$, alors n'importe quel point de $\mathscr{D}$ peut être le centre du cercle cherché.

18 UNE ARAIGNÉE AU MÈTRE CUBE

Volume de la partie parallélépipédique :

$$50 \times 12 \times 10 = 6\,000 \text{ (m}^3\text{)}.$$

Volume des deux demi-cylindres :

$$\pi \times 5^2 \times 12 \approx 942{,}5 \text{ (m}^3\text{)}.$$

Volume des deux cônes :

$$\frac{2}{3}\pi \times 5^2 \times 6 \approx 314{,}2.$$

Volume total :

$$6\,000 + 942{,}5 + 314{,}2 = 7\,256{,}7 \text{ m}^3.$$

Il y a ainsi 7 256 araignées dans mon petit château.

19 HLM

Soit s l'aire de la cour intérieure.
Aire de la surface de base de l'immeuble :

$$50 \times 50 - s = 2\,500 - s \text{ (m}^2\text{)}.$$

Exprimons que le volume de l'immeuble est de 19 200 m^3 :

$$(2\,500 - s) \times 12 = 19\,200.$$

Nous en déduisons : $s = 900$.

La cour intérieure mesure 900 m^2.

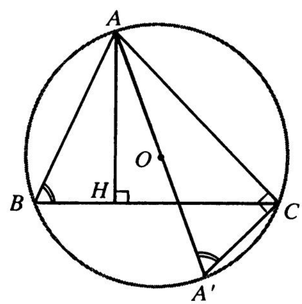
20 DIAMÈTRE, HAUTEUR ET CÔTÉS

Les angles $\widehat{AA'C}$ et $\widehat{ABC}$ sont égaux puisqu'ils interceptent le même arc. Leurs sinus sont donc égaux :

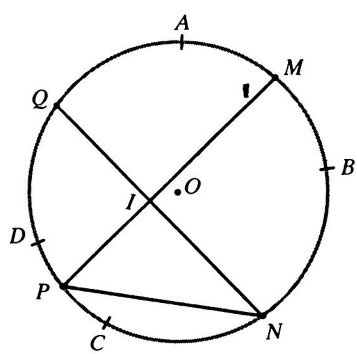
$$\frac{AC}{AA'} = \frac{AH}{AB},$$

ce qui donne :

$$AB \times AC = AH \times AA'.$$



21 DE FAUSSES DIFFICULTÉS



Soit I l'intersection de $[MP]$ et de $[NQ]$.
Considérons le triangle PIN :

$$\widehat{PNI} = \widehat{PNQ} = \frac{\widehat{POQ}}{2}.$$

Comme P est le milieu de $\overset{\frown}{CD}$ et Q milieu de $\overset{\frown}{AD}$, alors :

$$\widehat{POQ} = \frac{\widehat{AOC}}{2},$$

ce qui donne :

$$\widehat{PNI} = \frac{\widehat{AOC}}{4}.$$

On démontre de même que :

$$\widehat{NPI} = \frac{\widehat{AOC}}{4}.$$

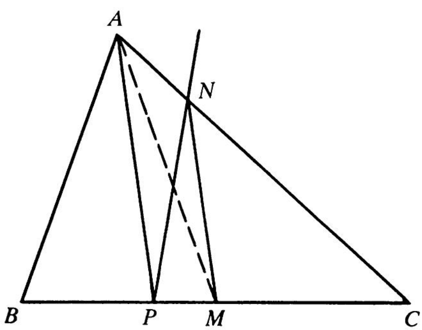
Par conséquent :

$$\widehat{PNI} + \widehat{NPI} = \frac{360°}{4} = 90°.$$

La somme des angles du triangle PIN étant égale à 180°, $\widehat{PIN}$ est donc un angle droit.

Les droites (MP) et (NQ) sont perpendiculaires.

22 DEMI-TRIANGLE



Aire $ABPN$

$= \text{aire } ABP + \text{aire } APN \quad (1).$

Comme les points M et N se trouvent à égale distance de la droite (AP), on a :

$$\text{aire } APN = \text{aire } APM.$$

La relation (1) devient :

$$\begin{aligned}\text{aire } ABPN &= \text{aire } ABP + \text{aire } APM\\ &= \text{aire } ABM\\ &= \frac{1}{2}\text{ aire } ABC.\end{aligned}$$

En effet M étant le milieu de $[BC]$, aire ABM = aire AMC.

La droite (PN) partage donc ABC en deux surfaces d'aire égale.

23 LA BÛCHE DE NOËL

Volume de la bûche en cm^3 :

$$\pi \times 4^2 \times 25 = 400\,\pi.$$

La plaque de four a comme dimensions 25 cm et L car la bûche a une longueur de 25 cm.

Volume de la pâte cuite au four sur une plaque de dimensions $25 \times L$ et d'épaisseur 2 cm : $25 \times L \times 2 = 50\,L$.

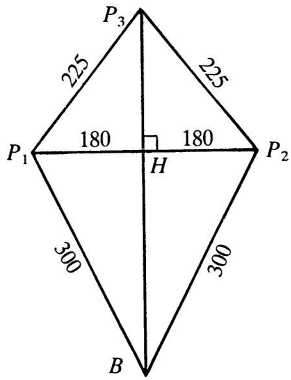
Comme la pâte ne doit pas se rouler parfaitement, le volume de la bûche est légèrement supérieur à celui de la pâte :

$$\begin{aligned}50\,L &\approx 400\,\pi\\ L &\approx \frac{400\,\pi}{50}\\ L &\approx 25{,}13.\end{aligned}$$

La plaque est donc un carré de 25 cm de côté.

24 DALLAS

Soit B mon bungalow, P_1, P_2 et P_3 mes trois puits de pétrole :



Comme P_3 et B sont chacun équidistants de P_1 et de P_2, ils se trouvent sur la médiatrice de $[P_1 P_2]$.
Comme il est précisé que P_3 se trouve un peu plus loin du bungalow que P_1 et P_2, P_3 se trouve de l'autre côté de la droite $(P_1 P_2)$ par rapport à B.
Appliquons la propriété de Pythagore au triangle $P_1 HP_3$ rectangle en H :

$P_3H^2 + 180^2 = 225^2$ (en yards)

donc $PH = 135$.
Faisons de même pour le triangle BHP_1 rectangle en H :

$BH^2 + 180^2 = 300^2$

donc $BH = 240$.

Il en résulte :

$BP_3 = BH + HP_3 = 240 + 135 = 375.$

Je suis à 375 yards de mon troisième puits de pétrole.

25 COMTESSE OU MARQUISE ?

Volume de la sphère du marquis :

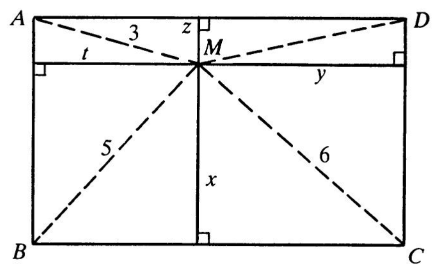
$$\frac{4}{3} \times \pi \times \left(\frac{6,2}{2}\right)^3 = 124,79 \text{ cm}^3.$$

Volume du cylindre du comte :

$$\pi \left(\frac{5,8}{2}\right)^2 \times 5,5 = 132,10 \text{ cm}^3.$$

Marie-Madeleine devint ainsi comtesse de Chateaubriand.

26 MA NOUVELLE PISCINE



Soit M ma position à l'instant présent ; soit x, y, z et t mes distances respectives aux droites (BC), (CD), (DA) et (AB). Voir figure ci-dessus.

Appliquons quatre fois la propriété de Pythagone :

$$t^2 + z^2 = 9 \quad (1)$$
$$t^2 + x^2 = 25 \quad (2)$$
$$x^2 + y^2 = 36 \quad (3)$$
et $$MD^2 = y^2 + z^2. \quad (4)$$

Avec les trois premières relations, dégageons $y^2 + z^2$:

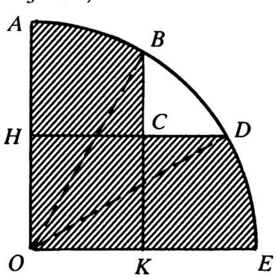
$$\begin{aligned} MD^2 &= y^2 + z^2 \\ &= (t^2+z^2) - (t^2+x^2) + (x^2+y^2) \\ &= 9 - 25 + 36 \\ &= 20. \end{aligned}$$

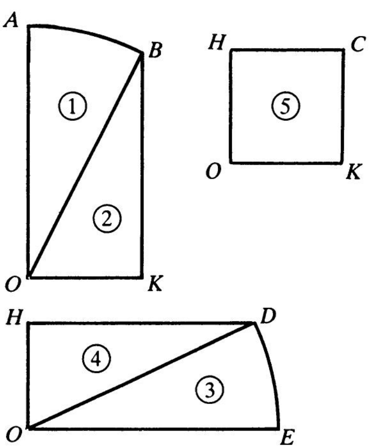
Donc $MD = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$.

Je suis à 4,47 m (environ) du 4^{e} sommet.

27 UNE PENDULE SUPER CHIC

L'aire de la croix vaut 4 fois celle de la figure $OABCDE$, dans laquelle nous pouvons considérer 5 surfaces (voir figures), d'aires respectives S_1, S_2, S_3, S_4 et S_5.
Aire $OABCDE$
$$= S_1 + S_2 + S_3 + S_4 - S_5.$$
$$S_1 + S_3 = 2 \times \frac{\pi R^2}{12}; \quad R = 10 \text{ cm}$$
$$S_1 + S_3 = 2 \times \frac{100\pi}{12}$$
$$S_1 + S_3 \approx 52{,}43 \text{ cm}^2.$$





De plus, $\widehat{BOE} = 60°$, OBE est un triangle équilatéral.

Donc $OK = \frac{R}{2}$ et $BK = \frac{R\sqrt{3}}{2}$.

De même, on a symétriquement :
$$OH = \frac{R}{2} \text{ et } HD = \frac{R\sqrt{3}}{2}.$$

Donc $S_2 + S_4 = 2 \times \frac{1}{2} \times \frac{R}{2} \times \frac{R\sqrt{3}}{2}$
$$S_2 + S_4 = \frac{R^2\sqrt{3}}{4}$$
$$S_2 + S_4 \approx 43{,}30 \text{ cm}^2.$$

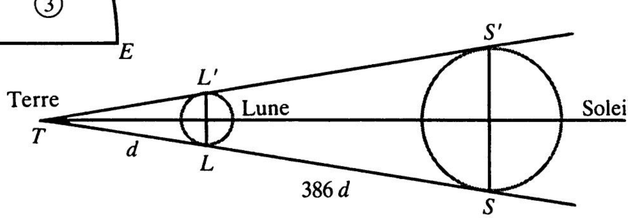
Donc : $S_5 = \frac{R}{2} \times \frac{R}{2}$
$$S_5 = 25 \text{ cm}^2.$$

Aire de $ABCDE$
$$= S_1 + S_2 + S_3 + S_4 - S_5$$
$$\approx 52{,}43 + 43{,}30 - 25$$
$$\approx 70{,}73 \text{ cm}^2.$$

L'aire de la croix entière est égale à 4 fois l'aire précédente. Soit 283 cm² environ.

28 TERRE, LUNE ET SOLEIL

Soit d la distance de la Terre à la Lune.
Soit ℓ le diamètre de la Lune et s celui du Soleil.
Approximativement, on peut écrire $LL' \approx \ell$ et $SS' \approx s$.



Appliquons la propriété de Thalès : $\frac{TL}{TS}=\frac{TL'}{TS'}=\frac{LL'}{SS'}$

ou $\frac{d}{387\,d}=\frac{\ell}{s}$.

Donc : $s=387\,\ell$.

Comme le volume est proportionnel au cube du rayon (ou du diamètre), nous avons $s^3=57\,960\,603\,\ell^3$.

Il faudrait à peu près 58 millions de Lunes pour faire un volume égal à celui du Soleil.

29 UNE HISTOIRE DE BOLS

Contenance d'un petit bol :

$$\frac{1}{2}\times\frac{4}{3}\times\pi\times 4^3=128\ (\text{cm}^3),$$

ce qui ne suffit pas pour les 250 cm^3 (un quart de litre), du café au lait.

Contenance des grands bols :

$$\frac{1}{2}\times\frac{4}{3}\times\pi\times 8^3=1\,024\ (\text{cm}^3),$$

ce qui suffit pour le litre des laitages ou des compotes.

Le chiffre à changer dans l'énoncé est donc le 4 qu'il faut transformer en 5 car :

$$\mathbf{\frac{1}{2}\times\frac{4}{3}\times\pi\times 5^3=262\ (cm^3).}$$

Les petits bols ont un rayon de 5 cm.

30 GABRIELLE AUX CUBES

Nous savons que :

$1^3=1$; $2^3=8$; $3^3=27$; $4^3=64$

$5^3=125$; $6^3=216$; donc $6^3>152$.

Chaque boîte cubique ne peut contenir que 1, 8, 27, 64 ou 125 cubes.

Nos 2 boîtes contiennent donc respectivement 12 et 27 cubes.

La hauteur obtenue en les plaçant l'un sur l'autre est celle de : $5+3=8$ cubes, ce qui correspond à 28 cm.

Dimension de chaque cube : $\frac{28}{8}=3{,}5$ (en cm).

Volume de chacun des 152 cubes : $3{,}5^3=42{,}875$ (en cm^3).

31 BATEAUX EN MOUVEMENT

Un peu : translation.

Beaucoup : rotation.

Se reflète : symétrie axiale.

Jusqu'aux antipodes : symétrie centrale.

32 À LA PÉTANQUE

Soit R le rayon de chaque boule. R est aussi le rayon de la base du cylindre.

Volume du cylindre :

$$\pi R^2\times 4R=4\pi R^3.$$

Volume de l'eau restant dans le cylindre :

$$4\pi R^3-2\times\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{4}{3}\pi R^3,$$

ce volume correspond à celui d'une boule.

Rappelons que le cylindre contenant les 2 boules et de l'eau pèse 1 kilo de plus que le cylindre plein d'eau.

Cela veut dire que pour chaque boule de 1 kg, son volume d'eau pèse 0,500 kg de moins, soit 0,500 kg.

Il reste dans le cylindre 500 g d'eau.

33 TROUVEZ MES DIMENSIONS

Voilà mes coordonnées : $\vec{M}(x, y)$; et celles de $\vec{X}(x', y')$.

Ajoutons $\vec{X}$ à $\vec{M}$, nous avons :

$$(\vec{M}+\vec{X})(x+x', y+y').$$

Ce qui donne : $x+x'=6$ (1)
$y+y'=5.$ (2)

Retranchons $\vec{X}$ à $\vec{M}$, nous avons :

$$(\vec{M}-\vec{X})(x-x', y-y').$$

Ce qui donne : $x-x'=3$ (3)
$y-y'=2.$ (4)

Ajoutons les équations (1) et (3) membre à membre :

$$2x=9 \quad \text{donc :} \quad x=\frac{9}{2}\cdot$$

Ajoutons les équations (2) et (4) membre à membre :

$$2y=7 \quad \text{donc} \quad y=\frac{7}{2}\cdot$$

En conclusion, mes coordonnées respectives sont $\frac{9}{2}$ et $\frac{7}{2}$.

34 VECTEURS DE MÊME LONGUEUR $\sqrt{50}$

Soit V et V' les deux vecteurs en question.

Posons $\vec{V}(x, y)$ et $\vec{V'}(x', y')$.

Donc $(\vec{V}+\vec{V'})(x+x', y+y')$
et $(\vec{V}-\vec{V'})(x-x', y-y')$.

D'après l'énoncé, nous pouvons écrire :

$$x^2+y^2=50 \quad (1)$$

et $$x'^2+y'^2=50. \quad (2)$$

Soit ℓ_S la longueur de $\vec{V}+\vec{V'}$ et ℓ_d celle de $\vec{V}-\vec{V'}$.

Nous avons :

$$\ell_S^2=(x+x')^2+(y+y')^2=100 \quad (3)$$

ou

$$\ell_S^2=x^2+y^2+x'^2+y'^2+2xx'+2yy'=100.$$

En comparant cette dernière relation avec les relations (1) et (2), nous pouvons écrire :

$$2\,xx'+2yy'=0. \quad (4)$$

Calculons le carré de la longueur de $\vec{V}-\vec{V'}$:

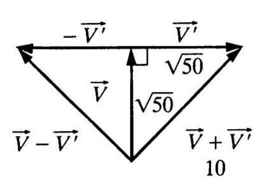
$$\ell_d^2=(x-x')^2+(y-y')^2 \quad (5)$$
$$\ell_d^2=x^2+y^2+x'^2+y'^2-2xx'-2yy'.$$

Comparons cette expression avec la relation (4) ; nous pouvons écrire : $\ell_d=\ell_S$. **La longueur du vecteur différence est aussi égale à 10.**

Solution plus astucieuse :

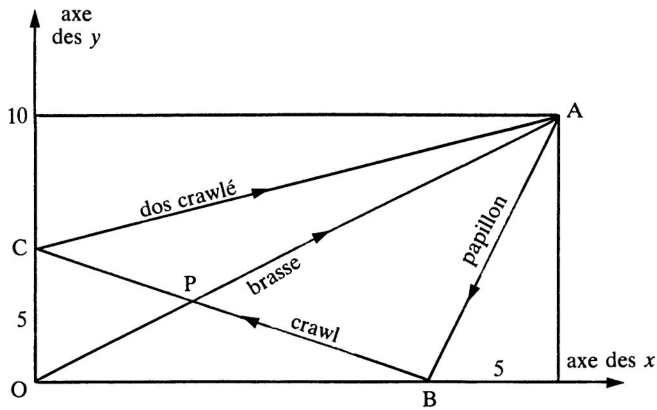
Nous remarquons que le carré de la longueur du vecteur somme $\vec{V}+\vec{V'}$ est égal à la somme des carrés des longueurs des vecteurs $\vec{V}$ et $\vec{V'}$.

D'après la réciproque de la propriété de Pythagore $\vec{V}$, $\vec{V'}$ et $\vec{V}+\vec{V'}$ forment un triangle rectangle.



$(\vec{V}-\vec{V'})$ a la même longueur que $(\vec{V}+\vec{V'})$, c'est-à-dire 10.

35 PROF DE MATHS, PROF DE NAT.



Voici les coordonnées des points O, A, B, C :

$O\,(0,0)\,A\,(20,10)\,B\,(15,0)\,C\,(0,\,5)$.

En posant les équations des droites sous la forme $y = mx + p$, pour (OA) nous avons, en remplaçant x et y par les coordonnées de O et de A :

$$\begin{cases} p = 0 \\ 10 = 20\,m + p \end{cases}$$

ce qui donne $m = \frac{1}{2}$.

Donc (OA) : $y = \frac{1}{2}x$ (brasse).

Remarquons qu'une droite passant par l'origine est de la forme $y = mx$.

(AB) : $y = 2x - 30$ (papillon)

(BC) : $y = -\frac{x}{3} + 5$ (crawl)

(CA) : $y = \frac{x}{4} + 5$ (dos crawlé).

36 PROF DE MATHS, PROF DE NAT (SUITE ET FIN)

Soit P le point où les trajectoires en basse et en crawl se sont croisées.

Cela revient à résoudre le système :

$$\begin{cases} y = -\frac{x}{3} + 5 \\ y = \frac{1}{2}x. \end{cases}$$

On a donc :

$\frac{1}{2}x = -\frac{x}{3} + 5$ ou $3x = -2x + 30$

$$x = 6 \text{ et } y = 3.$$

Les deux trajectoires se sont croisées au point P de coordonnées $x = 6$ et $y = 3$.

Calcul de la distance totale parcourue :

$\overrightarrow{OA}\,(20,\ 10)$ $\qquad OA^2 = 400 + 100$

$\qquad OA = 10\sqrt{5}$

$\overrightarrow{AB}\,(-5,\ -10)$ $\qquad AB^2 = 25 + 100$

$\qquad AB = 5\sqrt{5}$

$\overrightarrow{BC}\,(-15,\ 5)$ $\qquad BC^2 = 225 + 25$

$BC = 5\sqrt{10}$

$\overrightarrow{CA}\,(20,\ 5)$ $\qquad CA^2 = 400 + 25$

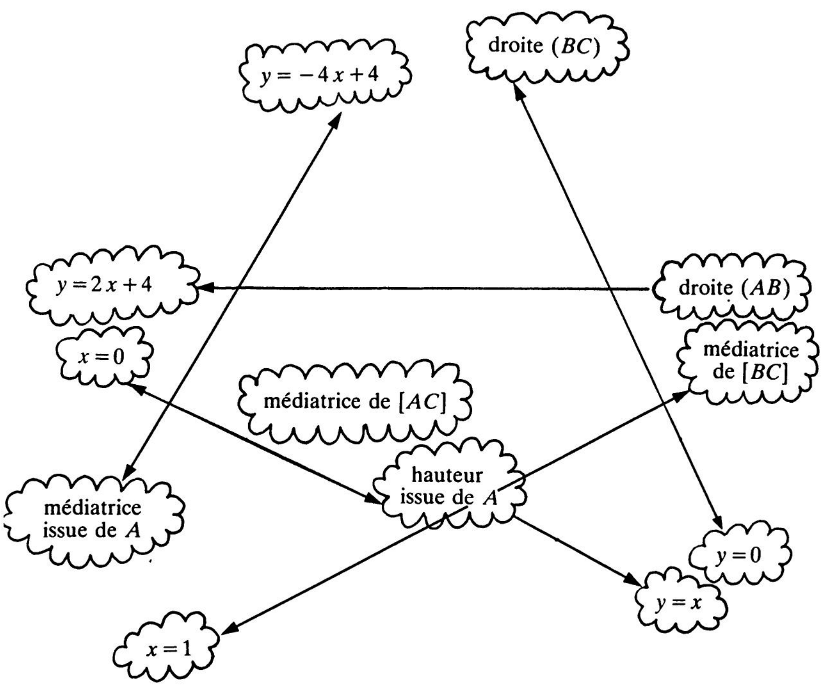
$\qquad CA = 5\sqrt{17}$

$OA + AB + BC + CA$

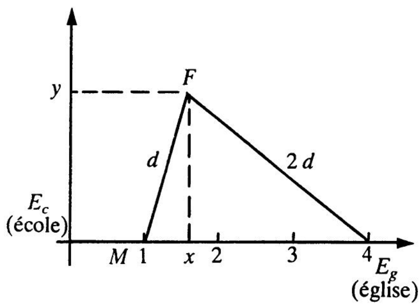
≈ĺ22,36+11,18+15,81+20,61≈70.

Mon cruel professeur Jean-Philibert Duplantin avait 70 ans.

37 L'ÉTOILE FLÉCHÉE



38 L'ÉGLISE, L'ÉCOLE ET LA MAIRIE



Prenons l'école comme origine d'un système orthonormal, la seule rue formant l'axe des x. Prenons comme unité 100 m.

La ferme, la mairie et l'église sont respectivement représentées par les points : $F(x, y)$, $M(1;0)$ et $E_g(4;0)$.

Calculons $E_cF^2 = x^2 + y^2$.

Nous avons :

$$\overrightarrow{MF}(x-1, y), \overrightarrow{E_gF}(x-4, y).$$

$$4\,MF^2 = E_gF^2.$$

Soit $4[(x-1)^2 + y^2] = (x-4)^2 + y^2$

ou $4[(x^2 - 2x + 1 + y^2]$

$$= x^2 - 8x + 16 + y^2$$

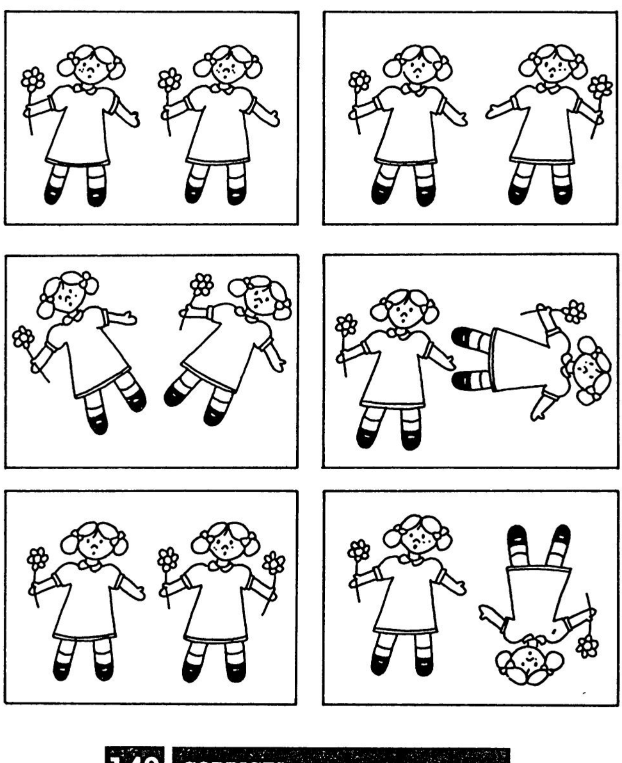
ou $\quad 3x^2 + 3y^2 = 12$

c'est-à-dire $x^2 + y^2 = 4$; $E_cF^2 = 4$

donc $E_cF = 2$.

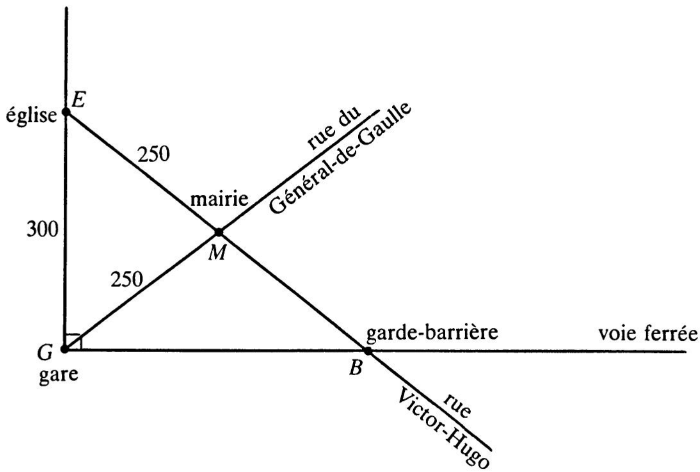
La distance de la ferme à l'école est de 2 unités, soit 200 mètres.

39 POUPÉES JUMELLES



40 LE PETIT VILLAGE DES LANDES

Voici une figure illustrant l'énoncé :



Le cercle de diamètre $[EB]$ passe par G car $\widehat{EGB} = 90°$.
M est équidistant de E et de G, il est donc le centre de ce cercle : $MB = 250$ m.
Le garde-barrière doit effectuer une distance de 500 m.

8 / DIAGRAMMES ET QUELQUES BONNES INVENTIONS

1 LOGIQUE ARGENTINE

Soit n le nombre d'années inconnu. Au bout d'un an, la population de Buenos-Aires sera de : $1{,}03 \times 13$.
Au bout de 2 ans : $1{,}03^2 \times 13$.
Au bout de n ans : $1{,}03^n \times 13$.
La population de toute l'Argentine, au bout d'un an, sera de : $0{,}99 \times 30$ et après n années : $0{,}99^n \times 30$.
Quand tous les Argentins vivront à Buenos-Aires, la population de l'Argentine sera égale à celle de Buenos-Aires :

$$0{,}99^n \times 30 \approx 1{,}03^n \times 13.$$

Ce qui fait :

$$\frac{30}{13} \approx \left(\frac{1{,}03}{0{,}99}\right)^n$$

ou :

$$2{,}3077 \approx (1{,}040404)^n$$

or :

$$(1{,}040404)^{21} = 2{,}2974$$

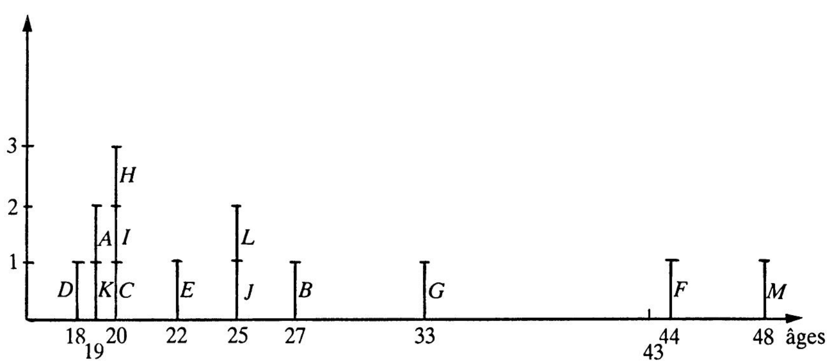
et :

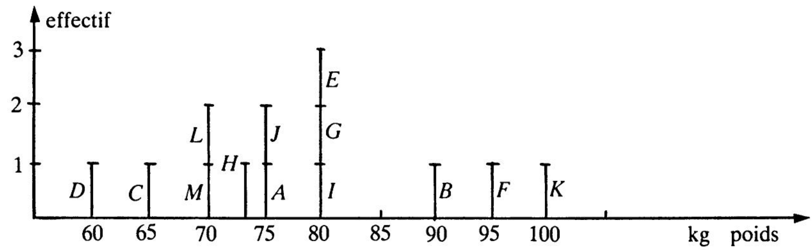
$$(1{,}040404)^{22} = 2{,}3902.$$

Il en résulte que c'est dans 21 ans que presque tous les Argentins vivront à Buenos-Aires, selon ce modèle démographique!

2 L'ÂGE DU CAPITAINE

Traçons les diagrammes correspondants.





L'âge médian correspond à la 7^{e} valeur (6 valeurs inférieures et 6 valeurs supérieures), c'est-à-dire 22 ans.

Le poids nodal correspond au poids le plus répandu : 80 kg.

Moyenne entre l'âge médian et le poids nodal : $\frac{22+80}{2} = 51$.

Le capitaine a 51 ans.

3 ÉVOLUTIONS DÉMOGRAPHIQUES

Soit p la population en 1970.

Population en 1971 : $p \times 1{,}05$
Population en 1972 : $p \times 1{,}05^2$
Population en 1975 : $p \times 1{,}05^5$
$\approx 1{,}276\, p$.

Soit x le nombre d'années où il y a diminution avant de se retrouver au niveau de population antérieur.
Nous avons :

$$p \times 1{,}05^5 \times 0{,}98^x = p$$

ou :

$$1{,}276 \times 0{,}98^x \approx 1$$
$$0{,}98^x \approx 0{,}784.$$

Avec une calculatrice, nous trouvons :

$$0{,}98^{12} \approx 0{,}7847$$
$$0{,}98^{13} \approx 0{,}7690.$$

Après les sept années de stabilité, il faudra donc plus de 12 ans et moins de 13 pour se retrouver au niveau initial. **Ce sera donc en 1994.**

4 UNE HISTOIRE TRÈS MOYENNE

Soit h le nombre d'hommes français (en millions) et f le nombre de femmes françaises (en millions).
Pour faire la moyenne, on ne doit considérer que ceux qui ont atteint leur taille définitive. C'est-à-dire $\frac{3}{4} \times 55$ millions.

Somme des tailles de tous les hommes (en mètres) :

$$1{,}74 \times h \cdot 10^6.$$

Somme des tailles de toutes les femmes :

$$1{,}61 \times f \cdot 10^6.$$

Somme des tailles de tous les adultes :

$$1{,}67 \times \frac{3}{4} \times 55 \cdot 10^6.$$

D'où l'équation :

$$1{,}74 \times h \cdot 10^6 + 1{,}61 \times f \cdot 10^6 = 1{,}67 \times \frac{3}{4} \times 55 \times 10^6$$

ou :

$$1{,}74 \times h + 1{,}61 \times f = 1{,}67 \times \frac{3}{4} \times 55. \quad (1)$$

Nous savons aussi :

$$h \cdot 10^6 + f \cdot 10^6 = \frac{3}{4} \times 55 \times 10^6$$

ou :

$$h + f = \frac{3}{4} \times 55. \qquad (2)$$

Ce qui nous donne le système :

$$1{,}74 \times h + 1{,}61 \times f = 1{,}67 \times \frac{3}{4} \times 55 \qquad (1)$$

et $$h + f = \frac{3}{4} \times 55. \qquad (2)$$

L'équation (2) donne $h = \frac{3}{4} \times 55 - f$.

Dans l'équation (1) remplaçons h par $\frac{3}{4} \times 55 - f$:

$$1{,}74 \left(\frac{3}{4} \times 55 - f\right) + 1{,}61 \times f = 1{,}67 \times \frac{3}{4} \times 55.$$

Ce qui donne $f \approx 22{,}2115$, $h \approx 19{,}0385$ et $f - h \approx 3{,}173$.

Le nombre de femmes dépasse celui des hommes de 3,173 millions.

5 ANGLAIS, ALLEMAND OU ESPAGNOL ?

Traçons le tableau suivant :

	Moyenne	Médiane	
Distributrion I (13 élèves)	10,3	8	moyenne $>$ médiane
Distribution II (7 élèves)	11	11	moyenne $=$ médiane
Distribution III (11 élèves)	11,54	14	moyenne $<$ médiane

On en déduit qu'il y a 11 élèves d'anglais, 13 élèves d'allemand et 7 d'espagnol.

6 STÉPHANE FAIT LE MALIN

Soit E la moyenne d'espagnol.
Calculons les moyennes par matière :

mathématiques : 11 (4 notes)
français : 8 (3 notes)
latin : 6 (2 notes)
anglais : 17 (2 notes)
espagnol : E (2 notes)
histoire et géographie : 8,5 (1 note).

Moyenne des moyennes :

$$\frac{11 + 8 + 6 + 17 + E + 8{,}5}{6} = \frac{50{,}5 + E}{6}.$$

Moyenne des notes :

$$\frac{(4 \times 11) + (8 \times 3) + (6 \times 2) + (17 \times 2) + 2E + 8{,}5}{14} = \frac{122{,}5 + 2E}{14}.$$

Écrivons l'égalité de ces expressions et mettons au même dénominateur :

$$\frac{7 \times 50{,}5 + 7E}{42} = \frac{3 \times 122{,}5 + 6E}{42}.$$

En résolvant nous avons : $E = 14$.

Sa note illisible est donc un 15.

7 LE SAPIN DE LAURENT ET DE DANIÈLE

Aire de la feuille :

$$21 \times 29{,}7 = 623{,}7 \text{ (en cm}^2\text{)}.$$

Aire du triangle vert :

$$\frac{1}{2} \times 20 \times \frac{20\sqrt{3}}{2} \approx 173{,}2 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Aire des surfaces peintes en vert, marron ou jaune :

$$173{,}2 + 10 + 10 = 193{,}2 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Aire des surfaces en couleurs après le passage de Danièle :

$$623{,}7 - 423 = 200{,}7 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Aire de la surface d'une étiquette :

$$\pi \times 0{,}55^2 \approx 0{,}95 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Nombre d'étiquettes extérieures au sapin :

$$\frac{200{,}7 - 193{,}2}{0{,}95} \approx 8.$$

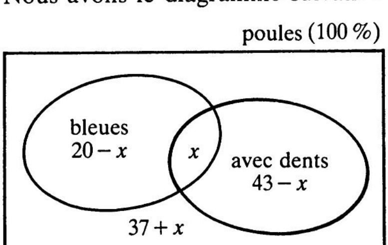
Danièle n'a collé que deux petites étiquettes sur le sapin.

8 QUAND LES POULES BLEUES AURONT DES DENTS

Travaillons en pourcentage.
Soit x le pourcentage de poules ayant dents et plumes bleues :

$\frac{3}{7} \approx \frac{43}{100}$ c'est-à-dire 43 %.

Nous avons le diagramme suivant :



Explication du diagramme :
Poules avec des plumes bleues : 20 %.

Poules avec des plumes bleues et sans dents : $(20 - x)$ %.

Poules avec dents : 43 %.

Poules avec dents et sans plumes bleues : $(43 - x)$ %.

Poules sans dents ni plumes bleues : $[100 - (20 + 43) + x]$ %, c'est-à-dire : $(37 + x)$ %.

Exprimons qu'il y a autant de poules avec dents sans plumes bleues que de poules sans dents ni plumes bleues.

$$37 + x = 43 - x$$
$$2x = 6$$
$$x = 3.$$

Proportion de poules ayant des dents parmi celles aux plumes bleues :

$$\mathbf{\frac{3}{20} \quad \text{ou} \quad 15\ \%.}$$

9 LA ROUGE OU LA GRIS-MÉTALLISÉ

Soit x le pourcentage des six premières couleurs dans l'ensemble des voitures du parking.

Pourcentage des voitures jaunes : $\frac{x}{4}$.

Exprimons que le total des voitures fait 100 % : $6x + \frac{x}{4} = 100$.

Ce qui donne $x = 16$.

Soit y le pourcentage des japonaises grises ; c'est aussi le pourcentage des bleues des autres pays.

Ce qui donne le pourcentage des japonaises bleues : $16 - y$.

Soit z le pourcentage des japonaises blanches ; c'est aussi le pourcentage des vertes des autres pays.

Pourcentage des japonaises vertes : $16 - z$.

Pourcentage des japonaises vertes, blanches, grises, bleues ou jaunes :

$$(16 - z) + z + y + (16 - y) + 4 = 36.$$

Cela correspond au total des voitures japonaises.

Il ne peut donc y avoir de japonaises rouges (ni de noires d'ailleurs).

Tableau récapitulatif.

	Japonaises	Autres	Total
Noires	0	16	16
Grises	y	$16 - y$	16
Bleues	$16 - y$	y	16
Vertes	$16 - z$	z	16
Rouges	0	16	16
Blanches	z	$16 - z$	16
Jaunes	4	0	4

Je ne peux donc avoir une voiture japonaise rouge. J'ai donc une française gris-métallisé.

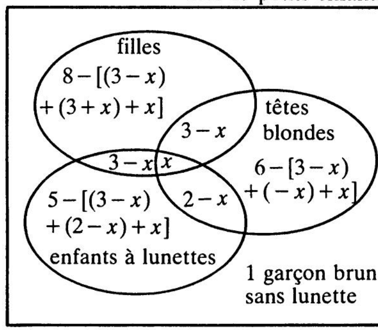
10 13 FOIS GRAND-PÈRE

Soit x le nombre de petites-filles blondes à lunettes.

Nombre de garçons blonds à lunettes : $2 - x$.

Traçons le diagramme récapitulatif suivant :

mes 13 petits enfants



Nombre de filles blondes sans lunettes : $3 - x$.

Nombre de filles à lunettes non blondes : $3 - x$.

Nombre de filles sans lunettes non blondes :

$$8 - [(3 - x) + (3 - x) + x] = 2 + x.$$

Nombre de garçons à lunettes non blonds :

$$5 - [(3 - x) + (2 - x) + x] = x.$$

Nombre de garçons sans lunettes blonds :

$$6 - [(3 - x) + (2 - x) + x] = 1 + x.$$

D'où l'équation :

$$(2 - x) + (3 - x) + (3\,z - x) + (2 + x) + x + (1 + x) + 1 = 13.$$

Ce qui donne $x = 1$.

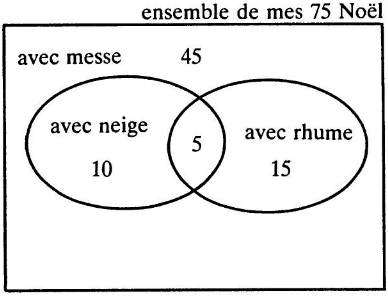
J'ai une petite-fille blonde à lunettes.

11 MESSE DE MINUIT

J'ai eu 75 fois $(79 - 4)$ la possibilité d'aller à la messe de minuit. Mais j'ai dû en annuler le cinquième, soit 15 fois, pour raison de neige.

Comme je suis enrhumé une fois sur trois quand il neige, parmi ces 15 jours de neige, j'ai été enrhumé 5 fois.
Ce qui représente le quart des jours de rhume.
Il a donc fallu annuler 15 autres messes de minuit pour rhume-sans neige.
Ce qui fait en tout 30 annulations.
Je n'ai pu assister qu'à 45 messes de minuit.
Résumons-nous dans un diagramme :

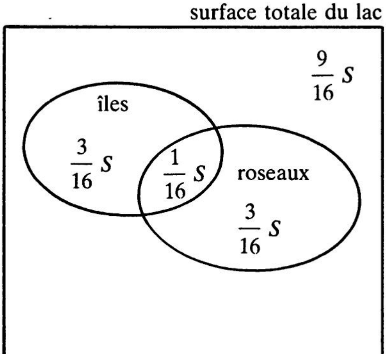
ensemble de mes 75 Noël



12 RÊVERIE SUR LAC

Soit S l'aire totale du lac (îles comprises).
Remplissons au fur et à mesure le diagramme ci-dessous :

surface totale du lac



Les îles occupent le quart du lac.
Aire de la surface aquatique :

$$\frac{3}{4}S = \frac{4}{16}S.$$

Les roseaux recouvrent le quart des îles $\left(\frac{S}{16}\right)$ et le quart des roseaux sont sur les îles.
Donc, l'aire de la surface aquatique sous les roseaux est : $\frac{3}{16}S$.
Rapport cherché :

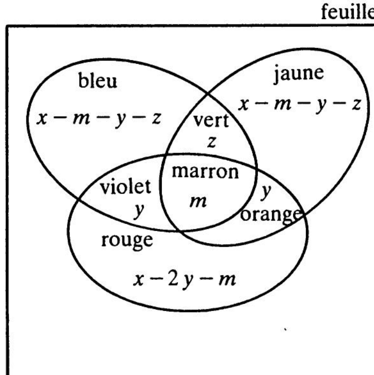
$$\frac{\frac{3}{16}S}{\frac{3}{4}S} = \frac{1}{4}.$$

Le quart de la surface aquatique est sous les roseaux.

13 AQUARELLE

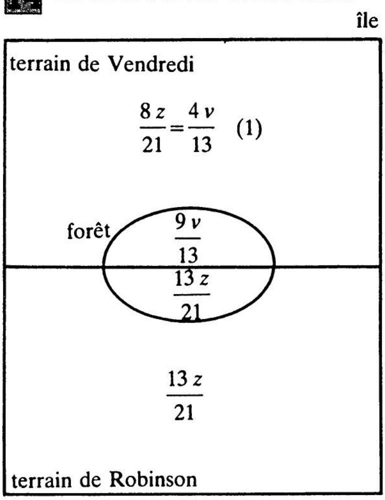
Soit x l'aire en cm^2 de chaque tache de couleur initiale.
Soit m l'aire de la tache marron, y celle de la tache violette ou orange.
Soit z l'aire de la tache verte.
Par soustractions successives nous en déduisons le diagramme suivant :

feuille



Les zones bleue et jaune ont la même aire mais il n'y a aucune raison pour qu'il en soit de même des verte et rouge.

14 ROBINSON ET VENDREDI



Soit z l'aire de la zone déboisée et v l'aire du terrain de vendredi.

• Vendredi prit les $\frac{2}{3}$ des $\frac{4}{7}$ de la zone déboisée :

$$\frac{2}{3}\times\frac{4}{7}z=\frac{8}{21}z.$$

• Il resta pour Robinson : $\frac{13}{21}z$ (zone déboisée).

• Les 12 treizièmes des 3 quarts du terrain de Vendredi étaient encore recouverts de forêt : $\frac{12}{13}\times\frac{3}{4}v$ ou $\frac{9v}{13}$.
Ce qui correspond à un terrain déboisé de $\frac{4}{13}v$.

Nous pouvons ainsi écrire :

$$\frac{8}{21}z=\frac{4}{13}v. \quad (1)$$

• Nous savons que les $\frac{5}{6}$ des $\frac{3}{5}$ du terrain de Robinson étaient recouverts de forêt $\left(\text{c'est-à-dire la moitié : } \frac{5}{6}\times\frac{3}{5}=\frac{1}{2}\right)$. Donc la partie du terrain de Robinson recouverte de forêt est égale à $\frac{13}{21}z$.

Ce qui donnait à Robinson un terrain total de :

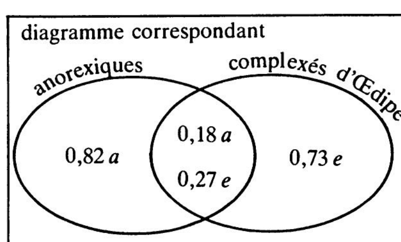
$$\frac{13}{21}z+\frac{13}{21}z=\frac{26}{21}z.$$

De l'équation (1), nous tirons l'aire de Vendredi :

$$v=\frac{8\times 13}{21\times 4}z \quad \text{ou} \quad v=\frac{26}{21}z.$$

Robinson et Vendredi avaient donc des terrains de même aire, le partage était équitable.

15 DOCTEUR MATRIAKOTSOULOS



Soit a le nombre d'anorexiques et e celui des complexés d'Œdipe.

Nombre de malades souffrant des deux maladies : 0,18 a ou 0,27 e.

En tout, il y a $(a + e - 0{,}18\,a)$ malades, donc le pourcentage demandé est égal à :

$$\frac{0{,}27\,e}{a + e - 0{,}27\,e} \times 100. \quad (1)$$

Mais $0{,}18\,a = 0{,}27\,e$, ce qui donne :

$$2\,a = 3\,e \quad \text{ou} \quad a = \frac{3\,e}{2},$$

l'expression (1) devient, en remplaçant a par $\frac{3\,e}{2}$ ou $1{,}5\,e$:

$$\frac{0{,}27\,e}{1{,}5\,e + e - 0{,}27\,e} \times 100 = \frac{0{,}27\,e}{2{,}23\,e} \times 100 \approx 12{,}1.$$

En conclusion, environ 12 % des malades du docteur Matriakotsoulos présentent à la fois complexe d'Œdipe et anorexie mentale.

Les problèmes suivants sont parus dans le journal *Valeurs actuelles,* la date de parution est indiquée entre parenthèses

Tout plein d'équations

p. 10	2	(19-02-90)
	3	(03-07-89)
	4	à paraître
p. 11	5	à paraître
	7	(05-03-90)
p. 12	8	(23-01-89)
	9	(23-09-85)
	10	(12-05-86)
p. 13	11	(08-08-88)
	12	(17-02-86)
	13	à paraître
p. 14	14	(21-08-89)
	15	(01-07-85)
p. 15	16	(01-08-88)
	18	(31-07-88)
	19	(05-02-90)
p. 16	20	(28-11-83)
	21	(02-05-88)
p. 17	22	à paraître
	24	(22-01-90)
p. 18	25	(05-02-86)
	26	(10-02-86)

Simple logique et quelques astuces

p. 19	1	(18-05-87)
p. 20	2	(21-12-87)
	3	(29-05-83)
p. 21	4	(13-02-89)
	5	(10-04-89)
	6	(09-01-89)
p. 22	7	(19-06-89)
	9	à paraître
p. 23	10	(19-01-90)
	11	(24-12-84)
p. 24	12	(20-10-86)
	13	à paraître
p. 25	15	(18-12-89)
	16	(15-01-80)
p. 26	17	(07-07-86)
	18	(31-10-83)
	19	(09-10-89)
p. 28	21	(05-11-84)
	22	(19-11-84)
p. 29	24	(27-08-84)

La magie des nombres

p. 31	1	(02-06-86)
	2	(24-02-86)
p. 32	3	(08-02-88)
	4	(10-09-84)
p. 33	5	(22-08-83)
	7	(11-05-87)
p. 34	8	(08-08-83)
	9	(29-07-85)
p. 35	10	(13-01-86)
	11	(03-10-83)
p. 36	13	à paraître
	14	(01-04-85)
	15	(12-08-85)
	16	(15-12-88)
p. 37	17	(13-04-87)
	18	(12-03-90)
p. 38	20	(06-11-89)
	21	(23-10-89)
	22	(30-01-89)
p. 39	23	(23-05-88)
	25	(26-12-83)
p. 40	29	(14-01-85)

Temps et distance

p. 43	1	(16-04-84)
	2	(19-10-87)
p. 44	3	(25-03-85)
	4	(20-02-89)
	5	(20-06-88)
p. 45	6	(21-07-86)

	7	(27-02-89)	p. 47	11	(24-10-83)		15	(08-07-85)
p. 46	8	(11-04-88)		12	(12-12-83)	p. 49	16	(22-05-89)
	9	(09-02-87)		13	(28-09-87)		17	(21-06-82)
	10	(28-02-83)	p. 48	14	(07-02-83)		19	(16-11-87)

Pas de valse pour éléphants autour d'une pendule

p. 50	1	(15-12-86)		5	(18-04-88)		9	(19-01-87)
p. 51	2	(17-08-87)	p. 52	6	(29-09-86)	p. 53	10	(15-02-88)
	3	(27-04-84)		7	à paraître			
	4	(15-08-88)		8	(18-11-85)			

Triangle et cercle

p. 56	7	(30-10-89)	p. 58	14	(21-05-84)	p. 60	20	(24-07-89)
	8	(11-02-85)		15	(16-10-89)		21	(10-10-88)
p. 57	9	(24-09-84)		16	(25-04-88)		22	(14-08-89)
	10	(12-10-87)	p. 59	17	(19-06-86)	p. 61	25	(08-06-87)
	11	(13-08-84)		18	(11-07-88)	p. 62	28	(28-08-89)

Géométrie de toutes les couleurs

p. 63	1	(26-09-83)	p. 66	10	(11-08-80)	p. 72	26	(28-03-83)
	2	(07-03-89)		12	(01-07-85)	p. 73	28	(06-01-86)
	3	(29-10-84)	p. 70	20	(13-10-86)	p. 74	30	(26-02-90)
p. 64	4	(11-01-88)		22	(04-07-83)	p. 75	32	(15-08-83)
	5	(09-03-87)	p. 71	23	(02-02-87)	p. 78	38	(06-02-89)
	6	(06-08-84)		24	(16-09-85)			

Diagrammes et quelques bonnes inventions

p. 81	1	(09-11-87)	p. 85	11	à paraître		14	(17-03-86)
p. 83	6	(27-11-89)	p. 86	12	à paraître	p. 87	15	à paraître
p. 84	8	à paraître		13	à paraître			

Aubin Imprimeur
LIGUGÉ, POITIERS

Achevé d'imprimer en août 1990
N° d'impression L 35988
Dépôt légal août 1990 / Imprimé en France