LAETITIA GRAIL-MARCEL

ÊTRE BON EN MATHS, ÇA S'APPREND !

...et ce n'est pas si compliqué

Tout se joue à l'école primaire

INTERÉDITIONS

LAETITIA GRAIL-MARCEL

ÊTRE BON EN MATHS, ÇA S'APPREND !

...et ce n'est pas si compliqué

INTERÉDITIONS

Responsable d'édition : Ronite Tubiana
Édition : Florian Boudinot
Fabrication : Gaëlle Cannavo
Direction artistique : Élisabeth Hébert
Illustrations de couverture : Thierry Manes
Photographie : © monportraitpro.fr
Illustrations intérieures : Rachid Maraï

InterÉditions est une marque de Dunod Éditeur
11 rue Paul Bert, 92240 Malakoff
www.dunod.com
ISBN 978-2-7296-2110-0

Table des matières

5 principes de base à adopter

5 routines faciles à installer

5 conseils pratiques à appliquer

Pour aller plus loin

Avant-propos

Les dentistes recommandent de se laver les dents trois fois par jour pendant trois minutes avec passage du fil dentaire après chaque brossage. Nous connaissons ces recommandations, mais nous les appliquons souvent à la baisse, cherchant un juste milieu entre prendre soin de nos dents et appliquer ces consignes contraignantes à notre mode de vie.

L'OMS exprime quant à elle des recommandations sur la consommation de viande rouge et de charcuterie : le plus nous les appliquerons, probablement le mieux nous nous porterons. Mais nous faisons aussi le choix du plaisir quand nous ne suivons pas à la lettre ces recommandations.

Pourquoi ces deux exemples ? Ce livre a pour but de vous guider pour aider vos enfants à être bons en mathématiques ; ce n'est pas une liste exhaustive de méthodes à appliquer rigoureusement mais plutôt une boîte à outils. Vous pourrez piocher ce qui vous convient, à vous comme à vos enfants. Vous gérerez les recommandations de ce livre comme les recommandations sur le brossage des dents ou celle de la consommation de viande : le plus de recommandations vous suivrez, le mieux ce sera, mais tout ce que vous appliquerez – même une seule recommandation –, sera déjà un plus pour vos enfants.

Bref, « picorez » parmi les méthodes que j'expose dans ce guide tout ce que vous pouvez réutiliser chez vous avec vos enfants. Ma recommandation la plus forte est de commencer très tôt, en CP ou en CE1.

Bon courage aux parents, ni l'éducation
ni les mathématiques ne vont de soi. Ceux qui vous disent
le contraire sont des bonimenteurs, trop contents
de ne pas partager leur science simplement.

You've spent years tackling complex situations with sharp, focused tactics. Share them. Allow learners to skip tiresome textbooks, getting lost in Google, or fooled by click baits. Instead, give them access to simple manuals to get stuff done.

Knowing where to start is hard and comparing resources fuels procrastination. You have knowledge that beginners don't.

There is a goldmine of resources spread across the web. Collect the resources that helped you, add a bit of context, and summarize the key concepts. If you know how to achieve this outcome, this could be your first manual. Just do your magic.

Emil Wallner[1], *« Let people do more »*

---

1. Emil Wallner est chercheur en deep learning chez Google Art & Culture, a étudié le machine learning à l'école 42 (Paris) et effectue des recherches indépendantes sur le raisonnement mathématique.
Traduction : *Vous avez passé des années à résoudre des problèmes complexes en utilisant des méthodes efficaces et précises. Partagez-les. Permettez à ceux qui veulent apprendre de ne plus perdre leur temps, sur des manuels pénibles, sur des pièges à clics ou tout simplement des recherches fastidieuses sur Internet. Donnez-leur plutôt accès à des manuels simples et de qualité pour réussir.*
Le plus difficile, c'est de savoir par où commencer et de ne pas se perdre dans la comparaison des informations. Vous savez quelque chose que les novices ne savent pas.
Il y a une mine d'informations disponibles sur le Web. Collectez les ressources qui vous ont aidé, ajoutez-y un peu de contexte, puis synthétisez les concepts essentiels.
Si vous savez comment atteindre ce résultat, vous pouvez désormais créer votre premier manuel. Exercez votre capacité à transmettre.

Laetitia Grail-Marcel est passionnée par l'éducation, secteur dans lequel elle travaille depuis 20 ans. Mathématicienne de formation, elle a enseigné en France et en Angleterre pendant plus de dix ans puis a fondé trois sociétés dans l'éducation. Elle a dirigé la rédaction de manuels scolaires. Elle est aussi la créatrice de myBlee Math, une application interactive fondée sur les neurosciences, la méthode de Singapour et utilisant l'intelligence artificielle pour apprendre les mathématiques à l'école primaire. Elle a également contribué au rapport « Apprendre à l'heure du numérique » pour le Conseil national du numérique, participé à la commission Torossian-Villani pour les mathématiques et fait partie d'un jury de sélection des consortiums universitaires pour l'Agence nationale de la recherche. Elle a accompagné la création du premier fonds d'investissement EdTech français.

En mathématiques, « évident »
est le mot le plus dangereux.

Eric Temple Bell

Il y a trois sortes de mathématiciens :
ceux qui savent compter
et ceux qui ne savent pas.

Objectif zéro lacune

État des lieux du niveau des élèves en mathématiques

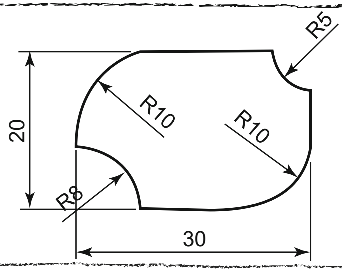
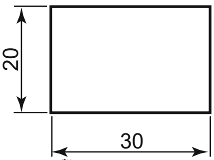
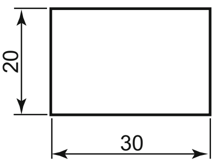
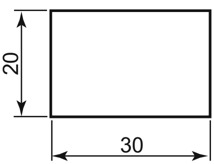
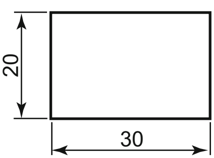
La recherche mathématique française est considérée comme une des meilleures au monde. Depuis 1936, 13 Français ont décroché la médaille Fields[1], contre 14 États-Uniens, 9 Russes et 3 Britanniques[2].

Ne nous y trompons pas, l'excellence de la recherche mathématique française, dont on se réjouit, ne saurait masquer les mauvais résultats des élèves français dans les résultats aux tests internationaux.

L'image suivante, partagée par des milliers de gens et qui a beaucoup fait rire sur les réseaux sociaux, illustre bien le ressenti sur la baisse du niveau de mathématiques depuis 30 ans.

---

1. La Médaille Fields est la plus prestigieuse récompense pour la reconnaissance de travaux en mathématiques, souvent considérée comme un équivalent du prix Nobel, car il n'en existe pas pour cette discipline.
2. « Les maths dopent l'économie française », *lejournal.cnrs.fr*, 27 juillet 2015.

1990		Calculez l'aire de cette figure.
1995		Calculez l'aire de cette figure.
2000		1. Quelle est la longueur *L* de ce rectangle ? 2. Quelle est la largeur ℓ de ce rectangle ? 3. En multiplient *L* xℓ, calculez l'aire de ce rectangle.
2005		L'aire de ce rectangle est : (mettre une croix en face de la bonne réponse) ☐ 100 ☐ 400 ☐ 600
2010		L'aire de ce rectangle est : (mettre une croix en face de la bonne réponse) ☐ 600
2012		Si cela ne te gêne pas, colorie le rectangle dans une couleur de ton choix : sinon fais ce que tu veux, mais en respectant les valeurs de la République.

Le niveau moyen en mathématiques baisse continuellement en France. Selon le Programme international pour le suivi des acquis des élèves (PISA), dont les résultats ont été rendus publics en 2013, les plus mauvais élèves, incapables de résoudre des problèmes simples, sont passés de 16,6 % en 2003 à plus de 22 % aujourd'hui. À l'autre bout, l'étude PISA révèle que le groupe des très bons a lui aussi fondu.

Bien que les mathématiques soient un langage universel, il s'avère que le marquage social est aussi fort en maths qu'en maîtrise de la langue française. Ainsi, les enfants des familles les plus défavorisées ont en moyenne un retard vis-à-vis des enfants de culture plus scolaire correspondant à l'équivalent de trois années d'études. Le modèle français d'ascenseur social ne fonctionne pas mieux en sciences qu'en français[3]…

En maths, des résultats tragiques pour la France[4]

À une semaine d'intervalle vont être publiées deux études internationales de grande ampleur sur l'état de l'éducation dans le monde. Ce mardi, c'est l'enquête TIMSS qui concentre toute l'attention. Cette étude (…), conduite tous les quatre ans depuis 1995, évalue les performances des élèves en mathématiques et en sciences. TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) s'intéresse aux connaissances des élèves en maths et en sciences à un niveau scolaire donné, ainsi qu'aux programmes

3. « Peut-on enseigner les mathématiques à tous ? », *Le Monde*, 4 février 2014.
4. « TIMSS 2015 : en maths, des résultats tragiques pour la France. », *lepoint.fr*, 29 novembre 2016.

scolaires : l'objectif premier de l'enquête est de contribuer aux recherches sur l'enseignement des maths et des sciences, en renseignant les professeurs sur les pédagogies qui fonctionnent.

Début décembre, l'OCDE publiera son enquête trisannuelle PISA qui, elle, se penchera sur l'aptitude des enfants de quinze ans à savoir utiliser leurs connaissances, dans une soixantaine de pays de l'OCDE et de partenaires. Une étude plutôt destinée à informer les décideurs nationaux et à les aider à orienter leurs politiques éducatives.

Vingt ans après sa création, 57 pays et 7 entités territoriales ont pris part à TIMSS 2015, soit quelque 600 000 élèves évalués. Cette année, la France a participé pour la première fois à l'enquête dans la catégorie « 4^{th} grade », c'est-à-dire avec des élèves de CM1 (environ 10 ans), et pour la deuxième fois dans celle dédiée aux terminales S, dite « TIMSS Advanced ». Le constat est sans appel : en mathématiques, la France obtient de moins bons résultats que la majeure partie des pays participants : avec 487 points, elle est moins performante que la moyenne de référence TIMSS fixée à 500 points, et très loin derrière le numéro un, Singapour, qui obtient 618 points.

Ce qui est effarant, c'est l'incroyable baisse de niveau en vingt ans. En 1995, la France était la plus brillante des six pays dont les données sont disponibles en 1995 et 2015. Elle était même devant la Russie, avec 561 points ; en 2015, elle s'est effondrée à 449 points, enregistrant la plus grosse baisse des six pays.

TIMSS : la France en queue de peloton en maths et en sciences[5]

Les résultats de TIMSS sont sans appel (…) *En Europe, la France se retrouve tout à fait en bas du tableau, 22e sur 22.*

Ce bas niveau est général. Seulement 23 % des élèves français ont un bon niveau en maths contre 48 % des européens et 42 % de tous les participants.

Les résultats sont mauvais partout : en nombres (France 484 contre 526 dans l'UE), présentation de données (475 contre 525), géométrie (503 contre 529).

Par domaine cognitif, les écoliers ont peu de connaissances en maths (484). Ils sont faibles en raisonnement (491) et en application (488).

Évidemment, ces résultats de CM1 (…) *annoncent une tendance qui fait froid dans le dos.*

L'analyse des résultats de TIMSS 2019 auquel auront participé une cohorte d'élèves français de CM1 et de quatrième (environ 6 000 et 4 500 élèves respectivement), sera publiée en novembre 2020[6].

Alors, pourquoi un tel fossé entre la qualité de l'école de mathématiques, les nombreuses médailles Fields et celle de l'enseignement français ? Parce que, d'après Jean-Pierre Demailly, enseignant chercheur à l'université de Grenoble, les mathématiciens de l'école française n'ont pas appris leur savoir, de très haut niveau, à l'école.

5. *Le Café pédagogique*, 9 novembre 2016.
6. D'après eductation.gouv.fr.

Ce sont soit des enfants qui travaillent seuls, intensément, soit qui ont une imprégnation familiale, soit des gens exceptionnels qui ensuite parviennent à se raccrocher à la communauté mathématique. Mais quelqu'un qui se contenterait du régime extrêmement pauvre de l'enseignement public général n'aurait aucune chance de survie, sauf si c'est un pur génie[7].

Jean Pierre Demailly,
enseignant chercheur à l'université de Grenoble

Pourquoi il est indispensable d'être bon en maths aujourd'hui

Dans tous les pays développés, on retrouve la même situation : la part des emplois directement liés aux mathématiques dans la population active est en progression constante depuis des années. Selon *Le Lycée numérique* (www.lyceenumerique.fr), *on estime à près de 2,4 millions les emplois qui en France dépendent étroitement des mathématiques, soit environ 10 % du total des emplois. Ces mêmes emplois correspondent à 15 % du PIB.*

Aujourd'hui, les métiers des mathématiques sont principalement constitués de techniciens, d'ingénieurs et de cadres formés aux mathématiques ; l'enseignement et la recherche représentent moins d'un quart de ces métiers.

La contribution des mathématiques au développement de nos économies modernes est fondamentale. Pour faire des ordinateurs, de l'imagerie médicale, de la biostatistique, de la finance, de

7. « Comment les petits Français sont devenus nuls en maths », *France Culture*, 11 décembre 2017.

l'informatique, des télécommunications, il faut des mathématiques. Pour faire des cartes à puce, des robots et de l'intelligence économique, il faut des mathématiques. Les domaines où les mathématiques interviennent de façon substantielle (mais néanmoins souvent cachée) sont de plus en plus nombreux. Même le marketing utilise des outils mathématiques de plus en plus performants pour évaluer sa stratégie. Cette demande du marché en chercheurs, cadres, ingénieurs et entrepreneurs solidement formés aux mathématiques va s'intensifier avec le développement du *big data* et de l'intelligence artificielle dans toutes les branches de l'industrie et des services. Il est difficile pour de nombreux jeunes d'imaginer leur futur métier, et pour cause, ces métiers risquent de bientôt disparaître au profit d'autres que nous ne connaissons pas encore. Ce qui est certain, c'est que petit à petit tous les secteurs se sont «algorithmisés» et réclament de plus en plus de mathématiques. Une solide formation dans cette discipline sera donc un atout considérable.

Le *Lycée numérique* rajoute que, *dans les prochaines années, les sociétés de rang mondial les plus en pointe en matière d'innovation envisagent de multiplier par un facteur trois la proportion de mathématiciens parmi leurs effectifs*[8].

Les mathématiques constituent donc un potentiel de croissance fort pour notre pays. Il s'agit d'un défi pour demain, en France et au niveau mondial[9].

L'utilité des mathématiques est parfois remise en question, les filières scientifiques du supérieur sont délaissées, et puisqu'elles sont considérées comme très difficiles, le niveau, la rigueur, l'excellence exigés sont périodiquement revus à la baisse ; c'est très paradoxal à une

8. *Le Lycée numérique*, brochure Epistemon.
9. « Les maths dopent l'économie française », *lejournal.cnrs.fr*, 27 mai 2015.

époque où la technologie et la société se nourrissent directement des mathématiques dans presque tous les domaines.

Les écoles d'ingénieurs, dont la formation est fondée sur les mathématiques appliquées ou fondamentales, font figure de championne de l'insertion professionnelle[10]. Que répondre à l'immense majorité des personnes qui n'utiliseront jamais plus les mathématiques ? En dehors de la nécessité d'avoir un bagage mathématique qui semble indispensable pour appréhender le monde technologique qui nous entoure, les mathématiques ont un rôle formateur. Ce ne sont pas des recettes de calcul, c'est une culture, une formation immense. Le monde de demain nous demande de comprendre, d'imaginer, d'inventer des concepts de plus en plus élaborés. Les mathématiques ont un rôle important de formation à l'abstraction. Elles sont indispensables à toute démarche visant à comprendre, modéliser et prévoir des phénomènes réels. Il est difficile d'expliquer simplement tous les enjeux d'une solide formation en mathématique. Une culture mathématique, comme toute culture, doit partir de bases solides. De même qu'une culture historique exige comme préalable la connaissance des dates, une culture mathématique passe par la maîtrise d'éléments de base de l'algèbre, de l'analyse et de la géométrie, tant sur le plan conceptuel que sur le plan opératoire.

Les mathématiques sont donc utiles sur le plan de la formation et pour la vie professionnelle. Mais les mathématiques sont aussi une matière à penser. C'est intellectuellement satisfaisant de savoir faire des mathématiques. Elles permettent en tout premier lieu d'inculquer un esprit de rationalité, une pensée logique, un sens

10. « Pourquoi il faut faire des maths », *Sciences et Avenir*, février 2017.

critique de remise en question perpétuelle. Les mathématiques, *Pour l'honneur de l'esprit humain*, avait titré Jean Dieudonné[11].

> *Elle* [la prééminence de la recherche française en mathématique] *s'explique aussi par les valeurs d'absolu, d'abstraction et de recherche de vérité traditionnellement chères aux Français et qui correspondent bien à «l'esprit» des mathématiques*[12].
>
> Cédric Villani,
> mathématicien

Démystifier les mathématiques

Pourtant, être bon en mathématiques à l'école primaire, c'est possible pour tout le monde. Mais les enfants sont-ils tous égaux face à l'apprentissage des mathématiques ?

Melissa Libertus, psychologue à l'université Johns Hopkins de Baltimore (États-Unis), a établi dans une étude auprès d'enfants de maternelle que les aptitudes aux mathématiques sont d'abord innées, puisqu'on les trouve chez certains enfants avant même l'apprentissage des premières notions d'arithmétique[13]. Certaines personnes auraient ainsi une sensibilité aux nombres plus développée. Les résultats annoncés récemment par son équipe de psychologues relancent donc les vieilles querelles de l'inné et de l'acquis dans l'apprentissage des mathématiques. Cette étude ne signifie pourtant pas que les individus qui ne sont pas nés avec

11. Jean Dieudonné (1906-1992) était un mathématicien français.
12. Cédric Villani (médaille Fields 2010), « Vive les maths », *Sciences et Avenir*, février 2017.
13. « La bosse des maths, un talent inné », *Les Échos*, 19 septembre 2011.

ce caractère inné ne peuvent pas devenir matheux. Les recherches montrent qu'un travail consciencieux et de bonnes études sont, en fait, les facteurs les plus importants pour améliorer l'aptitude aux mathématiques[14].

Les enfants se comparent très tôt entre eux et décident s'ils sont matheux. Les enfants qui décident qu'ils n'ont pas de prédispositions en maths risquent de rester sur cette idée reçue et ne feront pas les efforts nécessaires. Ils pensent que leurs talents sont innés et ne peuvent pas être améliorés. Carol Dweck, professeur de psychologie à l'Université de Stanford et auteur de *Changer d'état d'esprit : une nouvelle psychologie de la réussite*[15], nous apprend que des recherches en psychologie du comportement montrent que les enfants ayant décidé qu'ils n'étaient pas bons en maths prennent moins de risques et sous-performent au regard de ceux qui pensent que leurs efforts sont importants.

Bien expliquées, les mathématiques ne sont pas difficiles, et elles sont la matière indispensable dans le monde de demain, c'est pourquoi l'école leur donne tant d'importance. Mais les mathématiques ne sont pas faciles non plus. Les concepts enseignés en primaire ne sont pas simples ; il a fallu plusieurs siècles à l'humanité pour formaliser le « zéro ». Les difficultés des élèves sur certaines notions de mathématiques correspondent à des difficultés historiques pour formaliser ces notions.

14. Idem.
15. Carol Dweck, *Changer d'état d'esprit : une nouvelle psychologie de la réussite*, Mardaga Éditions, 2010.

En mathématiques, on ne comprend pas les choses, on s'y habitue.

John Von Neumann,
mathématicien et physicien américano-hongrois

On s'approprie les concepts progressivement, il n'y a pas de révélation. Il faut donc éviter de transmettre ces deux fausses idées à vos enfants : les mathématiques ne sont ni faciles, ni difficiles. Et c'est en les travaillant qu'on les comprend. En langage courant, ces fausses idées sur les mathématiques sont souvent exprimées avec des expressions que nous avons tous entendues : « les maths, c'était ma bête noire » (syndrome du parent qui a été nul en maths) et « les maths, j'ai toujours trouvé ça facile, c'est comme un jeu, c'est très logique ! » (syndrome du génie des maths – ou qui se prend pour un fort en maths –, on en a tous eu un dans nos classes, parmi nos professeurs ou dans notre famille).

Ne croyez donc pas que les maths sont réservées à une élite qui comprendrait tout, tout de suite. Ces fausses idées sur les mathématiques sont bloquantes pour les enfants qui les entendent, particulièrement de la bouche de leurs parents. Jean Dieudonné disait *la vocation* (de mathématicien) *s'éveille aux environs de la quinzième année*[16]. Avant, les maths, c'est pour tout le monde ! Il faut cultiver et faire croître les facultés de nos enfants et les aider à adopter un état d'esprit propice à l'apprentissage des mathématiques ; c'est ce que Carol Dweck nomme l'état d'esprit de développement[17]. Les personnes présentant un état d'esprit

16. Interview dans *Apostrophes*, émission de Bernard Pivot dont Jean Dieudonné fut l'invité en 1987.
17. Carol Dweck, *Changer d'état d'esprit : une nouvelle psychologie de la réussite*, Mardaga Éditions, 2010.

de développement voient l'effort comme une nécessité pour parvenir à un meilleur résultat, acceptent leurs erreurs comme un moyen d'apprendre, se laissent moins abattre par un échec et sont en général plus tenaces dans leurs apprentissages.

Voici par exemple des phrases à éviter devant vos enfants :

« Les maths, c'est facile. »

« Les maths, c'est difficile. »

« J'étais nul(le) en maths. »

« Les maths, c'est logique, et puis c'est un peu comme un jeu. »

« Les maths, jamais compris à quoi ça servait. »

« Les garçons sont meilleurs en maths que les filles. »

« Les filles sont meilleures en maths que les garçons. »

« La bosse des maths. »

« Tu es un littéraire. »

« La fin de la démonstration est évidente. »

Etc.

Voici les antonymes et termes connexes du mot « mathématique » que propose le *Wiktionnaire* :

- termes connexes à « mathématique » (adjectif) : exact, rigoureux, précis, logique, certain, vrai, solide ;
- antonymes de « mathématique » (adjectif) : approximatif, émotif, sensible.

Les mots « émotivité » et « sensibilité » décrivent mieux notre époque que « rigoureux » ou « logique ». Il est pourtant important que les mathématiques soient à nouveau dans l'air du temps.

La méthode 5-5-10 en primaire : objectif zéro lacune à l'entrée au collège

Beaucoup de gens se rendent compte des difficultés qu'ont leurs enfants en mathématiques en classe de 5^{e} et de 4^{e} car les notes baissent souvent à ce moment-là de la scolarité. Les petites difficultés, les notes moyennes en primaire sont devenues des lacunes importantes. C'est pourtant tout à fait évitable.

L'acquisition incomplète et/ou imparfaite des notions de base en mathématiques conduit nécessairement à un blocage à un moment ou à un autre de la scolarité. Les bases d'une future scolarité épanouie en mathématiques se préparent en fait à l'école primaire, lorsque personne ne s'en inquiète encore. Nous parlons ici d'élèves qui ont été de bons élèves en primaire, obtenant une majorité de « A » et de « B » à leurs contrôles de mathématiques. Subitement, ils ont du mal à comprendre ce que raconte leur professeur. Que s'est-il passé ? Eh bien les « A » et les « B » obtenus par ces élèves reflètent une acquisition des notions à 75-95 %. L'accumulation des 5 % à 25 % restants constitue ce que Salman Khan appelle l'apprentissage en gruyère dans l'éducation réinventée[18] : *bien que solide en apparence, son instruction est pleine de trous*.

Outre la cohorte évidente des élèves qui doivent être secourus en mathématiques dès l'école primaire car déjà en difficulté, il

18. Salman Khan, *L'Éducation réinventée*, JC Lattès, 2013. Salman Kahn est le fondateur de la Khan Academy, plateforme de cours et d'exercices en ligne.

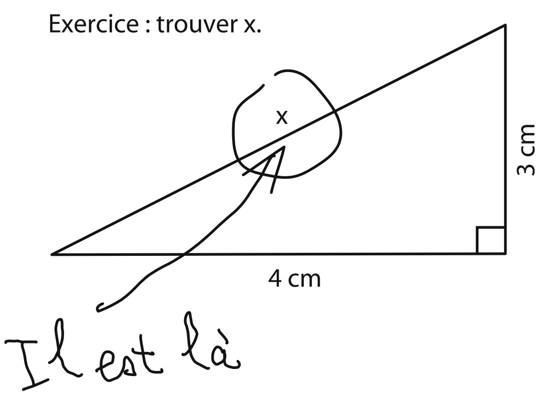
faut ajouter tous ceux et toutes celles qui sont moyens à bons : un élève qui veut pouvoir suivre correctement son programme de mathématiques jusqu'au lycée doit être un très bon élève dans cette discipline tout au long de l'école primaire. Tout le monde parle des 30 % d'élèves en très grande difficulté en mathématiques à l'entrée de la classe de 6e. Mais c'est en primaire que ces élèves construisent insuffisamment les bases nécessaires à la poursuite de leurs études et malheureusement cela ne se voit que plus tard dans leur scolarité.

Les notions abordées au collège nécessitent une maîtrise parfaite ou quasi-parfaite des notions vues en primaire : calcul, opérations, résolution de problèmes, etc. Les notions étudiées au collège s'appuient sur de nombreux concepts antérieurs et sont donc les plus à même de faire chanceler l'édifice en révélant ses fondations incomplètes. Et sur ces notions, un niveau « moyen à bon » n'est pas suffisant. Je vais citer deux exemples issus de mon expérience de professeur en collège, qui montrent à quel point les imperfections dans les connaissances de primaire sont handicapantes pour la suite des études en mathématiques. D'abord, l'exemple de la simplification de fractions en classe de 5e. De nombreux élèves sont bloqués non pas parce qu'ils ne comprennent pas la logique de la simplification des fractions (pourquoi 3/12 est égal à 1/4) mais parce qu'ils maîtrisent insuffisamment leurs tables de multiplication. En effet, simplifier la fraction 16/48 nécessite d'avoir bien en tête dans quelle(s) table(s) de multiplication se trouvent ces deux nombres afin de pouvoir les décomposer en produit de facteurs.

$$16 = 2 \times 8$$
$$48 = 6 \times 8 = 2 \times 3 \times 8$$

$$\frac{16}{48} = \frac{\cancel{2} \times \cancel{8}}{\cancel{2} \times 3 \times \cancel{8}} = \frac{1}{3}$$

L'autre exemple est celui de l'introduction de la notion de fonction linéaire en classe de 4ᵉ. Les lacunes accumulées se révèlent dévastatrices (car les fonctions linéaires ne sont que le début d'une longue série d'études de fonctions au lycée) et l'on perd beaucoup de monde en croyant que c'est le côté abstrait de ces notions qui inhibent les élèves dont le cerveau ne serait pas câblé pour les aborder. Le problème réside bien plus dans les connaissances lacunaires du statut des lettres en algèbre (*x* peut être utilisé pour représenter un nombre inconnu que l'on veut trouver : une « inconnue » ou une quantité que l'on fait varier, autrement dit, une « variable », soit un simple outil de désignation ; la lettre *L* désigne la longueur d'un rectangle, etc.), des connaissances quasiment nulles en formalisation mathématique (convertir la question d'un problème en une équation mathématique), et avant tout une maîtrise bancale de la proportionnalité.



Je suis d'accord avec Salman Khan quand il dit (même si c'est jusqu'à la caricature) qu'un enfant ne doit aborder la notion suivante qu'après l'obtention d'un 20/20 dans la notion précédente. C'est l'accumulation des lacunes, la construction d'un savoir « en gruyère » en primaire qui fait que l'élève décroche au collège. Les lacunes sont bloquantes en mathématiques à moyen et long terme.

Alors, comment ne pas laisser s'installer un apprentissage « à trous » pour vos enfants ?

L'apprentissage des bases en mathématiques se répartit sur sept années : grande section de maternelle, CP, CE1, CE2, CM1, CM2 et 6e. L'acquisition se fait donc tout au long de ces sept années : cela laisse suffisamment de temps pour peu qu'on ne laisse aucune lacune s'installer.

Il faut toujours laisser le temps à l'élève de maîtriser une notion avant de lui en soumettre une autre, plus élaborée. Il faut toujours aller du plus facile au plus difficile et mettre de côté l'adage « qui peut le plus peut le moins » en primaire. Les enfants surestiment souvent ce qu'ils savent dès lors qu'ils ont déjà un peu vu une notion. Maîtriser les choses faciles donne l'aisance nécessaire à l'acquisition des choses difficiles. Sur les notions de base[19], celles qui vont être utilisées pendant toute la scolarité, il faut vraiment viser l'objectif zéro lacune.

19. Vous trouverez une liste de ces notions de base dans le conseil n° 5 : « Les notions de base à travailler régulièrement », page 139.

En pratique, comment faire pour atteindre cet objectif et mettre toutes les chances du côté de votre enfant ? C'est l'objet de la **méthode 5-5-10**, qui expose les meilleurs outils pour y parvenir tout au long de l'école primaire. Cette méthode se résume en :

5 principes à appliquer quelle que soit l'activité mathématique,
5 routines à mettre en place avec vos enfants,
et y consacrer **10 minutes par jour**.

En appliquant cette méthode, vos enfants auront toutes les chances de leur côté pour atteindre l'objectif zéro lacune.

5 principes de base à adopter

Il n'y a pas de problèmes ;
il n'y a que des professeurs.

Jacques Prévert

Principe n° 1

Apprendre mieux avec ce que l'on sait du cerveau

Plus l'effort cognitif est important, mieux on retient

Plus l'effort fourni par le cerveau est important, plus on « sait », plus on « retient ».

L'idée selon laquelle l'apprentissage devrait se faire sans effort est trompeuse. Il faut précisément consentir à des efforts cognitifs pour réellement maîtriser une connaissance. Nos courbatures après une session de sport sont la preuve que nous avons bien travaillé. Ces efforts nécessitent plus d'engagement actif ; mais ce coût est bénéfique même si les bénéfices ne sont pas ressentis et mesurables durant la phase d'apprentissage (ce qui peut être source de frustration) comme lorsque l'on se prépare pour un marathon[1].

Alice Latimier,
doctorante à l'École normale supérieure
au département d'Études Cognitives

1. Alice Latimier, « Les difficultés désirables au service des apprentissages durables », *Disdonc Didask*, 19 avril 2018.

Ainsi, pour apprendre ou réviser une leçon, la méthode la moins efficace est de la surligner ; la méthode la plus efficace est de réciter tout ce que l'on sait sur une feuille blanche. Mais c'est nettement plus fatiguant !

Connecter un apprentissage nouveau à une situation connue

Pour apprendre (ou enseigner) une nouvelle notion, il faut trouver tous les moyens de connecter cette nouvelle notion à une situation déjà connue. L'apprentissage en sera facilité. Par exemple, lorsque l'on veut montrer pour la première fois une addition à un enfant, mieux vaut additionner des pommes ou des petites voitures que des nombres. Car l'enfant aura probablement déjà – sans savoir qu'il s'agissait d'une addition – additionné des petites voitures pour savoir combien il en possédait.

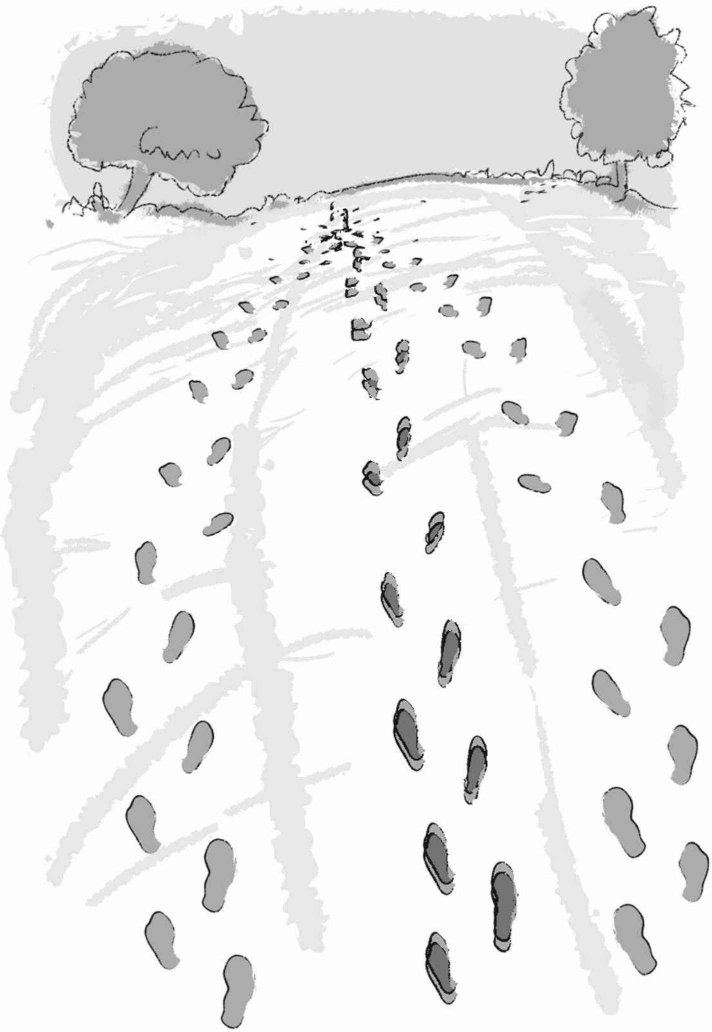
Réviser une notion et l'aborder sous plusieurs angles

Quand on apprend quelque chose de nouveau, on crée un nouveau chemin, un nouveau circuit dans le cerveau. Il est possible de faire un parallèle entre ce que nous apprenons, et comment on fait appel à ses connaissances (ce que nous avons appris), et des traces laissées dans la neige qui nous permettent de retrouver notre chemin dans une forêt. Imaginez que vous êtes dans le grand Nord et qu'il neige tout le temps. Les traces sont vites recouvertes par la neige ! Il faut repasser très vite dessus car la « trace » initiale est très fragile. De la même façon, votre cerveau reçoit des informations en permanence. Ce que vous essayez de retenir va être recouvert par une quantité d'informations que votre cerveau doit traiter en continu. Pour qu'une trace reste « visible » dans la neige durablement, comme dans le cerveau, il faut deux conditions :

- repasser plusieurs fois sur ses propres traces dans la neige pour qu'elles soient plus profondes et donc plus durables. Pour le cerveau, cela revient à revoir plusieurs fois ce qui a été appris ;
- laisser dans la neige des traces diverses afin de créer plusieurs chemins qui mènent tous au même endroit. Pour le cerveau, cela signifie d'envisager la nouvelle notion sous des angles multiples, avec des approches différentes, et, comme expliqué précédemment, essayer de relier toute nouvelle notion à une notion déjà connue du cerveau.

L'addition des deux conditions est le plus efficace. La trace neuve bénéficie toujours de la trace qui lui préexiste, et cela la consolide. Dans le cas de l'apprentissage par cœur par exemple, la répétition consiste à repasser plusieurs fois sur la même trace de sorte à ancrer profondément les connaissances à apprendre. Ces connaissances, pour lesquelles nous n'avons plus besoin de « réfléchir », permettent ainsi d'acquérir plus facilement de nouvelles notions[2].

2. Pour comprendre mieux le fonctionnement du cerveau et les mécanismes de l'apprentissage, voir le chapitre « Ce que nous apprennent les neurosciences », page 149.



Le principe n° 1 en pratique

Voici différentes méthodes pour calculer une « quatrième proportionnelle ».

**Axel a acheté 6 stylos tous identiques et au même prix.
Il a payé 9€. Combien aurait-il payé s'il en avait acheté 15 ?**

• 15 stylos = 12 stylos + 3 stylos • 12 stylos coûtent 18 € (deux fois plus) • 3 stylos coûtent 4,5 € (la moitié) • 15 stylos coûtent 22,5 € (18 € + 4,5 € = 22,5 €)	• 6 stylos coûtent 9 € • 1 stylo coûte 1,5 € (9 € ÷ 6) • 15 stylos coûtent 22,5 € (15 X 1,5 € = 22,5 €)	• 6 stylos coûtent 9 € • le coefficient de proportionnalité permettant de passer de 6 à 9 est de 1,5 (6 x 1, 5 = 9) • 15 stylos coûtent 22,5 € (15 X 1,5 = 22,5).
+ Méthode de calcul mental + Facile à comprendre - Peut être long	+ Méthode ayant du sens - Arrondis parfois source d'erreur	+ Méthode rapide - Coefficient difficile à trouver - Moins intuitif

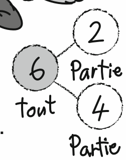
Principe n° 2

Verbaliser les mathématiques

Parler, verbaliser, s'exprimer en mathématiques sont des démarches qui ne vont pas de soi. Exprimer par la parole son raisonnement et sa pensée a démontré son efficacité en pédagogie des mathématiques[1]. En résolution de problèmes notamment, la verbalisation consiste à énoncer le processus de réflexion à voix haute : il s'agit de décrire et d'expliquer les étapes qui permettent de résoudre le problème. De fait, quand vous faites des mathématiques avec vos enfants, pensez à bien expliquer votre démarche, comment vous arrivez à la solution, pourquoi vous avez choisi telle opération. Comme si vous « pensiez à voix haute ». Par imitation, vos enfants vont acquérir les mêmes réflexes que vous.

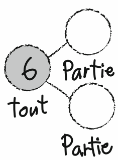
1. Mary Land, « La verbalisation en résolution de problèmes mathématiques », *taalecole.ca*, 25 avril 2014.

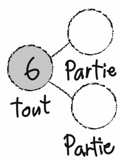
Le principe n° 2 en pratique



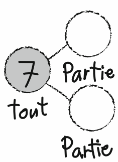
Il y a 6 enfants. 2 enfants portent des lunettes.
4 enfants ne portent pas de lunettes.

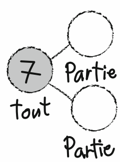
1 Inventez encore deux histoires avec les 6 enfants.





2 Il y a 7 voitures.
Inventez deux histoires avec les 7 voitures.





Dans cet exemple on demande aux enfants de faire des phrases, de verbaliser « les parties dans le tout » en « racontant des histoires de nombres », ce qui est un excellent exercice pour la compréhension profonde des opérations et ce à quoi elles servent.

Par exemple, dans la question 1, on peut raconter plusieurs histoires différentes : 6 enfants sont ensemble, dont 3 lisent et 3 jouent aux petites voitures. Ou encore parmi ces 6 enfants, 2 sont des filles et 4 sont des garçons. Ou encore, il y a 1 enfant en short et 5 enfants en pantalon, ce qui fait 6 enfants présents.

Dans la question 2, on peut décomposer 7 en 4 et 3 (4 grandes voitures et 3 petites font 7 voitures au total) ou on peut aussi décomposer 7 en 5 et 2 (5 voitures foncées et 2 voitures claires font 7 voitures au total).

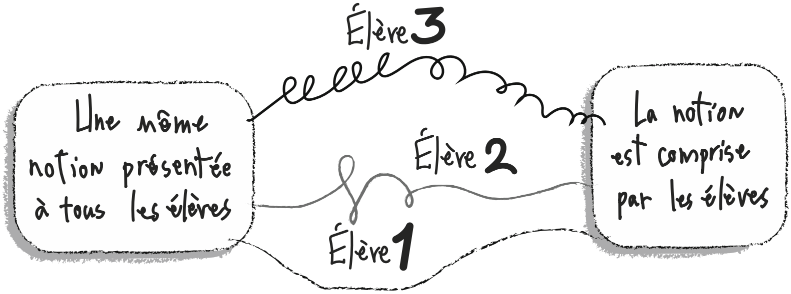
Principe n° 3

Suivre les trois étapes d'acquisition des connaissances

Le processus d'acquisition des connaissances s'effectue au fil de trois grandes étapes directrices : la compréhension de la notion, la pratique et la révision.

Comprendre

C'est la partie la plus solitaire, la plus individuelle de l'apprentissage : la compréhension. Une fois une notion expliquée, il y a autant de façons « différentes » de comprendre que de cerveaux. Les connexions qui vont permettre à un individu de comprendre une notion, un concept ou un savoir-faire vont se fonder sur des connaissances, une expérience et des liens entre ses connaissances qui diffèrent d'un individu à l'autre. Ce qui se passe dans chaque cerveau à ce moment-là garde sa part de mystère.



En général, les enfants aiment s'arrêter à cette étape et ne voient pas l'utilité des deux suivantes. Car ils ont « compris ». Et cela leur semble suffisant. Mais ça ne l'est pas. Comprendre est une étape nécessaire mais pas suffisante.

Pratiquer

Ce qui nous apparaît comme évident en sport ne devrait pas nous surprendre en mathématiques : ce n'est pas juste en décidant que l'on est bon en mathématiques qu'on l'est. On le devient par la pratique répétitive d'exercices, par la pratique répétée de concentration sur des problèmes parfois difficiles.

Tout le monde peut courir 10 km. C'est une question d'entraînement, de pratique de la course à pied. Si vous ne vous entraînez pas, vous ne serez jamais capable de faire 10 km en vous réveillant un matin parce que vous l'avez décidé. Pour devenir marathonien, c'est plus compliqué : il faut beaucoup s'entraîner, souvent suivre un régime strict et y consacrer beaucoup de son temps et de son énergie. Maintenant, si vous voulez être dans le top mondial des

On a eu le tort, pour rendre les maths attractives, d'en simplifier les concepts et d'en réduire le volume d'enseignement. Tout ce qu'il ne fallait pas ! Car du même coup, on donne moins de temps aux élèves pour se mettre en confiance avec ce langage, on ne leur permet pas de se forger des raisonnements, et en réduisant la quantité d'exercices, on a supprimé l'entraînement, qui est la seule chance qu'on a de s'immerger là-dedans[1].

Cédric Villani

marathoniens, c'est un métier (vous y consacrez votre vie) et il faut probablement aussi des aptitudes particulières, un physique aussi, qui vous permettront de vous hisser sur les podiums.

Pour l'apprentissage des mathématiques, c'est un peu pareil : votre enfant ne va pas se réveiller un matin en étant bon en maths, comme si c'était déjà en lui et ses aptitudes n'avaient qu'à se révéler. Non, il va falloir s'entraîner, plusieurs fois par semaine, pendant les années de l'école primaire au moins, comme pour être capable de courir 10 km. Mais dans les deux cas ce n'est pas un travail acharné et c'est à la portée de tous. En revanche, si vous voulez devenir un crack des maths, que vous souhaitez intégrer une prépa, devenir polytechnicien ou mathématicien, il va falloir vous entraîner comme une personne qui a décidé de terminer un marathon au moins une fois dans sa vie : plus intensément, plus longtemps, avec plus d'astreintes. Mais c'est encore une question de volonté pour la plupart d'entre nous. Enfin, pour devenir Cédric Villani ou Jean Dieudonné, nous touchons aux limites de la volonté. Les gênes dont nous héritons

1. Cédric Villani dans *Coopération*, 4 décembre 2012.

font que la plupart d'entre nous ne serons pas récompensés de la médaille Fields et ne monteront pas sur la première marche du podium du marathon de New York, même avec beaucoup d'acharnement.

Il faut donc s'exercer et répéter. C'est vrai en mathématiques comme en musique (faire ses gammes), pour apprendre une langue (plus on pratique une langue, mieux on la maîtrise), en orthographe (afin d'appliquer sans y penser une règle de grammaire, il faut avoir fait des exercices nombreux et variés), en gymnastique (c'est par la répétition du même exercice des dizaines et des dizaines de fois qu'on parvient à faire la roue sur une poutre).

Faire faire des échecs ou de la musique aux enfants ne les rend pas meilleurs en maths. Exercer sa mémoire de travail ne rend pas globalement plus intelligent. Ce sont des études isolées, de mauvaise qualité, qui ont pu faire croire le contraire. Plus on va vers des études rigoureuses, moins on observe de transferts de compétences – à part des transferts entre compétences vraiment très proches. Pour devenir bon dans un domaine, il faut travailler sur ce domaine en particulier. C'est ce que confirment de récentes méta-analyses sur ces sujets[2].

Pratiquer en mathématiques, c'est donc faire de nombreux exercices sur une notion après l'avoir comprise.

2. Alex Fradera, « No far transfer – chess, memory training and music just make you better at chess, memory training and music », *The British Psychological Society Research Digest*, 24 novembre 2017.

Réviser

Réviser, c'est pratiquer quand on commence à oublier. Réviser une notion, c'est aussi la revoir souvent : au bout d'une semaine, d'un an, tous les ans. C'est dans la répétition (combinaison entre la pratique et la révision) que l'on acquiert une notion. Nous verrons dans « Les révisions par espacements croissants » comment répartir concrètement et espacer au mieux les révisions pour un apprentissage efficace sur le long terme.

Il faut donc suivre et appliquer ces trois étapes essentielles à l'acquisition des connaissances :

- comprendre la notion ;
- faire de nombreux exercices pour maîtriser ;
- revoir cette notion régulièrement (juste après et aussi plus tard, au cours de sa scolarité).

Il faudra utiliser vos talents de persuasion afin de résister à la pression de vos enfants qui ne cesseront de dire qu'ils ont « compris », et voudront limiter leurs efforts à la première étape, celle de la compréhension.

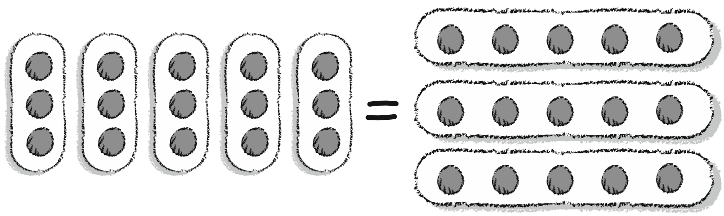
Les programmes de l'Éducation nationale sont progressifs et intègrent la révision et la répétition des notions clefs des mathématiques chaque année. En 6e par exemple, aucune notion nouvelle n'est introduite – ou presque. Cette année de début de collège est l'occasion de réexpliquer et pratiquer toutes les notions vues en primaire en mathématiques. C'est une bonne chose avant de commencer le calcul littéral, la découverte de nouveaux nombres, la démonstration en géométrie.

Le principe n° 3 en pratique

Prenons l'exemple de la multiplication.

Comprendre consiste à comprendre la signification de la multiplication : les enfants doivent bien comprendre le sens du signe « multiplié », notamment qu'ils sachent trouver le résultat d'une multiplication en utilisant l'addition réitérée et qu'ils sachent associer une multiplication à sa représentation imagée (3 × 5 = 3 groupes de 5 objets).

la multiplication



3+3+3+3+3	=	5+5+5
5 groupements de 3	=	3 groupements de 5
5x3	=	**3x5**
3 multiplié par 5	ou	5 multiplié par 3
5 fois 3		**3 fois 5**

(5 x 3, c'est égal mais pas équivalent à 3 x 5)

Pratiquer consiste à faire des exercices variés impliquant la multiplication :

- Des exercices de compréhension de la multiplication comme répétition d'additions : écrire 3 × 5 = 5 + 5 + 5.
- Des exercices impliquant la commutativité de la multiplication : 3 × 5 = 15 = 5 × 3
- Des problèmes incluant la multiplication : un apiculteur a 45 ruches. Chaque ruche contient environ 15 000 abeilles. Combien l'apiculteur a-t-il d'abeilles (environ) ? Un carnet de timbres contient 2 rangées de 10 timbres. En achetant 5 carnets, combien de timbres a-t-on ?
- Savoir réciter ses tables de multiplication.
- Savoir poser une multiplication à 1 chiffre, à 2 chiffres, etc.

Réviser consiste à pratiquer ces mêmes exercices (ou d'autres similaires) de façon espacée dans le temps. Voir à ce propos la section *Réviser par espacements croissants* pour savoir quand faire revoir une notion à votre enfant.

Principe n° 4 Adopter une approche du plus simple au plus complexe

John Mighton est un écrivain canadien qui avait des difficultés en mathématiques quand il était élève. Il a développé un programme d'enseignement des mathématiques qu'il a appelé JUMP[1]. Le ministère de l'Éducation des États-Unis a trouvé son programme suffisamment prometteur pour accorder une subvention de 2,75 millions de dollars en 2012 à Tracy Solomon et Rosemary Tannock, deux chercheuses cognitives au Hospital for Sick Children et à l'Université de Toronto, pour mener une étude auprès de 1 100 enfants dans 40 classes. Les résultats espèrent confirmer des travaux antérieurs qui ont montré que les élèves de 18 classes utilisant JUMP progressaient deux fois plus vite sur un nombre de tests de mathématiques standardisés[2]. Qu'est-ce que John Mighton a donc découvert ? Il a appliqué une méthode bien connue des bons enseignants, confirmée par les neurosciences, qui consiste à décomposer chaque tâche en sous-tâches plus simples, de toujours procéder du plus simple vers le plus compliqué, bref, de procéder « par petites touches ».

1. JUMP : Junior Undiscovered Math Prodigies.
2. « Teaching method that's proving there's no such thing as a bad math student », *Science*, 21 septembre 2017.

Mighton dit que les petites étapes sont critiques. L'élément clé du programme JUMP est que l'enfant commence au plus simple et progresse en très petites étapes jusqu'à un niveau très sophistiqué dans une période de temps relativement courte. Cela a rétabli la confiance chez des enfants qui pensaient qu'ils ne pouvaient pas faire de maths.

C'est valable dans toutes les matières. Le programme Atole, Attentifs à l'école, mis en place par Jean-Philippe Lachaux, chercheur en neurosciences de l'attention au Centre de recherche en neurosciences de Lyon, propose une série d'exercices dont celui-ci : *Pour traduire une consigne en tâche, il y a les personnages de « Maxi moi » et « Mini moi ». Le premier va comprendre la directive entière et définir les tâches successives à effectuer. Il va déléguer ces tâches aux Minis mois. Pour un exercice niveau CE2, « Trouver les verbes dans un texte », Maxi moi comprend l'ensemble. Un premier Mini moi lit le texte, le second Mini moi trouve le premier verbe, un troisième l'inscrit dans le cahier, et ainsi de suite*[3].

Même si votre enfant trouve ça trop facile, aborder une notion sans sauter d'étapes n'est pas une perte de temps : toujours aller du plus simple au plus compliqué et procéder par petites touches. Le fait d'introduire des notions de façon très simple puis de les complexifier permet aux enfants de se familiariser avec un concept. Cette approche permet de poser des fondations solides et d'avancer en confiance, en évitant notamment l'appréhension de découvrir une nouvelle notion.

3. Programme Atole pour *Attentifs à l'école* de Jean-Philippe Lachaux, chercheur en neurosciences de l'attention au Centre de recherche de Lyon. « À la rentrée 2017, les élèves suivront des "cours d'attention" grâce au programme Atole », *huffingtonpost.fr*, 22 juin 2017.

Le principe n° 4 en pratique

Voici un exemple pour illustrer la méthode « pas à pas » ou « du plus simple au plus compliqué » : la maîtrise de l'utilisation du rapporteur en géométrie.

Il y a plusieurs difficultés à dépasser avant de savoir utiliser parfaitement un rapporteur. Il est possible de décomposer cette compétence en plusieurs étapes d'acquisition :

- savoir centrer le rapporteur correctement sur le sommet de l'angle ;
- savoir aligner le zéro des graduations du rapporteur avec l'un des côtés de l'angle ;
- savoir lire les graduations indiquées lorsque le rapporteur est bien placé ;
- savoir lire les graduations « dans les deux sens » : de 0° à 180° et de 180° à 0°.

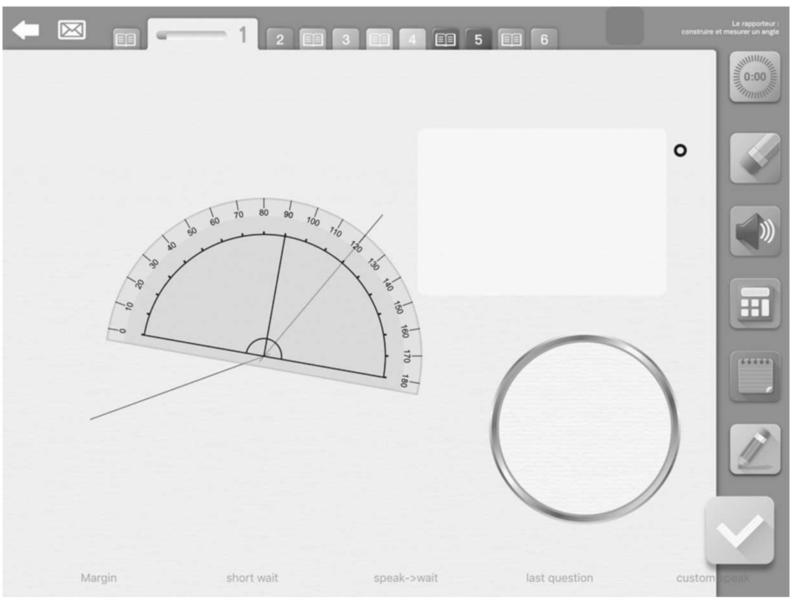
Par ailleurs, savoir utiliser un rapporteur, c'est savoir lire la mesure d'un angle, mais c'est aussi savoir construire un angle dont la mesure est donnée grâce à un rapporteur. Il faut donc que l'élève acquière ces deux compétences.

Vous trouverez des sites web et des applications qui permettent de proposer ces différentes étapes à vos enfants. C'est plus pratique que d'avoir différents types de rapporteurs à la maison. En voici deux exemples.

1. Dans l'application **myBlee Math**[4], le module «Savoir utiliser un rapporteur» est composé de six niveaux de difficulté croissante.

Niveau 1 : lecture d'un angle avec un rapporteur simplifié

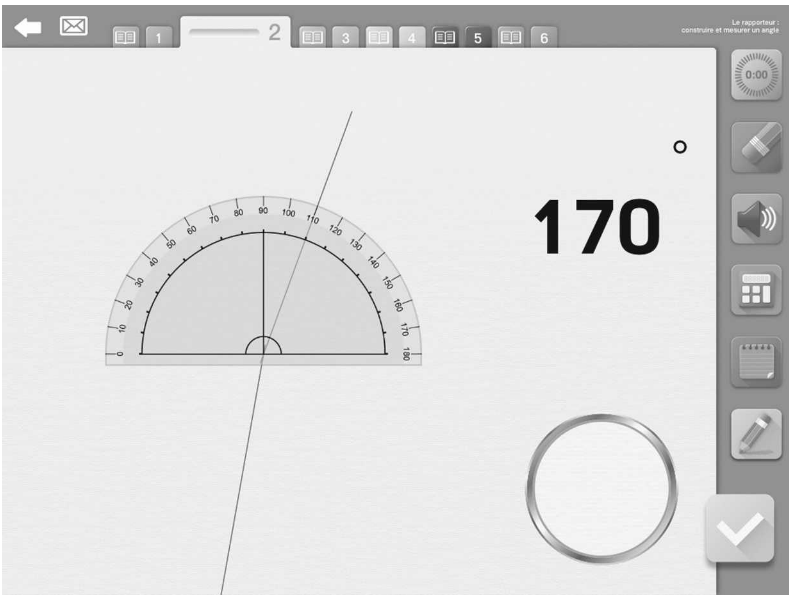
Le rapporteur est gradué dans un seul sens et seulement en dizaines, il est déjà centré sur le sommet de l'angle. La majorité des difficultés est ici occultée afin que l'élève se concentre sur la manière de faire pivoter son rapporteur pour l'aligner avec un côté de l'angle puis lire sa mesure sur le rapporteur. C'est suffisant pour une première étape. L'enfant écrit sa réponse avec son doigt ou un stylet dans la case-réponse prévue à cet effet.



4. Voir le chapitre « myBlee Math : application d'apprentissage des mathématiques », page 159.

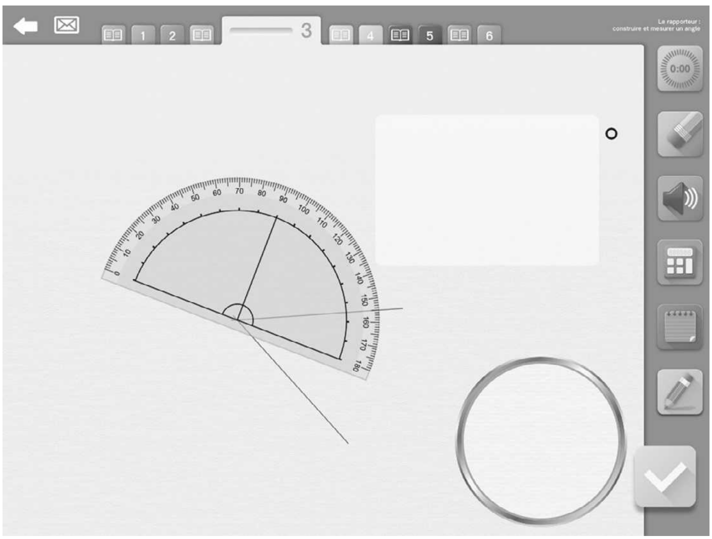
Niveau 2 : formation d'un angle avec le rapporteur simplifié

On utilise toujours le rapporteur simplifié (graduations dans un seul sens et par dizaine) et centré sur le sommet de l'angle, mais son zéro n'est pas aligné avec l'un des côtés de l'angle. L'enfant doit faire pivoter le rapporteur puis construire un angle de 170° en faisant bouger l'autre côté de l'angle avec son doigt.



Niveau 3 : lecture d'un angle avec un rapporteur plus précis

On a ajouté au rapporteur les graduations d'unité ou unité (mais toujours dans un seul sens). Afin que l'enfant se concentre sur cette nouvelle difficulté (savoir lire la mesure de l'angle à l'unité près), le rapporteur est déjà centré sur le sommet de l'angle.
Il doit toutefois gérer en parallèle la difficulté du niveau précédent, à savoir faire pivoter le rapporteur jusqu'à aligner son zéro avec un côté de l'angle.

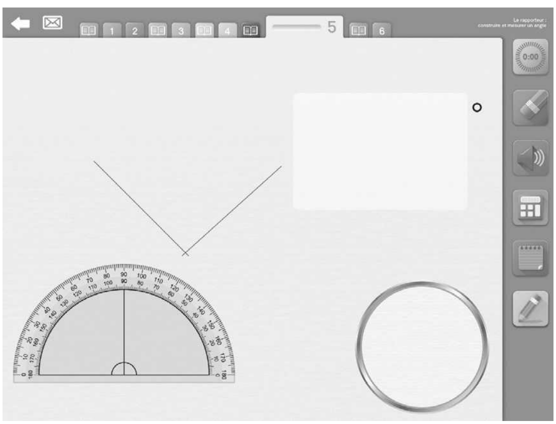


Niveau 4 : lecture d'un angle avec un rapporteur gradué dans les deux sens

On ajoute les graduations « dans les deux sens » au rapporteur : de 0° à 180° et de 180° à 0°. À partir de ce niveau, il est donc identique à ceux vendus dans le commerce. Le rapporteur est déjà fixé sur l'angle afin que l'élève se concentre sur cette nouvelle difficulté. L'exercice propose diverses questions où le rapporteur est aléatoirement aligné avec un côté ou l'autre de l'angle, de manière à ce qu'il apprenne à utiliser les graduations dans les deux sens.

Niveau 5 : lecture d'un angle en conditions réelles

À ce stade, l'ensemble des difficultés sont cumulées : l'élève doit placer son rapporteur correctement sur l'angle puis lire la mesure de l'angle sur un rapporteur « normal » (graduations dans les deux sens et à l'unité près).



Niveau 6 : formation d'un angle en conditions réelles

Comme au niveau 5, le rapporteur comporte toutes les difficultés cumulées des niveaux précédents.

2. Sur le site de **Sésamath**[5], les exercices interactifs que vous pouvez utiliser avec vos enfants sont :
   - Mesure à 10 degrés
   - Mesure à 5 degrés
   - Mesure au degré près
   - Mesure sans utiliser l'origine du rapporteur
   - Mesure des angles d'un triangle

5. Site Sésamath / Maths en poche 6e / Section Grandeurs et mesures / Angles.

Principe n° 5
Apprendre de ses erreurs

Le « statut » de l'erreur est différent selon le type d'exercice sur lequel on travaille : *drill* ou résolution d'un problème. Drill est un mot anglais qui désigne une méthode d'entraînement et d'apprentissage fondée sur la réalisation répétitive d'un même exercice ou d'une série d'exercices. La répétition intensive vise à faire acquérir des automatismes à celui qui exécute les exercices. Pour un drill, l'erreur est une faute, il faut l'éviter et il faudra apprendre à ne pas la répéter les fois suivantes ; par exemple, on doit connaître par cœur ses tables de multiplication, être capable de les réciter rapidement et sans hésiter. Alors que pour la résolution de problèmes, l'erreur a un statut de « normalité », elle est partie intégrante du processus de résolution. Il devient alors important de laisser les enfants chercher et se tromper. Il arrive que le processus de résolution soit plus important que la résolution elle-même.

Le souci majeur de l'enseignement en France, c'est de trop se focaliser sur l'erreur et pas assez sur ce que cette erreur peut apporter à l'élève, sur les possibilités de rebond qu'elle peut offrir. On a tendance à confondre erreur et échec. L'élève a le sentiment d'être un raté, alors qu'il a simplement fait une erreur. Pourtant, les études montrent que l'erreur fait partie du chemin qui mène à la vérité[1].

Les chercheurs en mathématiques suivent une piste, qui parfois n'aboutit pas, avant d'en suivre une autre. Qui sera peut-être encore une autre impasse. Les problèmes en mathématiques peuvent rester « ouverts » très longtemps avant d'être résolus. La conjecture de Poincaré fut formulée pour la première fois en 1904 et démontrée en 2003…

Le cerveau fonctionne ainsi par itérations, avec des cycles qu'on peut décomposer en quatre étapes successives : prédiction, feedback, correction, nouvelle prédiction. Il internalise organiquement des statistiques. Il s'agit tout simplement de continuellement corriger le tir grâce au retour d'expérience, ce qui revient à dire que… l'erreur est fondamentale ! En effet, si les signaux d'erreur nous permettent, à nouveau, d'ajuster nos prédictions, l'apprentissage ne peut se déclencher que s'il y a un signal d'erreur, autrement, rien ne change.

Transposé à la pédagogie, cela implique que l'erreur est normale, inévitable et… fertile. À condition, impérativement, d'être d'une part activement remarquée par l'apprenant, qui loin de l'ignorer, doit la dépasser. D'autre part, pour être fertile elle doit ne pas être trop sanctionnée, le stress étant un inhibiteur d'apprentissage. Pire, un sentiment d'impuissance noierait les futurs efforts dans l'œuf[2].

Stanislas Dehaene,
psychologue cognitiviste et neuroscientifique

1. « Se tromper, à quoi ça sert ? », *France Inter*, 27 mars 2017.
2. Stanislas Dehaene, « Les quatre piliers de l'apprentissage, ou ce que nous disent les neurosciences », *Paris Innovation Revue*, 7 novembre 2013.

Il est donc très important en mathématiques d'appliquer la démarche « comprendre – chercher – itérer » avec vos enfants. Et pour pouvoir l'appliquer, il faut comprendre qu'être dans l'erreur – les mauvaises pistes qu'on a pu éliminer seulement après les avoir essayées – est une étape nécessaire.

Il faut donc changer le statut de l'erreur en mathématiques chez les élèves. Les mots que vous utiliserez sont importants. Il ne faut surtout pas dire à un enfant : « tu t'es trompé, ce n'est pas grave, l'essentiel, c'est ne pas recommencer ». C'est anxiogène. L'enfant se dit alors qu'il n'a plus le droit à l'erreur. Il faut valoriser leurs efforts faits dans le bon sens, et non le résultat, pour encourager la pratique. « *Tu peux rater, mais de mieux en mieux* », disait Samuel Beckett.

La reconnaissance de l'erreur a un double but. Elle permet d'abord de ne pas lui donner un caractère culpabilisant qui serait le départ d'une inhibition pour la recherche et d'un dégoût des maths. Les erreurs sont également des messages sur les représentations mentales des enfants. Leur étude permet d'aider les enfants à construire un savoir mathématique qui tienne compte de leur pensée propre[3].

Lorsque j'enseignais aux Cours Marcel (école d'accompagnement scolaire que j'ai créée en 2007), je faisais régulièrement exprès de me tromper dans une démonstration de mathématiques avec les élèves de Terminales S, ou de ne pas trouver tout de suite. Et je leur demandais de m'aider et de chercher avec moi. Cela fonctionne parfaitement : les élèves aiment cette collaboration où l'on cherche tous ensemble la résolution d'un problème. Si même le

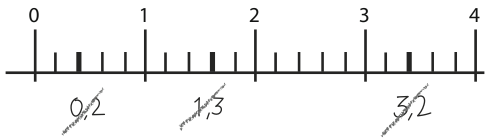
3. Jany Gibert, « Éloge de l'erreur en mathématiques », *ICEM-Pédagogie Freinet*, janvier 1989.

professeur se trompe, alors eux aussi peuvent chercher, se tromper, recommencer. Ils reproduiront par mimétisme. Cela participe à les rassurer sur les erreurs qu'ils peuvent commettre. Vivre plusieurs fois dans leur scolarité cette situation – simulée ou pas – du professeur de mathématiques ou de sciences qui se trompe ou qui cherche et demande l'aide de ses élèves serait bénéfique pour eux.

À l'école primaire, il est plus important d'être bon en maths qu'être en tête de classe. Les concours, c'est pour plus tard. Il est important que votre enfant sache ce que vous attendez de lui : dites-lui que vous attendez qu'il ou elle soit très bon en maths. Pas qu'il soit en tête de classe. Rappelez-vous qu'ils doivent sortir de l'école primaire en ayant acquis une grande rapidité de calcul, et compris toutes les notions de base. Aussi faut-il essayer de ne pas demander à votre enfant quel rang il occupe dans la classe avec la note obtenue à son dernier contrôle. Gardez ces questions pour plus tard si vous le souhaitez. Pas en primaire. Nous sommes tentés de le faire en tant que parents car nous y avons été habitués mais également parce que cela nous permet de situer assez objectivement le niveau de nos enfants en mathématiques en le comparant avec d'autres.

Le principe n° 5 en pratique

Comment appliquer cela à l’école primaire en tant que parent ? Imaginons que votre enfant revienne de classe avec cet exercice, où il a eu tout faux :



Cela traduit une représentation mentale des décimaux complètement erronée. Plutôt qu’une longue explication sur les décimaux pour corriger son erreur, proposez de partir de l’erreur, en utilisant sa représentation. Demandez-lui de placer 0,3 puis 0,4 puis 0,9 sur l’axe. Ou 3,5 ; 3,8 et 3,9 par exemple. L’enfant va buter sur la représentation faite précédemment. Cette vérification expérimentale va l’obliger à travailler à partir de son erreur et modifier sa première réponse.

5 routines faciles à installer

J'étais alors en proie à la mathématique.
Temps sombre ! Enfant ému du frisson poétique,
Pauvre oiseau qui heurtait du crâne mes barreaux,
On me livrait tout vif aux chiffres, noirs bourreaux ;
On me faisait de force ingurgiter l'algèbre.

Victor Hugo, *Les Contemplations*

Routine n° 1

Enchaîner les exercices répétitifs ou drills

Pour acquérir les automatismes nécessaires à la résolution de problèmes plus complexes, certains calculs doivent devenir des automatismes. Et pour acquérir ces automatismes, il faut pratiquer beaucoup, ce qui veut dire faire de nombreux exercices répétitifs – les «*drills*» –, comme pour un entraînement sportif.

Qu'est-ce qu'un drill ? C'est une série d'exercices qui permet, par leur aspect répétitif, de rendre les élèves aptes à exécuter sans hésitation, rapidement et sans faute, des calculs ou d'autres tâches mathématiques. C'est une méthode d'entraînement mécanique. Ces exercices se font quasiment «sans réfléchir», comme réciter ses tables de multiplication.

S'inspirer du programme Kumon

C'est le principe des programmes «Kumon», très prisés des parents au Japon comme en Angleterre. Vous imprimez des fiches que vos enfants remplissent, en un temps que vous chronométrez, et qui doit se réduire à chaque fois (vous pouvez donner la même fiche à faire à plusieurs jours ou semaines d'intervalle).

C'est un excellent entraînement pour poser des opérations par exemple. C'est à la portée de tous les parents, bien que cela soit chronophage. Il faut avoir du temps pour pratiquer ces programmes. En Angleterre, les parents dont les enfants sont inscrits doivent les emmener toutes les semaines au centre Kumon près de chez eux ; ils remettent au référent Kumon les fiches d'exercices que leurs enfants ont complétées dans un temps imparti (sous la surveillance de leurs parents), le référent corrige la fiche et élabore la suivante (en fait, c'est un algorithme qui détermine le contenu de la fiche en fonction des résultats de la précédente) que l'élève aura à compléter à la maison, et ainsi de suite… jusqu'à maîtrise parfaite des notions. Cette méthode rigoureuse vise à transmettre des bases solides pas à pas aux enfants. Cinq centres ont déjà ouvert à Paris.

En termes de temps de travail, les préconisations des centres Kumon sont les suivantes : les enfants ont des devoirs Kumon quotidiens qui prennent environ 30 minutes ; ils font leurs devoirs deux jours par semaine au centre Kumon et à la maison les cinq autres jours. Personnellement je pense que c'est beaucoup, surtout au regard des autres activités mathématiques à faire, comme résoudre des problèmes. Mais vous pouvez sélectionner des fiches d'exercices qui ne dépassent pas les 10 minutes de travail quotidien.

Quelques exemples de fiches d’exercices

On trouve ces fiches d’exercices répétitifs un peu partout sur le Web, pour la maîtrise des quatre opérations, par exemple, mais également pour d’autres thèmes comme les fractions ou les pourcentages. En voici quelques-unes :

(11) $3 + 8 =$

(12) $2 + 8 =$

(13) $4 + 8 =$

(14) $4 + 9 =$

(15) $5 + 9 =$

(16) $7 + 9 =$

(17) $6 + 10 =$

(18) $4 + 10 =$

(19) $8 + 10 =$

(20) $10 + 10 =$

Prénom : .... Date : ....

(05)			
	1 – 0,9 = 0,1	**10 – 0,9 = 9,1**	**10 – 0,1 = 9,9**
	1 – 0,99 = 0,01	**10 – 0,99 = 9,01**	**10 – 0,01 = 9,99**
	1 – 0,999 = 0,001	**10 – 0,999 = 9,001**	**10 – 0,001 = 9,999**

1./ Calcule :

1 – 0,9 = ...	5 – 0,9 = ...	10 – 0,9 = ...	15 – 0,9 = ...
1 – 0,4 = ...	5 – 0,6 = ...	10 – 0,5 = ...	24 – 0,3 = ...
1 – 0,1 = ...	5 – 1,5 = ...	10 – 2,5 = ...	74 – 2,5 = ...
1 – 0,7 = ...	5 – 2,5 = ...	10 – 5,5 = ...	50 – 5,2 = ...
1 – 0,25 = ...	5 – 0,25 = ...	10 – 0,25 = ...	34 – 0,25 = ...

1 – .... = 0,9	7 – .... = 6,9	10 – .... = 6,9	25 – .... = 24,3
1 – .... = 0,3	2 – .... = 1,1	10 – .... = 4,3	25 – .... = 12,5
1 – .... = 0,5	5 – .... = 4,5	10 – .... = 6,6	50 – .... = 40,9
1 – .... = 0,8	5 – .... = 3,5	10 – .... = 5,5	100 – .... = 49,8
1 – .... = 0,25	4 – .... = 3,75	10 – .... = 9,25	50 – .... = 45,25

.... – 0,1 = 0,9	.... – 0,2 = 0,8	.... – 0,5 = 15	.... – 0,1 = 50
.... – 0,1 = 0,5	.... – 0,5 = 4,5	.... – 1,5 = 6	.... – 0,5 = 50
.... – 0,1 = 1	.... – 0,5 = 10	.... – 2,5 = 10	.... – 2,5 = 50
.... – 0,1 = 1,5	.... – 0,5 = 0,9	.... – 7,5 = 10	.... – 5,5 = 100
.... – 0,1 = 7,6	.... – 0,5 = 8,2	.... – 2,5 = 10,5	.... – 2,7 = 25

2./ Calcule et complète :

	- 0,1		- 0,2		- 0,5		- 0,3		- 0,9	
• **10**	→	**9,9**	→	**9,7**	→	**9,2**	→	**8,9**	→	**8**
• **5,5**	→	....	→	....	→	....	→	....	→	....
• **15**	→	....	→	....	→	....	→	....	→	....
• **25,5**	→	....	→	....	→	....	→	....	→	....
• **91,8**	→	....	→	....	→	....	→	....	→	**89,8**

	- 0,5		- 1,5		- 2,5		- 0,5		- 5,5	
• **15**	→	**14,5**	→	**13**	→	**10,5**	→	**10**	→	**4,5**
• **20**	→	....	→	....	→	....	→	....	→	....
• **10,5**	→	....	→	....	→	....	→	....	→	....
• **50,5**	→	....	→	....	→	....	→	....	→	....
• **87,3**	→	....	→	....	→	....	→	....	→	....

4 3-Digit Addition

Level ☆☆

Date / /

Name

Score /100

1 Add.

2 points per question

(1) $\begin{array}{r} 100 \\ +\ 70 \\ \hline \end{array}$

(2) $\begin{array}{r} 106 \\ +\ 80 \\ \hline \end{array}$

(3) $\begin{array}{r} 120 \\ +\ 43 \\ \hline \end{array}$

(4) $\begin{array}{r} 126 \\ +\ 42 \\ \hline \end{array}$

(5) $\begin{array}{r} 136 \\ +\ 44 \\ \hline \end{array}$

(6) $\begin{array}{r} 110 \\ +\ 4 \\ \hline \end{array}$

(7) $\begin{array}{r} 115 \\ +\ 7 \\ \hline \end{array}$

(8) $\begin{array}{r} 128 \\ +\ 3 \\ \hline \end{array}$

(9) $\begin{array}{r} 138 \\ +\ 5 \\ \hline \end{array}$

(10) $\begin{array}{r} 128 \\ +\ 53 \\ \hline \end{array}$

2 Add.

3 points per question

(1) $\begin{array}{r} 116 \\ +\ 29 \\ \hline \end{array}$

(2) $\begin{array}{r} 124 \\ +\ 39 \\ \hline \end{array}$

(3) $\begin{array}{r} 204 \\ +\ 86 \\ \hline \end{array}$

(4) $\begin{array}{r} 223 \\ +\ 69 \\ \hline \end{array}$

(5) $\begin{array}{r} 225 \\ +\ 47 \\ \hline \end{array}$

(6) $\begin{array}{r} 315 \\ +\ 36 \\ \hline \end{array}$

(7) $\begin{array}{r} 433 \\ +\ 58 \\ \hline \end{array}$

(8) $\begin{array}{r} 138 \\ +\ 44 \\ \hline \end{array}$

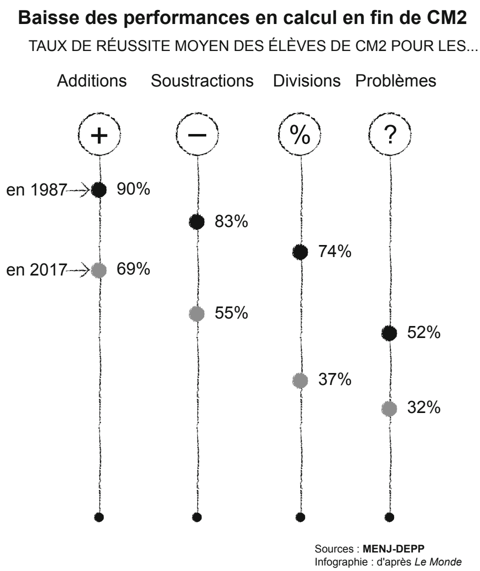
(9) $\begin{array}{r} 412 \\ +\ 59 \\ \hline \end{array}$

(10) $\begin{array}{r} 427 \\ +\ 54 \\ \hline \end{array}$

Parce que le temps en classe consacré aux exercices répétitifs est de plus en plus faible

J'ai utilisé ce genre de fiches papier avec mes deux fils aînés en parallèle de leur école primaire. En effet, l'entraînement qu'ils ont reçu à l'école, c'est-à-dire le nombre d'exercices répétitifs effectués pour une même notion, est largement insuffisant. La réduction systématique du nombre d'heures consacrées aux mathématiques à l'école primaire est considérable : proche de 4 h 30 hebdomadaire aujourd'hui (selon l'Inspection générale de l'éducation[1]), il était de 5 h 30 en 1995 et de 6 h en 1985. Soit 1 h 30 de moins par semaine en trente ans.

Parallèlement, des tests effectués par le ministère de l'Éducation nationale sur trente ans ont révélé une chute de la performance des élèves de CM2 en calcul :



1. « Le niveau baisse, c'est mathématique », *L'Opinion*, 3 décembre 2015.

Comment penser raisonnablement que ces données ne sont pas corrélées ?

Pour ma fille, j'ai surtout utilisé myBlee Math[2], une appli qui fournit les mêmes exercices répétitifs mais au format numérique. myBlee Math permet de gagner du temps, car l'application corrige elle-même les erreurs, sans besoin de mon intervention, et les exercices peuvent être refaits à l'infini. Le fonctionnement de myBlee Math est détaillé en page 159.

Combiné avec les grilles de résultats que j'avais affichées sur le mur de la cuisine (nous verrons ces grilles de suivi en routine n° 5, page 103), je pouvais suivre la progression de mes enfants et ainsi faire du « Kumon » à la maison.

Un peu comme la maîtrise de la grammaire de notre langue est nécessaire à l'exercice plus complexe de la rédaction ou de la compréhension de texte, les drills sont une base nécessaire à la résolution de problèmes de plus en plus complexes en mathématiques ainsi qu'à la compréhension de notions plus élaborées. En passant moins de temps à réfléchir à ces calculs qui doivent se faire de manière automatique, l'enfant peut rassembler tous ses efforts pour les aspects les plus difficiles des problèmes.

L'entraînement suivant, qui concerne la résolution de problèmes, promeut la réflexion en mathématiques et peut être vu comme opposé aux drills par bien des aspects pédagogiques. Ces deux types d'entraînement sont complémentaires et doivent devenir des routines pour tous les élèves.

2. Application pour iPad disponible sur l'App Store.

Routine n° 2

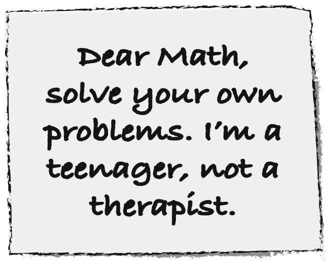
Essayer et réessayer avec les problèmes ouverts

Là où les drills ne demandent pas de réflexion mais de la pratique répétitive pour l'acquisition d'automatismes, la résolution de problème change d'approche pédagogique.

Les drills	La résolution de problèmes
L'erreur est une faute et ne doit pas être reproduite	L'erreur est un cheminement nécessaire et fertile. Elle fait partie intégrante du processus de résolution.
Acquisition d'automatismes	Recherche par tâtonnements
La réussite est dans la rapidité d'exécution et l'exactitude du résultat	Le processus de résolution peut être considéré comme plus important que la résolution elle-même
Travail individuel	Se prête au travail à plusieurs
Travail silencieux	La verbalisation doit être encouragée

Modéliser et résoudre un problème

La résolution de problèmes, comme plus tard la démonstration, est un exercice très complet, alliant raisonnement, connaissances mathématiques, maniement du français, aisance à l'écrit comme à l'oral.



La résolution de problèmes se situe entre les limites de ce que nous savons et de ce que nous recherchons. Ce lieu idéal est l'endroit où nous, tous les novices comme les experts, pouvons plier et tordre ce que nous savons pour nous forger de nouvelles vérités. Qui se soucie si nos découvertes sont déjà connues du reste du monde ? La satisfaction de trouver sa propre solution, de repousser ses propres limites de connaissance, est aussi passionnante que la poursuite de « nouvelles » preuves promises par les mathématiques de la recherche[1].

Résoudre un problème s'apprend. Modéliser un problème également. Il faut avancer pas à pas : reconnaître les questions, choisir la bonne opération, distinguer les données utiles des données inutiles dans un problème[2]. Il ne s'agit pas de problèmes de logique. Il

1. Junaid Mubeen, « Who gets to be called a mathematician ? », *Medium.com*, 5 novembre 2017. Junaid Mubeen est mathématicien et enseignant (Oxford).
2. Des modules tels que « Méthode pour résoudre un problème », « Choisir la bonne question » ou encore « Choisir la bonne opération » sont présents dans myBlee Math pour guider les élèves de primaire dans la résolution de problèmes. Vous trouverez également en fin de livre quelques fiches permettant de faire travailler vos enfants sur ces sujets.

s'agit d'arriver à modéliser des problèmes, c'est-à-dire à les traduire en mathématiques pour pouvoir les résoudre plus facilement[3].

Le cerisier de mon jardin mesurait 153 cm l'année dernière.
Il a produit 2 kg de cerises.
Cette année, il a grandi et a donné 3 kg de cerises.

À présent, quelle est la taille de mon cerisier ?

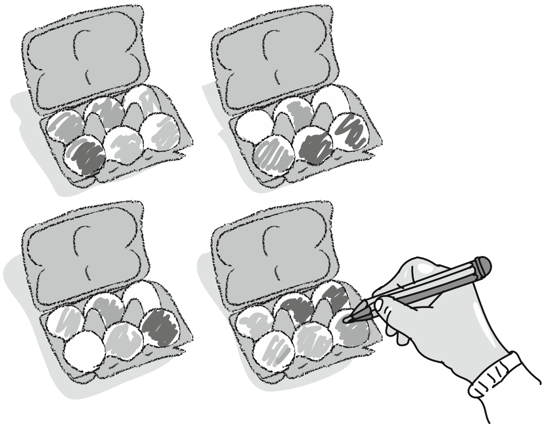
EST-CE UN PROBLEME ? ☐ **OUI** ☐ **NON** , il manque une information
☐ **NON** , la réponse est dans l'énoncé.

Il s'agit encore souvent, et pour trop d'élèves, de secouer une boîte opaque dans laquelle on aurait mis les quatre opérations, toutes les données du problème et espérer tomber sur la bonne combinaison en sortant tout cela de la boîte, par un ordonnancement magique. Pourtant, une pratique d'enseignement de modélisation et de résolution de problèmes existe ! Pendant longtemps, la résolution de problèmes n'a pas été enseignée. Ce sujet est mieux abordé à l'école primaire aujourd'hui, mais reste insuffisamment enseigné aux professeurs des écoles qui devront transmettre ces méthodes.

Lorsque vous soumettez un problème ouvert à votre enfant, il faut le laisser chercher. Choisissez des problèmes avec le moins possible d'instructions mathématiques, qui permettent aux enfants d'imaginer leurs propres solutions à des problèmes complexes. Expliquez-lui qu'il peut dessiner le problème, faire des schémas : même s'il trouve cela trop facile, c'est une excellente habitude à prendre, c'est le premier pas de la modélisation. Si Marie achète 4 boîtes contenant 6 œufs chacune, combien d'œufs a-t-elle ? Demandez à votre enfant de dessiner chaque boîte et les œufs à

3. Énoncé provenant du document *Stratégies de lecture et énoncés mathématiques*, de Cathia Batiot, école Pierre et Marie Curie à Woippy.

l’intérieur – et laissez-le être un artiste s’il prend son temps pour dessiner chaque boîte et la colorier.



La méthode de Singapour au service de la résolution de problèmes

La méthode des maths de Singapour, que nous allons détailler dans la routine suivante, insiste beaucoup sur la résolution de problèmes. Les élèves sont encouragés à dessiner les problèmes qu’on leur soumet avant même d’essayer de les résoudre. La méthode de Singapour propose par exemple une modélisation des problèmes «en barres». Cette méthode consiste à donner une représentation des problèmes pour les résoudre plus facilement. Il s’agit de représenter les données d’un problème dans des barres de différentes longueurs, plutôt que des représentations exactes et proportionnelles aux données du problème. La difficulté de résolution de problèmes en primaire réside pour beaucoup dans le choix des opérations à effectuer. La modélisation en barres des problèmes est une aide précieuse pour faire le choix des opérations (+ – / ou ×) dans un problème.

C'est non seulement une méthode efficace pour résoudre les problèmes les plus complexes (notamment de proportionnalité) mais aussi une excellente introduction à l'algèbre.

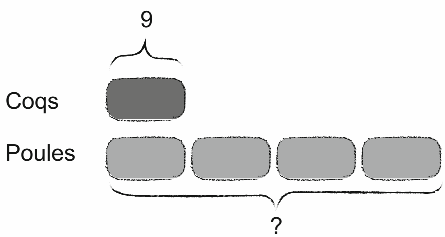
Quelques exemples de la méthode de Singapour

Les trois exemples qui suivent s'inspirent d'exercices de manuels de *La Librairie des écoles*, spécialiste de la méthode de Singapour en France.

Résolvez le problème suivant :

Paul a **9** coqs.

Il a **4** fois plus de poules que de coqs.
Combien de poules a-t-il de plus que de coqs ?



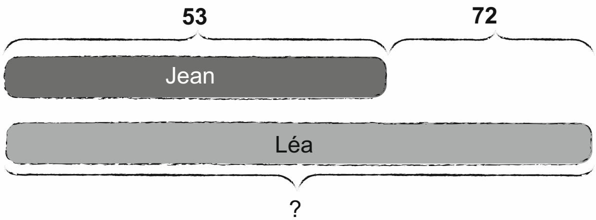
9 x 4 = 36

Paul a 36 poules.

36 - 9 =

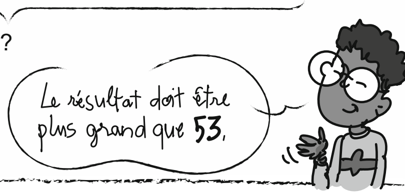
Paul a poules de plus que de coqs.

Jean a **53** billes.
Léa en a **72** de plus que Jean.
Combien de billes Léa a-t-elle ?

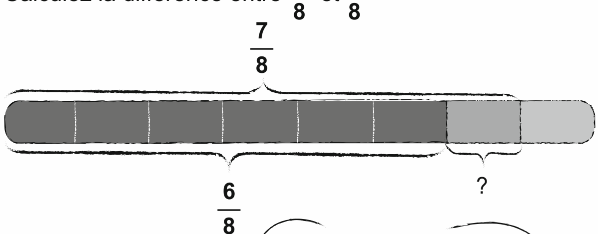


53 + 72 = ______

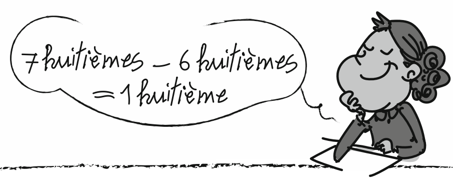
Léa a ______ billes.



Calculez la différence entre $\frac{7}{8}$ et $\frac{6}{8}$



$\frac{7}{8} - \frac{6}{8} = \frac{}{}$



Rappelez-vous que le principe de ces exercices est plus dans le cheminement que dans l'obtention de la bonne réponse, au moins dans un premier temps. Ne donnez pas (trop) d'indications. N'ayez pas peur de leur donner des problèmes difficiles : le processus de résolution est plus important que la résolution elle-même. Il faut que vos enfants apprennent à chercher. Parfois sans trouver. Essayer, se tromper et réessayer.

Verbaliser, reformuler, inventer des questions…

Le principe de verbalisation développé à la routine n° 2 est aussi particulièrement adapté à la résolution de problèmes. Comment aider vos enfants à le mettre en application ? Montrez-lui qu'on peut raconter le problème, changer les mots, éclaircir le vocabulaire, remplacer un mot par un autre.

Le Nil, qui prend sa source au Lac Victoria, a une longueur de 6 650 m. Quelle distance blablabla… Reformulez avec votre enfant cet énoncé en remplaçant les mots qui peuvent lui être inhabituels. Si vous habitez Saint-Étienne, remplacez le *Nil* par la *Loire*, qui prend sa source au mont Gerbier-de-Jonc !

Par ailleurs, inventez avec vos enfants des questions qu'on aurait pu poser et demandez-vous alors si les données du problème sont insuffisantes pour y répondre. Si oui, quelles informations manquantes sont encore nécessaires ?

Inventer une question à un énoncé

Cet exercice provient du document *Stratégies de lecture et énoncés mathématiques*, proposé par Cathia Batiot, de l'école Pierre et Marie Curie à Woippy. Il propose des situations simples sans l'énoncé du problème, que l'enfant peut essayer de formuler lui-même, avant de chercher à le résoudre.

1. Dans une classe de l'école, il y a 20 élèves. 12 d'entre eux sont des filles.

Combien y a-t-il de garçons dans la classe ? _ _ _ _ _ _ _ _ ?

2. Dans un bus, il y a 50 places. 42 sont occupées.

_ ?

3. Tristan a 150 € sur son compte en banque. Il lui manque 25 € pour acheter une voiture radiocommandée.

_ ?

4. Un marchand de journaux a vendu 72 journaux le matin et 137 l'après-midi.

_ ?

5. Maman a déposé Pauline au cinéma à 14 h. Elle reviendra la chercher dans 2 heures.

_ ?

6. J'ai lu un livre depuis le début jusqu'à la page 72. Je sais qu'il a 128 pages.

_ ?

7. Claire a utilisé 67 perles pour faire un collier. Alexandre en a utilisé 13 de moins.

_ ?

8. Pour la tombola des écoles, des groupes d'élèves ont vendu des billets. Le premier groupe en a vendu 137. le deuxième groupe 253 et le troisième groupe 178.

_ ?

Travailler à plusieurs

Vous pouvez aussi faire travailler deux enfants ensemble sur un problème à résoudre. Afin de travailler à sa résolution, ils devront parler ensemble du problème et des pistes pour le résoudre. Ce procédé permet de pousser naturellement à la verbalisation. Une différence d'âge ou de niveau de classe n'est pas un problème. Ne soyez pas dans la même pièce qu'eux, pour éviter toute intervention et pour ôter la pression inhérente au regard et à l'écoute de l'adulte. Ne les aidez pas (ou pas trop) ! Ils n'ont pas trouvé ? Cela n'a aucune importance. Ils y reviendront plus tard. Le cerveau a besoin de temps pour triturer un sujet sous tous ses angles. Vous pouvez par exemple leur donner un problème par semaine. Ou par mois. Ou un problème par jour pendant une semaine de vacances déterminée. Lorsqu'un problème n'a pas été résolu, donnez-le à nouveau quelques jours ou semaines plus tard. Si vous avez besoin de les aider, verbaliser à votre tour. Ne donnez pas d'indication sans explication : expliquez-leur le cheminement dans votre cerveau qui vous a mené à cette indication. Vous verrez, ce n'est pas si simple ! Lorsqu'un problème a été résolu, demandez-leur de vous expliquer la solution. Si ce n'est pas clair ou pas convaincant, faites-les répéter leurs explications ensemble avant de leur demander d'en faire une présentation, qui doit être très claire. Enfin, s'ils sont arrivés à une solution mais qui n'est pas la bonne, vous pouvez décider qu'ils y ont passé suffisamment de temps et leur corriger l'exercice. Ou pas ! Vous pouvez aussi leur montrer simplement la correction et leur demander d'y réfléchir à nouveau et de vous l'expliquer. Et surtout de vous expliquer où est leur erreur et ce qui est faux dans leur raisonnement. Dans tous les cas, verbalisez la résolution, ils vous imiteront.

Quelques exemples issus d'Arithmétique appliquée et impertinente de Jean-Louis Fournier

J'ai utilisé *Arithmétique appliquée et impertinente* de Jean-Louis Fournier[4] pour mes enfants du CM1 à la 5e. Les problèmes suivants en sont issus, ils sont en plus teintés d'humour (noir).

Problème 1

Un garagiste a acheté Notre-Dame de Paris pour en faire un parking à étages. Il consacre le chœur à une station-service, il reste la nef principale et le transept pour les voitures.

Une voiture occupe 1/50 de la hauteur de la cathédrale, 1/60 de sa longueur, 1/30 de sa largeur et il faut compter 1/10 de son volume total pour la circulation.

Combien le garagiste peut-il garer de véhicules dans Notre-Dame ?

Problème 2

Un jockey doit manger 200 g de viande par jour, sauf le vendredi ou il mange du poisson.

Combien de semaines pourra tenir un jockey au chômage et arrivé en fin de droits, qui doit se résigner à manger son cheval ?

Le cheval pèse 525 kg, il faut retirer 20 % pour la carcasse, les abats et la selle.

4. Éditions Payot, 1993, également disponible au Livre de poche.

Problème 3

Un désespéré mesure 1,50 m au garrot. La poutre de son plafond est à 3,10 mètres du sol et son tabouret a une hauteur de 50 centimètres.

Quelle est la hauteur minimale de la corde qu'il va falloir au désespéré pour se pendre ? (On compte 1 mètre pour les nœuds).

Problème 4

Le gardien de phare va pisser cinq fois par jour.

Les WC sont au rez-de-chaussée, il doit chaque fois descendre 143 marches de 20 cm.

Calculer le nombre de kilomètres que le gardien de phare parcourt en une semaine de 7 jours pour aller pisser.

Problème 5

Un poisson rouge a la pépie, il boit 10 centilitres par jour de l'eau de son bocal.

Le bocal est sphérique, à moitié plein, et a un diamètre de 30 centimètres.

En combien de jours aura-t-il vidé son bocal ? (Nous tairons par pudeur le pipi du poisson).

Dans ce dernier exemple, les enfants doivent utiliser le volume d'une sphère, puis d'une demi-sphère. Ils doivent donc modéliser le bocal comme étant une sphère. Un critère de réussite de cet exercice, c'est que les enfants viennent vous demander la formule pour le volume d'une sphère qu'ils n'auront assurément pas encore vue à l'école primaire ni au début du collège. Cherchez-la avec eux sur le Web – qui leur sera également d'utilité pour comprendre le vocabulaire qu'ils ne connaissent pas : *pépie*, *garrot*, etc.

Problème 6

Pour lutter contre le problème de la démographie galopante dans le tiers-monde, on vient d'y introduire des troupeaux de loups. Un loup mange un enfant par jour.

Calculez le nombre de loups nécessaires pour stabiliser un pays de 73 millions d'habitants. (Taux de mortalité 12/1 000, taux de natalité 18/1 000 par an).

En résumé, incitez vos enfants à adopter dès l'école primaire ces deux excellentes habitudes en résolution de problèmes et modélisation que sont le schéma et la verbalisation. Rappelez-vous aussi que c'est un processus d'apprentissage, donc il faut répéter et répéter. Rome ne s'est pas faite en un jour, vos enfants ont toute l'école primaire (et le début du collège) pour devenir des cracs en résolution de problèmes.

Routine n° 3

Passer du concret à l'abstrait grâce à la méthode de Singapour

J'ai découvert la méthode CRA, concrète – représentationnelle – abstraite, pendant un voyage d'études au Danemark en 2011. Parfois appelée méthode concrète – semi-concrète – abstraite, elle est plus connue sous la dénomination « méthode de Singapour » pour l'apprentissage des mathématiques.

Je regardais ce qui se faisait en matière d'éducation dans les pays nordiques et j'ai découvert une petite école dont les locaux étaient nichés au milieu d'une entreprise de logistique d'optimisation de fret maritime. L'idée du fondateur de l'entreprise et aussi directeur de la petite école (multi-niveaux) était de concilier l'éducation sereine et le bien-être à l'école « à la danoise », issu du Hygge[1], avec l'excellence académique française. Pour les mathématiques, ils avaient fait le choix de la méthode de Singapour. À l'époque, les manuels scolaires des maths de Singapour étaient en anglais,

1. Le hygge est un mot d'origine danoise et norvégienne faisant référence à un sentiment de bien-être, une humeur joyeuse et une atmosphère chaleureuse. Le hygge est un état d'esprit positif procuré par un moment jugé réconfortant, agréable et convivial. Il présente une autre conception du bonheur, non matérialiste. Il s'agit, en fait, d'apprécier les petits moments du quotidien et d'apprendre à les privilégier.

ce qui convenait également très bien à la volonté de cette école de faire apprendre l'anglais très tôt dans le parcours scolaire. De retour en France, j'ai commandé les manuels d'une collection américaine et j'ai tout de suite beaucoup aimé la méthode de Singapour pour l'apprentissage des mathématiques, notamment pour les plus jeunes : je dirais que cette méthode est exceptionnelle pour les élèves du CP au CE2. Bien sûr, certains thèmes et exercices se retrouvent dans des manuels scolaires français et nous faisons aussi des maths de Singapour sans le savoir, comme Monsieur Jourdain faisait de la prose. Mais comprendre et appliquer systématiquement le meilleur de cette méthode se révèle particulièrement efficace à tous les niveaux scolaires de primaire et dans de nombreux domaines liés aux mathématiques : les quatre opérations, les problèmes écrits, les fractions et l'algèbre.

Pourquoi l'appelle-t-on la méthode de « Singapour » ?

Parce que c'est un programme d'apprentissage développé et appliqué systématiquement par le ministère de l'Éducation singapourien depuis 1981. Cette méthode a commencé à être connue dans les années 2000. Elle a prouvé son efficacité : les résultats au TIMSS des élèves de Singapour sont parlants : 1er en 1995, 2003 et 2011 (et 2e en 2007 après Hong Kong). Quels que soient les tests (PISA, TIMSS), les élèves singapouriens sont dans le top 3 des pays forts en maths depuis l'application de ce programme dans les classes.

La méthode de Singapour n'est cependant pas une méthode miracle : ses concepteurs se sont inspirés largement des pédagogues occidentaux (Bruner, Montessori, Piaget, Schön, Lerman, Sawyer…), dont ils ont fait une synthèse simple et efficace. Après avoir accédé à son indépendance en 1965, Singapour a fait des mathématiques et des sciences une priorité de l'enseignement. Les équipes gouvernementales ont mis quarante ans pour trouver une méthode efficace, qui place le pays au top des enquêtes TIMSS et PISA depuis 2008. Ils ont, entre 1980 et 1995, pris en compte les retours des professeurs et les découvertes nouvelles en sciences cognitives. En 1995 paraît la première édition du manuel singapourien pour l'apprentissage des mathématiques. La méthode a sans cesse évolué, au fur et à mesure des retours d'expérience que les professeurs de Singapour remontent au ministère de l'Éducation, et des résultats démontrés par les recherches en sciences cognitives.

Ce qui différencie la méthode de Singapour des autres méthodes d'apprentissage

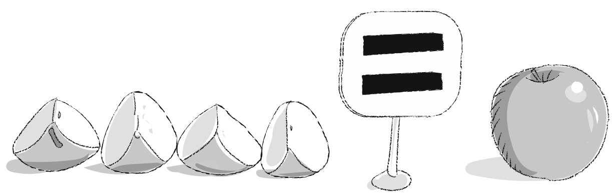
C'est l'approche « concrète – imagée – abstraite » ou « concrète – représentationnelle – abstraite ». Cette méthode vise à enseigner petit à petit à l'élève à s'éloigner du matériel de manipulation afin de résoudre les problèmes mathématiques d'une manière abstraite et progressive. C'est le principal enjeu de l'enseignement des mathématiques au primaire : aider les élèves à passer du monde concret qui leur est familier à une vision abstraite en mathématiques.

Par exemple, les élèves savent très vite compter trois gommes en les manipulant. Le premier enjeu de l'année de CP est de les aider à comprendre que le chiffre « 3 » représente ces trois gommes.

Voici donc la démarche de la méthode de Singapour[2] :

1. Au cours de la phase concrète, les élèves sont confrontés aux notions mathématiques par la manipulation d'*objets tridimensionnels*. Par exemple, ils vont apprendre l'addition en empilant des cubes ou en manipulant des jetons.
2. Ensuite, durant l'étape imagée ou représentationnelle, les objets sont remplacés par des *images* ou des *dessins* qui les représentent. Ainsi, une pile de dix cubes représente le nombre dix, puis une pièce de dix centimes, etc.
3. Enfin, lorsque les élèves se sont familiarisés avec les concepts, ils ne travaillent plus qu'à l'aide de *chiffres* et de *symboles mathématiques classiques*. C'est l'étape abstraite.

Le fait d'être capable de se représenter visuellement des notions abstraites est le secret de la réussite en algèbre, et le fait de l'avoir appris dès le primaire sera une aide déterminante dans tout l'enseignement secondaire.



2. *Guide pédagogique CE2*, La librairie des écoles, et « La stratégie d'enseignement concrète – représentationnelle – abstraite en mathématiques », *taalecole.ca*, 29 juillet 2014.

La méthode de Singapour met l'accent constamment et avec insistance sur la résolution de problèmes. La grande variété des problèmes proposés encourage les élèves à laisser de côté l'aspect superficiel (s'agit-il de mesurer l'aire d'une table, d'un terrain de football, d'un cahier…) et à se concentrer sur la structure profonde (il s'agit dans les trois cas de calculer la surface d'un rectangle). La méthode entraîne donc les élèves à penser comme de vrais mathématiciens, en modélisant systématiquement les problèmes.

Cela pourrait également aider à remédier à un problème fondamental de l'apprentissage des mathématiques : bien des gens ne savent pas relier ce qu'ils ont appris en classe avec des problèmes rencontrés dans la vraie vie. Savoir résoudre quelques équations pour passer en classe supérieure ne devrait pas être central dans l'apprentissage et est bien dommageable pour la compréhension profonde de l'algèbre, qui peut commencer tôt. Il vaut mieux partir de problèmes concrets, comprendre que les mathématiques peuvent aider à les résoudre, passer à la formalisation mathématique du problème (la mise en équation / la modélisation) pour ensuite avoir besoin des techniques de résolution d'équations pour obtenir la solution du problème. Le passage par la manipulation est au service de l'abstraction et n'est pas une fin en soi.

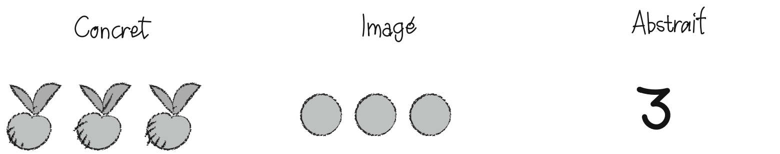
Quelques exemples d'exercices issus de la méthode CRA

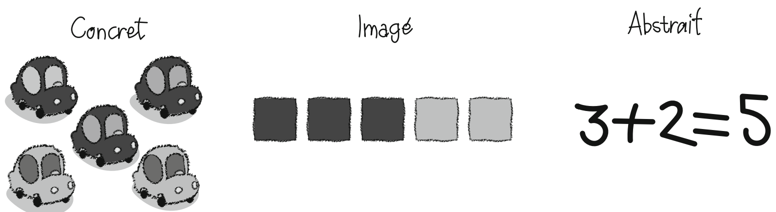
Un exemple typique de la méthode de Singapour

L'exemple ci-dessous est repris des livres de *La librairie des écoles*. C'est la référence française des manuels scolaires utilisant les maths de Singapour comme méthode d'apprentissage des mathématiques à l'école primaire.
Les manuels papier ne s'accompagnent pas du matériel pédagogique à manipuler pour appliquer la phase « concrète » de la méthode de Singapour (comme les cubes empilables par exemple). Un manuel papier contient les parties imagées et abstraites de la méthode de Singapour, pas la partie concrète (la manipulation d'objets).

Aussi, les exercices suivants ne sont pas une illustration optimale de la méthode : même si les dessins représentent des objets (oranges, petites voitures) bien concrets, ce sont des images, des représentations. Autrement dit, ce que La libraire des écoles nomme « concret » et « imagé », sont une et même phase : la phase imagée. Il faudrait idéalement se munir de vraies pommes et de petites voitures pour obtenir une vraie phase « concrète » !

Des sites proposent du matériel nécessaire pour la mise en œuvre de la méthode de Singapour mais souvent en grande quantité, car à destination des établissements scolaires.

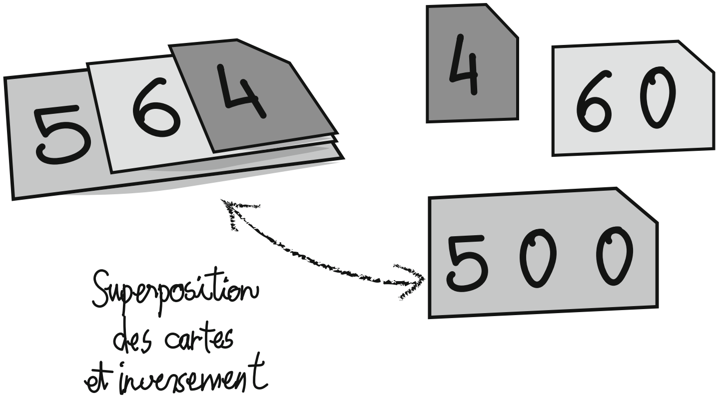




Le numérique pourrait se révéler pratique pour palier à l'absence de matériel dédié et facile à trouver. Une application bien faite ou un site web peuvent remplacer du matériel à manipuler : empiler des petits cubes en 3D virtuellement, sortir et entrer des pommes dans un panier pour les compter ou les additionner, etc. Même si tout cela se déroule sur un écran, nous sommes bien en présence de la phase « concrète » lors de ces manipulations.

Les cartes Montessori

Cette méthode est très intéressante pour comprendre la structure d'un nombre en unités / dizaines / centaines par exemple. La manipulation des cartes permet de bien appréhender la composition/décomposition d'un nombre en unités / dizaines / centaines.



L'enfant superpose la carte 500 avec la carte 60 et la carte 4 ; on voit le nombre 564 apparaître. Il désolidarise les cartes du nombre 564 et comprend qu'il se compose de 500 (5 centaines) de 60 (6 dizaines) et de 4 (4 unités). Cette compréhension sera très utile ensuite pour les additions et les soustractions par exemple, toujours en vue de résoudre des problèmes.

Pour ajouter 238 et 421, en utilisant encore les cartes Montessori, on comprend mieux pourquoi on ajoute le 2 et le 4, le 3 et le 2, et le 8 et le 1. Cela correspond à quelque chose, ce n'est pas abstrait : il s'agit d'ajouter 2 centaines avec 4 centaines, 3 dizaines avec 2 dizaines et 8 unités avec 1 unité.

Les cartes Montessori permettent de comprendre pourquoi il est nécessaire d'« aligner les unités sous les unités, les dizaines sous les dizaines, les centaines sous les centaines » pour poser une addition ou une soustraction.

Rémi a 397 billes et 521 cartes à collectionner.

a) Il vend 60 billes.

300 90 7 - 6 dizaines → 300 ? 7

9 dizaines – 6 dizaines
= ☐ dizaines

394 - 60 = ☐

Il lui reste ☐ billes.

b) Il vend 300 cartes.

5 centaines – ☐ centaines
= ☐ centaine

500 20 1 - ☐ centaines → ? 20 1

521 - 300 = ☐

Il lui reste ☐ cartes à collectionner.

Les cartes Montessori sont également utiles pour apprendre à comparer des nombres.

Comparons 133, 247 et 172.
Quel nombre est le plus grand ?
Quel nombre est le plus petit ?

133 = 100 + 30 + 3

247 = 200 + 40 + 7

172 = 100 + 70 + 2

Compare d'abord le nombre de centaines
C'est 247 qui en a le plus.
Le plus grand nombre est donc 247.

Compare ensuite le nombre de dizaines dans 133 et dans 172. 3 dizaines, c'est plus petit que 7 dizaines. Le plus petit nombre est donc 183.

Le plus grand nombre est : ☐

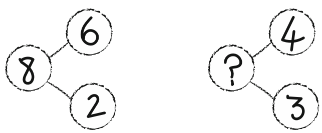
Le plus petit nombre est : ☐

Vous trouverez trois planches de cartes Montessori à découper dans la section « En bonus ! Des fiches d'exercices bien pratiques », page 167.

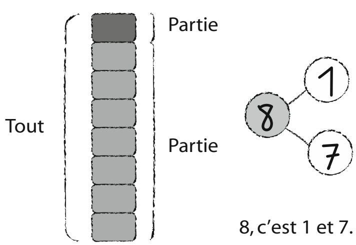
« Parties dans le tout » : le mariage de nombres

La méthode de Singapour propose une unité préliminaire aux quatre opérations : elle introduit les notions de « tout » et de « partie » à l'aide d'un schéma de lien entre les nombres.

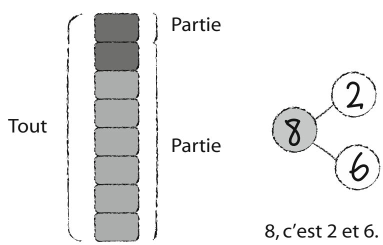
Les élèves sont invités dès le CP à représenter chaque chiffre comme un tout formé de deux parties. Cette représentation, appelée « mariage de nombres », permet notamment de comprendre que l'addition et la soustraction sont deux facettes d'une même opération. Par exemple :



Ces schémas permettent de faire la transition entre la représentation par des chiffres de quantités et l'écriture opératoire.



8, c'est 1 et 7.



8, c'est 2 et 6.

Grâce à cette représentation, l'enfant va découvrir que les quatre opérations de base ne sont que les différentes facettes de deux problèmes fondamentaux : Comment connaître le tout ?
Et comment connaître une partie ?

Il y a d'autres représentations liées à la méthode de Singapour : les disques nombres, les maisons de nombres, les cubes multidirectionnels à manipuler, etc. Pour faire travailler vos enfants avec cette méthode, vous pouvez commander des manuels scolaires de La Librairie des écoles et, pour la manipulation d'objets, vous pouvez commander du matériel (mais cela prend vite beaucoup de place…), ou utiliser des applications qui se spécialisent dans la méthode des maths de Singapour. Encore une fois, la diversité des supports d'apprentissages renforce la mémorisation et l'acquisition de connaissances et de compétences.

Routine n° 4 Réviser par espacements croissants

En une journée, nous oublions la moitié de l'information apprise. Après deux jours, nous en avons oublié 80 %, pour n'en conserver que quelques traces au bout d'une semaine.

Le *binge learning* (technique qui consiste à apprendre beaucoup en très peu de temps) peut permettre de réussir à l'examen, mais tout le travail sera à recommencer quelques semaines ou quelques mois plus tard. Le cerveau ne retient pas ce qui a été vu une fois, rapidement, sans répétition, sans effort.

> *On n'apprend pas durablement sans difficulté… Les apprenants ont tendance à privilégier la relecture ou l'exposition répétée à une ressource pédagogique (vidéos…), mais ces pratiques faciles à mettre en œuvre donnent l'illusion d'avoir correctement intégré une connaissance pour de bon alors qu'en réalité l'apprentissage est superficiel et labile*[1].
>
> Alice Latimier

1. Alice Latimier, « Des difficultés désirables pour un apprentissage durable », *Disdonc Didask*, 19 avril 2018.

Les synapses doivent donc être réactivées régulièrement si on veut savoir durablement. C'est à travers la répétition que les traces en mémoire courte sont converties en mémoire longue. En conséquence, il vaut mieux privilégier des séances courtes et espacées que des séances longues et intensives. Il faut distribuer l'apprentissage dans le temps. L'intervalle entre deux révisions est très important, c'est la « révision par espacements croissants ». Cette technique d'apprentissage qui consiste à espacer dans le temps les révisions d'une notion a été théorisée dans les années 1970 par Sebastian Leitner.

> [La pratique de l'apprentissage par espacements croissants], *contrairement à l'apprentissage dit « massé », permet d'oublier les connaissances apprises entre deux sessions de révisions… ce qui augmente également l'effort cognitif lors de la deuxième révision. Cet oubli est bénéfique : la répétition espacée de cet effort cognitif de récupération* (…) *augmente les performances* (…)[2].
>
> Alice Latimier

L'idée des répétitions espacées est donc de répartir les révisions dans le temps, comme son nom l'indique. Plusieurs logiciels, comme Supermemo, ANKI ou Quizlet, permettent de gérer les répétitions espacées et de les personnaliser en fonction des courbes d'oubli de l'apprenant, qui sont individuelles. C'est un peu contraignant à mettre en place pour un élève en primaire

2. Idem.

toutefois… et plus adapté à l'apprentissage des langues, des capitales en géographie ou pour optimiser ses révisions en première année de médecine.

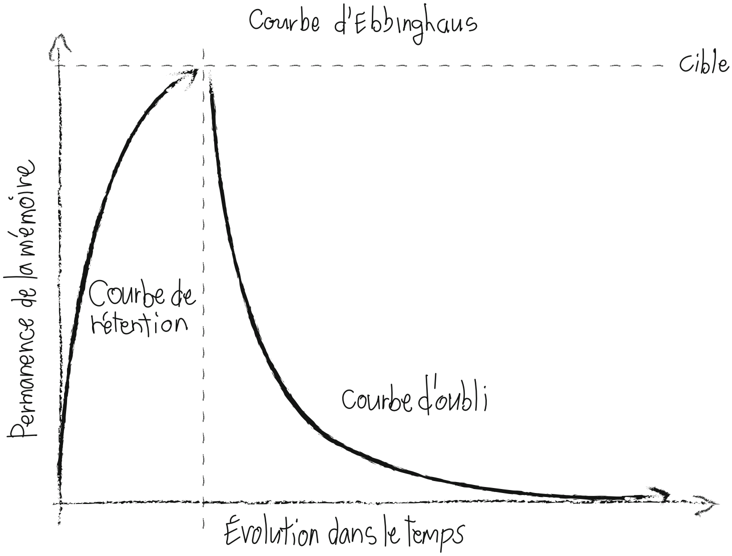
Ce qui compte le plus n'est donc pas le temps total consacré à la mémorisation d'une leçon, mais la façon dont ce temps est découpé et réparti dans le temps. Selon quel rythme ? La série 1, 2, 4, 8, 16 semaines est un exemple d'espacement des révisions qui peut convenir en moyenne[3]. On peut évidemment suivre d'autres algorithmes : réviser deux fois le jour même, puis une fois le lendemain et une fois le surlendemain, puis trois jours plus tard, une semaine plus tard, trois semaines plus tard, un mois et demi plus tard et ainsi de suite. Puis une à deux fois par an.

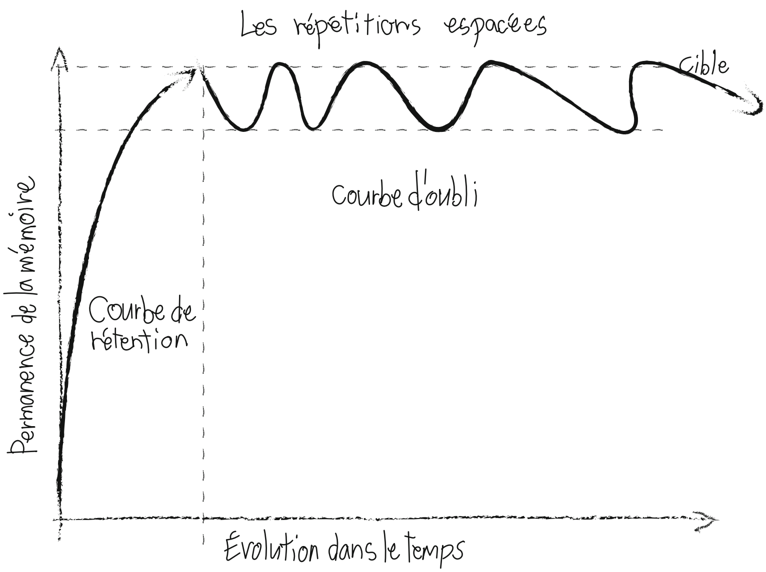
Des scientifiques tentent de trouver l'algorithme parfait qui permettrait de savoir à quel moment précis il est pertinent de réviser.[4]

Les graphes ci-après représentent l'impact des répétitions espacées sur la performance de la mémoire. Le transfert de la mémoire à court terme vers la mémoire à long terme dans le cerveau se fait via l'hippocampe.[5]

De plus en plus d'outils numériques intègrent des algorithmes d'ancrage mémoriel pour envoyer des notifications aux moments clefs où réviser, pour plus d'efficacité dans l'apprentissage.

3. « Apprendre et former avec les sciences cognitives », *sciences-cognitives.fr*.
4. « Comment tout mémoriser rapidement avec les répétitions espacées », *format30.com*, 30 juillet 2014.
5. Voir le chapitre « Ce que nous apprennent les neurosciences » pour comprendre le rôle de l'hippocampe dans les mécanismes de la mémoire, page 149.


Courbe d'Ebbinghaus
Cible
Permanence de la mémoire
Courbe de rétention
Courbe d'oubli
Évolution dans le temps


Les répétitions espacées
Cible
Courbe d'oubli
Permanence de la mémoire
Courbe de rétention
Évolution dans le temps

Routine n°

5 Remplir des grilles de suivi

Pendant quelques années, j'ai collé une feuille A4 sur le mur de la cuisine chaque lundi matin pour indiquer aux enfants quelles étaient leurs tâches hebdomadaires. Ces tâches peuvent être du travail scolaire mais également des tâches relatives à la maison comme changer la litière du chat, pratiquer leur instrument de musique, arroser les plantes. Elles sont à peu près identiques sur une année pour chaque enfant, et varient d'une année sur l'autre. C'est une discussion/négociation familiale de fin d'été !

Ces grilles, tenues régulièrement, présentent plusieurs avantages. D'abord, les enfants aiment beaucoup choisir. C'est un plaisir d'avoir un choix à faire, de décider pour soi. Ils sont plus impliqués s'ils ont fait un choix, même petit. Vous avez rendu obligatoire ce travail, mais il y a une marge, un choix. Pour ce faire, mettez en place des règles comme « réalisez trois activités chaque jour parmi les quatre proposées » ou « faites au moins une fois chaque activité dans la semaine » ou encore « choisissez un jour où vous ne faites aucune activité des grilles ». En classe, il m'arrivait de donner une liste de cinq exercices parmi lesquels les élèves devaient en choisir trois à faire, individuellement. Outre le plaisir de décider, choisir trois exercices parmi cinq n'est pas facile. Même si l'objectif inavoué des élèves est de sélectionner les exercices les plus simples, il faut être en capacité de les repérer, ces exercices les plus faciles… C'est déjà un exercice très instructif en soi !

	lundi	mardi	mercredi	jeudi	vendredi	samedi	dimanche
Max – Duolingo Anglais tous les jours	X	X	X	X	X	X	X
Max – Duolingo Espagnol tous les jours	X	X	X	X	X	X	X
Max – Math 30 min khan Academy 30 min avec maman						X	X
Lazare – lecture tous les jours	X	X	X				
Lazare – Duolingo tous les jours	X	X	X				
Lazare – Math 30 min Khan Academy 30 min avec maman							
Victoire – lecture **le Petit Quotidien** tous les jours			X		X	X	
Victoire – myBlee Math tous les jours		X	X			X	X
Victoire – Duolingo tous les jours							
Lazare + Max **S'occuper de la litière du chat** tous les jours		X M		X M	X L		
Lazare + Max + Victoire **Arroser les plantes chambre** une fois par semaine					X L		

Ensuite, c'est aussi une facilité de suivi pour les parents. Les grilles sur le mur de la cuisine permettent de vérifier en un coup d'œil le travail accompli (ou pas).

Enfin, il y a le plaisir de « cocher la case » pour l'enfant, valider un travail fait, une tâche accomplie. « Je l'ai fait ! » C'est le même sentiment de satisfaction que lorsque nous, adultes, cochons un élément de notre liste de tâches et contemplons avec soulagement la diminution des tâches que nous nous sommes assignées. Lorsqu'un objectif est trop grand et paraît insurmontable, il est agréable de le découper en petits objectifs atteignables. Les enfants ont besoin de récompenses immédiates, de retours satisfaisants et rapides. Mettre une croix dans une case dès qu'on a terminé est une satisfaction. L'échelle de la semaine est un meilleur choix que des grilles de tâches sur un mois complet. Un mois est trop long pour des enfants à l'école primaire.

Évidemment, c'est quand même du travail supplémentaire à imposer à ses enfants, mais une fois l'habitude prise, c'est excellent sur la durée. Quelques conseils :

- Essayez de ne pas (trop) interrompre pendant les vacances – la reprise est toujours difficile alors que la continuité est plus facile. Vous pouvez varier les activités à choisir pendant les vacances par rapport au reste de l'année.
- Estimez correctement le temps pour chaque activité. Appuyez-vous sur ce que vous savez de chacun de vos enfants, leur âge, et leurs possibilités. Soyez plus réalistes qu'ambitieux.
- Ajustez les grilles à l'usage : au fil des mois, vos grilles seront plus adaptées à vos enfants.

Des exemples de grilles de suivi

Dans ces deux exemples de grilles de suivi, optez pour des règles que vos enfants peuvent suivre, par exemple en choisissant une activité par jour, en changeant d'activité d'un jour sur l'autre, et en choisissant un jour de repos. Plus de petites tâches courtes pour les enfants jeunes, moins de tâches mais plus longues pour des enfants en fin de primaire / début de collège. Demandez à votre enfant de cocher la case de l'activité choisie chaque jour après avoir fait son travail.

Exemple de grille de suivi pour un élève en CE1 :

Samuel semaine 45	lundi	mardi	mercredi	jeudi	vendredi	samedi	dimanche
Drill	10 min	10 min	10 min	10 min	10 min	10 min	10 min
Problème ouvert	15 min	15 min	15 min	15 min	15 min	15 min	15 min
App type myBlee Math	10 min	10 min	10 min	10 min	10 min	10 min	10 min

Exemple de grille de suivi pour un élève en 6e :

Juliette semaine 45	lundi	mardi	mercredi	jeudi	vendredi	samedi	dimanche
Problème ouvert	30 min	30 min	30 min	30 min	30 min	30 min	30 min
App type myBlee Math	15 min	15 min	15 min	15 min	15 min	15 min	15 min
Leçon en vidéo type Khan Academy	15 min	15 min	15 min	15 min	15 min	15 min	15 min

Exemple de grille de suivi pendant des petites vacances

Aude et Laure sont sœurs ; elles sont toutes les deux à l'école primaire avec une ou deux années d'écart (ou deux amies du même âge passant leurs vacances ensemble). Elles indiquent leur temps de travail dans les cases de la grille et cherchent en commun à la résolution de problèmes (par exemple myBlee Math 15 minutes par jour sur 5 jours qu'elles choisissent + 3 séances de 30 minutes sur la résolution d'un ou deux problèmes dans la semaine). Elles s'entraideront pour faire des schémas et « verbaliseront » naturellement les problèmes pour en trouver la solution, ce qui est un excellent exercice.

Vacances de printemps semaine 1	**lundi**	**mardi**	**mercredi**	**jeudi**	**vendredi**	**samedi**	**dimanche**
Laure *myBlee Math*							
Aude *myBlee Math*							
Laure + Aude *résolution de problème ensemble*							

5 conseils pratiques à appliquer

Les propositions mathématiques sont reçues comme vraies parce que personne n'a intérêt qu'elles soient fausses.

Montesquieu

Conseil n° 1 10 minutes par jour : pourquoi c'est suffisant ?

Pour rappel, le temps consacré officiellement aux mathématiques à l'école primaire est de 5 heures par semaine aujourd'hui (et dans la réalité plus proche de 4 h 30, selon l'Inspection générale de l'Éducation). Il était de 5 h 30 en 1995 et de 6 heures en 1985… Soit 1 h à 1 h 30 de moins par semaine en 30 ans. Si on répartit ces 60 à 90 minutes perdues sur 6 ou 7 jours de la semaine, on obtient 8 à 15 minutes par jour de temps de travail à ajouter.

Par ailleurs, 30 minutes est la référence des capacités humaines de concentration d'un adulte[1] sans repos. 10 à 15 minutes par jour pour un enfant, c'est un peu arbitraire et cela dépend forcément de chaque individu mais, d'expérience, c'est un bon ordre de grandeur pour un enfant entre 5 et 12 ans. La régularité et l'effort sur le long terme comptent plus que le nombre exact de minutes qui seront consacrées à faire des exercices de mathématiques quotidiennement. Par ailleurs, les capacités de concentration et d'attention s'améliorent avec l'habitude. Vous pouvez donc

1. Selon le test de vigilance de Norman Mackworth. Voir notamment « Concentration et attention en profondeur : durée moyenne et durée idéale », *letempsreconquis.fr*, 1er juillet 2016.

démarrer un programme de 7 minutes par jour au CP pour terminer à 15 minutes par jour en classe de CM2 ou de 6e.

Il faut bien entendu moduler ce temps en fonction de la quantité de devoirs à faire le soir, qui varie souvent suivant les jours. Cette quantité va également varier beaucoup d'une école à l'autre, d'un enseignant à l'autre. En effet, les devoirs écrits sont toujours interdits[2], mais cette interdiction n'est pas toujours suivie. C'est pour cela aussi que votre enfant peut apprendre à gérer lui-même ce temps (avec votre aide au départ) grâce aux grilles de suivi (voir la routine n° 5, page 103).

Quelques recommandations

Quel est le temps réel pour 15 minutes de travail effectif ?

10 à 15 minutes d'exercices, c'est court, il faut penser à ajouter 5 minutes avant pour se poser et être prêt à travailler, et 5 minutes après pour ranger ses affaires et cocher une case de la grille de suivi. Plus les enfants sont grands, plus ils sont rapides à se mettre au travail et le temps effectif de travail augmentera dans la part de temps consacrée à cette activité quotidienne.

Comment structurer ce temps ?

Si c'est 10 minutes, il faut se concentrer sur une seule activité : un drill, un problème simple ou une séance de calcul mental. Pour une séance de 20 à 30 minutes, un problème complexe ou deux activités différentes sont possibles (un drill et un petit problème par exemple, ou 10 minutes de géométrie + 10 minutes de calcul mental sur myBlee Math).

2. Un enseignant ne peut pas donner à ses élèves un travail écrit à faire en dehors de la classe. Il peut donner un travail oral (lecture ou recherche par exemple) ou des leçons à apprendre. Voir à ce propos www.service-public.fr, section « Vos droits ».

Combien d’exercices a minima ?

Pas de minimum ni de maximum, l’enfant doit prendre tout le temps qui lui est nécessaire à la réalisation des exercices demandés. Si c’est un problème qu’il n’a pas réussi à résoudre, il pourra y revenir dans une séance ultérieure.

Combiner drills et résolution de problème ?

Oui, alterner les séances de drills et de résolution de problèmes. Les drills peuvent se faire sur des séances courtes (5 à 10 minutes pour compléter une fiche ou la moitié d’une fiche) alors que les problèmes nécessitent 10 à 30 minutes de temps (suivant la complexité du problème) afin de pouvoir dessiner, verbaliser, réfléchir.

Faut-il revenir sur les erreurs de la séance précédente ?

Pas nécessairement le lendemain, mais dans l’objectif zéro lacune, oui, il est nécessaire de revenir sur le sujet qui a posé des difficultés, sans nécessairement s’attarder sur le même exercice.

À quel moment de la journée ?

Entre la fin de la journée à l’école, qui varie suivant les jours de la semaine entre 14 h et 18 h (en incluant la fin du temps scolaire entre 15 h et 16 h 30, les différents ateliers proposés après l’école au sein de l’école, les études du soir) et les activités extra-scolaires (le sport, la musique, etc.), il n’est pas possible ici de recommander un moment spécifique de la journée. C’est pour cela que les grilles de suivi aideront aussi votre enfant à gérer son temps. Si par exemple le lundi l’école se termine à 16 h 30, qu’il a un atelier Théâtre au sein de l’école jusqu’à 18 h et des devoirs conséquents pour le lendemain, alors il choisira de ne pas cocher la case mathématique ce lundi sur sa grille de suivi. En revanche le mardi, imaginons qu'il termine l'école à 15 h et qu'il n'a pas d'activités ensuite. De plus, il a tout son temps pour les devoirs puisque sa commune a décidé que le mercredi matin est libéré. Il va alors faire une séance longue de mathématiques de 30 minutes entre 16 h et 16 h 30 et ira cocher la case du lundi (15 min) et la case du mardi (15 min) ou, si le temps n'a pas été inscrit dans la grille de suivi que vous lui avez donnée, il y inscrira le temps : rien lundi et 30 minutes mardi.

Conseil n° 2

Le sommeil et l'attention sont les clés de la réussite

Le contexte idéal pour l'apprentissage varie d'un enfant à l'autre : marcher de long en large dans la cuisine pour réciter ses tables de multiplication, être allongé sur son lit pour réfléchir, griffonner des ébauches de solutions à un problème en se balançant sur la chaise de son bureau. Cependant, il existe des conditions propices à l'apprentissage communes à tous les enfants. À commencer par le sommeil : les neurosciences ont confirmé ce que l'on constatait depuis bien avant l'avènement de cette nouvelle science, à savoir l'importance du sommeil dans le processus de la mémoire et de l'apprentissage[1]. Rappelons que tout comme pour les sportifs, le premier facteur de performance de l'apprentissage est le sommeil.

Autre facteur fondamental à comprendre pour un apprentissage efficace : le multitâche met le cerveau en échec. Le cerveau

1. Au-delà de sa fonction récupératrice pour être en forme pour les apprentissages de la journée suivante, les neurosciences montrent que le sommeil a une fonction d'ancrage des apprentissages de la journée qui vient de s'écouler. Voir notamment le chapitre « Ce que nous apprennent les neurosciences ».

fonctionne à l'économie, il ne peut pas mettre son énergie partout. Lorsque l'on apprend, il ne faut pas avoir de distractions comme écouter de la musique ou lire son fil d'actualité sur un réseau social. Il ne faut pas confondre avec le fait d'être « dans la lune » : lorsque votre enfant est ailleurs, n'est pas concentré, pas attentif, cela permet aussi au cerveau de prendre du temps pour organiser les nouvelles informations qu'il a reçues. L'attention s'apprend. C'est un équilibre qu'il faut trouver. Le programme prometteur Atole, *Attentifs à l'école*[2], a développé une série d'exercices, de petits jeux (bientôt des fiches disponibles ?), qui permettent d'exercer l'attention des enfants en classe et à la maison.

Enfin, il faut apprendre à vos enfants à faire des pauses. L'attention soutenue entraîne une fatigue très rapide du cerveau. Il est conseillé de prendre des temps de respiration souvent : un adulte doit souffler toutes les 30 minutes. Pour les enfants, il faut trouver des activités qui permettent de lâcher totalement prise pendant ces pauses comme courir dehors ou jouer. Mais attention ! La neuroscience, comme toutes les sciences, dégage des moyennes : ce qui est valable pour une majorité de personnes peut ne pas l'être pour vos enfants. Si quelque chose fonctionne bien, gardez-le. On peut conseiller de faire des exercices de relaxation avant une phase d'apprentissage, par exemple du coloriage pour les enfants.

2. Programme Atole pour *Attentifs à l'école* de Jean-Philippe Lachaux, chercheur en neurosciences de l'attention au Centre de recherche de Lyon. « À la rentrée 2017, les élèves suivront des "cours d'attention" grâce au programme Atole », *huffingtonpost.fr*, 22 juin 2017.

Conseil n° 3

Affranchissez-vous des programmes de l'Éducation nationale

Faire découvrir d'autres choses à ses enfants

Les programmes scolaires de l'école primaire sont des découpes différentes d'un pays à l'autre d'un (quasi) même bloc de connaissances à acquérir pour entrer au collège. Quand j'écris « Affranchissez-vous des programmes », l'idée n'est pas de dénigrer les choix faits par l'Éducation nationale française, mais de dire que ces choix sont déjà enseignés en classe à vos enfants, par des personnes compétentes (les professeurs des écoles), nul besoin de suivre la même progression à la maison.

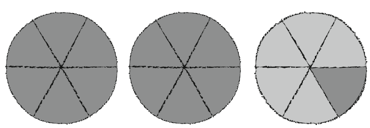
L'idée, c'est de faire travailler ses enfants sur d'autres notions que celles qu'ils voient en classe à un moment donné. Il est plus intéressant de leur faire faire autre chose : pas de redite, pas d'ennui, mais de l'ouverture d'esprit. Vous pouvez soit revoir des notions déjà vues dans une année antérieure ou à un autre moment de l'année, soit introduire des notions nouvelles (anticipation), ou pourquoi pas des notions qui ne seront pas étudiées à l'école française : poser des multiplications comme au Japon, manipuler les *mixed numbers* ou *heavy fractions* comme les Britanniques, ou encore travailler avec le système impérial d'unités de mesure utilisé dans les pays anglo-saxons.

Quelques exemples

Les nombres mixtes (*mixed numbers*)

J'ai découvert le concept de *mixed numbers* et de *heavy fractions* (aussi appelées *improper fractions*) lorsque je donnais des cours de mathématiques en Angleterre. Je les ai également enseignées en section européenne dans un cours de mathématiques en anglais[1].

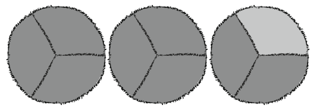
Un nombre mixte (*mixed number* en anglais) est composé d'un entier et d'une fraction. La *fraction impropre* est le terme utilisé pour désigner l'écriture fractionnaire dont nous avons l'habitude en France.



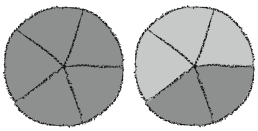
2 entier s et 1 sixième = $2\frac{1}{6}$

1. L'Éducation nationale propose parfois des DNL (disciplines non linguistiques) dans les sections européennes des collèges et lycées publics. En plus de cours de langue (en général l'anglais) supplémentaires, les élèves suivent des cours de mathématiques, de biologie ou d'histoire-géographie entièrement dispensés dans cette langue.

On peut passer de l'écriture d'un nombre mixte à l'écriture d'une fraction impropre et vice versa :

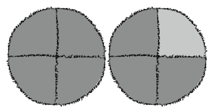


$\frac{8}{3} = 2\,\frac{2}{3}$



1 $\quad \frac{2}{5}$

$\frac{7}{5} = 1\,\frac{2}{5}$



$\frac{7}{4} = 1\,\frac{3}{4}$

On peut apprendre à additionner ou à soustraire des nombres mixtes :

$$\begin{aligned} 3\tfrac{1}{5} + 4\tfrac{3}{5} &= 3 + \frac{1}{5} + 4 + \frac{3}{5} \\ &= 3 + 4 + \frac{1}{5} + \frac{3}{5} \\ &= 7 + \frac{4}{5} \\ &= 7\tfrac{4}{5} \end{aligned}$$

Pour faire des calculs plus avancés avec les fractions, l'écriture française (*fractions impropres* ou *heavy fractions*) est incontournable. Par exemple on ne peut pas multiplier directement deux fractions mixtes, il faut passer par l'écriture impropre. En revanche l'écriture anglo-saxonne des nombres mixtes présente le net avantage de donner immédiatement une bonne idée de la valeur du nombre fractionnaire. Par exemple, $7\,\frac{4}{5}$ renvoie tout de suite à l'image d'un nombre plus grand que 7 (presque 8). En revanche 39/5 qui est la fraction impropre égale à $7\,\frac{4}{5}$ demande un effort de notre cerveau pour avoir une approximation de la valeur de cette fraction (trouver que 39 est proche de 40 qui est dans la table de 5, faire la division mentalement, etc.).

Vous pouvez chercher «*exercises mixed numbers*» dans un moteur de recherche, vous accéderez à de nombreuses fiches d'exercices sur ce thème.

Vous pouvez consulter ces vidéos explicatives en ligne, elles donnent un aperçu rapide (une minute par vidéo) de ce que sont les nombres mixtes :

http://www.mybleemath.com/fr/video/lecon-un-nombre-mixte-est-compose-dun-entier-et-dune-fraction

http://www.mybleemath.com/fr/video/lecon-comment-transformer-une-fraction-en-nombre-mixte

Deux modules sont dédiés à l'étude des nombres mixtes dans l'application myBlee Math : *Les nombres mixtes* et *Opérations sur les nombres mixtes*. L'avantage de l'application par rapport à une vidéo en ligne, c'est que vos enfants peuvent comprendre de façon très autonome comment additionner des nombres mixtes en les manipulant : il est possible de déplacer avec son doigt les petites « portions » de fractions d'un disque à un autre pour les ajouter ou les soustraire, comme on le voit dans les images ci-dessous, qui sont issues de l'application.

Vous pouvez même faire travailler l'anglais à vos enfants par ce biais ! L'application a aussi le programme américain. Il suffit d'aller dans l'espace Parents et de sélectionner la langue anglaise.

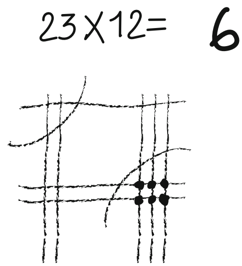
La multiplication posée comme au Japon

Il s'agit d'une méthode vieille comme le monde car déjà les Mayas s'en servaient. Cette méthode est surtout apprise aux enfants du primaire au Japon, et est encore très peu utilisée en France. Voici un exemple de multiplication posée à la japonaise.

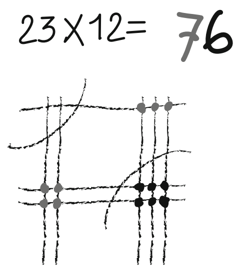
Comment calculer 23 × 12 comme le font les élèves japonais ?

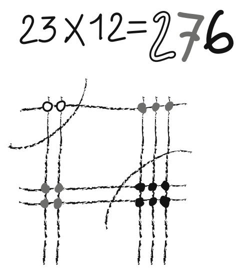
Pour retranscrire 23, tracer 2 lignes verticales (pour les dizaines) et, après avoir laissé un espace vide, 3 autres lignes verticales (pour les unités). Ensuite retranscrire 12 : cela va se faire par 1 ligne horizontale (la dizaine) et, après un espace, 2 autres lignes horizontales (les unités). Les lignes s'entrecroisent ainsi :

Pour résoudre la multiplication, compter le nombre de points formés par des croisements de lignes horizontales et verticales. En bas à droite, on en trouve 6 :



Au milieu, il y en a 3 + 4 = 7, chiffre que l'on reporte à gauche du 6. En haut à gauche, on en a encore 2, qu'on reporte à gauche du 7.





Et voilà ! 23 × 12 = 276. La méthode est graphique et plaisante à regarder. Ce n'est pas forcément très rapide, mais c'est visuel et simple à maîtriser.

Si vous voulez voir d'autres exemples (avec retenue, avec des centaines), vous trouverez de nombreuses vidéos en ligne.

En voici une :

https://www.youtube.com/watch?v=Z4OIAvsmiE0

Le système impérial d'unités de mesure

Ce sont les unités de mesure anglo-saxonnes comme l'*inch,* le *foot*, le *yard,* la *pinte* ou le *gallon*. Les mesures impériales perdurent parce qu'elles sont beaucoup plus sensées aux yeux des Américains. En effet, il n'y a pas de problème à visualiser la longueur d'un pied (le *foot*), parce que nous avons… des pieds. Par comparaison, qu'est-ce qu'un mètre ? À l'origine, c'était l'équivalent du dix-millionième d'un méridien allant de l'équateur au pôle Nord. Allez vous représenter ça… C'est désormais (depuis 1983) la distance parcourue par la lumière dans le vide dans un intervalle de 1/299 792 458 secondes. Très abstrait certes, mais le système métrique est beaucoup plus efficace : tout est divisible par dix. Sachant qu'un pied fait douze pouces et qu'un mile fait 5 280 pieds… cela rend les calculs mentaux compliqués. Il n'empêche que le système impérial est encore utilisé aux États-Unis comme en Angleterre.

Vous trouverez facilement des fiches de conversion d'unités de longueur, de masse ou de volume sur Internet pour entraîner vos enfants au système impérial et à faire des conversions entre les deux systèmes d'unités.

Conversion d'unités de longueur
Convertissez dans l'unité indiquée.

1 centimètre = 0,394 pouce	1 pouce = 2,54 centimètres	1 centimètre = 0,0328 pied
1 pied = 30,48 centimètres	1 mètre = 3,281 pieds	1 pied = 0,3048 mètre
1 mètre = 1,094 verge	1 verge = 0,914 mètre	1 kilomètre = 0,621 mile
1 mile = 1,609 kilomètre		

1. Combien de pieds sont dans 29 centimètres ?
2. Combien de mètres tout dans 15 pieds?
3. Combien de centimètres sont dans 5 pouces ?
4. Combien de pieds sont dans 3 mètres ?
5. Combien de pouces sont dans 2 centimètres ?
6. Combien de centimètres sont dans 8 pieds ?
7. Combien de miles sont dans 9 kilomètres ?
8. Combien de kilomètres sont dans 1 mile ?

Conversion d'unités de masse
Convertissez dans l'unité indiquée.

1 gramme = 0,035 once	1 once = 28,35 grammes	1 kilogramme = 2,205 livres
1 livre = 0,454 kilogramme		

1. Combien de livres sont dans 9 kilogrammes ?
2. Combien de grammes sont dans 6 onces ?
3. Combien de livres sont dans 8 kilogrammes ?
4. Combien de kilogrammes sont dans 8 livres ?
5. Combien de onces sont dans 162 grammes ?
6. Combien de kilogrammes sont dans 19 livres ?

Ce mode de fonctionnement est en ligne avec les conditions d'un apprentissage performant, comme expliqué précédemment :

1. Il est efficace pour sa mémorisation d'aborder une notion à des moments différents. L'ancrage mémoriel d'une notion sera renforcé en la travaillant à différents moments de l'année ou de la scolarité[2].
2. Il est efficace d'aborder une notion sous plusieurs angles (vous, la maîtresse, une vidéo), cela donne plus de perspectives et permet de mieux comprendre. Le cerveau fera alors « plusieurs connexions » vers cette même notion[3].

Cela permet également de ne pas interférer avec les explications de l'enseignant – et s'éviter les remarques du genre « la maîtresse ne nous a pas expliqué comme ça ».

Prendre systématiquement de l'avance sur le programme scolaire ne fait pas sens pour la majorité des élèves. En revanche, et même si cela peut paraître contre-intuitif, c'est aux élèves qui se trouvent en difficulté en mathématiques que c'est le plus utile. Faire prendre de l'avance sur leur programme scolaire enclenche bien souvent un cercle vertueux que j'essaie de décrire ci-après. En appliquant ce principe, il est possible de sortir certains élèves de l'ornière de l'échec scolaire en mathématiques[4].

Prendre de l'avance pour rattraper un retard

Combler les lacunes peut prendre du temps. Les efforts fournis par l'enfant pendant la période de « rattrapage » ne seront pas assortis

2. Voir routine n° 4 : « Réviser par espacements croissants », page 99.
3. Voir Principe n° 1 : « Apprendre mieux avec ce que l'on sait du cerveau », page 33.
4. Faire prendre de l'avance est un principe que nous avons appliqué aux élèves en difficulté inscrits aux Cours Marcel. Méthode empirique mais qui a réussi à plusieurs reprises.

de résultats immédiats. Ils se feront sentir bien plus tard, car c'est un travail de fond qui peut emmener loin en arrière quand l'élève a cumulé de nombreuses lacunes en primaire, puis au collège. Un travail indispensable mais ingrat. Les bonnes notes ne viendront pas à court terme. Or les enfants jeunes (et même moins jeunes) ont besoin de voir le fruit de leur travail récompensé rapidement et la perspective du « plus tard » peut faire vaciller leur motivation quand les résultats se font attendre.

En les faisant travailler une partie du programme en avance, il est possible de restaurer de l'envie, de la confiance. Lorsque ces enfants aborderont la notion en classe, ils seront à l'aise, se sentiront bons en maths, éprouveront du plaisir à répondre aux questions des professeurs. Cela va changer leurs perspectives sur leurs capacités : au lieu de fermer les écoutilles, une défense naturelle au stress généré par l'habitude de ne pas comprendre ce qu'on leur raconte en mathématiques, ils vont suivre en classe et participer davantage. Faire prendre de l'avance aux enfants en difficulté présente donc plusieurs avantages : ils revoient en classe la notion déjà travaillée à la maison et par conséquent accentue son acquisition, ils participent en classe et ils font plus facilement leurs devoirs le soir. Si en plus c'est récompensé par une bonne note, alors le travail de fond sur « les lacunes » sera mieux accepté.

En résumé :

- Pour les élèves bons en maths, faire systématiquement prendre de l'avance sur le programme scolaire ne présente pas un intérêt fort. Les mathématiques de l'école primaire sont suffisamment étendues pour trouver facilement de la matière à étudier en dehors de la progression suivie en classe.

- Pour les élèves qui ont des difficultés avec les maths, prendre de l'avance sur le programme scolaire peut s'avérer efficace pour encourager leur motivation via l'estime de soi, en parallèle de travailler sur les lacunes.

Conseil n° 4 Le numérique pour les mathématiques

L'utilisation du numérique dans l'apprentissage est balbutiant même s'il fait beaucoup parler de lui. L'utilisation d'outils numériques est plus pertinente au primaire qu'à n'importe quel autre niveau[1], car c'est le lieu d'acquisition de connaissances qui devront devenir des automatismes. Et le numérique est capable d'adresser particulièrement bien, via des algorithmes, ce type d'apprentissage : tables de multiplication, calcul mental, orthographe et règles de grammaire élémentaires. Outre sa capacité à proposer des entraînements répétitifs, le numérique présente d'autres avantages, utiles à des degrés divers pour l'école. Dans ce que l'on qualifie souvent « d'apport du numérique pour les apprentissages », on peut différencier ce qui peut se faire autrement (et se fait encore majoritairement autrement) mais est plus pratique grâce au numérique, de ce que le numérique apporte vraiment

1. Jusque-là, la priorité n'a pas été donnée au primaire contrairement à toutes les recommandations en ce sens. Le président François Hollande avait commissionné au début de son mandat un rapport sur le digital à l'école. Une des recommandations de ce rapport était l'impératif de prioriser le primaire pour l'introduction des technologies. C'était aussi la recommandation de l'OCDE et celle de l'institut Montaigne : « Le numérique pour réussir dès l'école primaire ».

de nouveau. À ce titre, on peut distinguer trois degrés de son utilité dans l'apprentissage : *juste pratique*, *simplement efficace* ou *résolument irremplaçable*.

Quand le numérique pour les apprentissages est juste pratique

Un contrôle lundi matin sur le périmètre des quadrilatères ? Quelques clics sur le Web vous permettent d'imprimer une fiche d'exercices un dimanche après-midi. Il n'en reste pas moins qu'un cahier d'exercices, si vous en avez un sous la main, ou le manuel scolaire utilisé par votre enfant à l'école, fera l'affaire. Mais vous trouverez une grande diversité de fiches téléchargeables de type drills grâce à Internet, sur tous les sujets et pour tous les niveaux. Vous trouverez aussi pléthores de vidéos explicatives de cours en ligne, souvent appelées MOOC[2] pour les adultes et les étudiants. Après une période d'euphorie collective de la « révolution » des MOOC et de l'apprentissage en ligne, l'expérience a malheureusement montré leur faible efficacité, en particulier pour les élèves les plus jeunes. Pourquoi ? Parce que la vidéo est un exercice très passif. Or les neurosciences nous ont appris que plus l'effort cognitif est important, plus on retient : pour apprendre efficacement, les enfants (les adultes aussi) ont besoin d'être actifs.

Je cite souvent en exemple le site web de la Khan Academy[3]. Salman Khan est un personnage charismatique qui explique dans son livre *L'Éducation réinventée* qu'il faut abandonner le cours

2. Un MOOC, ou Massive Open Online Course, est une formation à distance capable d'accueillir un grand nombre de participants. Des cours ou des tutoriels sous forme de vidéos pour faire simple.
3. Tout le programme scolaire n'est pas encore disponible sur le site de la Khan en français. Il est en revanche très complet en anglais.

Le principe directeur (de l'engagement actif) est on ne peut plus clair : un organisme passif n'apprend pas. On recherchera donc un engagement actif. L'enseignant ne peut mobiliser que si l'enfant ou apprenant se mobilise. (…) Rendre les conditions d'apprentissage (raisonnablement) plus difficiles va paradoxalement aboutir à un surcroît d'engagement et un effort cognitif, synonymes de meilleure attention.[4]

Stanislas Dehaene

magistral à l'école et dans l'apprentissage en général. L'avantage de la vidéo de cours sur le cours magistral avec un professeur, c'est qu'on peut l'arrêter à tout moment pour revenir en arrière et revoir l'explication. La vidéo a aussi l'avantage de pouvoir être regardée à toute heure et à tout endroit. Néanmoins, regarder une vidéo, parmi les outils numériques d'apprentissage, est ce qui se rapproche le plus d'un cours magistral justement. C'est très peu interactif et demande peu d'effort cognitif. « Plus je parle, moins ils travaillent », dit Raoul Pantanella, professeur honoraire de lettres (*Cahiers pédagogiques*, n° 406, 2002). Il ajoute que si l'on veut faire apprendre les élèves, il est utile voire indispensable de les mettre en activité. On apprend mieux lorsqu'on est actif et acteur plutôt que lorsqu'on est spectateur du cours. Si le cours magistral peut avoir son utilité, il ne peut être qu'une dimension du cours.

4. Stanislas Dehaene, « Les quatre piliers de l'apprentissage, ou ce que nous apprennent les neurosciences », *parisinnovationreview.com*, 7 novembre 2013.

En reproduisant le cours magistral dans sa «passivité», le visionnage de vidéos de cours en ligne ne fait donc pas partie des révolutions numériques pour l'apprentissage. Et c'est d'autant plus vrai que les élèves sont jeunes: moindre capacité d'attention sans interaction, nécessité de pouvoir manipuler, poser des questions, être corrigés, obtenir de l'aide. Même pour les collégiens, suivre des cours en ligne demande une autonomie que peu d'adolescents ont. À titre d'exemple, la durée d'attention moyenne d'un étudiant (mesurée pour les étudiants de plus de 18 ans) sur un MOOC est de six à huit minutes. C'est pour cela que la plupart des sites web de vidéos sur les mathématiques démarrent au niveau du lycée[5].

Sébastien Thrun, fondateur de la plateforme de MOOC Udacity, a montré que les étudiants qui suivaient ses vidéos en ligne avaient de moins bons résultats et abandonnaient le cours plus souvent que ceux qui avaient un professeur[6]… alors un enfant… Ceci est confirmé par une autre étude, conduite par la société Kaplan: montrer des vidéos aux apprenants – ce qui avait été pressenti comme plus engageant que des méthodes traditionnelles – était finalement moins efficace que de fournir les mêmes contenus mais fondés sur des textes écrits[7].

Ceci dit, même si l'effort de l'activité plutôt qu'une écoute passive est capital dans l'apprentissage, et que le visionnage de vidéos ne répond pas à cette nécessité, il n'est toutefois pas inutile, pour laisser une autre trace, une trace supplémentaire, de donner la possibilité à ses enfants de regarder diverses vidéos de cours.

---

5. *Les bons profs* ou *Kiffe les maths* produisent d'excellentes vidéos de cours pour les lycéens.
6. Lucien Rapp, *Les MOOCs, révolution ou désillusion ? Le savoir à l'heure du numérique*, L'Institut de l'entreprise, document disponible sur *letudiant.fr*.
7. Fiona M. Hollands, Ph.D. Devayani Tirthali, Ed.D, « MOOCs, Expectations and Reality », *Center for Benefit-Cost Studies of Education Teachers College*, Columbia University, mai 2014.

Quand le numérique pour les apprentissages est simplement efficace

Pour appliquer le principe de révisions par espacements croissants, vous pouvez rappeler à votre enfant quand il est nécessaire de revoir une leçon (et même le faire de façon aléatoire), mais le numérique optimisera pour vous la gestion des rappels, sur l'ensemble des notions à travailler, de façon répétitive durant les cinq ans de l'école primaire – si les algorithmes qui gèrent l'ancrage mémoriel sont intelligemment intégrés à la ressource numérique.

Autre exemple, les *exerciseurs*, généralement proposés par les mêmes sites qui proposent des leçons en ligne sous forme de vidéos – Khan Academy, etc. – permettent, au lieu de télécharger une fiche d'exercices, de la faire en ligne, et d'obtenir la bonne réponse en cas d'erreur. Ils peuvent être d'efficaces drills, mais je ne les mets que dans la catégorie *efficace* – pas *irremplaçable* –, car les sites d'exerciseurs ont de nombreuses limites, en particulier pour les plus jeunes. Un exerciseur qui demande de répondre sans temps imparti à une suite aléatoire de multiplications par 6 est très loin de l'expérience de *récitation* des tables de multiplication. La limite des sites d'exerciseurs se trouve également dans l'utilisation du clavier et notamment « l'alphabet » AZERTY pour les plus jeunes enfants. Elle engendre une déperdition de l'énergie consacrée aux vrais apprentissages. Une des solutions à ce problème est la reconnaissance d'écriture manuscrite sur tablette : les enfants écrivent comme sur un cahier, et le logiciel comprend (ou interprète au mieux) leurs réponses. Globalement, plus l'expérience numérique reproduit le réel en lui additionnant ses avantages propres, plus les solutions sont pertinentes, en particulier pour l'apprentissage des plus jeunes.

Quand le numérique pour les apprentissages est résolument irremplaçable

Le *principe d'évaluation permanente* est un exemple de pratique difficilement applicable sans le numérique. Mais qu'est-ce que ce principe, recommandé par les neurosciences ? Nous sommes habitués au principe d'évaluation en fin de parcours d'apprentissage – le contrôle, le test, l'interrogation –, c'est-à-dire un retour différé de la mesure de ce que nous avons appris. Or, les neurosciences nous apprennent qu'un retour permanent et (quasi) immédiat devrait être une pratique tout au long de l'apprentissage, pas seulement à la fin. La notion du *feedback*, autrement dit le fait de pouvoir avoir un retour aussi fréquent que possible sur les apprentissages menés, par des quiz fréquents par exemple, est efficace pour deux raisons principalement. D'une part, en répondant régulièrement à des quiz, l'apprenant vérifie s'il a vraiment compris le sujet grâce à des retours d'information correctifs. Des explications associées lui permettent alors de réajuster ses connaissances si besoin. D'autre part, répondre à un quiz demande à l'apprenant de faire un effort de récupération en mémoire de l'information pour générer une réponse. Mis en place tout au long de l'apprentissage (et pas seulement à la fin), il permet une consolidation des « chemins » menant à cette information.

Comment faire en pratique ? Sauf à avoir un adulte disponible en permanence pour évaluer les apprentissages de vos enfants quand ils s'exercent, c'est compliqué et contraignant. C'est un des exemples où le numérique se révèle, au-delà d'efficace, irremplaçable pour appliquer certains préceptes pédagogiques. Il est particulièrement adapté au feedback quasi-immédiat. Et au-delà de l'évaluation permanente, le numérique pourrait également se révéler une aide précieuse pour, une fois identifiés les acquis et les lacunes des élèves, adapter la suite de leurs apprentissages à leur profil. C'est ce que l'on appelle l'*adaptive learning*, ou apprentissage adaptatif, qui consiste à ajuster le parcours d'apprentissage en fonction des profils des apprenants. Ce principe pédagogique peut être partiellement mis en application sans le numérique. L'instituteur Arnaud Petit explique dans son excellent livre *Achille*[8] le système qu'il a mis en place dans ses classes de CM2 avec deux autres instituteurs de son école, également enseignants en CM2 :

> *Pour les mathématiques et la grammaire, nous prévenons*[9] *que nous allons bouleverser les codes et adopter une méthode complètement atypique* (…)*: nous décidons de travailler selon les besoins des élèves en nous adaptant à leur rythme, à leurs facilités ou au contraire à leurs difficultés.* (…) *Nous décidons qu'après des évaluations diagnostiques en début d'année en français et en mathématiques, nous répartirons les enfants selon leurs compétences. Et nous travaillerons tous les matins en pôles de compétences ou groupes de besoins. Nous créons donc dans chacune des deux matières trois groupes dans lesquels nous répartissons nos soixante-quinze élèves selon leurs résultats aux évaluations.* (…) *Des passerelles permanentes seront mises en place pour monter ou descendre dans un pôle. À chaque période de vacances, un réajustement sera effectué.*
>
> Arnaud Petit

8. Éditions Librinova, 2018.
9. ndlr : *les parents, l'institution.*

Cette méthode permet de regrouper 45 à 50 élèves qui n'ont pas besoin d'aide particulière et de consacrer l'énergie d'un instituteur sur un groupe de 10 élèves plus en difficulté. Le numérique permettrait de les aider en décuplant leur ingénieux système : il permet de gérer les parcours de beaucoup d'élèves en même temps[10], et plus finement. Au lieu de groupes d'élèves, il gère les individus, et il peut le faire en temps réel.

Un exemple d'adaptive learning : le système de recommandations personnalisées de myBlee Math

Il y a beaucoup de contenu dans myBlee Math. Il y a tout le programme scolaire de la grande section de maternelle, du primaire et du début du collège, avec des exercices très variés, allant des méthodes Montessori aux Maths de Singapour, le tout accompagné de leçons.

Le professeur qui utilise quotidiennement myBlee Math dans sa classe connaît le niveau de ses élèves et le programme scolaire, il va donc chercher dans la catégorie adéquate, le niveau adéquat du module adéquat de myBlee Math pour les faire travailler. Pour une utilisation de myBlee Math à la maison, un système intelligent a été créé pour guider l'enfant à travers le contenu. C'est un outil d'*adaptive learning* ou *apprentissage adaptatif*, qui permet de suggérer les exercices et les leçons adaptés aux besoins de chaque enfant.

10. C'est une des applications du Big data dans l'éducation.

Mais alors comment ça marche ? C'est un système de filtrage d'informations augmenté de techniques d'apprentissage automatique, similaires à ceux employées par les grands acteurs du domaine de la technologie comme Google, Amazon et Netflix. Mais dans le cas de l'adaptive learning, au lieu de suggérer des produits toujours plus proches de nos goûts (des livres, des séries, de la musique), la machine apprend en fonction de la progression de l'enfant et fournit un contenu de plus en plus adapté. Bien sûr, un système de recommandation pour l'éducation est naturellement plus complexe qu'un système de recommandation pour la publicité. Pour Amazon, lorsqu'il s'agit de vendre des produits, il faut juste regarder ce que recherche le client ou ce dont il a besoin. Alors que dans le cas de l'apprentissage des mathématiques, un enfant n'aime pas forcément tous les sujets, mais il doit quand même les apprendre. Comment peut-on le faire travailler la géométrie alors qu'il préfère le calcul mental, en évitant trop de frustration ?

Le moteur d'*adaptive learning* de myBlee Math utilise notamment les statistiques de tous les autres enfants pour affiner les recommandations en temps réel. La moindre petite action compte : la manière dont Carlos utilise myBlee Math à Bogota peut aider Sophie, élève à Paris, sur la formation des suggestions qui lui sont faites. Plus les deux élèves partagent un profil d'apprentissage similaire, plus cela s'avère efficace : s'ils sont tous les deux forts en algèbre mais pas en géométrie, ils s'entraideront sans le savoir.

Enfin, il faut également tenir compte du «temps d'oubli». Le système doit savoir quand il est pertinent de suggérer une révision.

D'une manière générale, l'apprentissage personnalisé prend un parti différent du traitement uniforme de la salle de classe : l'application apprend les points faibles et forts de chaque élève, pour ensuite donner des conseils personnalisés.

Les exemples d'efficacité du numérique pour l'éducation sont nombreux et la liste précédente n'est évidemment pas exhaustive.

Il peut être fort utile, notamment pour les drills et l'acquisition d'automatismes. Il vous libérera de votre temps de parent, et c'est déjà beaucoup lorsque l'on veut appliquer les principes et les routines exposés dans ce guide. Et il ne faut pas voir le numérique comme une distraction contraire à toute pédagogie de l'effort. Le numérique n'est pas indispensable à une éducation de qualité certes, mais pourquoi se passer d'un outil aussi puissant ? Il serait bien peu judicieux de s'en priver, par peur de tomber dans l'excès. Sous contrôle, sans fascination ni angoisse, c'est un outil formidable pour apprendre.

Conseil n°

5 Les notions de base à travailler régulièrement

Voici une liste de notions de mathématiques à travailler très régulièrement tout au long de l'école primaire.

Les quatre opérations : addition, soustraction, division, multiplication

Il existe une grande variété d'exercices sur ce sujet, allant du calcul mental à la résolution de problèmes. Il faut travailler toute la palette des activités possibles sur chacune des opérations.

Prenons l'exemple de la multiplication. Il y a plusieurs façons d'introduire la multiplication et les leçons et les activités qui permettent sa compréhension sont variées. En voici quelques exemples.

Comprendre la multiplication en tant qu'opération : la multiplication est une opération non « nécessaire ». Elle permet de « raccourcir » une suite répétitive d'additions.

$$4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 5 \times 4$$

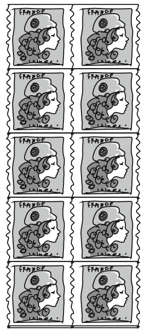
On peut s'entraîner à écrire les multiplications en additions :

$$3 \times 9 = 9 + 9 + 9$$

et

$$9 \times 3 = 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3$$

Représenter la multiplication avec des objets de la vie courante :

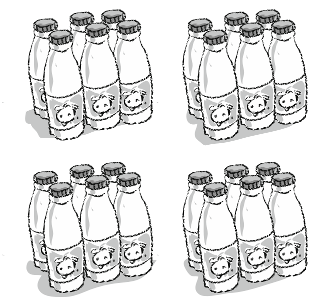


7 x 4, c'est une tablette
de 7 barres de chocolat
de 4 carreaux chacune

5 x 2, c'est un carnet
de 10 timbres
(2 rangées de 5 timbres)

Ensuite, lorsque le concept de la multiplication est acquis, il faut le mettre en pratique avec des exercices variés.

Associer la multiplication à la résolution de problèmes « types » :



Édouard achète 4 packs de 6 bouteilles de lait.
Combien de bouteilles de lait achète-t-il ?

Demandez-leur de dessiner les problèmes, même simples.

Comprendre la commutativité de la multiplication :

$$2 \times 3 = 3 + 3 = 2 + 2 + 2 = 3 \times 2$$

On peut aussi faire dessiner deux rangées de trois objets et trois rangées de deux objets, et compter les objets.

Apprendre par cœur les tables de multiplication.

Apprendre ses tables de multiplication « à l'envers » :

> $12 = 3 \times 4$
> $12 = 6 \times 2$
> …
> (cet exercice s'avérera fort utile en classe de 5e pour simplifier des fractions rapidement)

Poser des multiplications à un, deux puis trois chiffres :

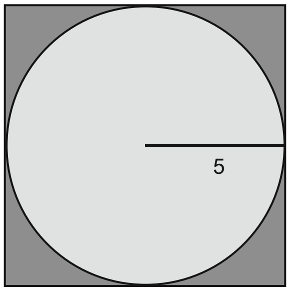
> 34×5
> 45×75
> 13×246
> …

Résoudre des problèmes complexes impliquant des multiplications :

> *Combien de secondes passes-tu à l'école chaque jour ? Combien de secondes y passes-tu en une semaine ?*
>
> *Une carte de restaurant propose : 7 entrées différentes, 6 plats de viande différents, 2 accompagnements différents, 8 desserts différents. Combien de repas différents puis-je commander ?*

Une vache qui a faim broute 5 centimètres carrés d'herbe par seconde. Quelle surface est broutée en 5 minutes par 25 vaches qui ont faim ?

Donne un arrondi à 0,1 cm² près de l'aire de la surface sombre ci-dessous. Rappel : pour calculer l'aire d'un cercle, on multiplie son rayon par lui-même puis par 3,14.



Les fractions

En parallèle d'exercer vos enfants à manipuler des fractions avec habileté (savoir les additionner, les simplifier, résoudre des problèmes contenant des fractions) il faut leur expliquer que les fractions sont l'expression de trois choses différentes (mais liées entre elles) en mathématiques :

- les fractions comme expression de parties d'un tout :

  un quart de part de tarte

- les fractions comme notation possible des divisions :

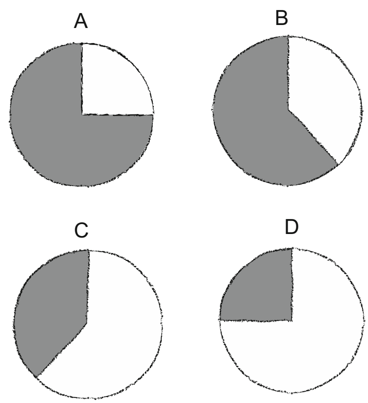
  66/8 = 66 : 8 = 8,25

- et enfin les fractions comme de « nouveaux » nombres qui ne peuvent pas s'écrire sous une forme connue par les élèves en primaire (les nombres entiers et décimaux) :

un tiers 1/3 ne peut pas s'écrire autrement que comme une fraction (alors que un demi 1/2 peut s'écrire aussi sous forme décimale 0,5). Écrire 1/3 = 0,33 n'est pas exact.

Je vous laisse méditer l'importance de faire travailler les fractions à vos enfants, et en premier lieu sur des exercices simples de compréhension de «parties d'un tout» (1/3 de pizza, 2/5 de l'aire du rectangle) devant le résultat de cet exercice issu de TIMSS 2015 (niveau CM1): seulement 15% de réponses justes pour les petits écoliers français.

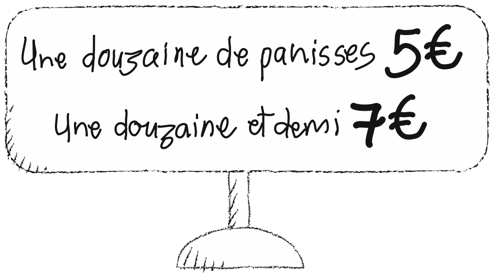
Lequel des cercles suivants est colorié en gris aux 3/8 (trois huitièmes) ?



Moyenne internationale : 24 %
Moyenne France : 15 %

La proportionnalité, les pourcentages

Il faut comprendre en profondeur la proportionnalité et apprendre à manier habilement ce concept. Et savoir faire des calculs simples bien avant la technique des «produits en croix» ou de la «quatrième proportionnelle», qui sera vue au collège.



Il faut saisir toute occasion, comme une promenade au marché, pour s'entraîner à manier des quantités proportionnelles. Une douzaine et demi, c'est la moitié de plus qu'une douzaine, donc je devrais normalement – en situation de proportionnalité – payer la moitié plus que les 5 €, soit 5 € + 2,5 € = 7,5 €. Le marchand de panisses fait donc cadeau de 50 centimes pour l'achat d'une demi-douzaine supplémentaire. C'est ce genre de calculs simples à effectuer mais pas simple à comprendre auxquels il faut les entraîner.

Il faut aussi comprendre le concept de proportionnalité : savoir identifier les contextes types de proportionnalité et de non-proportionnalité. Il faut leur apprendre à reconnaître une situation de proportionnalité (le prix au litre de l'essence, le prix de pommes au kilogramme sur un marché) d'une situation qui n'en est pas une (la taille d'un individu est *fonction de* son âge mais pas *proportionnelle à* son âge). Pour les plus petits, commencer par manier les concepts de double, de triple, de moitié et de tiers :

> *Jeanne a parcouru 32 km à vélo, Aïcha le double et Marie la moitié. Quelle distance ont-elles chacune parcouru ?*

Enfin, il faut acquérir de la dextérité dans le maniement des pourcentages et leur signification. 50 % = 1/2 = la moitié. Vous trouverez une fiche sur ce thème dans la section « En bonus ! Des fiches bien pratiques ».

Mais aussi…

- Les statistiques, les tableaux de données
- Les ordres de grandeur
- Les unités de mesure (masse, capacité, longueur, aire et volume)

La géométrie est absente de ma liste, pour trois raisons : d'abord parce que sa part dans les programmes scolaires de collège et de lycée a fondu depuis vingt ans, ensuite parce qu'en primaire on en a vite fait le tour et enfin parce qu'il faut bien faire des choix. Vous pouvez toutefois faire travailler régulièrement les quadrilatères (parallélogramme, rectangle, losange, carré) et leurs propriétés ainsi que le cercle (notamment la notion d'appartenance au cercle suivant la distance qui sépare un point du centre du cercle). C'est plus dans la capacité à comprendre les conditions minimales qui font qu'un parallélogramme devient un rectangle ou un losange que réside l'intérêt de travailler la géométrie en primaire[11]. Vous poserez ainsi les bases utiles à l'exercice de la démonstration (mais qui a elle aussi largement disparu des programmes de collège).

11. Vous trouverez une fiche dans le chapitre « En bonus ! Des fiches d'exercices bien pratiques » (page 188) qui peut servir de base pour expliquer à quelle(s) condition(s) un parallélogramme devient un rectangle, un rectangle un carré etc.

Pour aller plus loin

J’aimais et j’aime encore
les mathématiques pour elles-mêmes
comme n’admettant pas l’hypocrisie
et le vague, mes deux bêtes d’aversion.

Stendhal

Ce que nous apprennent les neurosciences

Les neurosciences ont beaucoup évolué ces dernières années, c'est même un bouleversement de ce que l'on savait. Comment faire mieux avec ce que l'on sait du cerveau ?

Les neurosciences peuvent apporter un éclairage intéressant sur les pratiques pédagogiques. D'abord, elles permettent de valider certaines bonnes pratiques des éducateurs, qu'ils soient enseignants ou parents. Prenons l'exemple du sommeil. La plupart des parents savent que le sommeil des enfants est important. Les enseignants aussi. Nous comprenons très bien que le sommeil est *réparateur*, il permet de *récupérer*, d'être *en forme* le lendemain en classe et ainsi performant dans ses apprentissages. Mais le sommeil a une fonction qui va bien au-delà de son aspect réparateur et préparateur de la journée du lendemain : le cerveau consolide les apprentissages de la journée pendant la nuit. Les neurosciences nous expliquent que notre cerveau ne peut dépenser qu'une énergie limitée dans tout ce qu'il fait.

En journée, le cerveau utilise son énergie à une multitude de choses : gérer votre stress, répondre aux sollicitations auditives et visuelles, à adapter notre équilibre en fonction de nos mouvements dans l'environnement. En revanche la nuit, le cerveau consomme beaucoup moins d'énergie. L'une des raisons principales est que la vue n'est pas activée pendant la nuit. Et cette activité est très consommatrice d'énergie pour votre cerveau, car il reçoit, par la vue, quantité d'informations qu'il doit stocker et interpréter. La nuit, vous avez les yeux fermés (normalement) et votre cerveau ne reçoit donc pas toute cette information qui lui parvient par vos yeux. Et bien tout ce gain d'énergie peut être consacré à consolider les apprentissages que vous avez fait en journée. De la même façon que l'on ne fait pas les travaux sur les autoroutes en *rush hour*, votre cerveau a besoin de votre sommeil pour « faire ses travaux » de consolidation des apprentissages. Au-delà de sa fonction récupératrice pour être en forme pour les apprentissages de la journée suivante, ce que nous identifions tous assez intuitivement, les neurosciences montrent que le sommeil a une fonction d'ancrage des apprentissages de la journée qui vient de s'écouler.

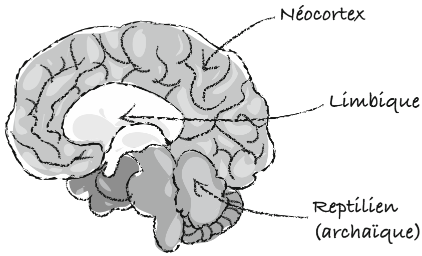
À la suite d'un entretien passionnant avec Nadia Medjad[1], et l'aide précieuse de Mélissa Canseliet[2] qui a eu la gentillesse de me consacrer beaucoup de temps, je partage ce que j'ai appris sur le fonctionnement du cerveau et ses conséquences sur l'apprentissage.

1. Nadia Medjad est médecin et expert en neurosciences appliquées à l'apprentissage. Elle a co-écrit *Neurolearning, Les neurosciences au service de la formation* avec Philippe Gil et Philippe Lacroix, éditions Eyrolles, 2016.
2. Mélissa Canseliet est spécialiste des neurosciences chez Ubisoft. Après avoir étudié la biologie et la physiologie, elle se spécialise en neurosciences et sciences cognitives.

Quels sont les mécanismes de l'apprentissage ?

Dans un objectif de vulgarisation, nous pourrons considérer le cerveau en trois parties : le cerveau reptilien, le système limbique et le néocortex.

En schématisant, le cerveau reptilien décide instinctivement, le cerveau limbique s'émeut, mémorise et décide, et le néocortex pense. Cette simplification ne reflète pas la réalité qui est bien plus complexe. Elle permet cependant de faire une approximation acceptable pour rendre compte des activités nécessaires à l'apprentissage.



L'apprentissage est l'intégration de nouvelles fonctions cognitives qui sont des processus complexes et riches. Les trois parties de notre cerveau (cerveau reptilien, système limbique et néocortex) ne sont pas activées de la même façon, ni au même moment, lorsque nous apprenons. Ces trois macrostructures sont impliquées à chaque étape, mais pas avec la même pondération. Dès que c'est nouveau, dès que c'est complexe, c'est le néocortex qui est impliqué. Pour être plus exact, il est impliqué de manière dominante par rapport aux deux autres parties du cerveau, notamment parce qu'on utilise beaucoup de mémoire à court terme. Lorsque nous entamons un apprentissage, nous avons en général déjà des informations en mémoire. Nous pouvons capitaliser sur ces autoroutes neuronales (autrement dit des connexions neuronales déjà existantes dans le cerveau) en les liant au mieux aux nouvelles informations. Cela est plus économique pour que le cerveau puisse organiser les informations et renforcer les connexions synaptiques. En pratique cela permet au cerveau d'apprendre plus facilement. C'est notamment ce que l'on induit en donnant des exemples, en faisant des analogies. Plus nous formons de la mémoire à long terme, plus nous nous prédisposons à avoir des réseaux sur lesquels capitaliser pour acquérir de nouvelles informations. Les réseaux préfrontaux du néocortex vont largement être impliqués par exemple au début d'un apprentissage tout à fait nouveau, pour lequel notre cerveau n'a pas trouvé d'antériorité à quoi se raccrocher. Et l'utilisation du néocortex est très consommateur d'énergie. C'est pourquoi il est difficile d'apprendre quelque chose de nouveau quand on est fatigué. Lorsque le niveau d'apprentissage évolue, c'est une activité un peu plus profonde et postérieure qui sera mise en jeu : c'est le système limbique qui intervient dans la formation de la mémoire à long terme. Pour que la mémoire à court terme passe la représentation en mémoire à long terme, il faut une *consolidation* de la représentation. C'est lorsqu'un apprentissage est suffisamment consolidé qu'il permet d'effectuer des tâches efficacement tout en libérant une partie de notre conscience à d'autres tâches plus exigeantes, ou nouvelles. Par exemple, lorsque l'on apprend à faire du vélo, nous commençons par avoir les yeux sur les pédales, et le guidon, incapables de faire autre chose. Nos régions préfrontales sont alors très mobilisées. En revanche, une fois l'apprentissage du vélo consolidé, nous pouvons faire du vélo tout en discutant, et en observant le paysage. Quand l'apprentissage est suffisamment consolidé, il peut passer dans ce que l'on appelle la mémoire procédurale[3] (les habitudes ancrées). Ce sont alors le système limbique et le cerveau reptilien qui prennent le relais. Dans un langage moins scientifique, c'est quand on fait les choses « sans y penser » tellement elles sont ancrées en nous « comme des habitudes ». C'est aussi ce qu'explique Olivier Houdé à propos de l'apprentissage par cœur :

> *Quand l'élève est en train d'apprendre des mots, on voit sur l'IRM que le cortex préfrontal est très activé, car il se concentre, explique le chercheur. Ensuite, lorsque l'élève a appris par cœur, on observe un transfert antéro-postérieur du cerveau et même sous-cortical, la région des automatismes. Le cerveau est entraîné, ici l'automatisme est cristallisé, comme gravé dans le cerveau. Ce qui veut dire que l'on peut réciter une fable de La Fontaine ou une table de multiplication tout en faisant autre chose*[4].
>
> Olivier Houdé,
> professeur de psychologie du développement
> à la Sorbonne, membre de LaPsyDé

Comme le cerveau fonctionne à l'économie, si des connexions synaptiques ne sont pas assez solides et qu'elles ne sont pas réactivées, alors elles deviennent obsolètes et peuvent se dégrader (c'est l'oubli). Avec de l'entraînement, la densité de neurones augmente. Si l'entraînement s'arrête, la densité de neurones baisse.

3. Nous avons aussi de la mémoire qui n'est pas procédurale tout en étant à long terme. Cela peut être de la mémoire à long terme mais sémantique (la mémoire de nos connaissances). Cette mémoire à long terme est différente de la mémoire procédurale.
4. Olivier Houdé est à la tête de LaPsyDé, Laboratoire de psychologie du développement et de l'éducation de l'enfant de la Sorbonne, qui est premier laboratoire à avoir testé les apprentissages par l'imagerie cérébrale. Il est l'auteur de *L'école du cerveau*, éditions Mardaga, 2018.

Les neurosciences nous disent également que les émotions jouent un rôle important dans l'apprentissage. Le raisonnement logique fonctionne en permanence avec les émotions. La charge émotionnelle que peut contenir une représentation peut largement favoriser sa consolidation. Lorsqu'elle est assez forte, cette charge émotionnelle peut même être suffisante pour provoquer une consolidation d'une représentation (formation de mémoire à long terme) qui n'aura pas besoin de répétition. C'est notamment le cas, malheureusement, des traumatismes psychologiques. C'est pour cela qu'apprendre ou enseigner avec des composantes émotionnelles positives permet de renforcer l'apprentissage. Ainsi lorsqu'il y a un enjeu (motivation), et que l'on est prédisposé à vivre l'expérience d'apprentissage avec un investissement émotionnel plus fort, on a de plus grandes dispositions à consolider. Lorsque l'on fait vivre une expérience d'apprentissage par un jeu par exemple, on prédispose un individu à ressentir des émotions. Au-delà du fait de renforcer par la pratique, on favorise la consolidation par cette charge émotionnelle.

La neuro-éducation

Alors qu'on pensait qu'il fallait laisser les élèves tâtonner, les neurosciences réhabilitent la pédagogie de l'imitation. Quand on regarde quelqu'un agir, cela active dans notre cerveau les mêmes neurones que ceux de cette personne. Ce genre de découverte doit nous amener à modifier nos pratiques, nos consignes, l'organisation de nos cours.

Nicole Bouin,
auteure de *Enseigner : Apports des sciences cognitives*[5]

5. Réseau Canope, 2018.

Les neurosciences sont une discipline prometteuse mais encore très jeune ; la plupart des hypothèses restent à valider. Par ailleurs, elles ne fournissent pas de solution clef en main.

L'apprentissage par cœur est un exemple de réhabilitation par les neurosciences d'une pratique pédagogique autrefois très en vogue et quelque peu passée de mode[6].

L'article suivant paru dans *Le Monde des idées* montre les blocages résultants d'une demande d'efficacité immédiate de la neuro-pédagogie alors qu'il s'agit d'une proposition nouvelle, qui demande encore à faire ses preuves :

> *La « neuro-éducation » – ou comment améliorer les méthodes d'enseignement en s'appuyant sur les mécanismes cérébraux d'apprentissage décrits par les neurosciences et la psychologie cognitive peine à se frayer un chemin dans les établissements. Pourquoi de telles recherches – sans y voir une solution magique – n'essaiment-elles pas davantage au sein de l'institution scolaire ? La neuro-éducation soulève plus d'interrogations qu'elle ne propose de solutions concrètes*[7].
>
> Marie Gaussel,
> chargée d'études à l'Institut français de l'éducation

Le ministre de l'Éducation évoque souvent les pratiques pédagogiques et méthodes « *validées par les neurosciences* » et l'intérêt de cette discipline pour mieux savoir ce qui est bon dans l'enseignement.

6. « Éducation : le par-cœur validé par la science », *lepoint.fr*, 22 janvier 2018.
7. Marie Gaussel est chargée d'études à l'Institut français de l'éducation.

Lorsque Jean-Michel Blanquer a annoncé la création d'un conseil scientifique pour inspirer et guider les politiques éducatives, la polémique au sein du monde pédagogique ne s'est pas fait attendre[8].

> *Qu'apporte de supplémentaire la connaissance par un neuropédagogue du câblage responsable du comportement cognitif d'un élève ? Concluons : l'administration de la preuve de ce qu'elle avance – la localisation de quelques fonctions cognitives – est sans grand intérêt pour penser l'éducation et de surcroît, comme toute théorie appliquée à des questions éducatives, elle ne peut avoir la prétention de saturer toutes les théories qui lui pré existent*[9].
>
> Michel Develay,
> Professeur émérite des universités

Une voie plus modérée de l'apport des neurosciences à l'éducation est possible : il ne s'agit ni les substituer à des pratiques pédagogiques qui seraient « moins scientifiques » mais tout autant validées par l'expérience de l'apprentissage (côté enseignant comme élève), ni les rejeter par peur d'une déshumanisation de la pédagogie.

Voici la réponse de Franck Ramus, psycholinguiste, directeur de recherches au CNRS et professeur attaché à l'École normale supérieure, nommé dans ce conseil, comme spécialiste des sciences cognitives :

8. François Jarraud, « SOS Conseil scientifique », *cafepedagogique.net*, 11 janvier 2018.
9. Michel Develay, « Vérité et neurosciences », *Les cahiers pédagogiques*, 5 octobre 2017.

L'enseignement est une pratique, comme la médecine ou la psychologie clinique. Il est légitime d'exiger que cette pratique, comme la médecine, soit guidée par les connaissances scientifiques existantes sur l'objet de la pratique (les apprentissages) et sur l'efficacité des différentes pratiques. Étant donnés la complexité du sujet et l'état précaire des connaissances, un tel guidage préserve nécessairement beaucoup de degrés de liberté. Voudriez-vous vivre dans un pays où les médecins revendiquent une « liberté médicale » pour appliquer n'importe quels traitements sans tenir compte des études scientifiques d'évaluation de ces traitements, juste en se fiant à ce que des collègues leur ont dit et à leurs observations informelles sur leurs patients[10] ?

Franck Ramus,
psycholinguiste, directeur de recherches au CNRS
et professeur attaché à l'École normale supérieure

Les neurosciences nourrissent déjà nombre de débats liés à l'apprentissage en apportant des éléments de confirmation et de nouvelles questions. Elles sont un domaine d'exploration pour l'enseignement. L'élève ne se réduit pas à son cerveau, mais le cerveau de l'élève existe et cela peut être pris en compte par l'éducation nationale sans déclencher une guerre idéologique.

La recherche ne prétend pas détenir toutes les réponses, mais sa méthode expérimentale et ses conclusions doivent éclairer le ministère[11].

Franck Ramus

10. Ce passage est issu d'un commentaire posté Franck Ramus en réponse à l'article de François Jarraud, « SOS Conseil scientifique », publié sur le *Café pédagogique* le 11 janvier 2018.
11. Franck Ramus, « L'Éducation nationale ne peut se passer de la science », *liberation.fr*, 4 février 2018.

myBlee Math : une application d'apprentissage des mathématiques

L'application myBlee Math a été créée en 2011. C'est une application d'apprentissage des mathématiques pour les enfants de 5 à 12 ans environ, d'abord pensée pour être utilisée dans les écoles. Conçue non pas comme une solution numérique éducative, mais comme une innovation pédagogique rendue possible par la technologie, elle a nécessité 3 ans de développement technique et pédagogique. Trop d'applications et de contenus pseudo-éducatifs ont été créés par des spécialistes du marketing pressentant un marché du edtech[1] au potentiel très important, sans réel fondement pédagogique.

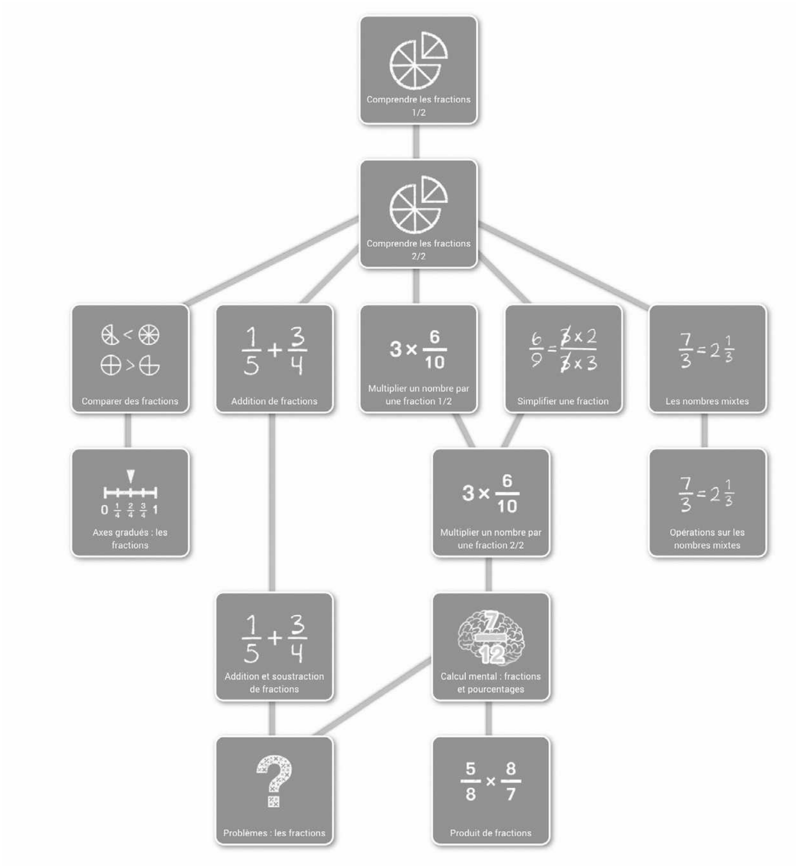
1. Edtech est la contraction de *Educational Technology* pour « technologies de l'éducation et de la formation ». Les edtechs recouvrent l'ensemble des organisations dotées d'un savoir-faire technologique innovant dédié à la connaissance, à son apprentissage, et à sa transmission.

Dans le paragraphe suivant, je décris les quelques principes fondamentaux qui ont sous-tendu à la création de myBlee Math, en particulier ceux qui correspondent aux méthodes et recommandations exposées dans le livre.

Une cartographie des connaissances indépendante des programmes scolaires

Les mathématiques sont organisées par grands ensembles universels (algèbre, analyse, probabilité, etc.). Les notions sont logiquement apprises dans un certain ordre pour faciliter la compréhension et l'apprentissage (addition, multiplication et division sont toujours vues dans cet ordre et chaque notion est systématiquement réutilisée pour expliquer la suivante). Ceci étant, au-delà des liens logiques d'apprentissage des notions, il apparaît que chaque pays, dans l'élaboration de son programme scolaire, opère des choix dans la manière d'aborder les connaissances nouvelles. La cartographie de myBlee Math remet à plat la manière dont ces connaissances sont abordées. Libre à l'élève de découvrir les racines carrées, dès lors qu'il connaît la multiplication. Chaque catégorie des mathématiques (par exemple, Axes gradués et repères, Fractions, Problèmes, Tableaux et graphiques, etc.) a nécessité un travail de décomposition en notions et sous-notions des savoirs que doit maîtriser un élève à la fin de la classe de sixième, depuis la grande section de maternelle.

À l'intérieur de chaque catégorie, il y a une arborescence des notions. Voici l'exemple de la cartographie des « Fractions » :



Ensuite, chaque module est décomposé en plusieurs niveaux de difficulté, suivant le principe de l'apprentissage pas à pas, soit du plus simple au plus complexe.

Un apprentissage «pas à pas»

C'est une approche «pas à pas» qui a été développée dans myBlee Math, en ligne avec le principe «adopter une approche du plus simple au plus complexe». Cette approche permet de poser des fondations solides.

Chaque notion a été découpée en niveaux de difficulté croissante, afin que l'enfant n'ait à gérer qu'une seule étape à la fois dans sa compréhension de la notion. Ces difficultés croissantes sont composées de leçons ou d'exemples très courts (de 30 secondes à 2 minutes) suivis d'une série d'exercices identiques. L'enfant doit obtenir 7 bonnes réponses pour accéder au niveau suivant, quel que soit le nombre d'exercices faits pour y arriver. Il obtient un feed-back immédiat sur ses réponses, autre prescription des neurosciences (« l'évaluation permanente »).

Les résultats des élèves à grande échelle (plusieurs millions d'exercices faits) permettent de comprendre si les niveaux de difficulté ont été correctement construits. Par exemple, si un niveau obtient des taux de réussite nettement inférieurs à la moyenne, c'est que soit la leçon n'est pas claire pour les enfants, soit il manque un niveau de difficulté intermédiaire. La leçon est alors réécrite et/ou des niveaux de difficulté plus progressifs sont incorporés.

La correction adaptative

C'est un des grands atouts de myBlee Math : lorsque l'élève entre une réponse fausse, l'application ne se contente pas de dire que la réponse est fausse et de donner la réponse correcte. myBlee Math catégorise le plus finement possible les erreurs commises à telle ou telle question afin rendre les corrections aussi utiles et concises que possibles.

Bien entendu, ce n'est pas le cas dans tous les exercices ; si l'enfant se trompe dans la récitation de 3 × 7 l'application se contente de lui donner le bon résultat « 21 ».

La « gamification » ou ludification pour multiplier la pratique

Il y a quatre intentions dans la construction de la ludification de myBlee Math, qui renvoient toutes à des prescriptions des neurosciences (et des sciences de l'éducation en général), et qui correspondent à des principes et des conseils exposés dans ce livre :

- inciter l'enfant à revoir les notions plusieurs fois ;
- inciter l'enfant à comprendre chaque concept à 100 % ;
- le motiver par des récompenses rapides et immédiates ;
- rendre l'apprentissage des mathématiques un peu plus ludique et par conséquent agréable.

Un système de récompenses et de satisfecit, a donc été imaginé et intégré à myBlee Math : des pièces de puzzle obtenues pour des bonnes réponses, certaines pièces ne pouvant être obtenues qu'avec 100 % de bonnes réponses ; des points d'expérience à accumuler permettant de passer de « Farfadet » à « Grand Maître » des mathématiques pour chaque niveau de classe du CP à la 6e ; des coupes – en bronze, argent, or ou diamant en fonction du taux de bonnes réponses obtenues ; des cadeaux lorsque l'enfant travaille plusieurs jours de suite ; des badges incitatifs ; etc.

Par exemple les élèves retournent massivement dans les modules jusqu'à l'obtention de la coupe en diamant. Pour d'autres ce sont les pièces de puzzle qui motivent. Le principe des « petites » récompenses « immédiates » est un outil bien connu à la fois des jeux vidéo et des sciences cognitives. C'était également le principe des « bons points » et des « images » que l'on trouvait dans nos cahiers quand nous étions, nous parents d'aujourd'hui, à l'école primaire.

On privilégiera la motivation par le renforcement positif et la récompense – immatérielle. Bien entendu, il ne s'agit pas de « monnayer » le succès, voire de payer les enfants pour qu'ils aient de bonnes notes. Il s'agit au contraire, l'humain étant un animal social, de conclure un succès par un renforcement social : une approbation, une validation, un encouragement[2].

Stanislas Dehaene,
professeur au Collège de France,
chaire de psychologie cognitive expérimentale

La « gamification » ou ludification est donc utile pour atteindre un taux de 100 % d'acquisition des notions de base en mathématiques, soit l'objectif zéro lacune. Pour rappel, l'acquisition incomplète et/ou imparfaite des notions de base en mathématiques conduit nécessairement à un blocage à un moment ou à un autre de la scolarité.

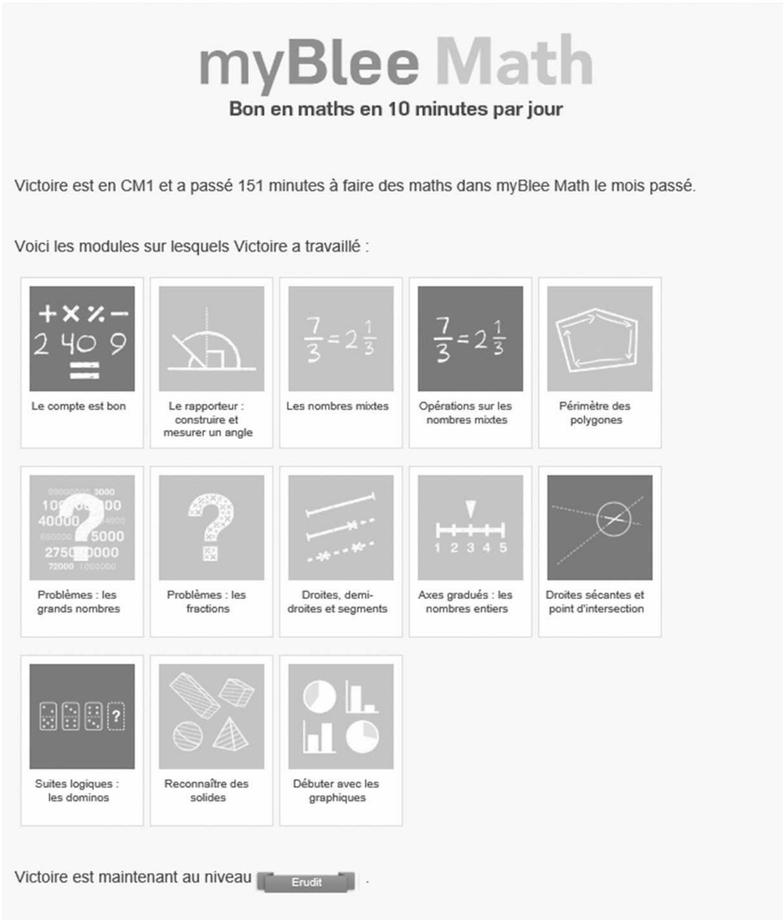
Le système de recommandations personnalisées ou « Adaptive Learning »

Les premières suggestions de travail sont fonction du niveau de classe de chaque enfant (est-il en CP ou en CM1 ?) et suivent le programme scolaire. Puis, dès lors qu'il complète des exercices, le système intelligent commence à apprendre et les algorithmes se mettent à cogiter pour lui proposer des exercices plus adaptés. Deux enfants de CE1 ne se verront pas proposer la même chose, mais des exercices pertinents pour chacun d'eux. Pour

2. Stanislas Dehaene, « Les quatre piliers de l'apprentissage, ou ce que nous disent les neurosciences », *parisinnovationreview.com*, 7 novembre 2013.

chaque enfant, ces algorithmes tiennent compte des taux de réussite aux exercices déjà effectués, du nombre d'exercices complétés, des niveaux de difficulté déjà réalisés, du temps passé à répondre aux questions, des sujets préférés, des sujets délaissés, et de beaucoup d'autres critères encore. De nouvelles suggestions sont faites à chaque nouvel exercice complété. Plus l'élève utilise myBlee Math, plus les algorithmes apprennent de lui et deviennent performants, c'est-à-dire font des suggestions adaptées et pertinentes, y compris en dehors du programme scolaire de son année. Le logiciel d'*Adaptive Learning* est capable de comprendre finement quelles sont les notions encore mal maîtrisées par tel élève, et lui proposer des exercices qui vont l'aider à les acquérir, mais aussi lui faire des suggestions au-delà du programme scolaire de son niveau de classe lorsque ses acquis le permettent.

Le programme personnalisé atteint toutefois ses limites avec les enfants qui ont déjà beaucoup avancé sur le programme : le « saut quantique » dans ce qui leur est proposé est parfois trop important car il manque des modules « intermédiaires ». Il faut donc créer de plus en plus de « granularités », de « modules intermédiaires », et imaginer de nouveaux exercices.


myBlee Math

Bon en maths en 10 minutes par jour

Victoire est en CM1 et a passé 151 minutes à faire des maths dans myBlee Math le mois passé.

Voici les modules sur lesquels Victoire a travaillé :

Le compte est bon

Le rapporteur : construire et mesurer un angle

Les nombres mixtes

Opérations sur les nombres mixtes

Périmètre des polygones

Problèmes : les grands nombres

Problèmes : les fractions

Droites, demi-droites et segments

Axes gradués : les nombres entiers

Droites sécantes et point d'intersection

Suites logiques : les dominos

Reconnaître des solides

Débuter avec les graphiques

Victoire est maintenant au niveau Erudit.

Ce mail reçu par les parents est un compte rendu mensuel du travail effectué par leur enfant sur myBlee Math. Il illustre bien le suivi que réalise l'application des différents modules que l'enfant a choisi de travailler.

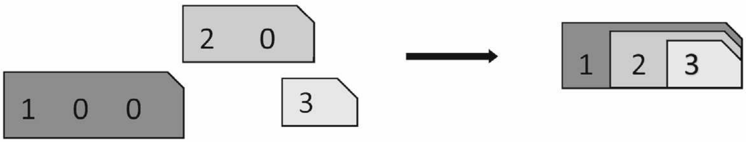
En bonus ! des fiches d'exercices bien pratiques

Voici quelques fiches d'exercices extraites des cahiers papiers de myBlee Math. Outre les cartes Montessori qui peuvent être découpées pour être utilisées avec vos enfants, vous trouverez quelques exemples de fiches d'entraînement à la résolution de problèmes : choisir la bonne opération, comprendre à quelles questions on peut répondre connaissant l'énoncé d'un problème, savoir présenter et rédiger sa réponse.

Vous pourrez trouver l'ensemble des fiches correspondant au niveau de classe de votre enfant sur : www.mybleemath.com/fiches-exercices

Les cartes Montessori : qu'est-ce que c'est ?

Les cartes Montessori sont, comme leur nom l'indique, des cartes, sur lesquelles sont imprimés les chiffres de 0 à 9, ainsi que les dizaines (10, 20, etc.) et les centaines (100, 200, etc.). Chaque catégorie (centaines, dizaines, unités) est représentée par une couleur spécifique facilitant la compréhension et l'apprentissage. Toutes les cartes ont leur coin supérieur droit coupé afin que l'élève superpose correctement les cartes.



Les cartes permettent à l'élève de pouvoir manipuler les nombres afin de comprendre les mécanismes de formation d'un nombre ou encore ceux des différentes opérations. On est dans une méthode d'apprentissage des maths par la manipulation d'objets concrets, ce qui est spécifique à la méthode de Singapour.

Les différentes façons de les utiliser

Il y a plusieurs façons de les utiliser et elles peuvent être utilisées très tôt pour la compréhension de la formation des nombres jusqu'au moment de l'apprentissage de la multiplication.

• La formation des nombres : faire comprendre à l'élève que, par exemple, le nombre trois cents trente-trois se compose des cartes 300, 30 et 3. Pour cela, lui demander de choisir les bonnes cartes et de les superposer correctement.

• Retrouver le bon nombre : On propose à l'élève de retrouver le nombre qui a, par exemple, 2 centaines, 5 dizaines et 6 unités. L'élève devra alors choisir les cartes 200, 50 et 6 afin de pouvoir reformer le nombre et, grâce à l'exercice sur la formation des nombres, être capable de le lire.

• L'addition : pour additionner facilement 521 et 277, on peut, grâce aux cartes Montessori, décomposer ces nombres en centaines, dizaines et unités, puis ajouter les centaines avec les centaines, les dizaines avec les dizaines, etc.

Les unités

1 2 3

4 5 6

7 8 9

0

Cette page et les suivantes peuvent être téléchargées à partir du lien présenté en page 167, pour pouvoir les imprimer en couleur et les découper.

Les dizaines

1 0	2 0
3 0	4 0
5 0	6 0
7 0	8 0
9 0	0 0

Les centaines

1 0 0	2 0 0
3 0 0	4 0 0
5 0 0	6 0 0
7 0 0	8 0 0
9 0 0	0 0 0

Choisir la bonne question

Entoure la question à laquelle tu peux répondre.

Sylvain a 2 entraînements de foot par semaine. Chaque entraînement dure 2h.		
Combien de temps dure un match de foot ?	Combien d'heures de foot Sylvain fait-il chaque semaine ?	Sylvain joue-t-il au foot le dimanche ?

Un grand magasin commande 300 tablettes à vendre pour Noël. Il en vend 274. La vente des tablettes commence le 12 décembre.		
En combien de temps les tablettes ont-elles été vendues ?	Quelle est la couleur des tablettes ?	Combien reste-t-il de tablettes à la fin ?

Dans son potager, Clémence a ramassé 2 salades et 35 radis.		
Quelle est la taille du potager ?	Combien de légumes Clémence a-t-elle ramassés ?	Combien de sortes de légumes Clémence a-t-elle plantées ?

Emma a acheté un magazine à 3€, un bonbon à 1€ et un livre à 5€. Elle avait 20€ dans son porte-monnaie. Son livre est tellement intéressant qu'à 14h, elle a déjà lu 12 pages du livre.		
Combien a-t-elle dépensé ?	Combien y a-t-il de pages dans ce livre ?	Combien de temps a-t-elle mis pour lire le livre ?

Choisir la bonne opération

Entoure l'opération qui permet de résoudre le problème.

On veut partager 20 graines entre 5 oiseaux.

Combien chaque oiseau aura-t-il de graines ?

20 ÷ 5	20 x 5

Marie a 5 sacs de billes. Chaque sac contient 4 billes.

Combien y a-t-il de billes au total ?

5 ÷ 4	4 x 5

Il y a 3 paniers dans une salle de sport. Chaque panier contient 9 ballons.

Combien y a-t-il de ballons au total ?

9 ÷ 3	9 x 3

On veut partager 6 pièces d'or entre 3 pirates.

Combien de pièces d'or aura chaque pirate ?

6 ÷ 3	6 x 3

Sophie a 3 boîtes d'œufs sur sa table. Chaque boîte contient 10 œufs.

Combien y a-t-il d'œufs au total ?

10 x 3	10 ÷ 3

Paul a 3 ruches dans son jardin. Chaque ruche contient 8 abeilles.

Combien y a-t-il d'abeilles au total ?

3 x 8	3 ÷ 8

Choisir la bonne opération

Entoure l'opération qui permet de résoudre le problème.

Antoine a 3 frères. C'est 1 de plus que Marc.

Combien Marc a-t-il de frères ?

3 - 1 | 3 + 1

Sonia a 8 images. C'est 4 de plus qu'Emma.

Combien Emma a-t-elle d'images ?

8 + 4 | 8 - 4

Alex a 6 billes. C'est 4 de moins que son frère.

Combien son frère a-t-il de billes ?

6 - 4 | 6 + 4

Emma a 4 bonbons. C'est 3 de moins qu'Amandine.

Combien Amandine a-t-elle de bonbons ?

4 + 3 | 4 - 3

Marie a 7€ dans son porte-monnaie. C'est 2€ de plus que Sophie.

Combien Sophie a-t-elle d'argent dans son porte-monnaie ?

7 - 2 | 7 + 2

Amandine a mangé 6 gâteaux. C'est 2 de moins que Pierre.

Combien Pierre a-t-il mangé de gâteaux ?

6 - 2 | 6 + 2

Résoudre un problème

Entoure la bonne façon de présenter la réponse.

Manon et Chloé collectionnent des perles. Manon a 42 perles. Chloé a 15 perles de plus que Manon. Combien Chloé a-t-elle de perles ?

42 + 15 Chloé a 57.	42 + 15 = 57 57 perles.
42 + 15 Chloé a 57 perles.	42 + 15 = 57 Chloé a 57 perles.

Les vacances commencent le 12 octobre et se terminent le 31 octobre. Combien de jours durent les vacances ?

31-12 = 19 19 jours.	31-12 Les vacances durent 19 jours.
31-12=19 Les vacances durent 19 jours	31-12 Les vacances durent 19.

Sur le marché, maman achète 1 kilo de pommes qui coûte 1€ et une barquette de framboises qui coûte 2 €. Combien maman va-t-elle payer au total ?

1+2 Maman paye 3 euros.	1+2 Maman paye 3.
1+2=3 Maman paye 3 euros.	1+2=3 3 euros.

Dans la cour de l'école, il y a 3 ballons, 10 cordes à sauter et 6 raquettes. Combien y a-t-il de jouets au total ?

3+10+6= 19 19 jouets.	3+10+6=19 Il y a 19 jouets au total
3+10+6 Il y a 19 jouets au total.	3+10+6 Il y a 19.

Maman achète une plante verte à 17€. Elle paye avec un billet de 50€. Combien d'argent lui reste-t-il ?

50-17=33 Il lui reste 33 euros.	50-17= 33 33 euros.
50-17 Il lui reste 33.	50-17 Il lui reste 33 euros.

Manon a 87 perles. 56 perles bleues. Les autres perles sont jaunes. Combien a-t-elle de perles nes ?

87-56 Manon a 31.	87-56 Manon a 31 perles jaunes.
87-56=31 Manon a 31 perles jaunes.	87-56=31 31 perles.

Résoudre un problème

Pour chaque énoncé, surligne les nombres utiles à la résolution du problème.

Julien est en 6è, il a 12 ans. Il sort de classe à 16h. Puis il rentre chez lui et travaille 1h30 avant le dîner. Il révise ses leçons 20 minutes après le dîner. Il se couche à 21h tous les soirs.

Pendant combien de temps Julien travaille-t-il chez lui après l'école ?

Lors d'une course de voiture qui a eu lieu le 12 juin 2012, 45 voitures étaient sur la ligne de départ. La course a duré plus de 3h. Les voitures ont parcouru 500 kilomètres au total. A l'arrivée, 32 voitures ont franchi la ligne d'arrivée.

Combien de voitures ont abandonné la course ?

25 élèves de 6è ont fait un spectacle de fin d'année dans la salle des fêtes du collège, le samedi 26 juin à 14h. Les 100 spectateurs présents ont payé leur entrée 7€. Pendant le spectacle, 9 adultes ont aidé les élèves à se coiffer et s'habiller.

Quelle a été la recette du spectacle ?

Dans la cour de récréation, 8 filles jouent à la corde à sauter. 12 enfants jouent à cache-cache. 4 filles et 3 garçons jouent aux billes. La récréation dure 20 minutes.

Combien d'enfants jouent aux billes ?

Maman a fait ses courses. Elle achète des gâteaux pour 5€, du chocolat pour 3€, des pommes pour 2€, des fraises pour 4€ et des bananes pour 1€.

Combien maman a-t-elle dépensé pour acheter des fruits ?

Dans la classe de Noémie, il y a 12 garçons et 14 filles. Le 13 juin, toute la classe est partie à 9h de l'école pour aller visiter le musée de la ville. Il y avait 5 adultes pour les accompagner.

Combien y a-t-il d'élèves dans la classe de Noémie ?

Calcul mental : fractions et pourcentages

A quel nombre correspond ce pourcentage ?

10% de 870 =	10% de 140 =
10% de 450 =	10% de 720 =
10% de 230 =	10% de 960 =
10% de 510 =	10% de 380 =
10% de 690 =	10% de 120 =
10% de 210 =	10% de 790 =
10% de 580 =	10% de 940 =
10% de 850 =	10% de 360 =

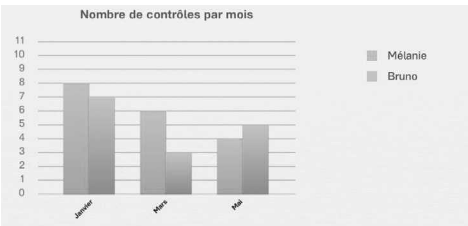
Calcul mental : fractions et pourcentages

Complète les égalités suivantes avec une fraction, un pourcentage ou un nombre décimal.

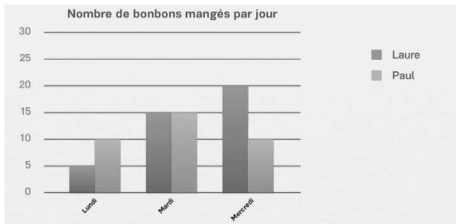
$0,25 =$ ____ %	$\frac{4}{4} =$
$0,75 = \frac{\quad}{\quad}$	$50\% =$
$0,5 = \frac{\quad}{\quad}$	$1 =$ ____ %
$100\% = \frac{\quad}{\quad}$	$\frac{3}{4} =$ ____ %
$1 = \frac{\quad}{\quad}$	$0,5 =$ ____ %
$25\% =$	$\frac{1}{2} =$
$0,75 =$ ____ %	$0,25 = \frac{\quad}{\quad}$
$75\% = \frac{\quad}{\quad}$	$\frac{1}{4} =$ ____ %

Compléter un tableau

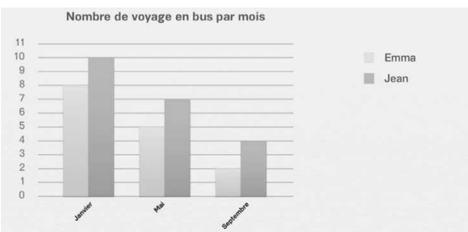
Lis le diagramme puis complète le tableau.



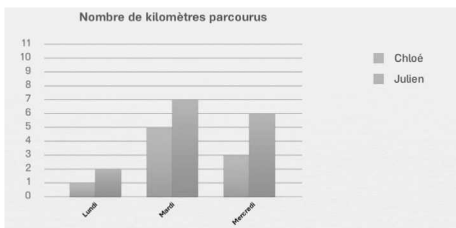
	Janvier	Mars	Mai
Mélanie			
Bruno			



	Lundi	Mardi	Mercredi
Laure			
Paul			



	Janvier	Mai	Septembre
Emma			
Jean			

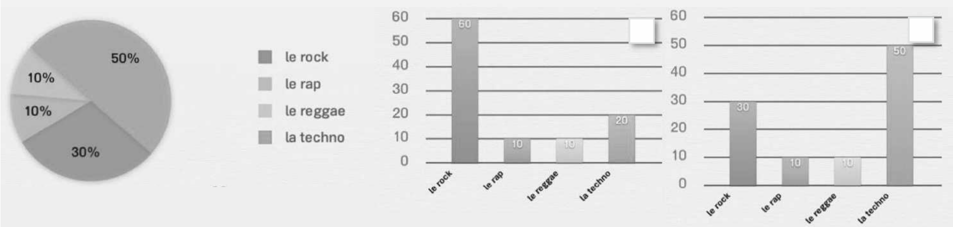


	Lundi	Mardi	Mercredi
Chloé			
Julien			

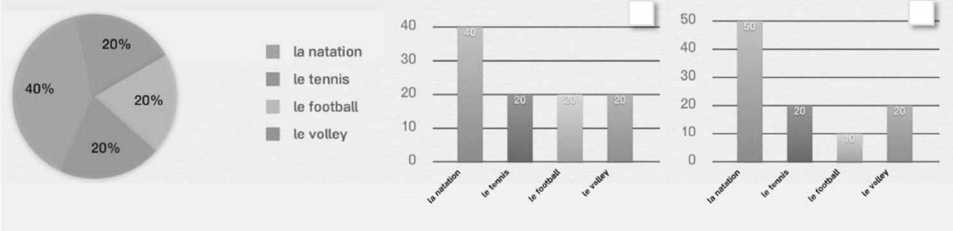
Diagrammes circulaires

Coche le diagramme en barres qui correspond au diagramme circulaire.

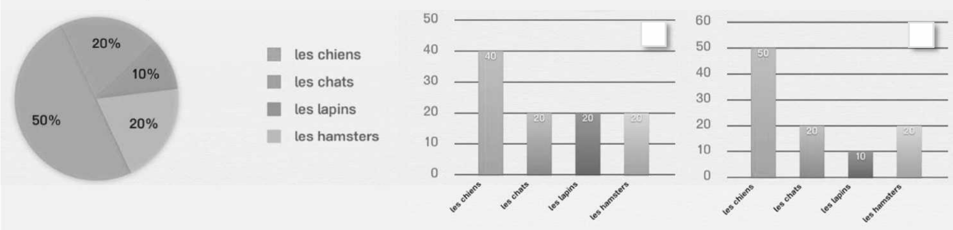
Musique préférée des enfants



Sport préféré des enfants



Animal préféré des enfants



Comprendre l’aire et le périmètre

Complète la phrase avec la bonne étiquette.

Nathalie souhaite poser du carrelage sur sa terrasse. Pour connaître le nombre de carreaux qu’elle doit acheter, elle doit mesurer ______ de sa terrasse.

l’aire | le périmètre

Des lapins viennent manger tous les légumes du jardin de Marie. Elle veut acheter une clôture électrique pour les empêcher de rentrer. Pour connaître la longueur de la clôture, elle doit mesurer ______ de son jardin.

l’aire | le périmètre

Jeanne souhaite peindre ses volets. Pour connaître la quantité de peinture, elle doit mesurer ______ de ses volets.

l’aire | le périmètre

Michel souhaite encadrer son tableau. Pour connaître la longueur du cadre qu’il doit acheter, il doit mesurer ______ du tableau.

l’aire | le périmètre

Pierre veut poser une moquette dans sa chambre. Pour connaître la dimension de la moquette qu’il doit acheter, il doit mesurer ______ de sa chambre.

l’aire | le périmètre

Un terrain de foot doit être entouré d’une barrière. Pour connaître la longueur de la barrière à acheter, il faut mesurer ______ du terrain.

l’aire | le périmètre

Les nombres mixtes

A quel chiffre correspond cette fraction ?

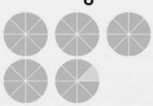
$\frac{15}{5} =$	$\frac{4}{4} =$
$\frac{12}{3} =$	$\frac{14}{2} =$
$\frac{18}{6} =$	$\frac{20}{5} =$
$\frac{12}{4} =$	$\frac{9}{3} =$
$\frac{6}{2} =$	$\frac{24}{6} =$
$\frac{10}{5} =$	$\frac{16}{4} =$
$\frac{21}{3} =$	$\frac{18}{2} =$
$\frac{32}{4} =$	$\frac{27}{3} =$

Opérations sur les nombres mixtes

Additionne ces nombres mixtes en t'aidant du dessin.

$4\frac{4}{6}$ + $1\frac{4}{6}$ =

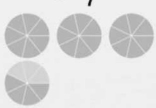

$4\frac{7}{8}$ + $1\frac{5}{8}$ =




$1\frac{2}{5}$ + $3\frac{4}{5}$ =


$1\frac{2}{4}$ + $1\frac{3}{4}$ =

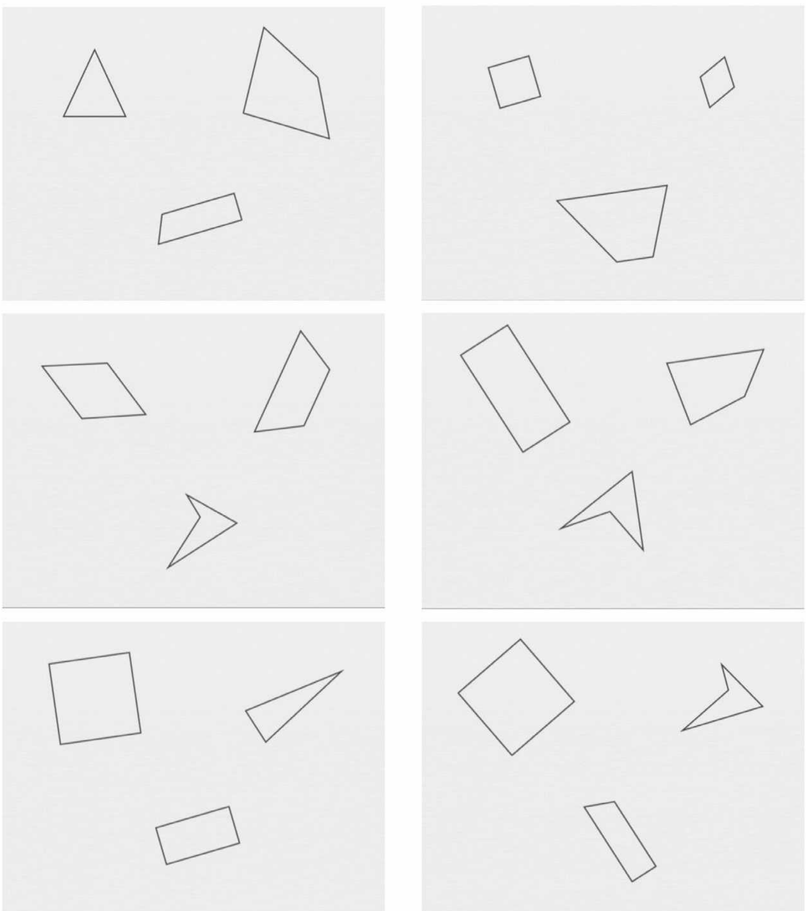

$3\frac{4}{7}$ + $2\frac{5}{7}$ =




$1\frac{4}{8}$ + $1\frac{5}{8}$ =

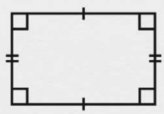

Quadrilatères : premières bases

Entoure les figures qui sont des parallélogrammes.

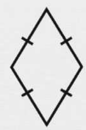


Quadrilatères : premières bases

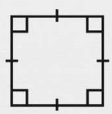
Quel est le nom de ce quadrilatère ?



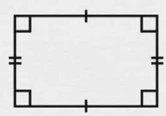
un carré | un rectangle | un losange



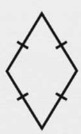
un carré | un rectangle | un losange



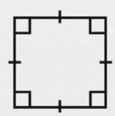
un carré | un rectangle | un losange



un carré | un rectangle | un losange



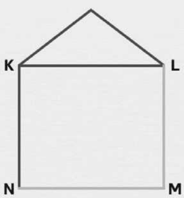
un carré | un rectangle | un losange



un carré | un rectangle | un losange

Les symboles en géométrie

Ces segments sont-ils parallèles ou perpendiculaires ? Ecris le bon symbole.

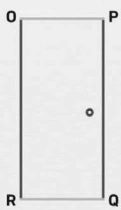


[ML] [MN]

// ⊥

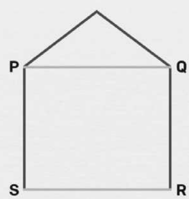
[DG] [EF]

⊥ //



[OP] [RQ]

⊥ //

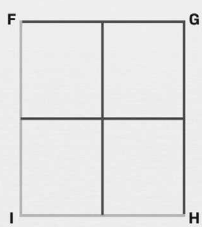


[PQ] [SR]

// ⊥

[PQ] [SR]

⊥ //



[IF] [IH]

⊥ //

Symétrie axiale

Reproduis le symétrique de ce dessin en coloriant les bonnes cases dans le quadrillage.